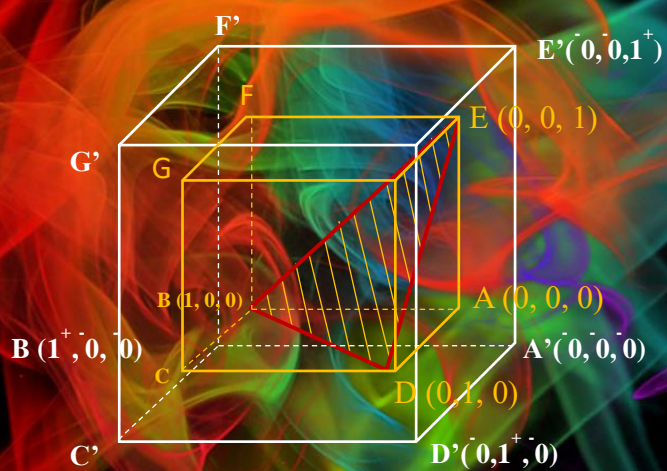




**Volume 3, 2021**

# **NEUTROSOPHIC KNOWLEDGE**

**JOURNAL OF MODERN SCIENCE AND ARTS**



**Editors-in-Chief**

**A. A. Salama, Florentin Smarandache, and  
Ibrahim Yasser**

ISSN 2767-0619 (Print)

ISSN 2767-0627 (Online)

**2021**



Neutrosophic Science  
International Association (NSIA)

**Published by the UNIVERSITY OF NEW MEXICO, United States**



# NEUTROSOPHIC KNOWLEDGE

JOURNAL OF MODERN SCIENCE AND ARTS

**Editors-in-Chief**

**A. A. Salama, Florentin Smarandache,  
and Ibrahim Yasser**

ISSN 2767-0619 (Print)

ISSN 2767-0627 (Online)



# Neutrosophic Knowledge

**An international Journal concerned with publishing in all scientific and literary fields**

*Papers Published in Arabic and English*

## Copyright Notice

*Copyright @ Neutrosophics Knowledge*

All rights reserved. The authors of the articles do hereby grant Neutrosophic Knowledge non-exclusive, worldwide, royalty-free license to publish and distribute the articles in accordance with the Budapest Open Initiative: this means that electronic copying, distribution and printing of both full-size version of the journal and the individual papers published therein for non-commercial, academic or individual use can be made by any user without permission or charge. The authors of the articles published in Neutrosophic Knowledge retain their rights to use this journal as a whole or any part of it in any other publications and in any way they see fit. Any part of Neutrosophic Knowledge howsoever used in other publications must include an appropriate citation of this journal.

## Information for Authors and Subscribers

“Neutrosophics Knowledge” has been created for publications on advanced studies in neutrosophy, neutrosophic set, neutrosophic logic, neutrosophic probability, neutrosophic statistics that started in 1995 and their applications in any field, such as the neutrosophic structures developed in algebra, geometry, topology, etc.

The submitted papers should be professional, in good English and Arabic, containing a brief review of a problem and obtained results.

*Neutrosophy* is a new branch of philosophy that studies the origin, nature, and scope of neutralities, as well as their interactions with different ideational spectra.



This theory considers every notion or idea  $\langle A \rangle$  together with its opposite or negation  $\langle \text{anti}A \rangle$  and with their spectrum of neutralities  $\langle \text{neut}A \rangle$  in between them (i.e. notions or ideas supporting neither  $\langle A \rangle$  nor  $\langle \text{anti}A \rangle$ ). The  $\langle \text{neut}A \rangle$  and  $\langle \text{anti}A \rangle$  ideas together are referred to as  $\langle \text{non}A \rangle$ .

Neutrosophy is a generalization of Hegel's dialectics (the last one is based on  $\langle A \rangle$  and  $\langle \text{anti}A \rangle$  only).

According to this theory every idea  $\langle A \rangle$  tends to be neutralized and balanced by  $\langle \text{anti}A \rangle$  and  $\langle \text{non}A \rangle$  ideas - as a state of equilibrium.

In a classical way  $\langle A \rangle$ ,  $\langle \text{neut}A \rangle$ ,  $\langle \text{anti}A \rangle$  are disjoint two by two. But, since in many cases the borders between notions are vague, imprecise, Sorites, it is possible that  $\langle A \rangle$ ,  $\langle \text{neut}A \rangle$ ,  $\langle \text{anti}A \rangle$  (and  $\langle \text{non}A \rangle$  of course) have common parts two by two, or even all three of them as well.

*Neutrosophic Set* and *Neutrosophic Logic* are generalizations of the fuzzy set and respectively fuzzy logic (especially of intuitionistic fuzzy set and respectively intuitionistic fuzzy logic).

In neutrosophic logic a proposition has a degree of truth

( $T$ ), a degree of indeterminacy ( $I$ ), and a degree of falsity ( $F$ ), where  $T, I, F$  are standard or non-standard subsets of  $] -0, 1+[$ .

*Neutrosophic Probability* is a generalization of the classical probability and imprecise probability.

*Neutrosophic Statistics* is a generalization of the classical statistics.

What distinguishes the neutrosophics from other fields is the  $\langle \text{neut}A \rangle$ , which means neither  $\langle A \rangle$  nor  $\langle \text{anti}A \rangle$ .

$\langle \text{neut}A \rangle$ , which of course depends on  $\langle A \rangle$ , can be indeterminacy, neutrality, tie game, unknown, contradiction, ignorance, imprecision, etc.

All submissions should be designed in MS Word format using our template file:

[http:// fs.unm.edu/NK/Nk-paper-template.doc](http://fs.unm.edu/NK/Nk-paper-template.doc).

A variety of scientific books in many languages can be downloaded freely from the Digital Library of Science:

[http:// fs.unm.edu/ScienceLibrary.htm](http://fs.unm.edu/ScienceLibrary.htm).

To submit a paper, mail the file to the Editor-in-Chief. To order printed issues, contact the Editor-in-Chief. This journal is non-commercial, academic edition. It is printed from private donations.

Information about the neutrosophics you get from the UNM website:

[http:// fs.unm.edu/neutrosophy.htm](http://fs.unm.edu/neutrosophy.htm).. The home page of the journal is accessed on

<http://fs.unm.edu/NK>.



## Editors-in-Chief

**Prof. Dr. Ahmed A Salama**, Department of Mathematics and Computer Science, Faculty of Science, Port Said University, Egypt. [http://vixra.org/author/a\\_a\\_salama](http://vixra.org/author/a_a_salama)  
E-mail: drsalama44@gmail.com, ahmed\_salama\_2000@sci.psu.edu.eg

**Prof. Dr. Florentin Smarandache**, Postdoc, Department of Mathematics, University of New Mexico, Gallup, NM 87301, USA, Email: smarand@unm.edu.

**Dr. Ibrahim Yasser**, Electronics and Communications Engineering Department, Faculty of Engineering, Mansoura University, Mansoura 35516, Egypt, E-mail: ibrahim\_yasser@mans.edu.eg, ibrahimyasser14@gmail.com.

## Associate Editors

Prof. José Carlos Brandão Tiago de Oliveira, Évora University, Portugal.  
[https://www.uevora.pt/conhecer/escolas\\_iifa\\_departamentos/ect/\(departamento\)/2399](https://www.uevora.pt/conhecer/escolas_iifa_departamentos/ect/(departamento)/2399)  
Centre of Philosophy of Sciences <http://cfcul.fc.ul.pt/equipa/joliveira.php>  
UNESCO Chair “Intangible Heritage”  
<http://www.catedra.uevora.pt/unesco/index.php/unesco/Investigacao/Collaborators/Jose-Carlos-Tiago-de-Oliveira>

Prof. Dr. Huda E. Khalid, Head of Scientific Affairs and Cultural Relations Department, Nineveh Province, Telafer University, Iraq, Neutrosophic Science International Association (NSIA)/ President of Iraqi Branch and Secretary of NSIA of the world,  
Email: dr.huda-ismael@uotelafer.edu.iq, hodaesmail@yahoo.com  
<http://neutrosophicassociation.org/>

Dr. Rafif Alhabib, Department of Mathematical Statistics, Faculty of Science, Albaath University, Homs, Syria, Email: rafif.alhabib85@gmail.com, ralhabib@albaath-univ.edu.sy



## Editors

Said Broumi, Laboratory of Information Processing, Faculty of Science Ben M'Sik, University of Hassan II, Casablanca, Morocco, Email: s.broumi@flbenmsik.ma.

Saeid Jafari, College of Vestsjaelland South, Slagelse, Denmark, Email: jafaripersia@gmail.com.

Valeri Kroumov, Okayama University of Science, Okayama, Japan, Email: val@ee.ous.ac.jp

A. A. Agboola, Federal University of Agriculture, Abeokuta, Nigeria,

Email: agboolaaaa@funaab.edu.ng.

Riad K. Al-Hamido, Math Department, College of Science, Al-Baath University, Homs, Syria, Email: riad-hamido1983@hotmail.com.

Faruk Karaaslan, Çankırı Karatekin University, Çankırı, Turkey,

Email: fkaraaslan@karatekin.edu.tr

Yanhui Guo, University of Illinois at Springfield, OneUniversity Plaza, Springfield, IL 62703, United States, Email: yguo56@uis.edu

Abeer T. Khalil, Electrical Engineering Department, Benha Faculty of Engineering, Benha University, Egypt, Email: Abeer.Twakol@bhit.bu.edu.eg

Giorgio Nordo, MIFT - Department of Mathematical and Computer Science, Physical Sciences and Earth Sciences, Messina University, Italy, Email: giorgio.nordo@unime.it.

Le Hoang Son, VNU Univ. of Science, Vietnam National Univ. Hanoi, Vietnam, Email: sonlh@vnu.edu.vn.

Young Bae Jun, Gyeongsang National University, South Korea, Email: skywine@gmail.com.

Yo-Ping Huang, Department of Computer Science and Information, Engineering National Taipei University, New Taipei City, Taiwan, Email: yphuang@ntut.edu.tw.

Vakkas Ulucay, Kilis 7 Aralık University, Turkey, Email: vulucay27@gmail.com.

Peide Liu, Shandong University of Finance and Economics, China, Email: peide.liu@gmail.com.

Jun Ye, Department of Electrical and Information Engineering, Shaoxing University, 508 Huancheng West Road, Shaoxing 312000, China; Email: yejun@usx.edu.cn.

Memet Şahin, Department of Mathematics, Gaziantep University, Gaziantep 27310, Turkey, Email: mesahin@gantep.edu.tr

Fahmi Khalifa, Electronics and Communications Engineering Department, Faculty of Engineering, Mansoura University Mansoura, Egypt, Email: fahmikhaliifa@mans.edu.eg.

Elsayda Hamdy Nasr Abd Elhalim, Assistant professor of Maternity, Obstetrics & Gynecological Nursing - Port Said university - Egypt, E-mail: e.abdelhalim@psau.edu.sa.

Mutaz Mohammad, Department of Mathematics, Zayed University, Abu Dhabi 144534, United Arab Emirates.

Email: Mutaz.Mohammad@zu.ac.ae. Abdullahi Mohamud Sharif, Department of Computer Science, University of Somalia, Makka Al-mukarrama Road, Mogadishu, Somalia, Email: abdullahi.shariif@uniso.edu.so.

NoohBany Muhammad, American University of Kuwait, Kuwait, Email: noohmuhammad12@gmail.com.

Soheyb Milles, Laboratory of Pure and Applied Mathematics, University of Msila, Algeria, Email: soheyb.milles@univ-msila.dz.

Pattathal Vijayakumar Arun, College of Science and Technology, Phuentsholing, Bhutan, Email: arunpv2601@gmail.com.

Endalkachew Teshome Ayele, Department of Mathematics, Arbaminch University, Arbaminch, Ethiopia, Email: endalkachewteshome83@yahoo.com.

Xindong Peng, School of Information Science and Engineering, Shaoguan University, Shaoguan 512005, China, Email: 952518336@qq.com.

Xiao-Zhi Gao, School of Computing, University of Eastern Finland, FI-70211 Kuopio, Finland, xiaozhi.gao@uef.fi.

Madad Khan, Comsats Institute of Information Technology, Abbottabad, Pakistan, Email: madadmath@yahoo.com.

Dmitri Rabounski and Larissa Borissova, independent researchers, Emails: rabounski@ptep-online.com,

Selcuk Topal, Mathematics Department, Bitlis Eren University, Turkey, Email: s.topal@beu.edu.tr.

Muhammad Aslam & Mohammed Alshumrani, King Abdulaziz Univ., Jeddah, Saudi Arabia, Email: magmuhammad@kau.edu.sa.

Luu Quoc Dat, Univ. of Economics and Business,





Maikel Leyva-Vazquez, Universidad de Guayaquil, Ecuador, Email: mleyvaz@gmail.com.  
 Tula Carola Sanchez Garcia, Facultad de Educacion de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Lima, Peru, Email: tula.sanchez1@unmsm.edu.pe.  
 Tatiana Andrea Castillo Jaimes, Universidad de Chile, Departamento de Industria, Doctorado en Sistemas de Ingenieria, Santiago de Chile, Chile, Email: tatiana.a.castillo@gmail.com.  
 Muhammad Akram, University of the Punjab, New Campus, Lahore, Pakistan, Email: m.akram@pucit.edu.pk.  
 Irfan Deli, Muallim Rifat Faculty of Education, Kilis 7 Aralik University, Turkey, Email: irfandeli@kilis.edu.tr.  
 Ridvan Sahin, Department of Mathematics, Faculty of Science, Ataturk University, Erzurum 25240, Turkey, Email: mat.ridone@gmail.com.  
 Ibrahim M. Hezam, Department of computer, Faculty of Education, Ibb University, Ibb City, Yemen, Email: ibrahizam.math@gmail.com.  
 Aiyared Iampan, Department of Mathematics, School of Science, University of Phayao, Phayao 56000, Thailand, Email: aiyared.ia@up.ac.th.  
 Ameirys Betancourt-Vázquez, 1 Instituto Superior Politécnico de Tecnologías e Ciências (ISPTEC), Luanda, Angola, Email: ameirysbv@gmail.com.  
 Karina Pérez-Teruel, Universidad Abierta para Adultos (UAPA), Santiago de los Caballeros, República Dominicana, Email: karinapt@gmail.com.  
 Neily's González Benítez, Centro Meteorológico Pinar del Río, Cuba, Email: neilys71@nauta.cu.  
 Jesus Estupinan Ricardo, Centro de Estudios para la Calidad Educativa y la Investigación Cinética, Toluca, Mexico, Email: jestupinan2728@gmail.com.  
 Victor Christianto, Malang Institute of Agriculture (IPM), Malang, Indonesia, Email: victorchristianto@gmail.com.  
 Wadei Al-Omeri, Department of Mathematics, Al-Balqa Applied University, Salt 19117, Jordan, Email: wadeialomeri@bau.edu.jo.  
 Ganeshsree Selvachandran, UCSI University, Jalan Menara Gading, Kuala Lumpur, Malaysia, Email: Ganeshsree@ucsiuniversity.edu.my.  
 Ilanthenral Kandasamy, School of Computer Science and Engineering (SCOPE), Vellore Institute of Technology (VIT), Vellore 632014, Tamil Nadu, India, Email: ilanthenral.k@vit.ac.in  
 G. Srinivasa Rao, Department of Statistics, The University of Dodoma, Dodoma, PO. Box: 259, Tanzania, Email: gaddesrao@gmail.com.

Kul Hur, Wonkwang University, Iksan, Jeollabukdo, South Korea, Email: kulhur@wonkwang.ac.kr.  
 Kemale Veliyeva & Sadi Bayramov, Department of Algebra and Geometry, Baku State University, 23 Z. Khalilov Str., AZ1148, Baku, Azerbaijan, Email: kemale2607@mail.ru, Email: baysadi@gmail.com.  
 Irma Makharadze & Tanel Khvedelidze, Ivane Javakhishvili Tbilisi State University, Faculty of Exact and Natural Sciences, Tbilisi, Georgia.  
 Inayatullah Rehman, College of Arts and Applied Sciences, Dhofar University Salalah, Oman, Email: irehman@du.edu.om.  
 Riad K. Al-Hamido, Math Department, College of Science, Al-Baath University, Homs, Syria, Email: riadhamido1983@hotmail.com.  
 Faruk Karaaslan, Çankırı Karatekin University, Çankırı, Turkey, Email: fkaraaslan@karatekin.edu.tr.  
 Morrisson Kaunda Mutuku, School of Business, Kenyatta University, Kenya Surapati Pramanik, Department of Mathematics, Nandalal Ghosh B T College, India, Email: drspramanik@isns.org.in.  
 Suriana Alias, Universiti Teknologi MARA (UiTM) Kelantan, Campus Machang, 18500 Machang, Kelantan, Malaysia, Email: suria588@kelantan.uitm.edu.my.  
 Arsham Borumand Saeid, Dept. of Pure Mathematics, Faculty of Mathematics and Computer, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran, Email: arsham@uk.ac.ir.  
 V.V. Starovoytov, The State Scientific Institution «The United Institute of Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus», Minsk, Belarus, Email: ValeryS@newman.bas-net.by.  
 E.E. Eldarova, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Nur-Sultan, Republic of Kazakhstan, Email: Doctorphd\_eldarova@mail.ru.  
 Mohammad Hamidi, Department of Mathematics, Payame Noor University (PNU), Tehran, Iran. Email: m.hamidi@pnu.ac.ir.  
 Lemnaouar Zedam, Department of Mathematics, Faculty of Mathematics and Informatics, University Mohamed Boudiaf, M'sila, Algeria, Email: l.zedam@gmail.com.  
 Vietnam National Univ., Hanoi, Vietnam, Email: datlq@vnu.edu.vn.



## Content

|  |    |
|--|----|
| A.A. Salama , K.F.Alhasan, H. A. Elagamy, Florentin Smarandache, <b>Neutrosophic Dynamic Set</b> .....   | 1  |
| Malath. F. Aswad, <b>n-Cyclic Refined Neutrosophic Vector Spaces and Matrices</b> .....  | 6  |
| Malath. F. Aswad , <b>A Study of n-Refined Neutrosophic Complex Numbers and Their Properties</b> .....   | 14 |
| ..... الروابط الإستيمولوجية المساعدة في ظهور المنطق النيوتروسوفي عند فلورنتن سمارنداكه, صالح بوزينة  | 23 |
| ..... دراسة في الفضاءات الخطية النيتروسوفيكية , ملاذ فريد الأسود   | 31 |
| ..... شجرة القرارات في البيئة النيتروسوفيكية , أحمد سلامة , مجدي بدران , أحمد شرف الدين, عصام أبو القاسم4<br>"دراسة حالة في ميناء قناة السويس" | 39 |
| Kachchouh Mustapha, <b>قوانين الفكر في المنطق النيوتروسوفي</b> .....   | 51 |



*Article***Neutrosophic Dynamic Set****A.A. Salama<sup>1</sup>, K.F. Alhasan<sup>2</sup>, H. A. Elagamy<sup>3</sup>, Florentin Smarandache<sup>4</sup>**<sup>1</sup> Dept. of Mathematics and Computer Science, Port Said University, Egypt. [drsalama44@gmail.com](mailto:drsalama44@gmail.com)<sup>2</sup> Dept. of Mathematics, University of Babylon, Iraq; [k.sultani@yahoo.com](mailto:k.sultani@yahoo.com). [pure.kawther.fa@uobabylon.edu.iq](mailto:pure.kawther.fa@uobabylon.edu.iq)<sup>3</sup> Dept. of Mathematics and Basic Sciences, Ministry of Higher Education, Higher Future Institute of Engineering and Technology in Mansour, Egypt; [hatemelagamy@yahoo.com](mailto:hatemelagamy@yahoo.com)<sup>4</sup> Dept. of Math and Sciences, University of New Mexico, Gallup, NM, USA; [smarand@unm.edu](mailto:smarand@unm.edu)\* Correspondence: [drsalama44@gmail.com](mailto:drsalama44@gmail.com)*Received:* June 2021; *Accepted:* July 2021

**Abstract:** In this paper, we introduced the concept of the dynamic set according to modern logic, is neutrosophic logic. We study the neutrosophic dynamic set according to time and random variable depended on dynamic set. Neutrosophic dynamic is a dynamic analysis of a sequence of data through of time. It used in many problems in life such as a mathematical statistic, philosophy, medicine, engineering. Some examples and notes are presented.

**Keywords:** Neutrosophic Dynamic Set, Neutrosophic, Crisp Set, Dynamic Set

---

**1. Introduction**

Usually, the neutrosophic set used in available to us information has some indeterminacy [1] and for this, its extensions have become widely applied in almost areas, such as decision-making [6,4], clustering analysis[2], image processing [5], etc. However, in some complex problems in real- life, data may be collected from a different time that needs dynamic decision making for such situations. The term ‘dynamic’ can be is a series of decisions required to reach a target or the condition that dependent taking of decision and the state of problems. In this paper, we consider dynamic Neutrosophic according to time. The time of the employees ‘arrival to their place of work, the follow-up of the students’ arrival at their universities Patient care, and record the development of all health changes within a specified time.

**Neutrosophic set [1]**

The part function (indeterminacy function) that Smarandache (1999) added to intuitionistic fuzzy sets and it is called Neutrosophic Sets. This theory is a robust generalization of the classic set theory, fuzzy set theory by Zadeh, 1965, intuitionistic fuzzy set theory by Atanassov, 1986. Neutrosophic sets present a new part called “indeterminacy” differently from other fuzzy sets, and this part makes meaning more information than other approaches (Wen & Cheng, 2013).[9]

A neutrosophic set contains three parameters (parts), which are: truthiness ( $T$ ), indeterminacy ( $I$ ), and falsity ( $F$ ). Truthiness and falsity correspond to membership ( $\mu$ ) and non-membership ( $\mu^-$ ) in intuitionistic fuzzy sets. Indeterminacy means that decision-makers assess for a decided indicating neutral idea [3].

### Concepts of Neutrosophic sets

#### 2. Neutrosophy set

Let  $A$  be a set in universal set  $U$ , represent  $A$  by  $\mu_A(x)$ , a truth membership function,  $\mu_A(x): X \rightarrow ]0, 1+[$ ,  $I_A(x)$ , an indeterminanced membership function,  $I_A(x): X \rightarrow ]0, 1+[$  and  $\mu_{\tilde{A}}(x)$  a falls membership function,  $\mu_{\tilde{A}}(x): X \rightarrow ]0, 1+[$ , all these functions are real standard or nonstandard subsets of  $]0, 1+[$ , where  $X$  is non empty set [1, 10].

Let  $\Omega$  is a neutrosophic sample space that contains some or all of the data that are indeterminacy for the neutrosophic experiment. Then we can define Neutrosophic random variable  $X$  is a function defined on  $\Omega$ .

This function may contain the undetermined in a domain or codomain of function, denoted by

$X: \Omega \rightarrow \text{any values (can be real or indeterminate values)}$ , that is, if  $u \in \Omega$  then  $X(u)$  is equal to me or real number.

#### 3. Dynamic Neutrosophic set

Let  $0 \neq T$ ,  $A$  is neutrosophic set, we will define  $A$  with respect to time  $t$ , such that  $t$  belong to  $T$ ,  $T > 0$  as follows:

$DA_t = \{\mu_A(t), I_A(t), \mu_{\tilde{A}}(t); t \in T\}$ , this  $DA_t$ , is called dynamic neutrosophic set according to time  $t$ .

In the field of technolog

The dynamic neutrosophic class can be defined as

Dynamic neutrosophic data sets are a way of narrowing the number of choices with three degrees a user can make on a form field. By narrowing a user's choices, they can enter data faster and more efficiently. You can also use dynamic neutrosophic data sets as a way of eliminating fields that are not necessary for specific situations.

