



# Extensión de Soft Set a Hypersoft Set, y luego a Plithogenic Hypersoft Set

## Extension from Soft Set to Hypersoft Set, then to Plithogenic Hypersoft Set

Florentin Smarandache<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Matemáticas, Universidad de Nuevo México, 705 Gurley Ave., Gallup, NM 87301, EE. UU.

E-mail: [smarand@unm.edu](mailto:smarand@unm.edu)

**Resumen.** En este artículo, se generaliza el Soft Set al Hypersoft Set transformando la función  $F$  en una función multiatributo. Luego presentamos los híbridos de Crisp, Fuzzy, Intuitionistic Fuzzy, Neutrosophic y Plithogenic Hypersoft Set.

**Palabras Clave:** plitogenia; Conjunto Plitogénico; Soft Set; Hypersoft Set; Plithogenic Hypersoft Set; Función multiargumento.

**Abstract.** In this paper, we generalize the Soft Set to the Hypersoft Set by transforming the  $F$  function into a multi-attribute function. We then present Crisp, Fuzzy, Intuitionistic Fuzzy, Neutrosophic and Plithogenic Hypersoft Set hybrids.

**Keywords:** plitogeny; Plithogenic Set; Soft Set; Hypersoft Set; Plithogenic Hypersoft Set; Plithogenic Hypersoft Set; Multiargument function.

### 1 Introducción

Se generaliza el Soft Set a Hypersoft Set transformando la función  $F$  en una función multiargumento. Luego se hace la distinción entre los tipos de Universos del Discurso: nítido, borroso, intuicionista borroso, neutrosófico, y plitogénico respectivamente.

De manera similar, mostramos que un Hypersoft Set puede ser nítido, borroso, borroso intuicionista, neutrosófico o plitogénico. Se presenta un ejemplo numérico detallado para todos los tipos.

### 2 Definición de Soft Set [1]

Sea  $\mathcal{U}$  un universo de discurso,  $\mathcal{P}(\mathcal{U})$  el conjunto potencia de  $\mathcal{U}$  y  $A$  un conjunto de atributos. Entonces, el par  $(F, \mathcal{U})$ , donde

$$F: A \rightarrow \mathcal{P}(\mathcal{U}) \quad (1)$$

se llama Soft Set sobre  $\mathcal{U}$ .

### 3 Definición de Hypersoft Set

Sea  $\mathcal{U}$  un universo de discurso,  $\mathcal{P}(\mathcal{U})$  el conjunto potencia de  $\mathcal{U}$ .

Sean  $a_1, a_2, \dots, a_n$ , para  $n \geq 1$ ,  $n$  atributos distintos, cuyos valores de atributos correspondientes son respectivamente los conjuntos  $A_1, A_2, \dots, A_n$ , con  $A_i \cap A_j = \emptyset$ , para  $i \neq j$ , y  $i, j \in \{1, 2, \dots, n\}$ .

Entonces el par  $(F, A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n)$ , donde:

$$F: A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n \rightarrow \mathcal{P}(\mathcal{U}) \quad (2)$$

se llama Conjunto Hypersoft sobre  $\mathcal{U}$ .

### 4 Caso particular

Para  $n = 2$ , obtenemos el Soft Set  $\Gamma$ – [2].

### 5 Tipos de universos de discursos

**5.1. Un Universo de Discurso  $\mathcal{U}_c$**  se llama **nítido** si  $\forall x \in \mathcal{U}_c$ ,  $x$  pertenece 100% a  $\mathcal{U}_c$ , o la pertenencia de  $x$  ( $T_x$ ) con respecto a  $\mathcal{U}_c$  es 1. Lo denotaremos  $x(1)$ .

**5.2.** Un Universo de Discurso  $\mathcal{U}_F$  se llama **Difuso** si  $\forall x \in \mathcal{U}_c$ ,  $x$  pertenece parcialmente a  $\mathcal{U}_F$ , o  $Tx \subseteq [0, 1]$ , donde  $Tx$  puede ser un subconjunto, un intervalo, un conjunto vacilante, un valor único, etc. Lo denotaremos por  $x(Tx)$ .