Dynamic neutrosophic data sets are governed by a master element that dictates what some fields in the set will show and how others will behave. Data sets are considered "dynamic" because the values of the elements in the set change, depending on what the user chooses in the master element field. Dynamic data sets work with pull-down lists and radio buttons.

#### 4. Dynamic Neutrosophic random variable

Consider  $\Omega$  is neutrosophic sample space as  $T$ , such that  $T = (t_1, t_2, \dots, t_n)$ , where  $t_i$  is equal to interval or real number or set or indeterminacy.

Define the Neutrosophic random variable  $X$  with respect to  $t$ ,  $X(t)$ , such that  $X: \Omega \rightarrow ]0, 1+[$  or  $I$ .

### Some examples of dynamic Neutrosophic

#### Example 1:-

If the time to arrival students to university between [7:30 - 8:30], we can represent the interval of time according to time dynamically as follow:

Computed numbers of the students who arrive at this time [7:30 - 8:30] surly,

computed numbers of the students who not the arrival at this time [7:30 - 8:30] and

computed numbers of the students whose time arrivals are not determined at this time [7:30 - 8:30].

In other words, we can represent the students which arrival at this time [7:30 - 8:30] surly by  $X(t)$ ;

Represented the students who not the arrival at this time [7:30 - 8:30] by  $Y(t)$ ;

Represent of the students who time arrivals are not determined at [7:30 - 8:30] by  $Z(t)$ .

Now, if suppose the number of students who came through this time is 50%, the number of students who did not arrive at this time 30%, and the number of students who arrive not determined at [7:30 - 8:30] are 20%. Thus, we can study define dynamical of arrival students according to this time as:

$DA_t = \{X_A(t), Z_A(t), Y_A(t), ; t \in T\}, = \{50\%, 20\%, 30\%\}$  Such that  $A$  represent the arrival students.

#### Remark

In the above example, if to need to study according to  $t$  more precisely, where  $t = [7:30 - 8:30]$ , in this case using the exponential distribution for all cases, that is study  $X(t)$  by exponential distribution and for  $Y(t)$ , and  $Z(t)$ , too .

#### Example:-2

Assuming we have a set of people, we want to know whether they have had a virus COVID-19 test during a specific time for three months since we can identify people who have an infection or immunity to this virus.

In this case, we consider the set of people as follow:

Let  $A$  is the neutrosophic set, some of the peoples are tested denoted by  $X_A(t)$ , some peoples are not tested, denoted by  $Y_A(t)$  and other people are undefined who tested or not tested  $Z_A(t)$  (that is: error of test, unknown who test or not, data of their not identified).

Let  $DA_t = \{X_A(t), Z_A(t), Y_A(t), ; t \in T\}$  and  $T = [0 \text{ day} - 90 \text{ day}]$

Such that,  $X_A(t)$  represent the person who tests;

$Y_A(t)$  represent the person who not test;

$Z_A(t)$  represent the person who doesn't know about the test.

If,  $X_A(t) = 24\%$ ;

$Y_A(t) = 55\%$ ;

$Z_A(t) = 67\%$

Then  $DA_t = \{24\%, 55\%, 67\%\}$  and  $T = [0 \text{ day} - 90 \text{ day}]$

In some data, if suppose number the person who tests 30%, if suppose number the person who does not test 70%, if suppose number the person who does not know about test 60%. Then  $DA_t = \{ 30\%, 70\%, 60\% \}$  and  $T = [0 \text{ day} - 20 \text{ day}]$ .

### Example:-3

The following represent the neutrosophic dynamic data structure for Security A=ASL (NDS), B=KCR (NDS), C=PKI (NDS) and M=A∨B∨C

| No.Nodes | A=ASL(NDS)            | B=KCR(NDS)            | C=PKI(NDS)         | M=A∨B∨C             |
|----------|-----------------------|-----------------------|--------------------|---------------------|
| 25       | <0.026, 0.034, 0.94>  | <0.95, 0.93, 0.07>    | <0.15, 0.85, 0.15> | <0.95, 0.034, 0.15> |
| 50       | <0.021, 0.036, 0.943> | <0.021, 0.036, 0.943> | <0.2, 0.85, 0.15>  | <0.2, 0.036, 0.15>  |
| 75       | <0.025, 0.038, 0.937> | <0.95, 0.85, 0.15>    | <0.23, 0.85, 0.15> | <0.95, 0.038, 0.15> |
| 100      | <0.022, 0.038, 0.939> | <0.96, 0.92, 0.08>    | <0.26, 0.92, 0.08> | <0.96, 0.038, 0.08> |
| 125      | <0.015, 0.004, 0.981> | <0.96, 0.93, 0.07>    | <0.3, 0.93, 0.07>  | <0.96, 0.004, 0.07> |
| 150      | <0.017, 0.004, 0.979> | <0.96, 0.94, 0.06>    | <0.32, 0.94, 0.06> | <0.96, 0.004, 0.06> |
| 175      | <0.014, 0.004, 0.982> | <0.96, 0.94, 0.06>    | <0.36, 0.94, 0.06> | <0.95, 0.004, 0.06> |
| 200      | <0.023, 0.004, 0.973> | <0.96, 0.94, 0.06>    | <0.4, 0.94, 0.06>  | <0.96, 0.004, 0.06> |
| 225      | <0.02, 0.004, 0.976>  | <0.02, 0.004, 0.976>  | <0.44, 0.94, 0.06> | <0.44, 0.004, 0.06> |
| 250      | <0.015, 0.004, 0.981> | <0.96, 0.94, 0.06>    | <0.45, 0.94, 0.06> | <0.96, 0.004, 0.06> |

## 5. Discussion

Neutrosophic dynamic is an important technique of study the problem according to time in topology, choice, dynamical for some functions, and particularly in mathematical statistics. Neutrosophic dynamic is a dynamic analysis of a sequence of data according to time. Its employment in many problems in life such as a mathematical statistic, philosophy, medicine, and engineering.

In this paper, we defined this technique and it can use in the analysis of many problems by exponential distribution and distribution with the prior conjugate.

## 6. Conclusion and results

1. In this paper we were able to introduce a new concept of the neutrosophic technique is called a dynamic neutrosophic set, this concept is very important to applied in many phenomena in life .
2. The dynamic neutrosophic set is used in analysis dynamic according to time
3. Application to explain some problems in statistics, choice, topology.

## References

1. Salama A.A., Smarandache F, Neutrosophic Crisp Set Theory. Education Publishing, Columbus, 2015.
2. Salama A.A., Smarandache F., and Kroumov V. Neutrosophic Crisp Sets & Neutrosophic Crisp Topological Spaces. Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 2, pp. 25-30, 2014.
3. Alhasan, Kawther Hamza, F. Smarandache, "Neutrosophic Weibull distribution and Neutrosophic, Family Weibull Distribution", Neutrosophic Sets and Systems, vol. 28, pp. 191-199, 2019.
4. Salama, A, and Rafif, E. Neutrosophic Decision Making & Neutrosophic Decision Tree, university of Albaath, volume 4,2018.
5. Ozkan Bali, A Dynamic MCDM Approach Based on Simplified neutrosophic Sets for Green Supplier Selection, Journal of Management and Information Science, National Defence University, Institute of Defense Sciences, Ankara.
6. Gulfam, Muhammad and other, Application of Single-Valued neutrosophic Sets in Medical, journal of neutrosophic Sets and Systems Diagnosis, University of New Mexico.
7. Jun Ye, Correlation Coefficient between Dynamic Single Valued neutrosophic Multisets and Its Multiple Attribute Decision-Making Method, journal information, 2017.
8. Alhabib, R., Salama, A. A., The Neutrosophic Time Series-Study Its Models (Linear-Logarithmic) and test the Coefficients Significance of Its linear model. Neutrosophic Sets and Systems, 2020, Vol.33, pp.105-115.
9. Ximena Cangas Oña1 and others, neutrosophic Decision Map for critical success factors prioritization in a museum of religious Art, 2020.
10. Smarandache, F., " A Unifying Field in Logics: Neutrosophic Logic, Neutrosophy, Neutrosophic Set, Neutrosophic Probability", American Research Press. Rehoboth, 2003.

—

*Article***n-Cyclic Refined Neutrosophic Vector Spaces and Matrices**Malath. F. Aswad <sup>1,\*</sup><sup>1</sup> Faculty of science,, PhD,of mathematics,GaziAntep University, Turkey; [Malaz.aswad@yahoo.com](mailto:Malaz.aswad@yahoo.com)\* Correspondence: [Malaz.aswad@yahoo.com](mailto:Malaz.aswad@yahoo.com)*Received:* June 2021; *Accepted:* July 2021

**Abstract:** This paper is dedicated to study for the first time the concept of n-cyclic refined neutrosophic vector space as a direct application of n-cyclic refined neutrosophic sets. Also, It presents some elementary properties of these spaces such as homomorphisms and subspaces. On the other hand, this work defines n-cyclic refined neutrosophic real matrices, and illustrates some examples to clarify these structures.

**Keywords:** n-cyclic refined neutrosophic vector space, n-cyclic refined neutrosophic ring, n-cyclic refined neutrosophic matrix

**1. Introduction**

Neutrosophy is a new branch of philosophy which concerns with the indeterminacy in real life actions and sciences. The Neutrosophic is a new view of Modeling , designed to effectively deal underlying doubts in the real world, as it came to replace binary logic that recognized right and wrong by introducing a third neutral case which could be interpreted as non-specific or uncertain. Founded by Florentin Smarandache [6], he presented it in 1999 as a generalization of fuzzy logic. As an extension of this, A. A. Salama introduced the Neutrosophic crisp sets Theory as a generalization of crisp sets theory [53] and developed, inserted and formulated new concepts in the fields of mathematics, statistics, computer science and information systems through neutrosophics [53-56]. In the literature, neutrosophy has got many applications in pure mathematics areas such as space theory [1,2], module theory [4,5], matrix theory [31,32,42], and number theory [3,35]. Also, it plays an important role in applied mathematics such as equations [30], special elements [41], and topology [27,29]. n-cyclic refined neutrosophic sets were defined in [39], and used in the study of some related rings and modules. These sets are considered as a new kind of n-refined neutrosophic sets [12], with a similar structure and different operations. In this work, we define the concept of n-cyclic refined neutrosophic vector spaces and n-cyclic refined neutrosophic matrices. Also, we illustrate many examples to clarify the validity of these concepts, and we list some of related open questions.



## 2. n-Cyclic Refined neutrosophic vector space.

### Definition 2.1 [39]

Let  $(R, +, \times)$  be a ring and  $I_k; 1 \leq k \leq n$  be  $n$  indeterminacies. We define  $R_n(I) = \{a_0 + a_1 I_1 + a_2 I_2 + \dots + a_n I_n; a_i \in R\}$  to be n-cyclic refined neutrosophic ring.

Operations on  $R_n(I)$  are defined as:

$$\sum_{i=0}^n x_i I_i + \sum_{i=0}^n y_i I_i = \sum_{i=0}^n (x_i + y_i) I_i, \sum_{i=0}^n x_i I_i \times \sum_{i=0}^n y_i I_i = \sum_{i,j=0}^n (x_i \times y_j) I_i I_j = \sum_{i,j=0}^n (x_i \times y_j) I_{(i+j \bmod n)}$$

Where  $\times$  is the multiplication on the ring  $R$ , and  $x I_0 = x$ , for all  $x \in R$ .

### Definition 2.2 [39]

Let  $(K, +, \times)$  be a field, we say that  $K_n(I) = K + K I_1 + \dots + K I_n = \{a_0 + a_1 I_1 + a_2 I_2 + \dots + a_n I_n; a_i \in K\}$  is a n-cyclic refined neutrosophic field.

### Definition 2.3

Let  $(V, +, \times)$  be any vector space over a field  $K$ . Then we say that  $V_n(I) = V + V I_1 + \dots + V I_n = \{x_0 + x_1 I_1 + \dots + x_n I_n; x_i \in V\}$  is a weak n-cyclic refined neutrosophic vector space over the field  $K$ . Elements of  $V_n(I)$  are called n-cyclic refined neutrosophic vectors, elements of  $K$  are called scalars.

If we take scalars from the n-cyclic refined neutrosophic field  $K_n(I)$ , we say that  $V_n(I)$  is a strong n-cyclic refined neutrosophic vector space over the n-cyclic refined neutrosophic field  $K_n(I)$ . Elements of  $K_n(I)$  are called n-cyclic refined neutrosophic scalars.

**Remark 2.1.** Multiplication by an n-cyclic refined neutrosophic scalar  $m = \sum_{i=0}^n m_i I_i \in K_n(I)$  is defined as:

$$\left( \sum_{i=0}^n m_i I_i \right) \times \left( \sum_{i=0}^n a_i I_i \right) = \sum_{i,j=0}^n (m_i a_j) I_i I_j$$

Where  $a_i \in V$ ,  $m_i \in K$ ,  $I_i I_j = I_{(i+j \bmod n)}$ .

### Definition 2.5

Let  $V_n(I)$  be a weak n-cyclic refined neutrosophic vector space over the n-cyclic refined neutrosophic field  $K$ ; a nonempty  $W_n(I)$  is called a weak n-cyclic refined neutrosophic vector subspace of  $V_n(I)$  if  $W_n(I)$  is a subspace of  $V_n(I)$  itself.

### Definition 2.6

Let  $V_n(I)$  be a strong n-cyclic refined neutrosophic vector space over the n-cyclic refined neutrosophic field  $K_n(I)$ . A nonempty subset  $W_n(I)$  is called a strong n-cyclic refined neutrosophic vector submodule of  $V_n(I)$  if  $W_n(I)$  is a submodule of  $V_n(I)$  itself.

### Theorem 2.1

Let  $V_n(I)$  be a weak n-cyclic refined neutrosophic vector space over the n-cyclic refined neutrosophic field  $K$ ,  $W_n(I)$  be a nonempty subset of  $V_n(I)$ . Then  $W_n(I)$  is a weak n-cyclic refined neutrosophic subspace if and only if:

$$x + y \in W_n(I), m \times x \in W_n(I) \text{ for all } x, y \in W_n(I), m \in K.$$

proof:

it holds directly from the condition of subspace.

**Definition 2.7**

Let  $V_n(I)$  be a weak n-cyclic refined neutrosophic vector space over the field  $K$ ,  $x$  be an arbitrary element of  $V_n(I)$ , we say that  $x$  is a linear combination of  $\{x_1, x_2, \dots, x_m\} \subseteq V_n(I)$  if  $x = (a_1 \times x_1) + (a_2 \times x_2) + \dots + (a_m \times x_m)$ :  $a_i \in K(I), x_i \in V_n(I)$ .

**Definition 2.8**

Let  $V_n(I)$  be a strong n-cyclic refined neutrosophic vector space over the n-cyclic refined neutrosophic field  $K_n(I)$ ,  $x$  be an arbitrary element of  $V_n(I)$ , we say that  $x$  is a linear combination of  $\{x_1, x_2, \dots, x_m\} \subseteq V_n(I)$  if  $x = (a_1 \times x_1) + (a_2 \times x_2) + \dots + (a_m \times x_m)$ :  $a_i \in K_n(I), x_i \in V_n(I)$ .

**Definition 2.9**

Let  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$  be a subset of a weak n-cyclic refined neutrosophic vector space  $V_n(I)$  over the field  $K$ ,  $X$  is a weak linearly independent set if  $\sum_{i=1}^n a_i \times x_i = 0$  implies  $a_i = 0$ ;  $a_i \in K$ .

**Definition 2.10**

Let  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$  be a subset of a strong n-cyclic refined neutrosophic vector space  $V_n(I)$  over the n-cyclic refined neutrosophic field  $K_n(I)$ ,  $X$  is a weak linearly independent set if  $\sum_{i=1}^n a_i \times x_i = 0$  implies  $a_i = 0$ ;  $a_i \in K_n(I)$ .

**Definition 2.11**

Let  $V_n(I), W_n(I)$  be two strong n-cyclic refined neutrosophic vector space over the n-cyclic refined neutrosophic field  $K_n(I)$ , let  $f: V_n(I) \rightarrow U_n(I)$  be a well defined map. It is called a strong n-cyclic refined neutrosophic homomorphism if:

$$f((a \times x) + (b \times y)) = a \times f(x) + b \times f(y) \text{ for all } x, y \in V_n(I), a, b \in K_n(I).$$

A weak n-cyclic refined neutrosophic homomorphism can be defined as the same.

**Definition 2.12**

Let  $f: V_n(I) \rightarrow U_n(I)$  be a weak/strong n-cyclic refined neutrosophic homomorphism, we define:

$$(a) \text{ } Ker(f) = \{x \in V_n(I); f(x) = 0\}.$$

$$(b) \text{ } Im(f) = \{y \in U_n(I); \exists x \in V_n(I) \text{ and } y = f(x)\}.$$

**Theorem 2.2**

Let  $f: V_n(I) \rightarrow U_n(I)$  be a weak n-cyclic refined neutrosophic homomorphism. Then

$$(a) \text{ } Ker(f) \text{ is a weak n-cyclic refined neutrosophic subspace of } V_n(I).$$

$$(b) \text{ } Im(f) \text{ is a weak nn-cyclic refined neutrosophic subspace of } U_n(I).$$

Proof:

(a)  $f$  is a vector space homomorphism since  $V_n(I), U_n(I)$  are vector spaces, hence  $Ker(f)$  is a subspace of the vector space  $V_n(I)$ , thus  $Ker(f)$  is a weak n-cyclic refined neutrosophic subspace of  $V_n(I)$ .

(b) It hold by similar argument.

### Theorem 2.3

Let  $f: V_n(I) \rightarrow U_n(I)$  be a strong n-cyclic refined neutrosophic homomorphism. Then

(a)  $\text{Ker}(f)$  is a strong n- cyclic refined neutrosophic subspace of  $V_n(I)$ .

(b)  $\text{Im}(f)$  is a strong n- cyclic refined neutrosophic subspace of  $U_n(I)$ .

Proof:

(a)  $f$  is a module homomorphism since  $V_n(I), U_n(I)$  are modules over the n-cyclic refined neutrosophic field  $K_n(I)$ , hence  $\text{Ker}(f)$  is a submodule of the module  $V_n(I)$ , thus  $\text{Ker}(f)$  is a strong n- cyclic refined neutrosophic subspace of  $V_n(I)$ .

(b) Holds by similar argument.

### Definition 2.13 n-cyclic refined neutrosophic matrix

Let  $A_{m \times n} = \{(a_{ij}) : a_{ij} \in K_n(I)\}$ , where  $K_n(I)$  is a n-cyclic refined neutrosophic field. We call to be the n-cyclic refined neutrosophic matrix.

### Definition 2.14 n-cyclic refined neutrosophic square matrix

Let  $A_{m \times n}$  is a neutrosophic matrix. We call to be the n-cyclic refined neutrosophic square matrix if  $m = n$ .

### Example 2.1

Let  $n = 3$ , then

$$A = \begin{pmatrix} 1 + I_1 + 2I_2 - I_3 & 2 - I_1 - 2I_3 & -1 + I_1 + I_2 + I_3 \\ I_2 + I_3 & 3 + I_1 + 2I_2 & I_1 + I_2 + I_3 \\ 1 - I_1 - I_3 & 4 - I_1 + I_2 - I_3 & -2 - I_1 + 3I_2 - I_3 \end{pmatrix}$$

$A$  is a 3-cyclic refined neutrosophic square matrix.

$A$  can be written as:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix} I_1 + \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix} I_2 + \begin{pmatrix} -1 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix} I_3$$

### Example 2.2

Let  $n = 4$ , then

$$A = \begin{pmatrix} -I_1 + I_2 - I_4 & 1 + I_1 - I_3 + I_4 & 1 + 2I_1 + I_2 + I_3 - I_4 \\ 3 - I_2 + 2I_3 - 3I_4 & -2 + I_1 + I_2 + I_4 & 2 - I_1 - I_2 + I_3 \\ 1 - I_1 - I_3 - 2I_4 & 5 + 3I_1 - I_2 - I_3 + 2I_4 & I_1 - 3I_2 - I_3 + I_4 \end{pmatrix}$$

$A$  is a 4-cyclic refined neutrosophic square matrix.

$A$  can be written as

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 2 \\ 1 & 4 & -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix} I_1 + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & -3 \end{pmatrix} I_2 + \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix} I_3 + \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ -3 & 1 & 0 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix} I_4$$

**Example 2.3: Multiplication of n-cyclic refined neutrosophic square matrix**

Let  $A = A_0 + A_1 I_1 + A_2 I_2 + A_3 I_3$ ,  $B = B_0 + B_1 I_1 + B_2 I_2 + B_3 I_3$  are two 3-cyclic refined neutrosophic square matrixes, where

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} I_1 + \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} I_2 + \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} I_3, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} I_1 + \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} I_2 + \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} I_3$$

Then we have.

$$A \times B = A_0 B_0 + A_0 B_1 I_1 + A_0 B_2 I_2 + A_0 B_3 I_3 + A_1 B_0 I_1 + A_1 B_1 I_1 + A_1 B_2 I_1 I_2 + A_1 B_3 I_1 I_3 + A_2 B_0 I_2 + A_2 B_1 I_2 I_1 + A_2 B_2 I_2 I_2 + A_2 B_3 I_2 I_3 + A_3 B_0 I_3 + A_3 B_1 I_3 I_1 + A_3 B_2 I_3 I_2 + A_3 B_3 I_3 I_3$$

$$A \times B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} I_1 + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} I_2 + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} I_3 + \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} I_1 + \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} I_1 I_1 + \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} I_1 I_2 + \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} I_1 I_3 + \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} I_2 + \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} I_2 I_1 + \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} I_2 I_2 + \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} I_2 I_3 + \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} I_3 + \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} I_3 I_1 + \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} I_3 I_2 + \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} I_3 I_3$$

Now, we have in 3-cyclic refined neutrosophic ring

$$I_1 I_1 = I_1, I_2 I_1 = I_1 I_2 = I_3, I_1 I_3 = I_3 I_1 = I_1, I_2 I_2 = I_1, I_2 I_3 = I_3 I_2 = I_2, I_3 I_3 = I_3.$$

Thus.

$$A \times B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} I_1 + \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 7 & 2 \end{pmatrix} I_2 + \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} I_3 + \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} I_1 + \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 3 & -6 \end{pmatrix} I_1 + \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ 18 & 6 \end{pmatrix} I_3 + \begin{pmatrix} -3 & 5 \\ 8 & -4 \end{pmatrix} I_1 + \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} I_2 + \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -5 & 2 \end{pmatrix} I_3 + \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ -10 & -2 \end{pmatrix} I_1 + \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 0 \end{pmatrix} I_2 + \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 6 & -6 \end{pmatrix} I_3 + \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ -3 & -6 \end{pmatrix} I_1 + \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 12 & 6 \end{pmatrix} I_2 + \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 6 & -6 \end{pmatrix} I_3$$

$$A \times B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 12 & -1 \\ 3 & -15 \end{pmatrix} I_1 + \begin{pmatrix} 12 & 6 \\ 14 & 5 \end{pmatrix} I_2 + \begin{pmatrix} 11 & -4 \\ 28 & -5 \end{pmatrix} I_3$$

**Example 2.4: Addition on n-cyclic refined neutrosophic rings**

$$\text{Let } A = \begin{pmatrix} 2I_1 - I_2 + 3I_3 & 1 + I_1 + 2I_2 \\ -3 - 2I_1 + 4I_2 + I_3 & I_1 + I_3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} I_2 - 2I_3 & -2 + I_1 + I_2 + I_3 \\ 1 + I_1 - I_3 & 1 - I_1 - 4I_2 + I_3 \end{pmatrix}$$

Hence,

$$A + B = \begin{pmatrix} 2I_1 - I_2 + 3I_3 & 1 + I_1 + 2I_2 \\ -3 - 2I_1 + 4I_2 + I_3 & I_1 + I_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} I_2 - 2I_3 & -2 + I_1 + I_2 + I_3 \\ 1 + I_1 - I_3 & 1 - I_1 - 4I_2 + I_3 \end{pmatrix}$$

$$A + B = \begin{pmatrix} 2I_1 + 3I_3 & -1 + 2I_1 + 3I_2 + I_3 \\ -2 - I_1 + 4I_2 & 1 - 4I_2 + 2I_3 \end{pmatrix}.$$

## 5. Conclusions

In this paper, we have defined for the first time the concept of  $n$ -cyclic refined neutrosophic vector space, and  $n$ -cyclic refined neutrosophic real matrices. Also, we have presented some of their elementary properties and illustrated many examples to clarify the validity of our work.

**Funding:** "This research received no external funding"

**Conflicts of Interest:** Authors declare that there is no conflict of interest.

## References

- [1] Abobala, M., "AH-Subspaces in Neutrosophic Vector Spaces", International Journal of Neutrosophic Science, Vol. 6 , pp. 80-86. 2020.
- [2] Abobala, M., "A Study of AH-Substructures in  $n$ -Refined Neutrosophic Vector Spaces", International Journal of Neutrosophic Science", Vol. 9, pp.74-85. 2020.
- [3] Sankari, H., and Abobala, M., "Neutrosophic Linear Diophantine Equations With two Variables", Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 38, pp. 22-30, 2020.
- [4] Sankari, H., and Abobala, M."  $n$ -Refined Neutrosophic Modules", Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 36, pp. 1-11. 2020.
- [5] Alhamido, R., and Abobala, M., "AH-Substructures in Neutrosophic Modules", International Journal of Neutrosophic Science, Vol. 7, pp. 79-86 . 2020.
- [6] Smarandache, F., " A Unifying Field in Logics: Neutrosophic Logic, Neutrosophy, Neutrosophic Set, Neutrosophic Probability", American Research Press. Rehoboth, 2003.
- [7]Suresh, R., and S. Palaniammal., "Neutrosophic Weakly Generalized open and Closed Sets", Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 33, pp. 67-77,. 2020.
- [8]Olgun, N., and Hatip, A., "The Effect Of The Neutrosophic Logic On The Decision Making, in Quadruple Neutrosophic Theory And Applications", Belgium, EU, Pons Editions Brussels,pp. 238-253. 2020.
- [9] Hatip, A., Alhamido, R., and Abobala, M., "A Contribution to Neutrosophic Groups", International Journal of Neutrosophic Science", Vol. 0, pp. 67-76 . 2019.
- [10] Abobala, M., "  $n$ -Refined Neutrosophic Groups I", International Journal of Neutrosophic Science, Vol. 0, pp. 27-34. 2020.
- [11]Abobala, M., "Classical Homomorphisms Between  $n$ -refined Neutrosophic Rings", International Journal of Neutrosophic Science", Vol. 7, pp. 74-78. 2020.
- [12] Smarandache, F., and Abobala, M.,  $n$ -Refined neutrosophic Rings, International Journal of Neutrosophic Science, Vol. 5 , pp. 83-90, 2020.
- [13] Abobala, M., On Some Special Substructures of Neutrosophic Rings and Their Properties, International Journal of Neutrosophic Science", Vol. 4 , pp. 72-81, 2020.
- [14] Abobala, M., "On Some Special Substructures of Refined Neutrosophic Rings", International Journal of Neutrosophic Science, Vol. 5, pp. 59-66. 2020.
- [15] Sankari, H., and Abobala, M., " AH-Homomorphisms In neutrosophic Rings and Refined Neutrosophic Rings", Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 38, pp. 101-112, 2020.
- [16] Smarandache, F., and Kandasamy, V.W.B., " Finite Neutrosophic Complex Numbers",.Source: arXiv. 2011.

- [17] Agboola, A.A.A., Akwu, A.D., and Oyebo, Y.T., " Neutrosophic Groups and Subgroups", International J .Math. Combin, Vol. 3, pp. 1-9. 2012.
- [18] Smarandache, F., "  $n$ -Valued Refined Neutrosophic Logic and Its Applications in Physics", Progress in Physics, 143-146, Vol. 4, 2013.
- [19] Adeleke, E.O., Agboola, A.A.A., and Smarandache, F., "Refined Neutrosophic Rings I", International Journal of Neutrosophic Science, Vol. 2(2), pp. 77-81. 2020.
- [20] Hatip, A., and Abobala, M., "AH-Substructures In Strong Refined Neutrosophic Modules", International Journal of Neutrosophic Science, Vol. 9, pp. 110-116 . 2020.
- [21] Smarandache F., and Abobala, M., "  $n$ -Refined Neutrosophic Vector Spaces", International Journal of Neutrosophic Science, Vol. 7, pp. 47-54. 2020.
- [22] Sankari, H., and Abobala, M., "Solving Three Conjectures About Neutrosophic Quadruple Vector Spaces", Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 38, pp. 70-77. 2020.
- [23] Adeleke, E.O., Agboola, A.A.A., and Smarandache, F., "Refined Neutrosophic Rings II", International Journal of Neutrosophic Science, Vol. 2(2), pp. 89-94. 2020.
- [24] Abobala, M., On Refined Neutrosophic Matrices and Their Applications In Refined Neutrosophic Algebraic Equations, Journal Of Mathematics, Hindawi, 2021
- [25] Abobala, M., A Study of Maximal and Minimal Ideals of  $n$ -Refined Neutrosophic Rings, Journal of Fuzzy Extension and Applications, Vol. 2, pp. 16-22, 2021.
- [26] Abobala, M., " Semi Homomorphisms and Algebraic Relations Between Strong Refined Neutrosophic Modules and Strong Neutrosophic Modules", Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 39, 2021.
- [27] Giorgio, N, Mehmood, A., and Broumi, S., " Single Valued neutrosophic Filter", International Journal of Neutrosophic Science, Vol. 6, 2020.
- [28] Chellamani, P., and Ajay, D., "Pythagorean neutrosophic Fuzzy Graphs", International Journal of Neutrosophic Science, Vol. 11, 2021.
- [29] Milles, S, Barakat, M, and Latrech, A., " Completeness and Compactness In Standard Single Valued neutrosophic Metric Spaces", International Journal of Neutrosophic Science, Vol.12 , 2021.
- [30] Abobala, M., "On Some Neutrosophic Algebraic Equations", Journal of New Theory, Vol. 33, 2020.
- [31] Abobala, M., On The Representation of Neutrosophic Matrices by Neutrosophic Linear Transformations, Journal of Mathematics, Hindawi, 2021.
- [32] Abobala, M., "On Some Algebraic Properties of  $n$ -Refined Neutrosophic Elements and  $n$ -Refined Neutrosophic Linear Equations", Mathematical Problems in Engineering, Hindawi, 2021
- [33] Kandasamy V, Smarandache F., and Kandasamy I., Special Fuzzy Matrices for Social Scientists . Printed in the United States of America, 2007, book, 99 pages.
- [34] Khaled, H., and Younus, A., and Mohammad, A., " The Rectangle Neutrosophic Fuzzy Matrices", Faculty of Education Journal Vol. 15, 2019. (Arabic version).
- [35] Abobala, M., Partial Foundation of Neutrosophic Number Theory, Neutrosophic Sets and Systems, Vol.39, 2021.
- [36] F. Smarandache, *Neutrosophic Theory and Applications*, Le Quy Don Technical University, Faculty of Information technology, Hanoi, Vietnam, 17<sup>th</sup> May 2016.



- [37] Ibrahim, M.A., Agboola, A.A.A, Badmus, B.S. and Akinleye, S.A., "On refined Neutrosophic Vector Spaces I", International Journal of Neutrosophic Science, Vol. 7, pp. 97-109. 2020.
- [38] Ibrahim, M.A., Agboola, A.A.A, Badmus, B.S., and Akinleye, S.A., "On refined Neutrosophic Vector Spaces II", International Journal of Neutrosophic Science, Vol. 9, pp. 22-36. 2020.
- [39] Abobala, M, " $n$ -Cyclic Refined Neutrosophic Algebraic Systems Of Sub-Indeterminacies, An Application To Rings and Modules", International Journal of Neutrosophic Science, Vol. 12, pp. 81-95 . 2020.
- [40] Smarandache, F., "Neutrosophic Set a Generalization of the Intuitionistic Fuzzy Sets", Inter. J. Pure Appl. Math., pp. 287-297. 2005.
- [41] Abobala, M., "On Some Special Elements In Neutrosophic Rings and Refined Neutrosophic Rings", Journal of New Theory, vol. 33, 2020.
- [42] Abobala, M., Hatip, A., Olgun, N., Broumi, S., Salama, A.A., and Khaled, E, H., The algebraic creativity In The Neutrosophic Square Matrices, Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 40, pp. 1-11, 2021.
- [43] Aswad, F, M., "A Study of Neutrosophic Complex Number and Applications", Neutrosophic Knowledge, Vol. 1, 2020.
- [44] Aswad. F, M., "A Study of neutrosophic Bi Matrix", Neutrosophic Knowledge, Vol. 2, 2021.
- [45] Abobala, M., "Neutrosophic Real Inner Product Spaces", Neutrosophic Sets and Systems, vol. 43, 2021.
- [46] Aswad, M., "A Study of The Integration Of Neutrosophic Thick Function", International journal of neutrosophic Science, 2020.
- [47] Abobala, M., "A Study of Nil Ideals and Kothe's Conjecture In Neutrosophic Rings", International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences, hindawi, 2021.
- [48] Ali, R, "Neutrosophic Matrices and their Properties", Hal- Archives, 2021.
- [49] Abobala, M., and Hatip, A., "An Algebraic Approach to Neutrosophic Euclidean Geometry", Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 43, 2021.
- [50] Aswad, M., " A Study Of neutrosophic Differential Equation By using A Neutrosophic Thick Function", neutrosophic knowledge, Vol. 1, 2020.
- [51] Abobala, M., "A Review on Recent Developments of Neutrosophic Matrix Theory and Open Problems", hal- Archives, 2021.
- [52] Abobala, M., " $n$ - Refined Neutrosophic Groups II", International Journal of Neutrosophic Science, Vol. 0, 2019.
- [53] Salama, A. A., Smarandache, F. Neutrosophic Crisp Set Theory, Educational. Education Publishing 1313 Chesapeake, Avenue, Columbus, Ohio 43212, 2015, pp.184
- [54] Salama, A. A., Haitham, A., Ayman, M., Smarandache, F. Introduction to Develop Some Software Programs for Dealing with Neutrosophic Sets, Neutrosophic Sets and Systems, 2014, vol. 3, pp.51-52.
- [55] Salama, A. A., Eisa, M., ElGhawalby, H., & Fawzy, A. E. A New Approach in Content-Based Image Retrieval Neutrosophic Domain. In Fuzzy Multi-criteria Decision-Making Using Neutrosophic Sets. Springer, Cham, 2019, pp. 361-369
- [56] Alhabib, R., Salama, A. A., The Neutrosophic Time Series-Study Its Models (Linear-Logarithmic) and test the Coefficients Significance of Its linear model. Neutrosophic Sets and Systems, 2020, Vol.33, pp.105-115.

*Article*

# A Study of n-Refined Neutrosophic Complex Numbers and Their Properties

Malath. F. Aswad .\*

Faculty of science,, PhD,of mathematics,GaziAntep University, Turkey; [Malaz.aswad@yahoo.com](mailto:Malaz.aswad@yahoo.com)

\* Correspondence: [Malaz.aswad@yahoo.com](mailto:Malaz.aswad@yahoo.com)

*Received:* June 2021; *Accepted:* July 2021

**Abstract:** This paper is dedicated to define for the first time the concept of complex n-refined neutrosophic number as a direct application of n-refined neutrosophic sets and as a new generalization of neutrosophic complex numbers. Also, it presents some of their elementary properties such as, conjugates, absolute values, invertibility, and algebraic operations.

**Keywords:** Refined neutrosophic complex number, refined neutrosophic real number, invertible number

## 1. Introduction

Neutrosophy is a new branch of philosophy founded by Smarandache [6,36], to study the indeterminacy in the real world problems. It has a huge effect in many areas such as topology [7,27,29], equations [3,30], decision making [8], abstract algebra [25,26,39,41], and number theory [35]. As an extension of these concepts, Salama introduced the Neutrosophic crisp sets Theory as a generalization of crisp sets theory [53] and developed, inserted and formulated new concepts in the fields of mathematics, statistics, computer science and information systems through neutrosophics [54-59]. Neutrosophic algebraic studies began with the definitions of neutrosophic groups [9,17], and rings [13]. The neutrosophic rings and their generalizations such as refined neutrosophic rings [19], and n-refined neutrosophic rings [11,12], were very useful in the study of neutrosophic algebraic structures. Neutrosophic algebraic structures were defined basing on neutrosophic rings and fields, where we find many concepts from classical algebra were generalized into neutrosophic algebraic systems such as neutrosophic matrices over neutrosophic fields [1,42], refined neutrosophic matrices over refined neutrosophic fields [24], n-refined neutrosophic spaces over n-refined neutrosophic fields [21,32], linear modules and ideals [4,5,20,22]. Neutrosophic complex numbers were firstly studied in [43]. Recently, many of their properties were discussed in [44], especially their invertibility, absolute values, and complex functions. Also, they were generalized into refined neutrosophic complex numbers in [46].

Through this paper, we study n-refined neutrosophic complex numbers for the first time. On the other hand, we study many related properties of these numbers such as the invertibles, conjugates, and absolute values.

## 2. Neutrosophic complex number

### Definition 2.1. Neutrosophic Real Number:

Suppose that  $w$  is a neutrosophic number, then it takes the following standard form:  $w = a + bI$  where  $a, b$  are real coefficients, and  $I$  represents the indeterminacy, where  $0.I = 0$  and  $I^n = I$  for all positive integers  $n$ . For example:

$$w = 1 + 2I, w = 3 = 3 + 0I.$$

### Definition 2.2. Neutrosophic Complex Number:

Suppose that  $z$  is a neutrosophic complex number, then it takes the following standard form:  $z = a + bI + i(c + dI)$  where  $a, b, c, d$  are real coefficients, and  $I$  is the indeterminacy element, where  $i^2 = -1$  i.e.  $i = \sqrt{-1}$ .

We recall  $a + bI$  the real part, then it takes the following standard form  $Re(z) = a + bI$ .

We recall  $c + dI$  the imaginary part, then it takes the following standard form  $Im(z) = c + dI$ .

For example:

$$z = 4 + I + i(2 + 2I)$$

Note: we can say that any real number can be considered a neutrosophic number.

For example:  $z = 3 = 3 + 0.I + i(0 + 0.I)$

### Definition 2.3. Division of neutrosophic real numbers:

Suppose that  $w_1, w_2$  are two neutrosophic number, where

$$w_1 = a_1 + b_1I, w_2 = a_2 + b_2I$$

Then:

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{a_1 + b_1I}{a_2 + b_2I} = \frac{a_1}{a_2} + \frac{a_2b_1 - a_1b_2}{a_2(a_2 + b_2)}I$$

## 3. n-Refined neutrosophic complex numbers.

### Definition 3.1.

We define a n- refine neutrosophic complex number by the following form:

$z = (a_0 + a_1I_1 + a_2I_2 + \dots + a_nI_n) + i(b_0 + b_1I_1 + b_2I_2 + \dots + b_nI_n)$  , where  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n, b_0, b_1, b_2, \dots, b_n$  are real coefficients. For example:

$$z = (-1 + I_1 + 2I_2 - I_3) + i(1 - 2I_1 - I_2 + 2I_3)$$

We recall  $a_0 + a_1I_1 + a_2I_2 + \dots + a_nI_n$  the real part, then it takes the following standard form  $Re(z) = a_0 + a_1I_1 + a_2I_2 + \dots + a_nI_n$ . We recall  $b_0 + b_1I_1 + b_2I_2 + \dots + b_nI_n$  the imaginary part, then it takes the following standard form  $Im(z) = b_0 + b_1I_1 + b_2I_2 + \dots + b_nI_n$ .

**Remark 3.1.** An n-refined neutrosophic complex number can be defined as follows:

$z = a + bI_1 + cI_2 + \dots + fI_n$ , where  $a, b, c, \dots, f$  are complex number. For example:

$$z = (-1 + i) + iI_1 + (3 - 2i)I_2 - 2iI_3.$$

### Remark 3.2.

$$I_n \cdot I_n = I_n, I_i \cdot I_j = I_{\min(i,j)}.$$

**Definition 3.2.** The conjugate of a n-refined neutrosophic complex number:

Let  $z = (a_o + a_1I_1 + a_2I_2 + \dots + a_nI_n) + i(b_o + b_1I_1 + b_2I_2 + \dots + b_nI_n)$  a refined neutrosophic complex number. We denote the conjugate of a refined neutrosophic complex number by  $\bar{z}$  and define it by the following form:

$$\bar{z} = (a_o + a_1I_1 + a_2I_2 + \dots + a_nI_n) - i(b_o + b_1I_1 + b_2I_2 + \dots + b_nI_n)$$

For example:

$$z = (-1 - I_1 + I_2 + 4I_3) + i(2 + I_1 + I_2 - I_3), \text{ Then } \bar{z} = (-1 - I_1 + I_2 + 4I_3) - i(2 + I_1 + I_2 - I_3).$$

**Definition 3.3.** The absolute value of an n-refined neutrosophic complex number:

Suppose that  $z = (a_o + a_1I_1 + a_2I_2 + \dots + a_nI_n) + i(b_o + b_1I_1 + b_2I_2 + \dots + b_nI_n)$  is a refined neutrosophic complex number. The absolute value of a  $z$  can be defined by the following form:

$$|z| = \sqrt{(a_o + a_1I_1 + a_2I_2 + \dots + a_nI_n)^2 + (b_o + b_1I_1 + b_2I_2 + \dots + b_nI_n)^2}$$

**Remark 3.3.**

$$(1). \overline{(\bar{z})} = z.$$

Proof: Let  $z = (a_o + a_1I_1 + a_2I_2 + \dots + a_nI_n) + i(b_o + b_1I_1 + b_2I_2 + \dots + b_nI_n)$ , then

$$\bar{z} = (a_o + a_1I_1 + a_2I_2 + \dots + a_nI_n) - i(b_o + b_1I_1 + b_2I_2 + \dots + b_nI_n).$$

Now.

$$\begin{aligned} \overline{(\bar{z})} &= \overline{(a_o + a_1I_1 + a_2I_2 + \dots + a_nI_n) - i(b_o + b_1I_1 + b_2I_2 + \dots + b_nI_n)} \\ &= (a_o + a_1I_1 + a_2I_2 + \dots + a_nI_n) + i(b_o + b_1I_1 + b_2I_2 + \dots + b_nI_n) = z \end{aligned}$$

$$(2). z + \bar{z} = 2Re(z)$$

Proof: Let  $z = (a_o + a_1I_1 + a_2I_2 + \dots + a_nI_n) + i(b_o + b_1I_1 + b_2I_2 + \dots + b_nI_n)$ , then

$$\bar{z} = (a_o + a_1I_1 + a_2I_2 + \dots + a_nI_n) - i(b_o + b_1I_1 + b_2I_2 + \dots + b_nI_n).$$

Now.

$$\begin{aligned} z + \bar{z} &= (a_o + a_1I_1 + a_2I_2 + \dots + a_nI_n) + i(b_o + b_1I_1 + b_2I_2 + \dots + b_nI_n) \\ &\quad + (a_o + a_1I_1 + a_2I_2 + \dots + a_nI_n) - i(b_o + b_1I_1 + b_2I_2 + \dots + b_nI_n) \end{aligned}$$

$$z + \bar{z} = 2[(a_o + a_1I_1 + a_2I_2 + \dots + a_nI_n)] = 2Re(z)$$

$$(3). z - \bar{z} = 2Im(z)$$

Proof: Let  $z = (a_o + a_1I_1 + a_2I_2 + \dots + a_nI_n) + i(b_o + b_1I_1 + b_2I_2 + \dots + b_nI_n)$ , then

$$\bar{z} = (a_o + a_1I_1 + a_2I_2 + \dots + a_nI_n) - i(b_o + b_1I_1 + b_2I_2 + \dots + b_nI_n).$$

Now.

$$\begin{aligned} z - \bar{z} &= (a_o + a_1I_1 + a_2I_2 + \dots + a_nI_n) + i(b_o + b_1I_1 + b_2I_2 + \dots + b_nI_n) \\ &\quad - [(a_o + a_1I_1 + a_2I_2 + \dots + a_nI_n) - i(b_o + b_1I_1 + b_2I_2 + \dots + b_nI_n)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z - \bar{z} &= (a_o + a_1I_1 + a_2I_2 + \dots + a_nI_n) + i(b_o + b_1I_1 + b_2I_2 + \dots + b_nI_n) \\ &\quad - (a_o + a_1I_1 + a_2I_2 + \dots + a_nI_n) + i(b_o + b_1I_1 + b_2I_2 + \dots + b_nI_n) \end{aligned}$$

$$z - \bar{z} = 2i(b_0 + b_1I_1 + b_2I_2 + \cdots + b_nI_n) = 2Im(z)$$

$$(4). \overline{z_1 + z_2} = \bar{z}_1 + \bar{z}_2$$

Proof:

$$\text{Let } z_1 = (a_0 + a_1I_1 + a_2I_2 + \cdots + a_nI_n) + i(b_0 + b_1I_1 + b_2I_2 + \cdots + b_nI_n),$$

$$z_2 = (c_0 + c_1I_1 + c_2I_2 + \cdots + c_nI_n) + i(d_0 + d_1I_1 + d_2I_2 + \cdots + d_nI_n).$$

Now.

$$z_1 + z_2 = [(a_0 + c_0) + (a_1 + c_1)I_1 + (a_2 + c_2)I_2 + \cdots + (a_n + c_n)I_n] \\ + i[(b_0 + d_0) + (b_1 + d_1)I_1 + (b_2 + d_2)I_2 + \cdots + (b_n + d_n)I_n]$$

Then.

$$\overline{z_1 + z_2} = [(a_0 + c_0) + (a_1 + c_1)I_1 + (a_2 + c_2)I_2 + \cdots + (a_n + c_n)I_n] \\ - i[(b_0 + d_0) + (b_1 + d_1)I_1 + (b_2 + d_2)I_2 + \cdots + (b_n + d_n)I_n]$$

$$\overline{z_1 + z_2} = [(a_0 + a_1I_1 + a_2I_2 + \cdots + a_nI_n) - i(b_0 + b_1I_1 + b_2I_2 + \cdots + b_nI_n)] \\ + [(c_0 + c_1I_1 + c_2I_2 + \cdots + c_nI_n) - i(d_0 + d_1I_1 + d_2I_2 + \cdots + d_nI_n)] = \bar{z}_1 + \bar{z}_2$$

**Definition 3.4.** The multiplication of two n-refined neutrosophicreal numbers:

Let  $w_1 = a_0 + a_1I_1 + a_2I_2 + \cdots + a_nI_n, w_2 = b_0 + b_1I_1 + b_2I_2 + \cdots + b_nI_n$  are two n-refined neutrosophic real number, and we put:

$$N_0 = a_0, N_j = a_0 + a_j + a_{j+1} + \cdots + a_n ; 1 \leq j \leq n$$

$$M_0 = b_0, M_j = b_0 + b_1I_1 + b_2I_2 + \cdots + b_nI_n ; 1 \leq j \leq n$$

Then a product  $w_1 \cdot w_2$  is defined by form:

$$w_1 \cdot w_2 = N_0M_0 + \sum_{i=1}^n [N_iM_i - N_{i+1}M_{i+1}]I_i + [N_nM_n - N_0M_0]I_n$$

**Definition 3.5.** The multiplication of two n-refined neutrosophic complex numbers:

$$\text{Let } z_1 = (a_0 + a_1I_1 + a_2I_2 + \cdots + a_nI_n) + i(b_0 + b_1I_1 + b_2I_2 + \cdots + b_nI_n),$$

$$z_2 = (c_0 + c_1I_1 + c_2I_2 + \cdots + c_nI_n) + i(d_0 + d_1I_1 + d_2I_2 + \cdots + d_nI_n).$$

A product  $z_1 \cdot z_2$  is defined by form:

$$z_1 \cdot z_2 = [(a_0 + a_1I_1 + a_2I_2 + \cdots + a_nI_n) \\ + i(b_0 + b_1I_1 + b_2I_2 + \cdots + b_nI_n)][(c_0 + c_1I_1 + c_2I_2 + \cdots + c_nI_n) \\ + i(d_0 + d_1I_1 + d_2I_2 + \cdots + d_nI_n)]$$

$$z_1 \cdot z_2 = (a_0 + a_1I_1 + a_2I_2 + \cdots + a_nI_n)(c_0 + c_1I_1 + c_2I_2 + \cdots + c_nI_n) \\ - (b_0 + b_1I_1 + b_2I_2 + \cdots + b_nI_n)(d_0 + d_1I_1 + d_2I_2 + \cdots + d_nI_n) \\ + i[(a_0 + a_1I_1 + a_2I_2 + \cdots + a_nI_n)(d_0 + d_1I_1 + d_2I_2 + \cdots + d_nI_n) \\ + (c_0 + c_1I_1 + c_2I_2 + \cdots + c_nI_n)(b_0 + b_1I_1 + b_2I_2 + \cdots + b_nI_n)]$$

By using Definition 3.4, we get the product  $Z_1 \cdot Z_2$ .