**5.3.** Un **Universo de Discurso**  $\mathcal{U}_{IF}$  se llama **Intuicionista Difuso** si  $\forall x \in \mathcal{U}_{IF}$ ,  $x$  pertenece parcialmente ( $Tx$ ) y parcialmente no pertenece ( $Fx$ ) a  $\mathcal{U}_{IF}$ , o  $Tx, Fx \subseteq [0, 1]$ , donde  $Tx$  y  $Fx$  pueden ser subconjuntos, intervalos, conjuntos vacilantes, valores únicos, etc. Lo denotaremos por  $x(Tx, Fx)$ .

**5.4.** Un **Universo de Discurso**  $\mathcal{U}_N$  se llama **Neutrosófico** si  $\forall x \in \mathcal{U}_N$ ,  $x$  pertenece parcialmente ( $Tx$ ), parcialmente su pertenencia es indeterminada ( $Ix$ ), y parcialmente no pertenece ( $Fx$ ) a  $\mathcal{U}_N$ , donde  $Tx, Ix, Fx \subseteq [0, 1]$ , pueden ser subconjuntos, intervalos, conjuntos vacilantes, valores únicos, etc. Lo denotaremos por  $x(Tx, Ix, Fx)$ .

**5.5.** Un **Universo de Discurso**  $\mathcal{U}_P$  sobre un conjunto  $V$  de valores de atributos, donde  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ,  $n \geq 1$ , es llamado **plitogénico**, si  $\forall x \in \mathcal{U}_P$ ,  $x$  pertenece a  $\mathcal{U}_P$  en el grado  $d_x^0(v_i)$  con respecto al valor del atributo  $v_i$ , para todo  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ . Dado que el grado de pertenencia  $d_x^0(v_i)$  puede ser nítido, difuso, intuicionista difuso o neutrosófico, el Universo Plitogénico del Discurso puede ser Nítido, Borroso, Intuicionista Borroso, o Neutrosófico respectivamente.

En consecuencia, un Hypersoft Set sobre un Universo de Discurso Nítido / Difuso / Intuicionista Difuso / Neutrosophic / o Plitogénico se denomina, respectivamente, Hypersoft Set Nítido / Difuso / Neutrosophic / o Plitogénico.

## 6 Ejemplo numérico

Sea  $\mathcal{U} = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$  y un conjunto  $\mathcal{M} = \{x_1, x_3\} \subset \mathcal{U}$ .

Sean los atributos:  $a_1 =$  talla,  $a_2 =$  color,  $a_3 =$  sexo,  $a_4 =$  nacionalidad y los valores de sus atributos respectivamente:

Tamaño =  $A_1 = \{\text{pequeño, mediano, alto}\}$ ,  
 Color =  $A_2 = \{\text{blanco, amarillo, rojo, negro}\}$ ,  
 Género =  $A_3 = \{\text{masculino, femenino}\}$ ,  
 Nacionalidad =  $A_4 = \{\text{Americana, Francesa, Española, Italiana, China}\}$ .  
 Sea la función:  
 $F: A_1 \times A_2 \times A_3 \times A_4 \rightarrow \mathcal{P}(\mathcal{U})$ . (3)

Asumamos:

$F(\{\text{alto, blanco, femenino, italiano}\}) = \{x_1, x_3\}$ . Con respecto al conjunto  $\mathcal{M}$ , se tiene:

### 6.1 Hypersoft Set Nítido

$$F(\{\text{alto, blanco, femenino, italiano}\}) = \{x_1(1), x_3(1)\}, \quad (4)$$

Lo que significa que, con respecto a los valores de los atributos  $\{\text{alto, blanco, mujer, italiano}\}$  todos juntos,  $x_1$  pertenece 100% al conjunto  $\mathcal{M}$ ; del mismo modo  $x_3$ .

### 6.2 Hypersoft Set Difuso

$$F(\{\text{alta, blanca, mujer, italiana}\}) = \{x_1(0,6), x_3(0,7)\}, \quad (5)$$

Lo que significa que, con respecto a los valores de los atributos  $\{\text{alto, blanco, femenino, italiano}\}$  en conjunto,  $x_1$  pertenece en un 60% al conjunto  $\mathcal{M}$ ; del mismo modo,  $x_3$  pertenece en un 70% al conjunto  $\mathcal{M}$ .