**Remark3.1.**

$$(1). \overline{Z_1 \cdot Z_2} = \overline{Z_1} \cdot \overline{Z_2}$$

$$(1). z \cdot \bar{z} = |z|^2.$$

**Definition 3.6.** Let  $w = a_0 + a_1 I_1 + a_2 I_2 + \dots + a_n I_n$  be a  $n$ -refined neutrosophic real number, then the invertible of  $w$  defined as follows:

$$w^{-1} = \frac{1}{w} = \frac{1}{a_0 + a_1 I_1 + a_2 I_2 + \dots + a_n I_n} = (a_0 + a_1 I_1 + a_2 I_2 + \dots + a_n I_n)^{-1}$$

$\frac{1}{w} = (a_0)^{-1} + \sum_{i=1}^n [M_i - M_{i+1}]^{-1} I_i + [(M_n)^{-1} - (M_0)^{-1}] I_n$ , where:

$$M_0 = a_0, M_j = a_0 + a_1 I_1 + a_2 I_2 + \dots + a_n I_n ; 1 \leq j \leq n$$

**Definition 3.7.** The invertible a  $n$ -refined neutrosophic complex number.

Let  $z = (a_0 + a_1 I_1 + a_2 I_2 + \dots + a_n I_n) + i(b_0 + b_1 I_1 + b_2 I_2 + \dots + b_n I_n)$ , then the invertible of  $z$  defined as follows:

$$z^{-1} = \frac{1}{z} = \frac{1}{(a_0 + a_1 I_1 + a_2 I_2 + \dots + a_n I_n) + i(b_0 + b_1 I_1 + b_2 I_2 + \dots + b_n I_n)} = \frac{\bar{z}}{z \cdot \bar{z}} = \frac{\bar{z}}{|z|^2}$$

**Example3.1.** Let  $z = (1 + I_1 - I_2 + 2I_3) + i(2 + 2I_1 - I_2 - I_3)$ ,  $\bar{z} = (1 + I_1 - I_2 + 2I_3) - i(2 + 2I_1 - I_2 - I_3)$ .

then.

$$z^{-1} = \frac{\bar{z}}{|z|^2} = \frac{(1 + I_1 - I_2 + 2I_3) - i(2 + 2I_1 - I_2 - I_3)}{(1 + I_1 - I_2 + 2I_3)^2 + (2 + 2I_1 - I_2 - I_3)^2} = \frac{(1 + I_1 - I_2 + 2I_3) - i(2 + 2I_1 - I_2 - I_3)}{5 + 9I_1 + 2I_2 + 7I_3}$$

$$z^{-1} = [(1 + I_1 - I_2 + 2I_3) - i(2 + 2I_1 - I_2 - I_3)](5 + 9I_1 + 2I_2 + 7I_3)^{-1}$$

$$z^{-1} = (1 + I_1 - I_2 + 2I_3)(5 + 9I_1 + 2I_2 + 7I_3)^{-1} - i(2 + 2I_1 - I_2 - I_3)(5 + 9I_1 + 2I_2 + 7I_3)^{-1}$$

$$z^{-1} = (1 + I_1 - I_2 + 2I_3) \left( \frac{1}{5} + \frac{1}{5} I_1 + \frac{1}{6} I_2 + \frac{1}{7} I_3 \right) - i(2 + 2I_1 - I_2 - I_3) \left( \frac{1}{5} + \frac{1}{5} I_1 + \frac{1}{6} I_2 + \frac{1}{7} I_3 \right)$$

By using the Definition 3.4 we get:

$$(1 + I_1 - I_2 + 2I_3) \left( \frac{1}{5} + \frac{1}{5} I_1 + \frac{1}{6} I_2 + \frac{1}{7} I_3 \right) = \frac{1}{5} + \frac{55}{42} I_1 - \frac{44}{210} I_2 + \frac{29}{35} I_3$$

$$(2 + 2I_1 - I_2 - I_3) \left( \frac{1}{5} + \frac{1}{5} I_1 + \frac{1}{6} I_2 + \frac{1}{7} I_3 \right) = \frac{2}{5} + \frac{298}{5} I_1 - \frac{12}{35} I_2 - \frac{2}{35} I_3$$

Hence,

$$z^{-1} = \left( \frac{1}{5} + \frac{55}{42} I_1 - \frac{44}{210} I_2 + \frac{29}{35} I_3 \right) - i \left( \frac{2}{5} + \frac{298}{5} I_1 - \frac{12}{35} I_2 - \frac{2}{35} I_3 \right).$$

The condition of invertibility can be found in [41].



## 5. Conclusions

In this paper, we have defined for the first time the concept of  $n$ -refined neutrosophic complex numbers. Also, we have discussed some of their elementary properties such as the conjugate, the multiplication, absolute values and other related topics.

As a future research direction, we aim to study the natural generalization of those numbers by  $n$ -cyclic refined neutrosophic complex numbers.

**Funding:** "This research received no external funding"

**Conflicts of Interest:** Authors declare that there is no conflict of interest.

## References

- [1] Abobala, M., "AH-Subspaces in Neutrosophic Vector Spaces", International Journal of Neutrosophic Science, Vol. 6 , pp. 80-86. 2020.
- [2] Abobala, M., "A Study of AH-Substructures in  $n$ -Refined Neutrosophic Vector Spaces", International Journal of Neutrosophic Science", Vol. 9, pp.74-85. 2020.
- [3] Sankari, H., and Abobala, M., "Neutrosophic Linear Diophantine Equations With two Variables", Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 38, pp. 22-30, 2020.
- [4] Sankari, H., and Abobala, M."  $n$ -Refined Neutrosophic Modules", Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 36, pp. 1-11. 2020.
- [5] Alhamido, R., and Abobala, M., "AH-Substructures in Neutrosophic Modules", International Journal of Neutrosophic Science, Vol. 7, pp. 79-86 . 2020.
- [6] Smarandache, F., " A Unifying Field in Logics: Neutrosophic Logic, Neutrosophy, Neutrosophic Set, Neutrosophic Probability", American Research Press. Rehoboth, 2003.
- [7] Suresh, R., and S. Palaniammal., "Neutrosophic Weakly Generalized open and Closed Sets", Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 33, pp. 67-77,. 2020.
- [8] Olgun, N., and Hatip, A., "The Effect Of The Neutrosophic Logic On The Decision Making, in Quadruple Neutrosophic Theory And Applications", Belgium, EU, Pons Editions Brussels, pp. 238-253. 2020.
- [9] Hatip, A., Alhamido, R., and Abobala, M., "A Contribution to Neutrosophic Groups", International Journal of Neutrosophic Science", Vol. 0, pp. 67-76 . 2019.
- [10] Abobala, M., "  $n$ -Refined Neutrosophic Groups I", International Journal of Neutrosophic Science, Vol. 0, pp. 27-34. 2020.
- [11] Abobala, M., "Classical Homomorphisms Between  $n$ -refined Neutrosophic Rings", International Journal of Neutrosophic Science", Vol. 7, pp. 74-78. 2020.
- [12] Smarandache, F., and Abobala, M.,  $n$ -Refined neutrosophic Rings, International Journal of Neutrosophic Science, Vol. 5 , pp. 83-90, 2020.
- [13] Abobala, M., On Some Special Substructures of Neutrosophic Rings and Their Properties, International Journal of Neutrosophic Science", Vol. 4 , pp. 72-81, 2020.
- [14] Abobala, M., "On Some Special Substructures of Refined Neutrosophic Rings", International Journal of Neutrosophic Science, Vol. 5, pp. 59-66. 2020.
- [15] Sankari, H., and Abobala, M., " AH-Homomorphisms In neutrosophic Rings and Refined Neutrosophic Rings", Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 38, pp. 101-112, 2020.

- [16]Smarandache, F., and Kandasamy, V.W.B., " Finite Neutrosophic Complex Numbers",.Source: arXiv. 2011.
- [17] Agboola, A.A.A., Akwu, A.D., and Oyebo, Y.T., " Neutrosophic Groups and Subgroups", International .J .Math. Combin, Vol. 3, pp. 1-9. 2012.
- [18]Smarandache, F., "  $n$ -Valued Refined Neutrosophic Logic and Its Applications in Physics", Progress in Physics, 143-146, Vol. 4, 2013.
- [19]Adeleke, E.O., Agboola, A.A.A.,and Smarandache, F., "Refined Neutrosophic Rings I", International Journal of Neutrosophic Science, Vol. 2(2), pp. 77-81. 2020.
- [20]Hatip, A., and Abobala, M., "AH-Substructures In Strong Refined Neutrosophic Modules", International Journal of Neutrosophic Science, Vol. 9, pp. 110-116 . 2020.
- [21]Smarandache F., and Abobala, M., "  $n$ -Refined Neutrosophic Vector Spaces", International Journal of Neutrosophic Science, Vol. 7, pp. 47-54. 2020.
- [22]Sankari, H., and Abobala, M., "Solving Three Conjectures About Neutrosophic Quadruple Vector Spaces", Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 38, pp. 70-77. 2020.
- [23]Adeleke, E.O., Agboola, A.A.A., and Smarandache, F., "Refined Neutrosophic Rings II", International Journal of Neutrosophic Science, Vol. 2(2), pp. 89-94. 2020.
- [24]Abobala, M., On Refined Neutrosophic Matrices and Their Applications In Refined Neutrosophic Algebraic Equations, Journal Of Mathematics, Hindawi, 2021
- [25]Abobala, M., A Study of Maximal and Minimal Ideals of  $n$ -Refined Neutrosophic Rings, Journal of Fuzzy Extension and Applications, Vol. 2, pp. 16-22, 2021.
- [26]Abobala, M., " Semi Homomorphisms and Algebraic Relations Between Strong Refined Neutrosophic Modules and Strong Neutrosophic Modules", Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 39, 2021.
- [27]Giorgio, N, Mehmood, A., and Broumi, S., " Single Valued neutrosophic Filter", International Journal of Neutrosophic Science, Vol. 6, 2020.
- [28]Chellamani, P., and Ajay, D., "Pythagorean neutrosophic Fuzzy Graphs", International Journal of Neutrosophic Science, Vol. 11, 2021.
- [29]Milles, S, Barakat, M, and Latrech, A., " Completeness and Compactness In Standard Single Valued neutrosophic Metric Spaces", International Journal of Neutrosophic Science, Vol.12 , 2021.
- [30]Abobala, M., "On Some Neutrosophic Algebraic Equations", Journal of New Theory, Vol. 33, 2020.
- [31]Abobala, M., On The Representation of Neutrosophic Matrices by Neutrosophic Linear Transformations, Journal of Mathematics, Hindawi, 2021.
- [32] Abobala, M., "On Some Algebraic Properties of  $n$ -Refined Neutrosophic Elements and  $n$ -Refined Neutrosophic Linear Equations", Mathematical Problems in Engineering, Hindawi, 2021
- [33] Kandasamy V, Smarandache F., and Kandasamy I., Special Fuzzy Matrices for Social Scientists . Printed in the United States of America,2007, book, 99 pages.
- [34] Khaled, H., and Younus, A., and Mohammad, A., " The Rectangle Neutrosophic Fuzzy Matrices", Faculty of Education Journal Vol. 15, 2019. (Arabic version).
- [35]Abobala, M., Partial Foundation of Neutrosophic Number Theory, Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 39 , 2021.
- [36] F. Smarandache, *Neutrosophic Theory and Applications*, Le Quy Don Technical University, Faculty of Information technology, Hanoi, Vietnam, 17<sup>th</sup> May 2016.

- [37] Ibrahim, M.A., Agboola, A.A.A, Badmus, B.S. and Akinleye, S.A., "On refined Neutrosophic Vector Spaces I", International Journal of Neutrosophic Science, Vol. 7, pp. 97-109. 2020.
- [38] Ibrahim, M.A., Agboola, A.A.A, Badmus, B.S., and Akinleye, S.A., "On refined Neutrosophic Vector Spaces II", International Journal of Neutrosophic Science, Vol. 9, pp. 22-36. 2020.
- [39] Abobala, M, " $n$ -Cyclic Refined Neutrosophic Algebraic Systems Of Sub-Indeterminacies, An Application To Rings and Modules", International Journal of Neutrosophic Science, Vol. 12, pp. 81-95 . 2020.
- [40] Smarandache, F., "Neutrosophic Set a Generalization of the Intuitionistic Fuzzy Sets", Inter. J. Pure Appl. Math., pp. 287-297. 2005.
- [41] Abobala, M., "On Some Special Elements In Neutrosophic Rings and Refined Neutrosophic Rings", Journal of New Theory, vol. 33, 2020.
- [42] Abobala, M., Hatip, A., Olgun, N., Broumi, S., Salama, A.A., and Khaled, E. H., The algebraic creativity In The Neutrosophic Square Matrices, Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 40, pp. 1-11, 2021.
- [43] Aswad, F. M., " A Study of Neutrosophic Complex Number and Applications", Neutrosophic Knowledge, Vol. 1, 2020.
- [44] Aswad. F. M., " A Study of neutrosophic Bi Matrix", Neutrosophic Knowledge, Vol. 2, 2021.
- [45] Abobala, M., "Neutrosophic Real Inner Product Spaces", Neutrosophic Sets and Systems, vol. 43, 2021.
- [46] Aswad, M., " A Study of The Integration Of Neutrosophic Thick Function", International journal of neutrosophic Science, 2020.
- [47] Abobala, M., "A Study Of Nil Ideals and Kothe's Conjecture In Neutrosophic Rings", International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences, hindawi, 2021.
- [48] Ali, R, "Neutrosophic Matrices and their Properties", Hal- Archives, 2021.
- [49] Abobala, M., and Hatip, A., "An Algebraic Approach to Neutrosophic Euclidean Geometry", Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 43, 2021.
- [50] Aswad, M., " A Study Of neutrosophic Differential Equation By using A Neutrosophic Thick Function", neutrosophic knowledge, Vol. 1, 2020.
- [51] Abobala, M., " A Review On Recent Developments of Neutrosophic Matrix Theory and Open Problems", hal- Archives, 2021.
- [52] Abobala, M., " $n$ - Refined Neutrosophic Groups II", International journal Of Neutrosophic Science, Vol. 0, 2019.
- [53] Salama, A. A., Smarandache, F. Neutrosophic Crisp Set Theory, Educational. Education Publishing 1313 Chesapeake, Avenue, Columbus, Ohio 43212, 2015, pp.184
- [54] Salama, A. A., Haitham, A., Ayman, M., Smarandache, F. Introduction to Develop Some Software Programs for Dealing with Neutrosophic Sets, Neutrosophic Sets and Systems, 2014, vol. 3, pp.51-52.
- [55] Salama, A. A., Eisa, M., ElGhawalby, H., & Fawzy, A. E. A New Approach in Content-Based Image Retrieval Neutrosophic Domain. In Fuzzy Multi-criteria, Decision-Making Using Neutrosophic Sets. Springer, Cham, 2019, pp. 361-369, 2019
- [56] Alhabib, R., Salama, A. A., The Neutrosophic Time Series-Study Its Models (Linear-Logarithmic) and test the Coefficients Significance of Its linear model. Neutrosophic Sets and Systems, 2020, Vol.33, pp.105-115.
- [57] A. A. Salama, and H. A. Elagamy: Some Topics Related Neutrosophic Fuzzy Ideal Bitopological Spaces. Neutrosophic Knowledge, vol. 2/2021, pp. 23-28, 2021.
- [58] Belal Amin, A. A. Salama, I. M. El-Henawy, Khaled Mahfouz, Mona G. Gafar, "Intelligent Neutrosophic Diagnostic System for Cardiotocography Data", Computational Intelligence and Neuroscience, vol. 2021, Article ID 6656770, 12 pages, 2021.

- 
- [58] Yasser I., Abd El-Khalek A.A., Twakol A., Abo-Elhoud ME., Salama A.A., Khalifa F., A Hybrid Automated Intelligent COVID-19 Classification System Based on Neutrosophic Logic and Machine Learning Techniques Using Chest X-Ray Images. In: Hassanien AE., Elghamrawy S.M., Zelinka I. (eds) *Advances in Data Science and Intelligent Data Communication Technologies for COVID-19*. Studies in Systems, Decision and Control, vol 378. Springer, 2021.
- [59] Kawther F. Alhasan, A.A. Salama, & Florentin Smarandache, Introduction to Neutrosophic Reliability Theory. *International Journal of Neutrosophic Science*, 15(1), 52–61, 2021.

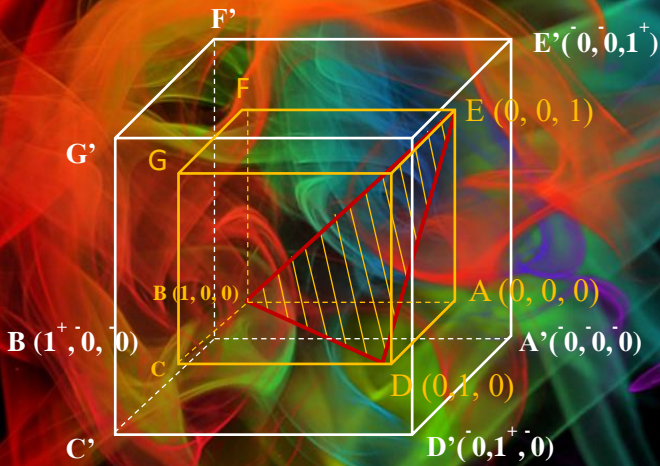


المجلد 3 (2021)

# NEUTROSOPHIC KNOWLEDGE

مجلة دولية تهتم بالنشر في جميع المجالات العلمية والأدبية

نشر الأبحاث باللغتين العربية والإنجليزية



رؤساء التحرير

أ.د أحمد سلامة , أ.د فلورنتين سمرنداك

د. إبراهيم ياسر

رقم الدوريات المعياري الدولي: 2767-0619 (مطبوع)

رقم الدوريات المعياري الدولي: 2767-0627 (عبر الإنترنت)

2021



## الروابط الإستيمولوجية المساعدة في ظهور المنطق النيوتروسوفي عند فلورنتن سمارنداكه

د. صالح بوزينة

قسم الفلسفة، كلية العلوم الإنسانية والعلوم الاجتماعية، جامعة قسنطينة 2 عبد الحميد مهري قسنطينة، الجزائر

Email: [sisalah.bouzina.uv2@gmail.com](mailto:sisalah.bouzina.uv2@gmail.com)

Received: June 2021; Accepted: July 2021.

**ملخص:** إن الهدف من هذا البحث أولاً هو معرفة العوامل الفكرية والمكتسبات المعرفية القبلية للأستاذ فلورنتن سمارنداكه التي ألهمته ابتكار نسقه المنطق النيوتروسوفي، أما ثانياً هو تبين أن أي إبداع وابتكار فكري جديد لا ينشأ من العدم، إنما هو تراكم إستيمولوجي معرفي قبلي يتم ربطه بواسطة الذات الإستيمولوجية الحاوية له، واختلاف أنواع الابتكارات بين الذات يرجع أولاً لاختلاف المعارف القبلية الحاوية لها وثانياً لعصر اكتساب هذه المعارف، والأهم من هذا كله يرجع لاختلاف قوة إدراك العلاقات بين هذه المعارف المكتسبة لكل ذات إستيمولوجية. **الكلمات الرئيسية:** رابط إستيمولوجي، فيزياء الكوانتم، المجموعة الضبابية، المنطق الضبابي، المجموعة النيوتروسوفية، المنطق النيوتروسوفي.

### 1. مُقَدِّمَةٌ

المنطق النيوتروسوفي نسق منطقي جديد ظهر في عالم المنطق سنة 1995م على يد العالم الأستاذ الروماني الأصل فلورنتن سمارنداكه، والسمة الأبرز في هذا المنطق هي النظر إلى الكون كتشكيكية غير محددة غامضة وغير دقيقة وكل محاولة منّا لتقسيم هذا الكون إلى مجموعات دقيقة تحتوي على عناصر ثابتة الانتماء قصد معرفته وفهمه وترتيبه ودراسته بطريقة منظمة هو ما يزيد في الأمر غموضاً وصعوبة في تحديدنا لمكونات هذا الكون والعلاقة بينها ومعرفتنا بها، مما يؤدي إلى ظهور التناقض والمفارقات في تحصيلنا للمعرفة منه وفهمنا له، لأن في حقيقة الأمر الكيانات التي نتعامل معها في هذا الكون غير قابلة لهذا التصنيف الدقيق كتصنيف الكائنات الرياضية المجردة مثل: مجموعة الأعداد الزوجية أو مجموعة الأعداد الفردية... الخ، لأنه يوجد في هذا الكون من الكيانات ما لا نستطيع أن نحدد بدقة مطلقة درجة انتماء صدقه ودرجة انتماء كذبه لمجموعة ما، وهذا لعدم قدرتنا على تحديدها بموضوعية فتبقى غير محددة ولو قمنا بتحديد ما سيكون تحديدنا لها ذاتياً مما يؤدي إلى اختلاف وجهات النظر والمذاهب والتيارات والمدارس سواء الفلسفية أو العلمية أو الأدبية، واختلاف النتائج فيها والتعصب المذهبي، ومنه يكون طرح فكرة أن نُحدّد درجة اللاتحديد أو درجة الغموض لكيان ما أفضل من أن نُحدّد فقط وبالتقريب درجة انتماء صدقه ودرجة انتماء كذبه لمجموعة ينتمي إليها أو درجة انتماء صدقه ودرجة انتماء كذبه لمجموعة لا ينتمي إليها أو لا هذا ولا ذاك. ومنه يقترح الأستاذ فلورنتن سمارنداكه مفهوم المجموعة النيوتروسوفية، التي تُمكننا من منح كيان ما غير محدد غامض درجة عدم تحديده أو درجة غموضه بالإضافة إلى درجة انتماء صدقه ودرجة انتماء كذبه لمجموعة ما، وأيضاً نتمكن كذلك من منح كيان ما محدد وواضح درجة عدم تحديده أو درجة غموضه بالإضافة إلى درجة انتماء صدقه ودرجة انتماء كذبه لمجموعة ما، أي نتمكن حتى من كشف ومعرفة درجة لا تحديد وغموض كيان ما محدد وواضح بالإضافة إلى درجة انتماء صدقه المحددة والواضحة ودرجة انتماء كذبه المحددة والواضحة لمجموعة ما.

السؤال المطروح هنا ما هي الروابط الفكرية المعرفية القبلية التي ألهمت الأستاذ فلورنتن سمارنداكه بعد إدراكه للعلاقة بينها ابتكار المنطق النيوتروسوفي؟ بتعبير آخر ما هي الروابط الإستيمولوجية المساعدة في ظهور المنطق النيوتروسوفي عند فلورنتن سمارنداكه؟

### 2. الروابط الإستيمولوجية المساعدة في ظهور المنطق النيوتروسوفي عند فلورنتن سمارنداكه:

نقصد بالروابط الإستيمولوجية المساعدة في ظهور المنطق النيوتروسوفي عند الأستاذ فلورنتن سمارنداكه، هي المكتسبات المعرفية القبلية التي كانت من جملة العوامل الإستيمولوجية الفكرية الأساسية الممهدة والدافعة له لابتكار هذا النسق المنطقي في حركته البارادوكسيزم، حيث تتمثل هذه العوامل الفكرية في رابطان إستيمولوجيان أساسيان هما:



## 2-1-1- الرابط الإيستيمولوجي الأول: فيزياء الكوانتم:

فيزياء الكوانتم، هي نظرية علمية ظهرت في بداية القرن العشرين على يد عالم الفيزياء الألماني ماكس بلانك (1858م-1947م)، واشتهرت بمخالفة كل ما اعتبر لردح من الزمن أنه قانون عام كلي ويقين مطلق، فما هي فيزياء الكوانتم؟ وما هو الرابط الإيستيمولوجي منها؟.

### 2-1-1- أصل تسمية فيزياء الكوانتم:

في واقع الأمر لها عدة تسميات منها: ميكانيكا الكم، ميكانيكا الكموم Quantum Mechanics، وفيزياء الكوانتم [16] Quantum Physics. أولاً: إن المقصود بكلمة ميكانيكا (Mechanics) ليس المعنى العام المتداول الذي نقصد به عمل الآلات والأدوات، بل إن ما يقصد بالكلمة هو العلم الذي يتناول الطاقة والقوى العاملة في الطبيعة، أي يجب أن نفهم بكلمة ميكانيكا ما نفهم منها حينما نتحدث عن ميكانيكا الساعة مثلاً، أي مبادئ تشغيل الساعة وطرق عملها أو الفيزياء الحركية للساعة [1].

- فمصطلح ميكانيكا أو فيزياء كلاهما يدل على الحركة، ومنه نقول: ميكانيكا الكوانتم أو فيزياء الكوانتم هو الشيء نفسه.

ثانياً: وضع مجمع اللغة العربية مصطلح "الكمومية" ترجمة لمصطلح "Quantum"، ولكن ينذر استعمال مصطلح "الكمومية" ويشيع في الكتابات العربية مصطلح "الكم"، وهناك من يقوم بتعريب المصطلح بـ "الكوانتم"، وكل المصطلحات مقبولة لكن المصطلح الذي ينبغي استعماله هو "الكمومية" لكنه غير مألوف الاستعمال [12].

### 2-1-2- عوامل ظهور فيزياء الكوانتم:

يبحث علم الفيزياء في الظواهر المختلفة للمادة الجامدة بغرض وضع قوانين لها للتحكم فيها، ومن بين ظواهر المادة الجامدة الإشعاع الحراري للأجسام الساخنة، وعبرة الإشعاع الحراري تطلق على كل جسم متوهج يبعث حرارة ويشع ضوءاً فالضوء والحرارة هما جزء من عملية واحدة، فكلما ازدادت حرارة الجسم كلما ازداد توهجاً، ثم فهو في الوقت نفسه كلما ازداد حرارة كلما تغير لونه، فقطعة الحديد المحمي تتحول من اللون الأسود إلى القرمزي إلى الأحمر، إلى البرتقالي إلى الأصفر وأخيراً إلى الأبيض المتوهج.

لذلك فقد استأثرت ظاهرتا الضوء والحرارة باهتمام الفيزيائيين وحينما سعى العلماء إلى ضبط هذه الظاهرة في قوانين، واجهتهم بالطبع النسبة المتفاوتة من الإشعاع الحراري بين جسم وآخر، فبحثوا عن شيء يشكل مقياساً ونقطة مرجعية لقانون شامل وقد وجد العلماء ضالتهم في اللون الأسود لقدرة على امتصاص الضوء، فالجسم الأسود يمتص معظم الإشعاع ويكتسب حرارة من مقدار معين من الإشعاع إلى درجات أعلى مما تصل إليه أجسام ذات ألوان أخرى، وبواسطة هذا المقدار وعند تسخينه إلى درجات عليا وإلى الحد الذي يصبح معه مصدراً مشعاً للضوء يجعله أكثر بقاءً للإشعاع على هذه الدرجة من الحرارة من غيره من الأجسام، وعلى أساسه تحدد درجة إشعاع الأجسام الأخرى [1].

إن فمغ استعمال الجسم الأسود كنموذج يمكن وضع قوانين الإشعاع الحراري بأفضل شكل، وتمثلت هذه القوانين في قانونين هما [12]:

**الأول:** وضعه العالمان ستيفان وبولتزمان Stefan-Boltzman وهو كالاتي: "الطاقة التي تنبعث من الجسم الأسود في كل ثانية على صورة إشعاع حراري تتناسب مع الأس الرابع لدرجة حرارته المطلقة".

**الثاني:** وضعه العالم النمساوي: فين W.Wien وهو كالاتي: "بارتفاع درجة حرارة الجسم الأسود فإن طول الموجة المناظرة لأقصى سطوع للضوء المنبعث منه يجب أن تكون أقصر وتحرف باتجاه القطاع البنفسجي للطيف المرئي".

بصياغة هاذين القانونين كان كل شيء على ما يرام، إذ تشهد الوقائع بالصحة الكاملة لكل قانون منهما على حدة، حتى جاء الفيزيائيان الإنجليزيان: رايلي Rayleigh وجينز jeans، وقاما بإنجاز بسيط ليصلا إلى قانون شامل يجمع القانونين السابقين معاً، وهو كالاتي: "قوة الإشعاع المنبعث من جسم ساخن تتناسب طردياً مع درجة حرارته المطلقة وعكسياً مع مربع طول الموجة الضوئية المنبعثة منه، وأنه كلما قصرت الموجة إلى نطاق الطيف البنفسجي ازدادت شدة الإشعاع الحراري بلا حدود" [12].

في بادئ الأمر ظهر أن هذا القانون يتوافق تماماً مع المعطيات التجريبية، ثم اكتشف العلماء أمران هما [12] كالاتي:

الأول: توافق الإشعاع الحراري مع مربع طول الموجة يحدث فقط في نطاق الموجات الطويلة من الطيف المرئي وهي: الأخضر والأصفر والأحمر، ولا يحدث الاتفاق في نطاق الموجات القصيرة من الطيف المرئي وهي: الأزرق والبنفسجي وفوق البنفسجي.

الثاني: إنَّ ازدياد كثافة الإشعاع الحراري عند قصر الموجة إلى نطاق الطيف المرئي البنفسجي يكون بلا حدود هو أمر غير ممكن لأنه لا شيء في الكون يمكن أن يستمر بلا حدود، فقانون "رايلي" و"جينز"، لم يتحقق في التجربة.

فهذه المشكلة أو كما تُعرف بـ "الكارثة فوق البنفسجية" هي التي مهدت لظهور فيزياء الكوانتم.

### 2-1-3- ظهور فيزياء الكوانتم:

في سنة 1898م كان ماكس بلانك يدرّس الفيزياء ويقوم بأبحاث عدة في جامعة برلين على الجسم الأسود حيث جاءت نتائج تجاربه مخالفة للنظريات الفيزيائية المتداولة التي كانت تقول إن الضوء يتشكل من موجات [1]، لأن هذا لم يكن كافياً ليفسر العلاقة بين قوة الإشعاع

والموجات القصيرة، فحاول ماكس بلانك إيجاد رابطة بين قانون "ستيفان" و"بولتزمان" وقانون "فين"، بطريقة مختلفة تؤدي إلى نتائج معقولة عكس ما كان في قانون "رايلي" و"جينز"، وأخيرا وجد ماكس بلانك المعادلة التي تربط بينهما بطريقة تحول دون الكارثة فوق البنفسجية وهي: - الضوء بالنسبة لـ ماكس بلانك ليس ذا تركيب موجي وإنما ذو تركيب كتلوي (جزيني، ذري)، وهو نتيجة اهتزاز للذرات والتي لا تنتشر بصورة تدريجية متصلة بل بالعكس بتقطعات متتالية في أجزاء، أي على شكل حزم أو كميات أطلق على كل حزمة أو كتلة اسم: "كوانتم" "Quantum"، وهي كلمة لاتينية تعني "كم"، ومعنى هذا أننا إذا جئنا بمصدر ضوئي وقمنا بتسليطه على جسم أسود حتى يبلغ درجة حرارة مطلقة، نلاحظ في هذا الجسم الأسود إشعاع حراري لكن هذا الإشعاع (الضوء) في حقيقته ليس عبارة عن موجات ضوئية بل كميات إلكترونية، أو كما يسميها ماكس بلانك: "كوانتات ضوئية".

أي أن الإشعاع الحراري أو الضوء المنبعث من الجسم الأسود الساخن ليس عبارة عن موجات تنتشر بصورة متصلة مستمرة بل هي عبارة عن كميات تنتشر بصورة متقطعة متتالية، ومنه فـ ماكس بلانك أعطى للضوء طابع ذري وليس طابع موجي فالضوء أو الإشعاع الحراري أو الطاقة المنبعثة من جسم ساخن معين هي من نفس طبيعة الجسم المنبعثة منه، أي من طابع جزئي ذري، إذا فالضوء ذو طابع كتلوي (كمي) وليس ذو طابع موجي [2].

• معنى هذا إذن أن ماكس بلانك اكتشف الحل المعقول لتفسير العلاقة بين قوة الإشعاع والموجات القصيرة وهو كالآتي:  
صحيح أنه كلما زاد اقتراب الإشعاع الحراري إلى الطيف الضوئي البنفسجي هو مظهر لشدة قوة الإشعاع الحراري لذلك الجسم [8]، لكن ظهور الطيف البنفسجي لا يعني أن تنمو قوة الإشعاع الحراري بلا حدود، لأن الطيف الضوئي البنفسجي \_ الطيف الضوئي بصفة عامة \_ ليس عبارة عن موجة ضوئية تمتد بصفة متصلة تسمح بنمو الإشعاع الحراري بلا حدود، بل هو عبارة عن كميات متقطعة متتالية وهذا هو الذي لا يسمح بنمو الإشعاع الحراري بلا حدود، وهو ما تحققه التجربة.

بعد هذا وفي يوم 17 ديسمبر 1900م، في جلسة الجمعية الفيزيائية التابعة لأكاديمية العلوم في برلين، أعلن ماكس بلانك عن نظرية الكم [12].

#### 2-1-4- اصطدام فيزياء الكوانتم بالفيزياء الكلاسيكية:

حينما طرح ماكس بلانك نظريته القائلة بأن الضوء ينطلق على شكل حزم وكميات ويتقطع وليس على شكل موجات متواصلة أمام الجمعية الفيزيائية الألمانية في 17 ديسمبر 1900م \_ كما ذكرنا ذلك سابقا \_ فقد كانت خروجا كليا على جميع المبادئ الأساسية للفيزياء الكلاسيكية، كثيرون لم يوافقوه، لأن النظريات المتداولة لم تكن تتعارض مع أبحاثهم، وبالتالي لم يكونوا على استعداد أو حاجة لتقبل الأفكار الجديدة. وقد كوفئ ماكس بلانك على نظريته بمنحه جائزة نوبل في الفيزياء سنة 1918م، ورغم هذا فإن هذه الفكرة النظرية حيرت العلماء كثيرا وعجزوا عن هضمها والقبول بها لأنها تخالف كل شيء ابتداءً بالفيزياء وإنهاءً بالمنطق السائد، إلى أن جاء عالم فيزيائي إرلندي يدعى "جون ستيفارت بل" "John Stewart Bell"، ووضع هذه النظرية في قالب رياضي، ثم اكتمل التحقق منها بعد ذلك على يد فيزيائي آخر يدعى "جون كلاوزر" "John Clawser" عندما استطاع اختبار المبدأ الخامس (05) من مبادئ نظرية الكوانتم في تجربة تاريخية [1].

#### 2-1-5- مبادئ فيزياء الكوانتم:

بعد إكتشاف الطبيعة الكمية (الجزئية) للضوء وضع علماء الكوانتم ستة مبادئ أولية، وهي كالآتي:  
**المبدأ الأول:** كلما كانت قوة الإشعاع الحراري كبيرة أو أكثر بنفسجية كانت كمية "الكوانتم" كبيرة [9].  
**المبدأ الثاني:** "الكوانتم" هو الوحدة الأولية للضوء، كما أن الذرة هي الوحدة الأولية للمادة [2].  
**المبدأ الثالث:** حينما تتبعث الطاقة من الجسم \_ في حالة الإشعاع الحراري للجسم \_ ينتقل كوانتم واحد أو اثنان أو مليون كوانتم بحسب قوة الطاقة المنبعثة من الجسم، لكن لا يكون ثمة أبدا جزء أو كسر من الكوانتم المنقول، لأن الكوانتم أعداد صحيحة [9].  
**المبدأ الرابع:** بينما نعرف عدد معين من الذرات يحددها الجدول الدوري (لمندلييف) فثمة عدد لا محدود من الكوانتات [12].  
**المبدأ الخامس:** إذا أحدثنا تغييرا في شيء ما في مكان ما في الكون، فإن تغييرا فوريا سوف يحصل في شيء ذي صلة بالشيء الأول ولو كان في الطرف الآخر من الكون [1]. وهذا المبدأ الخامس (05) تحقق منه الفيزيائي "جون كلاوزر" كما ذكرنا سابقا في تجربة هي كالآتي:  
قام بإطلاق فوتونين \_ الفوتون تسمية تعود لـ "ألبرت أينشتاين" [6] ويُقصد بها الإلكترون الذي يكون في الحزمة الضوئية، وهو ما يسميه ماكس بلانك كوانتم \_ بصورة كيفية عشوائية، ثم بذل قطبي فتون واحد فقط، فأحدث ذلك تبديلا موازيا في قطبي الفوتون الثاني، فيقول: كما لو كان بين الفوتونين رابط سري [1].

**المبدأ السادس:** إن لكل جسيم في الكون مضاد وكلاهما يفنيان بعضهما بعضا [1]. وهذا المبدأ السادس (06) تبين عند العالم الأمريكي "كارل أندرسون" "Carl Anderson" صدفة عندما كان يقوم ببعض التجارب على الأشعة الكونية وهي جسيمات دقيقة غامضة تصطدم بكوكب الأرض قادمة من الفضاء بسرعات هائلة، إذ اكتشف جسيما جديدا مطابقا تماما للإلكترون ولكنه خلافا له يحمل شحنة موجبة فأطلق عليه اسم بوزيترون Positron من Positive Electron، وكان لهذا الاكتشاف أثر صاعق على الأوساط العلمية، إذ كان يكفي أن يلتقي الإلكترون ذو الشحنة

السالبة ( $e^-$ ) مع البوزيترون ذو الشحنة الموجبة ( $e^+$ ) ليفنيا بعضهما بعضا [1] \_ لأسباب لا تزال مجهولة \_ . وبعد التحقق من المبدأ السادس بهذه التجربة صدفة، ظهرت عدت أفكار أخرى مستوحاة من هذا المبدأ ومن هذه التجربة منها وأهمها فكرة الكون والمضاد، والإنسان و الإنسان المضاد...، أي لكل شيء في هذا الكون الفسيح مضاد له ويكفي أن يلتقيا ليفنيا بعضهما بعضا.

## 2-1-6- أهم مضاعفات فيزياء الكوانتم:

إن العلم أصبح عند هذه النقطة وللمرة الأولى في التاريخ مثله مثل كثير من المعارف غير دقيق بالمفهوم المتعارف عليه طوال قرون، فمثلا الفيزياء الكلاسيكية كانت لمدة قرون نموذجاً لليقين والمطلقة والحتمية، إلى أن جاءت فيزياء الكوانتم وألغت مفهوم الحتمية بتجاوزها لمطلقة قوانين الفيزياء الكلاسيكية \_ ويظهر هذا جليا في مبادئها \_ وبالتالي أدت فيزياء الكوانتم إلى القول بظاهرة **الارتباب في العلم** على يد العالم الألماني "فيرنر هايزنبرغ" "Werner Heisenberg" سنة 1936م الذي توصل إلى أن هذه الكوانتات لا تقبل تحديد سرعتها وموقعها في الوقت نفسه، فإذا استطعنا تحديد موقعها بدقة تعذر علينا ضبط سرعتها، وإذا ما استطعنا ضبط سرعتها فلن نتمكن من تحديد موقعها بدقة [11] ومنه اعتبر أن **الارتباب ظاهرة أساسية من ظواهر العلم**، فالكون حسب لا يخضع لحتمية تمكنا من التنبؤ بأحواله بسهولة كما يزعم العالم الفرنسي "دولابلاس" "De Laplace" في أوائل القرن (19)، لأنه إن كان يستحيل قياس الوضع الحالي للكون بدقة فكيف يمكن توقع أي شيء لمستقبله أو معرفة شيء عن ماضيه بدقة أيضا [1]، إن عالم الكوانتم والذرة والإشعاع، عالم **لا حتمي** وهذا يعتبر انقلاب جذري في إبستمولوجيا العلم من الحتمية إلى الاحتمالية [12] أي من النقيض إلى النقيض.

## 2-1-7- الرابط الإبستمولوجي من فيزياء الكوانتم:

استلهم الأستاذ فلورنتن سمارنداكه من فيزياء الكوانتم رابطتين إبستمولوجيتين ساعده في إدراك وتأكيد فكرة اللاتحديد لديه وهما:  
**الرابط الأول:** استلهمه من المبدأ السادس لفيزياء الكوانتم والذي ينص على وجود لكل كيان في هذا الكون الفسيح وغير المحدود نقيض لهذا الكيان، ومنه فإنه أكد يوجد بين هذان النقيضان في هذا الكون كيانات أخرى محايدة للكيان النقيضان وليست هي أي منهما لا في وجود ولا في ماهية، ليست هي الكون وليست كذلك الكون المضاد، وليست هي الإنسان وليست كذلك الإنسان المضاد، وليست هي الإلكترون ( $e^-$ ) وليست كذلك البوزيترون ( $e^+$ ).

**الرابط الثاني:** استلهمه من مبدأ الارتباب أو مبدأ الاحتمالية ويعرف أيضا بمبدأ اللاتعيين Indetermination، ويمكن أن نسميه أيضا مبدأ اللاتحديد، وبما أن الكوانتات تخضع لمبدأ اللاتحديد، وبما أن كل الكيانات في هذا الكون الفسيح وغير المحدود تتكون من كوانتات بحسب نظرية الكوانتم، إذن فإن كل كيان في هذا الكون يخضع لمبدأ اللاتحديد.

إذن كان هذا الرابط الإبستمولوجي الأول من فيزياء الكوانتم، فما هو الرابط الإبستمولوجي الثاني؟.

## 2-2- الرابط الإبستمولوجي الثاني: المنطق الضبابي (ومشتقاته):

المنطق الضبابي نسق منطقي رياضي جديد، ظهر في النصف الثاني من القرن العشرين على يد عالم الإلكترونيك والرياضي الأمريكي والإيراني الأصل لطفي عساكر زاده Lotfi A. Zadeh (1921م-2017م)، و أشتهر هذا النسق بمعالجته لكل أنواع الغموض وعدم الدقة واللاتحديد في هذا الكون، فما هو هذا النسق المنطقي؟ وما هو الرابط الإبستمولوجي منه؟.

## 2-2-1- أصل تسمية المنطق الضبابي:

سُمي المنطق الضبابي Fuzzy Logic بهذا الاسم لأنه يتعامل مع كيانات ضبابية غامضة وصعبة التحديد، فيحاول إزالة الغموض والضباب عنها وتوضيحها وتحديدها ولو بشكل تقريبي، وليس هو في حد ذاته الضبابي، فالأستاذ لطفي عساكر زاده قد استطاع أن يدرك بأن هذا الكون الذي نعيش فيه كون ضبابي غامض وغير محدد بدقة كما يبدو لنا من الوهلة الأولى وشعورنا بأنه كون دقيق مقسم إلى فصائل ومجموعات دقيقة هو فقط شعور وإدراك وهمي وجس أمبريقي ليس إلا، وهذا في قوله: «في غالب الأحيان ليس لمجموعات الأشياء المعروفة في العالم الحقيقي مواصفات انتماء ثابتة بدقة، فعلى سبيل المثال مجموعة الحيوانات تتضمن جليا تلك الأشياء كالكلاب والخيول والطيور، ... الخ لكن الأشياء مثل نجمة البحر، البكتيريا، ... الخ، هي في وضع ضبابي غامض أو غير محدد بالنسبة لمجموعة الحيوانات، وأيضا قولنا مجموعة النساء الحسنات، أو مجموعة الرجال الطوال، فهم لا يشكلون مجموعات دقيقة بالمعنى الرياضي العادي للمجموعة» [17] ويقول أيضا: «إن كلمة ضبابي Fuzzy هي الكيفية التي يعمل بها العالم الحقيقي» [18]، ومنه ابتكر نسقا منطقياً رياضياً يعالج الكيانات الغامضة وغير المحددة كصادقة أو كاذبة وذلك بمنحها درجة تقريبية للصدق أو الكذب.

## 2-2-2- عوامل ظهور المنطق الضبابي:

كان الأستاذ لطفي زاده مهندساً في الإلكترونيك ومهتماً ببرمجة الروبوتات، وفي إحدى المرات تساءل لماذا عندما نأمر الروبوت بفتح النافذة مثلاً بزاوية 45 درجة أو بمقدار 30 سم، يستجيب لهذا الأمر، ولكن إن أمرناه بفتح النافذة قليلاً فلا يحرك ساكناً. فرأى أن الكلمات مثل: **قليلاً، كثيراً، بعض، ربما، ...** هي كلمات غامضة وضبابية بالنسبة للروبوت ولا يمكنه تحديدها أبداً، فهو يستطيع فقط تحديد المقادير الكمية، ولا يمكنه أبداً تحديد المقادير الكيفية، هنا رأى الأستاذ لطفي زاده أن السبب يكمن في لغة البرمجة التي بُرِمج بها الروبوت، والتي هي عبارة عن لغة منطقية مبنية على منطق المجموعات ثنائية القيمة، فجهاز الحكم في الروبوت إما يحكم بـ 1 أو 0 في كل الأوامر التي يتلقاها، فلما أن يفتح النافذة بزاوية 45 درجة أو بمقدار 30 سم فالحكم صحيح 1 وإما أن لا يفتحها بهذا المقدار فالحكم خاطئ 0، ولكن قولنا له قليلاً فهي غير مُعرَّفة بالنسبة له ولا تقع في قيمتي الحكم لديه، ومنه رأى الأستاذ لطفي زاده ضرورة تطوير منطق برمجة الروبوت ليصبح أكثر قدرة على إصدار الأحكام ومعالجة الأوامر، فابتكر بذلك نسقاً منطقياً جديداً للمجموعات متعددة القيم أطلق عليها اسم **المجموعات الضبابية Fuzzy Sets** يقول الأستاذ لطفي زاده: «... في جويلية من سنة 1964م كنت وحدي في الشقة فتحوّلت أفكارني إلى منطق المجموعات، حيث راودني في تلك الأثناء مفهوم بسيط عن المجموعات الضبابية، ولم يأخذ مني الوقت طويلاً لوضع أفكارني معاً وكتابة ورقة حول هذا الموضوع بعنوان: Fuzzy Sets، سنة 1965م» [18]، ويقول أيضاً: «... وبعدها ومنذ سنة 1965م أصبحت جميع الأوراق التي أكتبها حتى الآن تتعلق بالمنطق الضبابي Fuzzy Logic وأساسه المجموعات الضبابية» [18].