### 6.3 Hypersoft Set Intuicionista Difuso

$$F(\{\text{alta, blanca, mujer, italiana}\}) = \{x_1(0,6, 0,1), x_3(0,7, 0,2)\}, \quad (6)$$

Lo que significa que, con respecto a los valores de los atributos  $\{\text{alto, blanco, femenino, italiano}\}$  en conjunto,  $x_1$  pertenece al 60% y el 10% no pertenece al conjunto  $\mathcal{M}$ ; del mismo modo,  $x_3$  pertenece al 70% y 20% no pertenece al conjunto  $\mathcal{M}$ .

### 6.4 Hypersoft Set Neutrosófico

$$F(\{\text{alta, blanca, mujer, italiana}\}) = \{x_1(0,6, 0,2, 0,1), x_3(0,7, 0,3, 0,2)\}, \quad (7)$$

lo que significa que, con respecto a los valores de los atributos {alta, blanca, mujer, italiana} todos juntos,  $x_1$  pertenece el 60% y su pertenencia indeterminada es el 20% y no pertenece el 10% al conjunto  $\mathcal{M}$ ; del mismo modo,  $x_3$  pertenece al 70 % y su pertenencia indeterminada es del 30 % y no pertenece al 20 %.

### 6.5 Hypersoft Set plitogénico

$$F(\{alta, blanca, mujer, italiana\}) = \left\{ \begin{array}{l} x_1 (d_{x_1}^0(alta), d_{x_1}^0(blanca), d_{x_1}^0(femenina), d_{x_1}^0(italiana)) \\ x_2 (d_{x_2}^0(alta), d_{x_2}^0(blanca), d_{x_2}^0(femenina), d_{x_2}^0(italiana)) \end{array} \right\} \quad (8)$$

donde  $d_{x_1}^0(\alpha)$  significa el grado de pertenencia del elemento  $x_1$  al conjunto  $\mathcal{M}$  con respecto al valor del atributo  $\alpha$ ; y de manera similar  $d_{x_2}^0(\alpha)$  significa el grado de pertenencia del elemento  $x_2$  al conjunto  $\mathcal{M}$  con respecto al valor de atributo  $\alpha$ ; donde  $\alpha \in \{alta, blanca, femenina, italiana\}$ .

A diferencia de los Hypersoft Sets Nítidos / Difusos / Intuicionistas Difusos / Neutrosóficos [donde el grado de pertenencia de un elemento  $x$  al conjunto  $\mathcal{M}$  es con respecto a todos los valores de los atributos alto, blanco, femenino, italiano juntos (como un todo), por lo tanto un grado de pertenencia con respecto a un conjunto de valores de atributo], el Hypersoft Set Plitogénico es un refinamiento de los HyperSoft Sets Nítidos / Difusos / Intuicionistas Difusos / Neutrosóficos [dado que el grado de pertenencia de un elemento  $x$  al conjunto  $\mathcal{M}$  es con respecto a cada valor de atributo único].

Pero el Hypersoft Set Plitogénico también se combina con cada uno de los anteriores, ya que el grado de pertenencia de un elemento  $x$  al conjunto  $\mathcal{M}$  con respecto a cada valor de atributo único puede ser: nítido, difuso, intuicionista difuso o neutrosófico.

## 7 Clasificación de los Hypersoft Set Plitogénicos

### 7.1 Hypersoft Set Plitogénico Nítido

Es un Hypersoft Set plitogénico, tal que el grado de pertenencia de un elemento  $x$  al conjunto  $\mathcal{M}$ , con respecto a cada valor de atributo, es *nítido*:

$$\begin{array}{l} d_x^0(\alpha) = 0 \text{ (no pertenencia), o } 1 \text{ (pertenencia). En nuestro ejemplo:} \\ F(\{alta, blanca, femenina, italiana\}) = \{x_1(1, 1, 1, 1), x_3(1, 1, 1, 1)\}. \end{array} \quad (9)$$