إن ما هو المنطق الضبابي؟ ثم ما هي المجموعة الضبابية؟

## 2-2-3- تعريف المنطق الضبابي:

المنطق الضبابي منطق رياضي لا متناهي القيم، وهو آلية نستطيع من خلالها معالجة أنواع مختلفة من عدم الدقة لبعض المصطلحات اللغوية غير الدقيقة ضمن اللغة الطبيعية [7] مثل: **قليلاً، كثيراً، بعض، ربما، ...** الخ، وذلك باستخدام المجموعات الضبابية [10]. إذا فما هي المجموعة الضبابية؟

## 2-2-4- تعريف المجموعة الضبابية:

يُعرّف الأستاذ لطفي زاده المجموعة الضبابية بقوله: «المجموعة الضبابية هي فئة من العناصر مع سلسلة درجات في الانتماء، هذه المجموعة تتميز بدالة الانتماء التي تمنح لكل عنصر **درجة في الانتماء** تتراوح من 0 إلى 1، (...) والمجموعة الضبابية هي وسيلة طبيعية نعالج بها الكيانات التي يعود أصل ضبابيتها وغموضها إلى غياب مواصفات دقيقة التعريف للانتماء في مجموعة ما» [17]. أي أن المجموعة الضبابية هي تلك التي ليس لها ما صدق ثابت، وإنما تتعدد مصادقاتها على نحو لا متناهي بما يناظر الأعداد الحقيقية المحصورة بين 0 و 1 [3] والمفاهيم الأساسية لنظرية المجموعات الضبابية لا تخرج عما ألفناه من مفاهيم لنظرية المجموعات الكلاسيكية التي قدمها الرياضي الألماني "جورج كانتور" "G. Cantor" في الفترة ما بين عامي (1874م-1897م)، فقط قام الأستاذ لطفي زاده ببعض التعديل والتحويل فيها لتصبح قيمتا الانتماء المعروفتين في المجموعة الكلاسيكية وهما 0 و 1، إلى درجات الانتماء في المجموعة الضبابية وهي كل الأعداد الحقيقية المحصورة بين 0 و 1 [3]. ويمكن شرح هذا كالآتي:

نعلم أن مفهوم الانتماء في منطق المجموعات الكلاسيكية، هو: أن ينتمي العنصر للمجموعة ونرمز لهذا بالرقم (1)، وإما لا ينتمي إليها ونرمز لهذا بالرقم (0) أي أن **قيم الانتماء** في المجموعة الكلاسيكية هي عبارة عن مجموعة تحتوي على عددين اثنين وهما الرقم (1) والرقم (0) و نرمز لهذه المجموعة Set، بـ:  $S = \{0,1\}$  [7].

هنا انتبه الأستاذ لطفي زاده وقال لما لا نوسع مفهوم الانتماء، فنجعل لكل العناصر من المجموعة الشاملة على الأقل **درجة انتماء** [13] Degrees of Membership تتراوح من (0) إلى (1)، ونسمي هذه المجموعة الجديدة بالمجموعة الضبابية Fuzzy Set. أي أن درجات الانتماء في المجموعة الضبابية هي عبارة عن **مجال معياري Interval Standard** من الأعداد الحقيقية المتعددة والمتصلة من (0) إلى (1)، ونرمز لهذا المجال Interval، بـ:  $I = [0,1]$  [17].

يُعتبر الأستاذ لطفي زاده أن: الدرجة (1) تمثل **درجة انتماء تام** [10]، والدرجة (0) تمثل **درجة عدم انتماء تام** [10]، والمجال  $[0.51,1]$  يمثل **مجال درجات الانتماء الجزئي** والمجال  $[0,0.49]$  يمثل **مجال درجات عدم الانتماء الجزئي**، أما الدرجة (0.5) فتمثل درجة التوازن بين الانتماء وعدم الانتماء، فهي **غير محددة** [4].

ونعبر عنه رمزياً كالآتي:  $[0.51,1], (0.5), [0,0.49] = [0,1]$

وبهذه التوسعة وبتحويل مفهوم قيمة الانتماء من مجموعة تحتوي على عنصرين اثنين فقط هما (1) و (0)، إلى درجات انتماء تتراوح من (1) إلى (0) في المجال المعياري المغلق  $[0,1]$ ، يكون الأستاذ لطفي زاده قد **ابتكر نسقاً منطقياً آخر**، والذي سماه بـ: المنطق الضبابي (FL) Fuzzy Logic.

## 2-5- الرابط الإبستمولوجي من المنطق الضبابي:

استلهم الأستاذ فلورنتن سمارنداكه من المنطق الضبابي رابطا إبستمولوجيا واحدا ساعده في صياغة فكرة اللاتحديد لديه والتي سبق وأن تأكد من وجودها الماهوي والأنطولوجي من فيزياء الكوانتم، وهو:

فكرة درجات الانتماء، وخصوصا درجة الانتماء (0.5) التي تعبّر عن اللاتحديد.

إذن كان هذا الرابط الإبستمولوجي من المنطق الضبابي، فما هي نتيجة اجتماع الرابطين الإبستمولوجيين الآن؟

## 3. نتيجة اجتماع الرابطين الإبستمولوجيين:

إن ظهور المنطق النيوتروسوفي Neutrosophic Logic عند الأستاذ فلورنتن سمارنداكه كان نتيجة حتمية لاجتماع الرابطين الإبستمولوجيين اللذان رأيناها في فيزياء الكوانتم والمنطق الضبابي، واللذان يؤكدان أن الكون وهذا العالم الحقيقي الذي نعيش فيه عالم مليء بالكيانات الضبابية وغير المحددة، وهذا في قوله (الأستاذ فلورنتن سمارنداكه): «إن العالم الذي نعيش فيه مليء بالكيانات غير المحددة» [14]. وبعد أن أثبت وتأكد من فكرته في فيزياء الكوانتم كما رأينا، رأى أن تعبير المنطق الضبابي عن فكرة اللاتحديد بدرجة انتماء واحدة وهي (0.5) هو تعبير قاصر، ففكرة اللاتحديد أكبر بكثير من أن نعبر عنها بهذه الطريقة، الأمر الذي دفعه إلى أن يضع نسقا منطقيا رياضيا جديدا أعلى مستوى من المنطق الضبابي يمكننا من التعبير بشكل كاف عن اللاتحديد ويمثل منهجا جديدا في التفكير حول هذا الكون غير المحدد، أو نظرية فكرية جديدة في الفلسفة تعالج كل المظاهر الغامضة وغير المحددة في الكون، وذلك انطلاقا من توسيعه إلى حد ما في المنطق الضبابي، وفي هذا يقول أيضا: «هذه الدراسة هي وجهة نظر جديدة وهي تعميم لـ: المجموعة الضبابية والمنطق الضبابي إلى ما سوف أسميه على التوالي: المجموعة النيوتروسوفية والمنطق النيوتروسوفي» [14]، ويتمثل توسيع وتحويل الأستاذ فلورنتن سمارنداكه للمنطق الضبابي في ما يلي:

بعد قيام الأستاذ لطفي زاده بتوسعة وتحويل مفهوم قيمة الانتماء من مجموعة تحتوي على عنصرين اثنين فقط هما (1) و (0)، إلى درجات انتماء تتراوح من (0) إلى (1) في المجال المعياري المغلق  $[0,1]$ ، والذي يساوي  $[0,0.49]$ ،  $[0.51,1]$ ،  $[0,1]$ ،  $[0,1]$ ، هنا انتبه الأستاذ فلورنتن سمارنداكه وقال لما لا نوسع مفهومي درجات الانتماء الجزئي ودرجات عدم الانتماء الجزئي، ودرجة الانتماء غير المحددة، فنجعل لكل منهما مجالا قائما بذاته، فيكون لكل العناصر من المجموعة الشاملة على الأقل درجة في الانتماء تتراوح من (0) إلى (1)، في كل مجال على حدى ونسمي هذه المجموعة الجديدة، بالمجموعة النيوتروسوفية Neutrosophic Set، وذلك التحويل كان كالآتي [15]:

**حول** مجال درجات الانتماء الجزئي من:  $[0.51,1]$  إلى مجال درجات انتماء الصدق  $T: [0,1]^+$ .

**حول** مجال درجات عدم الانتماء الجزئي من:  $[0,0.49]$  إلى مجال درجات انتماء الكذب  $F: [0,1]^+$ .

**حول** قيمة الانتماء غير المحددة من: (0.5) إلى مجال درجات انتماء اللاتحديد  $I: [0,1]^+$ .

أي أن درجات الانتماء في المجموعة النيوتروسوفية هي عبارة عن مجال من الأعداد الحقيقية المتعددة والمتصلة، والمكون من مجموع المجالات الثلاثة، وذلك من  $(-)$  إلى  $(3^+)$ ، ونرمز لهذا المجال Interval، بـ:  $[-0,3^+]$ .

ونعبر عنه رمزيا كالآتي:  $[-0,1]^+ + [-0,1]^+ + [-0,1]^+ = [-0,3^+]$

وبهذه التوسعة وتحويل مفهوم درجة الانتماء في المجموعة الضبابية من المجال المعياري المغلق  $[0,1]$ ، إلى درجات الانتماء في المجال غير المعياري Interval Non-Standard المفتوح  $[-0,3^+]$ ، يكون الأستاذ فلورنتن سمارنداكه قد ابتكر نسقا منطقيا آخر، والذي سماه بـ: المنطق النيوتروسوفي (NL) Neutrosophic Logic.

ومنه يرى الأستاذ فلورنتن سمارنداكه انطلاقا من هذا المفهوم أن أي كيان في هذا الكون سواء كان: فكرة، قضية، نظرية، حدث، رأي، مبدأ، تصور، ... الخ، يمكن أن يكون صادقا ويمكن أن يكون كاذبا ويمكن أن يكون أيضا حياديا، أي إذا كان في وقت من الأوقات صادقا سيأتي وقت معين ويكون فيه كاذبا، وإذا كان في وقت من الأوقات كاذبا سيأتي وقت معين ويكون فيه صادقا، ومروره من الصدق إلى الكذب أو من الكذب إلى الصدق يكون عبر حالات محايدة لا متناهية العدد بين الطرفين، وذلك وفقا للمتغيرات والعوامل (البرامترات Parametres) المكانية والزمنية لمسيرة التطور المتواصلة للعقل البشري، فأى فكرة مثلا كما تحمل برهان صدقها تحمل أيضا برهان كذبها، وبالتالي قد تتحول الأفكار الفلسفية المتناقضة في وقت ما إلى أفكار متسقة، والأفكار المتسقة إلى أفكار متناقضة، مروراً بين هذا وذاك بحالات محايدة لا متناهية متدرجة بين الصدق والكذب [5].

إذن للانتقال من فكرة إلى نقيضها أو من نقيض الفكرة إلى الفكرة، أو للانتقال من الصدق إلى الكذب أو من الكذب إلى الصدق، أو للانتقال من الأبيض إلى الأسود أو من الأسود إلى الأبيض، يكون بالمرور عبر رماديات متدرجة، هذا بالنسبة للأفكار وقس ذلك على أي كيان من إنتاج العقل البشري. ومنه ومن هذه المنهجية الجديدة في التفكير أو النظرية الفكرية الجديدة في الفلسفة نلاحظ فعلا أن الكون بما فيه العالم الحقيقي الذي نعيش فيه، أنه حقاً مليء بالكيانات غير المحددة، أي مليء بالكيانات المحايدة التي تقع بين الصدق والكذب، لأن الكيان الصادق مُحَدَّد

والكيان الكاذب أيضا مُحدّد، لكن الكيانات المحايدة التي تقع بين الطرفين هي غير محدّدة وزيادة على ذلك هي متصلة ولا متناهية العدد، ومنه فنحن في حاجة إلى جعل ما هو مُحايِد (غامض) دقيق وما هو دقيق أكثر دقة.

إذا سنعيد تسمية أداة الكشف عن الحقيقة ولنسميها كما سماها صاحبها الأستاذ فلورنتن سمارنداكه باسم: المنطق النيوتروسوفي، أحدث ما توصل إليه الفكر المنطقي في سعيه الحثيث لاستيعاب الكون والوصول إلى الحقيقة. يقول الأستاذ فلورنتن سمارنداكه: «إن المجموعة النيوتروسوفية والمنطق النيوتروسوفي تمثل أدوات مفيدة في معالجتنا (...) لفيزياء الكوانتم التي تنطوي على لا تحديد مؤكد حول طاقة وكمية حركة الجسيمات، وحيث أن الجسيمات في العالم دون الذري ليس لها مواضع يمكن تعيينها بدقة، فمن الأفضل إذن أن نحسب احتمالاتها النيوتروسوفية، أي نسبة الالتحديد إلى جانب حسابنا لنسبة الصدق ونسبة الكذب، للكيان موضع الدراسة» [5].

قدم كلا من احمد باسّم حامد النافعي. هدى إسماعيل خالد: عن مفهوم النيوتروسوفيك: مراجعة وقدموا جرّدًا تاريخيًا مختصرًا حول الدراسات السابقة في مجال الرياضيات والفلسفة التي تناولت مفهوم النيوتروسوفيك. وتحديدًا للباحثين العرب ودورهم في تطويره. [19].

#### 4. الخاتمة

لقد سمحت لنا هذه الدراسة باستخلاص النتائج الآتية:

**4-1- إن أي نسق منطقي قبل أن يصبح هيكلًا منتهايًا محتويًا على مجموعة من الرموز والقوانين هو في الحقيقة إدراك فكري لعلاقة بين كم وكيف إبيستيمولوجي معين من المعارف المحتواة في الذات الإبيستيمولوجية العارفة، واختلاف أنواع الابتكارات بين النوات يرجع أولاً لاختلاف المعارف القبلية الحاوية لها وثانيًا لعصر اكتساب هذه المعارف، والأهم من هذا كله يرجع لاختلاف قوة إدراك العلاقات الجدلية بين هذه المعارف القبلية المكتسبة لكل ذات إبيستيمولوجية.**

**4-2- فيما يخص التسمية فقد يسأل سائل ويقول لماذا سُمي المنطق النيوتروسوفي بهذا الاسم؟ فكيف يمكن أن تجتمع كلمة (منطق Logic) التي تدل على الدقة واليقين بكلمة (نيوتروسوفي Neutrosophic) التي تدل على الحياء أو المحايدة؟ أي كيف يمكن أن يكون المنطق محايدًا؟ عندها نجيبه ونقول: سُمي المنطق النيوتروسوفي بهذا الاسم لأنه يتعامل مع قضايا ومساائل محايدة وغير محددة ولا يمكن أن نعرف بأي طريقة درجة غموضها أو حتى إن كانت صادقة أو كاذبة، فهو يهدف إلى تحديد هذا الغموض الشديد الذي يكتنفها بمنحها درجة لاتحديد أي درجة غموض بالإضافة إلى درجة صدق ودرجة كذب. وليس هو في حد ذاته المُحايِد.**

**4-3- المنطق النيوتروسوفي يعتمد في آلياته على مفاهيم المجموعات النيوتروسوفية، ومفهوم المجموعة النيوتروسوفية هو امتداد وتوسيع لمفهوم المجموعة الضبابية والمجموعة الكلاسيكية قبلها، ففي المجموعة الكلاسيكية يمكن للعنصر أن تكون له قيمة انتماء تقدر بالرقم (1) عند انتمائه إلى المجموعة وبالرقم (0) عند عدم انتمائه إلى هذه المجموعة، مما يجعل المجموعات الكلاسيكية ثنائية القيمة، أما المجموعة الضبابية فتوسع في هذا المفهوم فيمكن للعنصر أن تكون له درجة انتماء تتراوح من صفر (0) إلى واحد (1)، وبين الصفر (0) والواحد (1) كما نعلم قيم عديدة، مما يجعل المجموعات الضبابية متعددة القيم، في حين أن المجموعة النيوتروسوفية تُوسع وتعمم هذا المفهوم فيمكن للعنصر أن تكون له درجة انتماء في الصدق واللاتحديد والكذب تتراوح من صفر (0-) إلى ثلاثة (3+)، وبين الصفر (0-) والثلاثة (3+) كما رأينا قيم لا متناهية، مما يجعل المجموعات النيوتروسوفية لا متناهية القيم، ومنه فالمنطق النيوتروسوفي منطق مفهومي لا متناهي القيم، يتعامل مع المعلومات المتناقضة بشدة بُغية الوصول بها تقريبًا إلى درجة 0% من التناقض. فهل هذا سيجعله الباب الأكثر اتساعًا لمحاولة تربيض العلوم الإنسانية والعلوم الاجتماعية بوصفها أكثر العلوم المُحتوية على التناقض في طياتها؟**

**4-4- إن مسألة البحث عن الحقيقة هي مسألة قديمة بقدّم الإنسان، أو يمكن القول إن هذه المسألة هي جزء من أجزاء الفطرة الإنسانية السليمة، ويُعد بحثه عنها سببًا من أسباب سعادته وراحته العقلية، ولكن للأسف هذا العالم الذي نعيش فيه وطبيعة تركيبه الغامضة غير المحددة هي ما يقف أمام الإنسان كحاجز يمنعه من الوصول إلى الحقيقة ولقد أدرك بعض العلماء هذا الأمر ومنهم فيلسوفنا الأستاذ فلورنتن سمارنداكه الذي وضع كما رأينا نسقًا منطقيًا نستطيع باستعماله تجاوز كل أنواع حواجز الغموض واللاتحديد والهدف من ذلك هو الوصول إلى الحقيقة بأي طريقة. لكن يجب أن نتنبه هنا لمسألة هي هل للوصول إلى الحقيقة يجب تخطي غموض ولاتحديد العالم فقط؟**

#### المراجع

1. أنطوان بطرس ، الثورات العلمية العظمى في القرن العشرين ، pdf .
2. جيمس جينز، الفيزياء والفلسفة، ترجمة جعفر رجب، دار المعارف، القاهرة، سنة 1981 م.
3. صلاح عثمان، المنطق متعدد القيم بين درجات الصدق وحدود المعرفة، منشأة المعارف، جلال حزي وشركاه، الإسكندرية، مصر، الطبعة الأولى، سنة 2002م.

4. فاضل عباس الطائي، ساندني يوسف هرمز، التنبؤ بالسلسلة الزمنية باستخدام طريقة الجار الأقرب المضطرب مع التطبيق، المجلة العراقية للعلوم الإحصائية، العدد 19، سنة 2011م.
5. فلورنتن سمارنداكه، صلاح عثمان، الفلسفة العربية من منظور نيوتروسوفي، منشأة المعارف، جلال حزي وشركاه، الطبعة الأولى، الإسكندرية، مصر، سنة 2007م.
6. لويس دي بروجلي، الفيزياء والميكروفيزياء، ترجمة رمسيس شحاتة، مراجعة مرسي أحمد، مؤسسة سجل العرب، القاهرة، سنة 1967م.
7. مئينة عبد الله مصطفى، مقارنة بين تحليل المكونات المستقلة والمنطق المضطرب في التنبؤ بالسلاسل الزمنية، المجلة العراقية للعلوم الإحصائية، العدد (21)، سنة 2012م.
8. محمود فهمي زيدان، من نظريات العلم المعاصر إلى المواقف الفلسفية، دار النهضة العربية، بيروت، سنة 1982م.
9. محمد عابد الجابري، مدخل إلى فلسفة العلوم، مركز دراسات الوحدة العربية، الطبعة الثالثة، بيروت، 1994م.
10. منى هادي صالح، دراسة وتحليل العمليات الرياضية للمنطق المضطرب، مجلة بغداد للعلوم، العدد (3)، مجلد (6)، سنة 2009م.
11. ياسين خليل، مقدمة في الفلسفة المعاصرة، دراسة تحليلية و نقدية للاتجاهات العلمية في فلسفة القرن العشرين، دار الشرق للنشر والتوزيع، سنة 2012م.
12. يمني طريف الخولي، فلسفة العلم في القرن العشرين، عالم المعرفة، عدد 264، الكويت، سنة 1990م.
13. Florentin Smarandache, **Neutrosophic Set – Ageneralization of the Intuitionistic Fuzzy Set**, University of New Mexico, Gallup, NM 87301, USA.
14. Florentin Smarandashe, Salah Osman, **Netrosophy in Arabic Philosophy**, printed in the united states of America, renaissance high press, 2007.
15. Florentin Smarandashe, Haibin Wang, Yan-qing Zhang, Rajshekhar Sunderaman, **Interval Neutrosophic sets and logic: theory and applications in computing**, neutrosophic Book series No.5, Hescis Arizona printed in the United States of America, 2005.
16. Michel le Bellac, **Physique Quantique**, Savoirs-Actuel, EDP Sciences, CNRS éditions, Paris, 2007.
17. Lotfi A. Zadeh, « **Fuzzy Sets** », information and control, 8, 338-353, 1965.
18. Lotfi A. Zadeh, **My life and Work-A rebos poctive view**, [www.c8berkeley.edu/.../20%Acme-My20%Life](http://www.c8berkeley.edu/.../20%Acme-My20%Life), datem 27/01/2013
19. . احمد باسم حامد النافعي, هدى إسماعيل خالد: مفهوم النيوتروسوفيك: مراجعة , Neutrosophic Knowledge, vol. 2/2021, pp. 29-39



## دراسة في الفضاءات الخطية النترسوفيكية

ملاذ فريد الأسود

دكتوراه في الرياضيات – جامعة غازي عنتاب - تركيا

Email: [Malaz.aswad@yahoo.com](mailto:Malaz.aswad@yahoo.com)

Received: Received: June 2021; Accepted: July 2021

**المخلص:** في هذه الدراسة نقدم تعريف الفضاءات الخطية النترسوفيكية أو (النوترسوفيكية)، بالإضافة للفضاءات الخطية النترسوفيكية المنظمة، كما نقدم مفهوم الجداء الداخلي النترسوفيك، وذلك من خلال تقديم بعض المبرهنات الخاصة بالجداء الداخلي النترسوفيك، أما الجزء الثاني من هذه الدراسة، سنعرض فيه تعريف تعامد شعاعين نترسوفيكين في فضاء نترسوفيك، وتعريف الجملة المتعامدة والمنظمة لمجموعة أشعة نترسوفيكية من فضاء شعاعي نترسوفيك، وأخيراً نقدم طريقة جرام شميدت نترسوفيكاً لإيجاد جملة متعامدة منظمة لجملة أشعة نترسوفيكية وفتح المجال لدراسة الدوال النترسوفيكية الخاصة اعتماداً على طريقة جرام شميدت نترسوفيكاً.

**Abstract:** In this paper, we present the definition of neutrosophic linear spaces, In addition to the neutrosophic normed linear spaces. We also introduce concept of the neutrosophic inner product, This is done by presenting some of the theorem for of the neutrosophic inner product, As for the second of this paper, we will present the orthogonality of two neutrosophic vectors of neutrosophic space, And the definition of an orthogonal and orthonormal system of a set of neutrosophic vectors from a neutrosophic vector space, We present the Gram-Schmidt neutrosophy method for finding an orthogonal orthonormal system of a set of neutrosophic vectors, and it opened the way for the study neutrosophic property functions based on the Gram-Schmidt neutrosophy method.

**الكلمات الرئيسية:** العدد الحقيقي النترسوفيك، الفضاء الخطي النترسوفيك، الجداء الداخلي النترسوفيك.

### 1. مقدمة

عمم فلورنتين سمارنداك عام 1995 مفهوم المنطق الضبابي (Fuzzy) إلى المنطق النترسوفيك أو (النوترسوفيك)، ثم ظهرت العديد من الأبحاث في هذا المنطق الجديد في شتى أنواع العلوم وخاصة في الرياضيات بجميع فروعها لا سيما التوبولوجيا والجبر أنظر مثلاً [1]، [2]، [3]، [4]. إن العالم الذي يحيط بنا تتسم أحداثه ووقائعه بالتناقض، والغموض، واللاتحديد حيث تُفصح كل قضية عن الصدق تارة وعن الكذب تارة أخرى وعن عدم التحديد. لذلك برزت حاجتنا لمنطق جديد يعكس حقيقة رؤيتنا النسبية لهذا الواقع. هذا المنطق هو المنطق النترسوفيك (النوترسوفيك) الذي أسسه العالم الأمريكي فلورنتين سمارنداك عام 1995 والذي يدرس ويهتم بالحياد [5]، بحيث يأخذ هذا المنطق بعين الاعتبار كل فكرة مع نقيضها مع طيف الحياد، حيث يأخذ هذا المنطق كل بيان بثلاث أبعاد هي الصح ( $T$ ) بدرجات والخطأ ( $F$ ) بدرجات والحياد ( $I$ ) بدرجات، ويمكننا أن نعبر عن ذلك بالصيغة ( $T, I, F$ ) وهذا يعطي وصفاً أدق من المنطق الضبابي والمنطق العادي. انبثقت من منطق النترسوفيك المجموعات النترسوفيكية الكلاسيكية أو (الهشة) كتعميم لنظرية المجموعات الكلاسيكية التي قدمها جورج كانتور، والمجموعات الحدية، وفق هذا المنطق على يد البروفيسور المصري أحمد سلامة وفريق من الباحثين، حيث تناول أول كتاب قدمه سلامة و سمارنداك عام 2015 مفهوم المجموعة النترسوفيكية الكلاسيكية بشكل مفصل [13]. وفيما بعد عُرفت نقاط نترسوفيكية كلاسيكية جديدة [6]، واستخدمت في توصيف مجموعات نترسوفيكية كلاسيكية مغلقة [7]. لقد أدخل سلامة العديد من المفاهيم ووضع أسس لرياضيات جديدة وتطبيقات متعددة في مجال علوم الحاسب، والاحصاء، والاحتمالات، ونظم المعلومات، ودعم واتخاذ القرار، ففي مجال التوبولوجي، وعلوم الحاسب، والاحصاء، وعلم النفس، والاجتماع، فقد قدم العديد من الأبحاث التطبيقية بمشاركة سمارنداك [20-13]. هذا وعرض الباحث ملاذ الأسود تعريفاً لتكامل دالة السمك النترسوفيكية وتم نشر مقال في مجلة IJNS بعنوان "دراسة تكامل دالة السمك النترسوفيكية" [8]،



وتطبيقها في تعريف أنماط جديدة لمعادلات تفاضلية نتروسوفيكية، وفيما يتعلق بالأعداد العقدية النتروسوفيكية فقد قام الباحثان الدكتور رياض الحميدو والأستاذ مياس اسماعيل بدراسة هذه الأعداد، حيث قام الباحثان بتعريف الصيغة القطبية للعدد العقدي النتروسوفيكى [9]، وقام الباحث ملاذ الأسود أيضاً بدراسة الأعداد العقدية النتروسوفيكية، من خلال نشر بحث في مجلة Neutrosophic Knowledge [10]. وحول المفاهيم السمارانداكية في نظرية الأعداد فقد تم تنظيم مؤتمراً دولياً بجامعة كرايوفا، رومانيا نُقِشت به هذه المفاهيم بشكل مفصل [12]. في هذه الدراسة تقدم تعريف الفضاءات الخطية النتروسوفيكية أو (النوتروسوفيكية)، بالإضافة للفضاءات الخطية النتروسوفيكية المنظمة، ومفهوم الجداء الداخلي النتروسوفيكى. كما نعرض تعريف تعامد شعاعيين نتروسوفيكين في فضاء نتروسوفيكى، والجملة المتعامدة والمنظمة لمجموعة أشعة نتروسوفيكية من فضاء شعاعى نتروسوفيكى. وأخيراً نقدم طريقة جرام شميدت نتروسوفيكياً لإيجاد جملة متعامدة منظمة لجملة أشعة نتروسوفيكية.

## 2. تمهيد

في هذا القسم سنشير إلى مفهوم الفضاءات الخطية النتروسوفيكية، والفضاءات الخطية النتروسوفيكية المنظمة. وبعد ذلك سنقدم مجموعة من المفاهيم المتعلقة بالفضاءات الخطية والخطية المنظمة النتروسوفيكية، كمفهوم الجداء الداخلي النتروسوفيكى، والتعامد النتروسوفيكى في فضاء الجداء الداخلي النتروسوفيكى، بالإضافة للجمال المتعامدة المنظمة نتروسوفيكياً، وتعريف لطريقة جرام شميدت نتروسوفيكياً في إيجاد جملة متعامدة منظمة نتروسوفيكياً، مع ذكر بعض الأمثلة التوضيحية. خلال هذا البحث تشير  $X$  لمجموعة نتروسوفيكية غير خالية، و  $(x + I)$  لعنصر من  $X$ ، أما العدد  $\|x + I\|$  نسميه تنظيم العنصر  $(x + I)$ .

**التعريف 1: [12] العدد الحقيقي النتروسوفيكى:**

يعرف العدد الحقيقي النتروسوفيكى بالعلاقة  $w = a + bI$  حيث أن  $a$  و  $b$  أعداد حقيقية و  $I$  عنصر اللاتحديد. مع الأخذ بعين الاعتبار أن  $I^n = I$  و  $0.I = 0$  لجميع قيم  $n$  الموجبة. مثال ذلك:

$$w = 7 - 9I, w = -11 = -11 + 0I$$

**التعريف 2: [12] قسمة عددين حقيقيين نتروسوفيكين:**

ليكن  $w_2 = a_2 + b_2I$  و  $w_1 = a_1 + b_1I$  عندئذ يكون:

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{a_1 + b_1I}{a_2 + b_2I} = \frac{a_1}{a_2} + \frac{a_2b_1 - a_1b_2}{a_2(a_2 + b_2)}I \dots \dots (1)$$

**الملاحظة 1:**

$$\sqrt{I} = \mp I, I^2 = I, 0.I = 0$$

**التعريف 3: الفضاء الخطى النتروسوفيكى:**

لتكن  $X$  مجموعة نتروسوفيكية غير خالية. فإذا أمكننا تعريف عمليتين جديتين على عناصر  $X$ . الأولى تُسمى الجمع (+) والثانية تُسمى الضرب بعدد (.) بحيث يتحقق ما يأتي:

أولاً: من أجل أي عنصرين  $(x + I), (y + I)$  من  $X$  يجب أن ينتمي  $(x + I) + (y + I)$  إلى  $X$ . وأيضاً:

$$(1). (x + I) + (y + I) = (y + I) + (x + I); \forall (x + I), (y + I) \in X$$

$$(2). (x + I) + ((y + I) + (z + I)) = ((x + I) + (y + I)) + (z + I)$$

وذلك أيّاً كان  $(x + I), (y + I), (z + I) \in X$ .

$$(3). \forall (x + I) \in X, \exists \theta + I \in X : (x + I) + (\theta + I) = (x + I)$$

$$(4). \forall (x + I) \in X, \exists -(x + I) \in X : (x + I) + (-(x + I)) = (\theta + I)$$

العنصر  $(\theta + I)$  يسمى العنصر الصفري (صفر الفضاء) وهو وحيد في حال وجوده، والعنصر  $-(x + I)$  يسمى العنصر النظير للعنصر  $(x + I)$  وهو وحيد من أجل كل  $(x + I)$ .

ثانياً: من أجل أي  $(x + I)$  من  $X$  وأي عدد  $\lambda$  من  $K$  (حيث  $K$  مجموعة الأعداد الحقيقية النتروسوفيكية أو العقدية النتروسوفيكية) فإن  $\lambda(x + I)$  هو عنصر في  $X$  وأيضاً:

$$(1). \lambda.(\mu(x + I)) = (\lambda. \mu)(x + I); \forall (x + I) \in X, \forall \lambda, \mu \in K$$

$$(2). (\lambda + \mu).(x + I) = \lambda.(x + I) + \mu.(x + I); \forall (x + I) \in X, \forall \lambda, \mu \in K$$

$$(3). \lambda.((x + I) + (y + I)) = \lambda.(x + I) + \lambda.(y + I)$$

$$; \forall (x + I), (y + I) \in X, \forall \lambda \in K$$

$$(4). 1. (x + I) = (x + I); \forall (x + I) \in X$$

عندئذ نسمي الثلاثية  $(X, +, .)$  فضاءً خطياً نتروسوفيكيًا.

إذا كانت  $K = R$  سمي فضاء خطياً حقيقياً نتروسوفيكيًا، وإذا كانت  $K = C$  سمي فضاء خطياً عقدياً نتروسوفيكيًا.

**التعريف 4: (الفضاء الخطي النتروسوفيكي المنظم):**

يقال عن فضاء خطي نتروسوفيكي أنه منظم إذا أمكن أن نقرن كل عنصر  $(x + I)$  من  $X$  بعدد حقيقي نتروسوفيكي نرمز له بالرمز  $\|x + I\|_X$  ونكتب اختصاراً  $\|x + I\|$  بحيث تتحقق الشروط الآتية:

$$(1). \|x + I\| \geq 0; \forall (x + I) \in X, \|x + I\| = 0 \Leftrightarrow x + I = 0$$

$$(2). \|\lambda(x + I)\| = |\lambda| \|x + I\|; \forall (x + I) \in X, \forall \lambda \in K$$

$$(3). \|(x + I) + (y + I)\| \leq \|x + I\| + \|y + I\|; \forall (x + I), (y + I) \in X$$

تسمى العلاقة الأخيرة (3) بمتراجحة المثلث نتروسوفيكيًا.

أما العدد  $\|x + I\|$  نسميه تنظيم العنصر  $(x + I)$ .

**التعريف 5: (الجداء الداخلي النتروسوفيكي):**

ليكن  $E$  فضاء شعاعياً حقيقياً نتروسوفيكيًا. نسمي التطبيق:

$$\langle , \rangle : E \times E \rightarrow R$$

$$; (x + I, y + I) \rightarrow \langle x + I, y + I \rangle$$

بحيث تتحقق الشروط الآتية:

$$(1). \langle x + I, x + I \rangle \geq 0, \langle x + I, x + I \rangle = 0 \Leftrightarrow x + I = \theta$$

$$(2). \langle \lambda(x + I), z + I \rangle = \lambda \langle x + I, z + I \rangle$$

$$(3). \langle (x + I) + (y + I), z + I \rangle = \langle x + I, z + I \rangle + \langle y + I, z + I \rangle$$

حيث  $(x + I), (y + I), (z + I) \in E$  و  $\lambda \in R$ ، بجداء داخلي نتروسوفيكي في  $E$ .

**المبرهنة 1:**

كل فضاء حقيقي نتروسوفيكي  $E$  هو فضاء منظم نظيمه يولد بالجداء الداخلي ويعطى بالعلاقة:

$$\|x + I\| = \sqrt{\langle x + I, x + I \rangle}$$

**البرهان:**

من الواضح أن المساواة السابقة لها معنى لأن:  $\langle x + I, x + I \rangle \geq 0$  دوماً. ولنتحقق من موضوعات التنظيم نجد:

$$(1). \|x + I\| = \langle x + I, x + I \rangle \geq 0$$

ولدينا:

$$x + I = \theta \Leftrightarrow \langle x + I, x + I \rangle = 0 \Leftrightarrow \sqrt{\langle x + I, x + I \rangle} = 0 \Leftrightarrow \|x + I\| = 0$$

$$(2). \|\lambda(x + I)\| = \sqrt{\langle \lambda(x + I), \lambda(x + I) \rangle} = \sqrt{\lambda^2 \langle x + I, x + I \rangle} = |\lambda| \sqrt{\langle x + I, x + I \rangle} = |\lambda| \|x + I\|$$

$$\begin{aligned} (3). \|(x + I) + (y + I)\|^2 &= \langle (x + I) + (y + I), (x + I) + (y + I) \rangle \\ &= \langle (x + I), (x + I) \rangle + 2\langle (x + I), (y + I) \rangle + \langle (y + I), (y + I) \rangle \\ &\leq \langle (x + I), (x + I) \rangle + 2\sqrt{\langle (x + I), (x + I) \rangle \langle (y + I), (y + I) \rangle} + \langle (y + I), (y + I) \rangle \\ &= (\|x + I\| + \|y + I\|)^2 \end{aligned}$$

**المثال 1:**

أثبت صحة المتطابقة الآتية في  $E$ :

$$(\|x + I\| + \|y + I\|)^2 + (\|x + I\| - \|y + I\|)^2 = 2(\|x + I\|^2 + \|y + I\|^2)$$

**الحل:**

$$l_1 = (\|x + I\| + \|y + I\|)^2 + (\|x + I\| - \|y + I\|)^2$$

$$l_1 = \langle (x + I) + (y + I), (x + I) + (y + I) \rangle + \langle (x + I) - (y + I), (x + I) - (y + I) \rangle$$

$$\begin{aligned}
l_1 &= \langle (x+I), (x+I) \rangle + 2\langle (x+I), (y+I) \rangle + \langle (y+I), (y+I) \rangle + \langle (x+I), (x+I) \rangle \\
&\quad - 2\langle (x+I), (y+I) \rangle + \langle (y+I), (y+I) \rangle \\
l_1 &= 2(\langle (x+I), (x+I) \rangle + \langle (y+I), (y+I) \rangle) \\
l_1 &= 2(\|x+I\|^2 + \|y+I\|^2) = l_2
\end{aligned}$$

**المثال 2:**

أثبت أن الفضاء النتروسوفيكي المنظم  $E$  هو فضاء ميري نتروسوفيكي مسافته تعطى بالعلاقة:

$$d(x+I, y+I) = \|(x+I) - (y+I)\|; (x+I), (y+I) \in E$$

**الحل:**

ليكن  $(x+I), (y+I), (z+I) \in E$  ولنتحقق من موضوعات المسافة:

$$(1). d(x+I, y+I) = \|(x+I) - (y+I)\| > 0$$

ولدينا:

$$\begin{aligned}
d(x+I, y+I) = 0 &\Leftrightarrow \|(x+I) - (y+I)\| = 0 \Leftrightarrow (x+I) - (y+I) = 0 \Leftrightarrow (x+I) = (y+I) \\
(2). d(x+I, y+I) &= \|(x+I) - (y+I)\| = \|(-1)((y+I) - (x+I))\| = |\lambda|\sqrt{\langle x+I, x+I \rangle} \\
&= |-1|\|(y+I) - (x+I)\| = \|(y+I) - (x+I)\| = d(y+I, x+I) \\
(3). d(x+I, z+I) &= \|(x+I) - (z+I)\| = \|(x+I) - (y+I) + (y+I) - (z+I)\| \\
&\leq \|(x+I) - (y+I)\| + \|(y+I) - (z+I)\| = d(x+I, y+I) + d(y+I, z+I)
\end{aligned}$$

**المثال 3:**

ليكن  $V$  فضاء شعاعياً نتروسوفيكيًا لتوابع حقيقية نتروسوفية مستمرة على المجال  $[a, b]$  أي  $f: [a, b] \rightarrow R$ ، وليكن  $\langle f, g \rangle$

$$\int_a^b f(x) g(x) dx \text{ جداء داخلياً على } V \text{ وبفرض أن:}$$

$$f(x) = (x+I) + 2$$

$$g(x) = 3(x+I) - 2$$

أوجد  $\langle f, g \rangle$  حيث  $x \in [0, 1]$ .

**الحل:**

$$\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(x) g(x) dx = \int_0^1 ((x+I) + 2)(3(x+I) - 2) dx$$

$$\langle f, g \rangle = \int_0^1 (3(x+I)^2 - 2(x+I) + 6(x+I) - 4) dx$$

$$\langle f, g \rangle = \int_0^1 (3x^2 + 6xI + I + 4x + 4I - 4) dx$$

$$\langle f, g \rangle = \int_0^1 (3x^2 + (6I + 4)x + 5I - 4) dx$$

$$\langle f, g \rangle = [x^3 + (3I + 2)x^2 + (5I - 4)x]_0^1$$

$$\langle f, g \rangle = 1 + 3I + 2 + 5I - 4$$

$$\langle f, g \rangle = -1 + 8I$$

**التعريف 6:** (التعتمد في فضاءات الجداء الداخلي النتروسوفيكي)

ليكن  $(u+I)$  و  $(v+I)$  شعاعين من فضاء جداء داخلي  $(V, \langle, \rangle)$ . نقول إن الشعاع  $(u+I)$  يعامد الشعاع  $(v+I)$  إذا كان:

$$\langle u + I, v + I \rangle = (u + I)(v + I) = 0 = 0 + 0I$$

**المثال 4:**

أثبت تعامد الشعاعين الآتيين:

$$u + I = (7 + I, 0), v + I = (0, 2 + I)$$

**الحل:**

$$\langle u + I, v + I \rangle = (u + I)(v + I) = (7 + I)(0) + (0)(2 + I) = 0 + 0 = 0$$

**المثال 5:**

أثبت تعامد الشعاعين الآتيين:

$$u + I = (1 + I, 2 + I, -3 - I, 4 + I), v + I = (3 + I, 4 + I, 1 + I, -2 - I)$$

**الحل:**

$$\langle u + I, v + I \rangle = (u + I)(v + I) = (1 + I)(3 + I) + (2 + I)(4 + I) + (-3 - I)(1 + I) + (4 + I)(-2 - I)$$

$$\langle u + I, v + I \rangle = 3 + 5I + 8 + 7I - 3 - 5I - 8 - 7I = 0$$

**التعريف 7:** (الجملة النتروسوفيقية المتعامدة المنظمة)

قول عن الجملة  $\{u_1 + I, u_2 + I, \dots, u_n + I\}$  إذا كانت كل اشعتها غير صفيرية وكانت هذه الأشعة متعامدة متنى متنى أي:

$$\langle u_i + I, u_j + I \rangle = 0 ; i \neq j$$

ونقول إنها منظمة إذا كان:

$$\langle u_i + I, u_j + I \rangle = 1 ; i = j$$

**التعريف 8:** (المسقط القائم لشعاع نتروسوفيكى على شعاع نتروسوفيكى):

ليكن  $(u + I)$  و  $(v + I)$  شعاعين نتروسوفيكين غير صفيريين من  $V$ . نسمي الشعاع  $\frac{\langle u + I, v + I \rangle}{\langle v + I, v + I \rangle} (v + I)$  المسقط القائم للشعاع  $(u + I)$  على الشعاع  $(v + I)$  ونرمز له بالرمز  $Pr_{v+I}(u + I)$  ونكتب:

$$Pr_{v+I}(u + I) = \frac{\langle u + I, v + I \rangle}{\langle v + I, v + I \rangle} (v + I)$$

**التعريف 9:** (خوارزمية جرام شميث في التعامد نتروسوفيكياً)

إذا كانت  $\{u_1 + I, u_2 + I, \dots, u_n + I\}$  قاعدة للفضاء النتروسوفيكى  $V$  وإذا كان:

$$v_1 + I = u_1 + I$$

$$v_2 + I = u_2 + I - Pr_{v_1+I}(u_2 + I)$$

$$v_3 + I = u_3 + I - Pr_{v_1+I}(u_3 + I) - Pr_{v_2+I}(u_3 + I)$$

.....

$$v_n + I = u_n + I - Pr_{v_1+I}(u_n + I) - \dots - Pr_{v_{n-1}+I}(u_n + I)$$

فإن الجملة:

$$\left\{ w_1 = \frac{v_1 + I}{\|v_1 + I\|}, w_2 = \frac{v_2 + I}{\|v_2 + I\|}, \dots, w_n = \frac{v_n + I}{\|v_n + I\|} \right\}$$

تشكل قاعدة منظمة متعامدة للفضاء النتروسوفيكى  $V$ .

**المثال 4:**

لتكن القاعدة النتروسوفيقية:

$$\left\{ \begin{array}{l} u_1 + I = (1 + I, 1 + I, 1 + I), u_2 + I = (0, 1 + I, 1 + I) \\ u_3 + I = (0, 0, 1 + I) \end{array} \right\}$$

للفضاء النتروسوفيكى  $R^3$ . أوجد القاعدة المنظمة المتعامدة  $w_i$  باستخدام خوارزمية جرام شميث نتروسوفيكياً.