### 7.2 Hypersoft Set Plitogénico Difuso

Es un Hypersoft Set Plitogénico, tal que el grado de pertenencia de un elemento  $x$  al conjunto  $\mathcal{M}$ , con respecto a cada valor de atributo, es *difuso*:

$$\begin{array}{l} d_x^0(\alpha) \in P([0,1]), \text{ conjunto potencia de } [0, 1], \\ \text{donde } d_x^0(\cdot) \text{ puede ser un subconjunto, un intervalo, un conjunto vacilante, un número de valor único, etc.} \\ \text{En nuestro ejemplo, para un número de un solo valor:} \\ F(\{alta, blanca, femenina, italiana\}) = \{x_1(0,4, 0,7, 0,6, 0,5), x_3(0,8, 0,2, 0,7, 0,7)\}. \end{array} \quad (10)$$

### 7.3 Hypersoft Set Plitogénico Intuicionista Difuso

Es un Hypersoft Set plitogénico, tal que el grado de pertenencia de un elemento  $x$  al conjunto  $\mathcal{M}$ , con respecto a cada valor de atributo, es *intuicionista difuso*:

$$\begin{array}{l} d_x^0(\alpha) \in P([0,1]^2), \text{ conjunto potencia de } [0,1]^2, \\ \text{donde, de manera similar, } d_x^0(\alpha) \text{ puede ser: un producto Cartesiano de subconjuntos, de intervalos, de conjuntos vacilantes, de números de valor único, etc.} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{En nuestro ejemplo, para números de valor único:} \\ F(\{alta, blanca, femenina, italiana\}) = \left\{ \begin{array}{l} x_1[(0,4,0,3)(0,7,0,2)(0,6,0,0)(0,5,0,1)] \\ x_3[(0,8,0,1)(0,2,0,5)(0,7,0,0)(0,7,0,4)] \end{array} \right\} \end{array} \quad (11)$$

### 7.4 Hypersoft Set Neutrosófico Plitogénico

Es un Hypersoft Set Plitogénico, tal que el grado de pertenencia de un elemento  $x$  al conjunto  $\mathcal{M}$ , con respecto a cada valor de atributo, es *neutrosófico*:

$$d_x^0(\alpha) \in P([0,1]^3), \text{ conjunto potencia de } [0,1]^3,$$

donde  $d_x^0(\alpha)$  puede ser: un triple producto Cartesiano de subconjuntos, de intervalos, de conjuntos vacilantes, de números de valor único, etc.

En nuestro ejemplo, para números de un valor único:

$$F(\text{alta, blanca, femenina, italiana}) = \left\{ \begin{array}{l} \mathcal{X}_1[(0.4,0.1,0.3)(0.7,0.0,0.2)(0.6,0.3,0.0)(0.5,0.2,0.1)] \\ \mathcal{X}_3[(0.8,0.1,0.1)(0.2,0.4,0.5)(0.7,0.1,0.0)(0.7,0.5,0.4)] \end{array} \right\} \quad (12)$$

## Conclusiones

Para todos los tipos de Hypersoft Set plitogénicos, los operadores de agregación (unión, intersección, complemento, inclusión, igualdad) tienen que ser definidos y sus propiedades encontradas.

Deben investigarse las aplicaciones en diversos campos de conocimiento de ingeniería, técnica, médica, ciencias sociales, administración, toma de decisiones, etc. de este tipo de Hypersoft Set plitogénicos.

## Referencias

- [1] D. Molodtsov (1999). Soft Set Theory First Results. *Computer Math. Applic.* 37, 19-31.
- [2] T. Srinivasa Rao, B. Srinivasa Kumar, S. Hanumanth Rao. A Study on Neutrosophic Soft Set in Decision Making Problem. *Journal of Engineering and Applied Sciences*, Asian Research Publishing Network (ARPN), vol. 13, no. 7, April 2018.
- [3] Florentin Smarandache. *Plithogeny, Plithogenic Set, Logic, Probability, and Statistics*. Brussels: Pons Editions, 2017.
- [4] Florentin Smarandache. Plithogenic Set, an Extension of Crisp, Fuzzy, Intuitionistic Fuzzy, and Neutrosophic Sets – Revisited. *Neutrosophic Sets and Systems*, vol. 21, 2018, pp. 153-166. <https://doi.org/10.5281/zenodo.1408740>.

**Recibido:** Octubre 13, 2022. **Aceptado:** Diciembre 26, 2022