**الحل:**

$$v_1 + I = u_1 + I = (1 + I, 1 + I, 1 + I)$$

$$v_2 + I = u_2 + I - Pr_{v_1+I}(u_2 + I) = u_2 + I - \frac{\langle u_2 + I, v_1 + I \rangle}{\langle v_1 + I, v_1 + I \rangle} (v_1 + I)$$

$$v_2 + I = (0, 1 + I, 1 + I) - \frac{2(1 + I)^2}{3(1 + I)^2} (1 + I, 1 + I, 1 + I)$$

$$v_2 + I = (0, 1 + I, 1 + I) - \frac{2 + 6I}{3 + 9I} (1 + I, 1 + I, 1 + I)$$

$$v_2 + I = (0, 1 + I, 1 + I) - \frac{2}{3} (1 + I, 1 + I, 1 + I)$$

$$v_2 + I = (0, 1 + I, 1 + I) - \left( \frac{2}{3} + \frac{2}{3}I, \frac{2}{3} + \frac{2}{3}I, \frac{2}{3} + \frac{2}{3}I \right)$$

$$v_2 + I = \left( \frac{-2}{3} - \frac{2}{3}I, \frac{1}{3} + \frac{1}{3}I, \frac{1}{3} + \frac{1}{3}I \right)$$

$$v_3 + I = u_3 + I - Pr_{v_1+I}(u_3 + I) - Pr_{v_2+I}(u_3 + I)$$

$$v_3 + I = u_3 + I - \frac{\langle u_3 + I, v_1 + I \rangle}{\langle v_1 + I, v_1 + I \rangle} (v_1 + I) - \frac{\langle u_3 + I, v_2 + I \rangle}{\langle v_2 + I, v_2 + I \rangle} (v_2 + I)$$

$$v_3 + I = (0, 0, 1 + I) - \frac{(1 + I)^2}{3(1 + I)^2} (1 + I, 1 + I, 1 + I) - \frac{\left( \frac{1}{3} + \frac{1}{3}I \right) (1 + I)}{\left( \frac{2}{3} + \frac{2}{3}I \right)^2 + 2 \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{3}I \right)^2} \left( \frac{-2}{3} - \frac{2}{3}I, \frac{1}{3} + \frac{1}{3}I, \frac{1}{3} + \frac{1}{3}I \right)$$

$$v_3 + I = (0, 0, 1 + I) - \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{3}I, \frac{1}{3} + \frac{1}{3}I, \frac{1}{3} + \frac{1}{3}I \right) - \frac{1}{2} \left( \frac{-2}{3} - \frac{2}{3}I, \frac{1}{3} + \frac{1}{3}I, \frac{1}{3} + \frac{1}{3}I \right)$$

$$v_3 + I = \left( 0, \frac{-1}{2} - \frac{1}{2}I, \frac{1}{2} + \frac{1}{2}I \right)$$

ومنه:

$$w_1 + I = \frac{v_1 + I}{\|v_1 + I\|} = \frac{(1 + I, 1 + I, 1 + I)}{\sqrt{3(1 + I)^2}} = \frac{(1 + I, 1 + I, 1 + I)}{\sqrt{3 + 9I}}$$

$$w_1 + I = \left( \frac{1 + I}{\sqrt{3 + 9I}}, \frac{1 + I}{\sqrt{3 + 9I}}, \frac{1 + I}{\sqrt{3 + 9I}} \right)$$

$$w_2 + I = \frac{v_2 + I}{\|v_2 + I\|} = \frac{\left( \frac{-2}{3} - \frac{2}{3}I, \frac{1}{3} + \frac{1}{3}I, \frac{1}{3} + \frac{1}{3}I \right)}{\sqrt{\frac{2}{3} + 2I}}$$

$$w_2 + I = \left( \frac{\frac{-2}{3} - \frac{2}{3}I}{\sqrt{\frac{2}{3} + 2I}}, \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{3}I}{\sqrt{\frac{2}{3} + 2I}}, \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{3}I}{\sqrt{\frac{2}{3} + 2I}} \right)$$

$$w_3 + I = \frac{v_3 + I}{\|v_3 + I\|} = \frac{\left( 0, \frac{-1}{2} - \frac{1}{2}I, \frac{1}{2} + \frac{1}{2}I \right)}{\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{3}{2}I}}$$

$$w_3 + I = \left( 0, \frac{\frac{-1}{2} - \frac{1}{2}I}{\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{3}{2}I}}, \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}I}{\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{3}{2}I}} \right)$$

إذن:

$$\{w_1 + I, w_2 + I, w_3 + I\}$$

تشكل قاعدة منظمة متعامدة للفضاء النترسوفيكى  $I \cup R^3$ . ويمكن التحقق من ذلك كما يأتي:

$$\langle w_1 + I, w_1 + I \rangle = \|w_1 + I\|^2 = \left( \sqrt{\frac{3(1+I)^2}{3+9I}} \right)^2 = \frac{3+9I}{3+9I} = 1$$

$$\langle w_2 + I, w_2 + I \rangle = \|w_1 + I\|^2 = \frac{\left(\frac{2}{3} + \frac{3}{2}I\right)^2 + 2\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3}I\right)^2}{\frac{2}{3} + 2I} = \frac{\frac{2}{3} + 2I}{\frac{2}{3} + 2I} = 1$$

$$\langle w_3 + I, w_3 + I \rangle = \|w_1 + I\|^2 = \frac{2\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}I\right)^2}{\frac{1}{2} + \frac{3}{2}I} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{3}{2}I}{\frac{1}{2} + \frac{3}{2}I} = 1$$

إذن فالجملية منظمة.

ولدينا:

$$\begin{aligned} \langle w_1 + I, w_2 + I \rangle &= \frac{(1+I)\left(\frac{-2}{3} - \frac{3}{2}I\right) + 2(1+I)\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3}I\right)}{\sqrt{3+9I}\sqrt{\frac{2}{3} + 2I}} = \frac{\frac{-2}{3} - \frac{2}{3}I - \frac{2}{3}I - \frac{2}{3}I + \frac{2}{3} + \frac{2}{3}I + \frac{2}{3}I + \frac{2}{3}I}{\sqrt{3+9I}\sqrt{\frac{2}{3} + 2I}} \\ &= \frac{0}{\sqrt{3+9I}\sqrt{\frac{2}{3} + 2I}} = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle w_1 + I, w_3 + I \rangle &= \frac{0 + (1+I)\left(\frac{-1}{2} - \frac{1}{2}I\right) + (1+I)\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}I\right)}{\sqrt{3+9I}\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{3}{2}I}} = \frac{\frac{-1}{2} - \frac{1}{2}I - \frac{1}{2}I - \frac{1}{2}I + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}I + \frac{1}{2}I + \frac{1}{2}I}{\sqrt{3+9I}\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{3}{2}I}} \\ &= \frac{0}{\sqrt{3+9I}\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{3}{2}I}} = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle w_2 + I, w_3 + I \rangle &= \frac{0 + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3}I\right)\left(\frac{-1}{2} - \frac{1}{2}I\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3}I\right)\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}I\right)}{\sqrt{\frac{2}{3} + 2I}\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{3}{2}I}} \\ &= \frac{\frac{-1}{6} - \frac{1}{6}I - \frac{1}{6}I - \frac{1}{6}I + \frac{1}{6} + \frac{1}{6}I + \frac{1}{6}I + \frac{1}{6}I}{\sqrt{\frac{2}{3} + 2I}\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{3}{2}I}} = \frac{0}{\sqrt{\frac{2}{3} + 2I}\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{3}{2}I}} = 0 \end{aligned}$$

إذن فالجملية متعامدة.

### المراجع

1. R.K. Al-Hamido, Q. H. Imran, K. A. Alghurabi, T. Gharibah, "On Neutrosophic Crisp Semi Alpha Closed Sets", Neutrosophic Sets and Systems", vol. 21, pp 28-35, (2018).
2. Q. H. Imran, F. Smarandache, R.K. Al-Hamido, R. Dhavasselan, "On Neutrosophic Semi Alpha open Sets", Neutrosophic Sets and Systems, vol. 18, pp 37-42, (2017).
3. Al-Hamido, R. K.; "A study of multi-Topological Spaces", PhD Theses, AlBaath university , Syria, (2019).
4. Al-Nafee. A. B, Broumi. S, F. Smarandache. (2021). Neutrosophic Soft Bitopological Spaces. International Journal of Neutrosophic Science, 14(1), 47–56.

5. F. smarandache, "A Unifying Field in Logics: Neutrosophic Logic, Neutrosophy, Neutrosophic Sets" ,Neutrosophic Probability American Research Press, Rehoboth, NM, (1999).
6. Al-Nafee, A.B.; Al-Hamido, R.K.; Smarandache, F. Separation axioms in neutrosophic crisp topological spaces. *Neutrosophic Sets Syst.* 2019, 25, 25–32.
7. AL-Nafee, A. B., Smarandache, F., & Salama, A. A. (2020). New Types of Neutrosophic Crisp Closed Sets. *Neutrosophic Sets & Systems*, 36. pp. 175 -183.
8. Malath. F. Alaswad, "A Study of the Integration of Neutrosophic Thick Functions," *International Journal of Neutrosophic Science (IJNS)*, pp 13-22 May (2020).
9. R. Alhamido, M. Ismail, F. Smarandache; "The Polar form of a Neutrosophic Complex Number", *International Journal of Neutrosophic Science*, Vol.10,pp: 36-44, (2020).
10. Malath. F. Alaswad, "A Study of a Neutrosophic Complex Numbers And Applications," *Neutrosophic Knowledge (NK)*, Vol 1, pp.24-40, November (2020).
11. F. smarandache, "Neutrosophy and Neutrosophic Logic, First International Conference on Neutrosophy, neutrosophic Logic, Set, Probability, and Statistics", University of New Mexico, Gallup, NM87301, USA,2002.
12. F .Smarandache, "Introduction to Neutrosophic statistics", Sitech-Education Publisher, pp34-44, 2014.
13. A.A.Salama, F.Smarandache, *Neutrosophic Crisp Set Theory*; Educational Publisher: Columbus, 2015.
14. Salama, A. A., Haitham, A., Ayman, M., Smarandache, F. Introduction to Develop Some Software Programs for Dealing with Neutrosophic Sets, *Neutrosophic Sets and Systems*, 2014, vol. 3, pp.51-52.
15. Salama, A. A., Eisa, M., ElGhawalby, H., Fawzy, A. E. A New Approach in Content-Based Image Retrieval Neutrosophic Domain. In *Fuzzy Multi-criteria, Decision-Making Using Neutrosophic Sets*. Springer, Cham, 2019, pp. 361-369, 2019
16. Alhabib, R., Salama, A. A., The Neutrosophic Time Series-Study Its Models (Linear-Logarithmic) and test the Coefficients Significance of Its linear model. *Neutrosophic Sets and Systems*, 2020, Vol.33, pp.105-115.
17. A. A. Salama, and H. A. Elagamy: Some Topics Related Neutrosophic Fuzzy Ideal Bitopological Spaces. *Neutrosophic Knowledge*, vol. 2, pp. 23-28, 2021.
18. Belal Amin, A. A. Salama, I. M. El-Henawy, Khaled Mahfouz, Mona G. Gafar, "Intelligent Neutrosophic Diagnostic System for Cardiotocography Data", *Computational Intelligence and Neuroscience*, vol. 2021, Article ID 6656770, 12 pages, 2021.
19. Yasser I., Abd El-Khalek A.A., Twakol A., Abo-Elsoud ME., Salama A.A., Khalifa F., A Hybrid Automated Intelligent COVID-19 Classification System Based on Neutrosophic Logic and Machine Learning Techniques Using Chest X-Ray Images. In: Hassanien AE., Elghamrawy S.M., Zelinka I. (eds) *Advances in Data Science and Intelligent Data Communication Technologies for COVID-19*. Studies in Systems, Decision and Control, vol 378. Springer, 2021.
20. Kawther F. Alhasan, A.A. Salama, & Florentin Smarandache, Introduction to Neutrosophic Reliability Theory. *International Journal of Neutrosophic Science*, 15(1), 52–61, 2021.



## شجرة القرارات في البيئة النيتروسوفية

### “دراسة حالة في ميناء قناة السويس”

أحمد سلامة<sup>1</sup>, مجدي بدران<sup>2</sup>, أحمد شرف الدين<sup>3</sup>, عصام أبو القاسم<sup>4</sup>

<sup>1</sup> قسم الرياضيات وعلوم الحاسب – كلية العلوم – جامعة بورسعيد – مصر

<sup>2</sup> قسم إدارة الأعمال – كلية التجارة – جامعة حلوان – مصر

<sup>3</sup> كلية الحاسبات – جامعة حلوان – مصر

<sup>4</sup> كلية التجارة – جامعة حلوان – مصر

\* Correspondence: [drsalama44@gmail.com](mailto:drsalama44@gmail.com)

Received: June 2021; Accepted: July 2021

**المخلص:** في هذا البحث نستخدم طريقة جديدة لصنع القرار ذي المعيار الواحد استناداً إلى نموذج شجرة القرارات النيتروسوفية أو (النيتروسوفية) في حال وجود احتمالات أو دون وجود احتمالات في حين أن معظم الدراسات السابقة قامت بدراسة طرق لصنع القرار المتعدد المعايير اعتماداً على الأوزان للبدائل. ونقدم نموذجاً لشجرة القرارات النيتروسوفية التي تعد من الأساليب القوية التي تستخدم في تحليل العديد من مشكلات البحث لصانع القرار وذلك من خلال توسيع البيانات الخاصة بالمجري الملاحي لقناة السويس بمصر لتشمل الحالات غير المحددة التي يتجاهلها صانع القرار نتيجة الضبابية والحيادية والمتناقضات حيث أن عدم كفاية المعلومات وعدم دقتها أحد المعوقات التي تؤثر على فاعلية اتخاذ القرار حيث ستقوم بوضع نموذج باستخدام شجرة القرارات النيتروسوفية مما يساعد الوصول للقرار الأمثل وتطبيقها على مشروعات قناة السويس.

**الكلمات الرئيسية:** شجرة القرارات النيتروسوفية، البيئة النيتروسوفية، اتخاذ القرار، الاحتمالات النيتروسوفية.

## Decision Tree in the Neutrosophic Environment “A Case Study in the Suez Canal Port”

A.A. Salama<sup>1</sup>, Magdy Badran<sup>2</sup>, Ahmed Sharaf Al-Din<sup>3</sup>, Issam Abu Al-Qasim<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Dept. of Math and Computer Sci., Faculty of Science, Port Said Univ., Egypt, [drsalama44@gmail.com](mailto:drsalama44@gmail.com)

<sup>2</sup>Business Information Systems, Faculty of Commerce, Helwan University, Egypt.

<sup>3</sup>Faculty of Computers and Information, Helwan University, Egypt

<sup>4</sup>Statistics Department, Faculty of Commerce, Helwan University, Egypt

**Abstract:** In this paper, we present a proposed model for the neutrosophic decision tree, which is one of the powerful methods used in analyzing many problems for the decision maker by expanding the data on the navigational course of the Suez Canal in Egypt to include undefined cases that the decision maker ignores as a result of ambiguity, impartiality and contradictions, as the lack of the sufficiency of information and its inaccuracy is one of the obstacles that affect the effectiveness of decision-making, as you will develop a model using the neutrosophic decision tree, which helps to reach the optimal decision and apply it to the Suez Canal projects.

**Keywords:** Neutrosophic Decision Tree; Neutrosophic Environment; Suez Canal; Neutrosophic Decision Making; Neutrosophic Probabilities



## 1. مقدمة

اتخاذ القرار هو عملية اختيار بين مجموعة من البدائل في ظل ظروف معينة واختيار أفضلها للوصول إلى حل مشكلة أو الوصول لهدف ما، ويتم ذلك وفق العديد من المراحل والخطوات المنطقية من تشخيص المشكلة وتحليلها ووضع البدائل وتقييمها ثم اختيار البديل وتنفيذ القرار. نعلم من تعريف شجرة القرارات أنها عبارة عن شكل بياني يأخذ صورة شجرة تنتج بدائل ويستخدم في حالة المفاضلة على البدائل في حال معيار واحد، حيث يبدأ جذرها من اليسار وتمتد فروعها إلى اليمين مبيئة البدائل واحتمالات الحالات الطبيعية (الأحداث) وهي تعد طريقة مناسبة لصناعة القرار في حالة عدم التأكد، وتعد من الأساليب الرياضية القوية التي تستخدم في تحليل العديد من المشكلات.

نموذج شجرة القرارات النيتروسوفيكية هو ذاته نموذج شجرة القرارات الكلاسيكية لكن مع إضافة بعض اللاتحديد (عدم التحديد) للبيانات أو من خلال استبدال الاحتمالات الكلاسيكية باحتمالات نيتروسوفيكية حيث عدم دقة وكفاية المعلومات هو أحد المعوقات التي تؤثر في فاعلية عملية اتخاذ القرارات على جميع المستويات، حيث إن وجود الخبرة ليس بالأمر الكافي بل لابد من تدعيمها بأحدث المعلومات عن الموقف المحيط بالمشكلة كتقليل حالة عدم التأكد (مثلاً) عن طريق جمع معلومات إضافية عن المشكلة، فالقرار ليس مجرد موقف شاذ يتخذ في لحظة زمنية معينة وإنما يكون وفقاً لمراحل ودراسات نقوم بها قبل اتخاذ القرار. وعلى اعتبار أن البيانات هي الحجر الأساس واللبنة الأولى التي يبنى عليها القرار فكما كانت هذه البيانات معرفة بشكل دقيق وشامل كان القرار الذي نحصل عليه صائباً.

انطلاقاً من ذلك نقوم في هذا البحث بتوسيع البيانات الخاصة بالمجرى الملاحي لقناة السويس وفق تقنية النيتروسوفيكية أو (النيتروسوفيكية) بحيث تتضمن هذه البيانات الحالات غير المحددة التي تتجاهلها البيانات الكلاسيكية، وستدعم مشكلة صنع القرار، وذلك من خلال تقديم نموذج مقترح لشجرة القرارات النيتروسوفيكية أو (النيتروسوفيكية)، وتطبيقها على المتغيرات لتطوير المجرى الملاحي لقناة السويس. حيث أن هناك نوعان من شجرة القرارات النيتروسوفيكية قدمتها رفيف الحبيب وآخرون، شجرة القرارات النيتروسوفيكية في حالة الاحتمالات النيتروسوفيكية، دون الاحتمالات النيتروسوفيكية [7].

### • مشكلة البحث

تتمثل مشكلة البحث في ضرورة اتخاذ قرار استثماري والاختيار بين البدائل عن طريق شجرة القرارات النيتروسوفيكية لتحقيق ربحية لقناة السويس على مستوى الاقتصاد القومي من خلال الاختيار الأمثل للبدائل لمشروعات تطوير المجرى الملاحي لقناة السويس في ظل وجود بعض الضبابية والحياد والتشعب أو الجهل أو المتناقضات أو المعلومات والبيانات الغير المكتملة.

### • اهمية البحث

تكمن الاهمية العلمية للبحث في استخدام مقترح شجرة القرارات النيتروسوفيكية مع قيم الدوال النيتروسوفيكية الخاصة بأهم المتغيرات النيتروسوفيكية للمجرى الملاحي لميناء قناة السويس واقتراح نموذج لشجرة القرارات النيتروسوفيكية لاتخاذ القرار الأمثل في ضوء البيانات والمعلومات غير المكتملة في بيئة النيتروسوفيكية.

### • هدف البحث

تهدف الدراسة إلى اقتراح إطار عام لدعم اتخاذ القرار لتعظيم ربحية هيئة قناة السويس بعبور السفن باستخدام شجرة القرارات النيتروسوفيكية لبيانات حركة الملاحة وكذلك يمكن من خلاله ترشيد قرارات الاستثمار بالاختيار الأمثل بين البدائل المطروحة وذلك بهدف تحقيق أقصى ربحية ممكنة على مستوى الاقتصاد القومي. وذلك من خلال مجموعة من الأهداف تتمثل فيما يلي:

1- اقتراح نموذج شجرة القرارات النيتروسوفيكية بديلة من الشجرة التقليدية والفازية الحدسية لدعم اتخاذ القرار.

2- استخدام النيتروسوفك في التنبؤ بقيمة إيرادات قناة السويس.

### • حدود البحث

تقتصر الدراسة على المتغيرات النيتروسوفيكية المرتبطة بمشروعات التطوير والمؤثرة على إيرادات القناة من عبور السفن.

## • الدراسات السابقة

قدم فلورنتن سمارانداكا المنطق النيتروسوفيكي [21-24]، فيما بعد قدم سلامة و فلورنتن نظرية الفئات النيتروسوفكية الكلاسيكية Neutrosophic Crisp Set Theory، وامتدادا لهذه المفاهيم أدخل أحمد سلامة وآخرون مفاهيمًا وعمليات جديدة على مفهوم الفئات النيتروسوفكية بأنواعها، والتي تتوسع بشكل أكبر في استخدام البيانات من خلال إدخال درجات التأكد والرسوب والحيادية والتقسيمات المختلفة لكل درجة منها بما يسمح بإعطاء وصف أكثر دقة لتحليل ومعالجة بيانات الظاهرة محل الدراسة مما يساهم في دراسة وتحليل البيانات للوصول إلى أمثل القرارات المناسبة لدى متخذي القرار، وإلى العديد من التطبيقات في مجالات الرياضيات، والإحصاء، ونظم المعلومات، وعلوم الحاسب [2-20]. مؤخرًا قدم سلامة وآخرون [8, 2] قيم الدوال النيتروسوفكية لبيانات اليقين واللايقين المرتبطة بمشروعات تطوير المجري الملاحي بقناة السويس وتحليلها، والذي يعد تعميمًا للبيانات الكلاسيكية لأن المتغير العشوائي النيتروسوفيكي يتغير بسبب العشوائية واللاتحديد (عدم التحديد) وأن القيم التي يأخذها تمثل النتائج الممكنة، واللاتحديد الممكن بدرجات، و نتيجة لذلك تم توصيف دقيق لكل أنواع البيانات من حيث اليقين واللايقين وذلك من خلال تمثيل كل من الإيرادات الإجمالية لقناة السويس وإيرادات قناة السويس من ناقلات البترول وإيرادات القناة من سفن البضائع الصب. ولقد تم عمل العديد من التطبيقات باستخدام النيتروسوفيكي على الطرق الكمية في اتخاذ القرار فلقد قدم أثر كارال Athar Kharal طريقة صنع القرار المتعدد المعايير النيتروسوفيكي [25]، وقدم Pinaki Majumdar مجموعات النيتروسوفيكي وتطبيقاتها في صنع القرار [26]، وقدم Surapati Pramanik وآخرون طريقة TODIM لصنع مجموعة قرارات في بيئة النيتروسوفيكي الثنائية القطب وكذلك طريقة GRA لصنع القرار المتعدد المعايير [27]، وهناك العديد من الأبحاث التي تم نشرها مؤخرًا في هذا السياق، هذا وقدمت رفيف الحبيب وآخرون نموذجًا لشجرة القرار النيتروسوفكية [7, 6] نموذج شجرة القرارات النيتروسوفكية هو ذاته نموذج شجرة القرارات الكلاسيكية لكن مع إضافة بعض اللاتحديد للبيانات أو من خلال استبدال الاحتمالات الكلاسيكية باحتمالات نيتروسوفكية. وتم تقديم شجرة القرارات النيتروسوفكية بطريقتين الأولى دون احتمالات والثانية مع الاحتمالات النيتروسوفكية. من جهة أخرى قد نجد أن هذه القيمة المتوقعة للعوائد سواء في حال أفضل التوقعات أم أسوأها أو غير ذلك، هناك من الخبراء من يؤيدها أو يعارضها، فالحل الأفضل لمواجهة هذه المشكلة التي تؤثر حتمًا على نوعية القرار المتخذ هي أخذ القيمة المتوقعة (للعوائد) مع إضافة وطرح مقدار نمثله بمجال يتراوح بين الصفر وقيمة محددة ولتكن  $a$  مثلاً، بحيث إن الصفر الذي يمثل أدنى قيمة في هذا المجال يعني أن ليس هناك من اختلاف على القيمة المتوقعة للعائد بين الخبراء أو مع صانع القرار، و  $a$  التي تمثل أعلى قيمة في المجال تعني أن هناك خلاف بين الخبراء أو بين الخبراء وصانع القرار حول القيمة المتوقعة للعائد و  $a$  هي أعلى قيمة تم تقديرها. لذا سنقدم القيمة المتوقعة للعائد مع إضافة وطرح المجال  $[0, a]$ ، مع العلم أن جميع الآراء المختلفة عن القيمة المتوقعة ستكون متضمنة داخل المجال  $[0, a]$  وعندها سوف تتحول القيمة المتوقعة للعائد إلى مجال من القيم يحوي جميع الآراء.

## 2. نموذج شجرة القرارات النيتروسوفكية لأهم متغيرات المجري الملاحي لقناة السويس.

هنا ننقل إلى الإطار النيتروسوفيكي المقترح الذي لا يعطي قيمة محددة وإنما مجال من القيم المتوقعة للعوائد. فمثلاً من أجل ثلاثة بدائل  $d_1, d_2, d_3$  في ظل أفضل وأسوأ توقعات نكتب ما يلي :

| أفضل التوقعات | أسوأ التوقعات |
|---------------|---------------|
| $A \mp i_1$   | $B \mp i_2$   |
| $C \mp i_3$   | $D \mp i_4$   |
| $E \mp i_5$   | $F \mp i_6$   |

الجدول (1) يمثل المصفوفة النيتروسوفكية للقيم المتوقعة للعوائد.

حيث:  $A, B, C, D, E, F$  : تمثل الجزء المحدد للقيم المتوقعة.

$i_1, i_2, i_3, i_4, i_5, i_6$  : تمثل الجزء غير المحدد من القيم

بحيث إن:  $i_k \in [0, a_k]$  ;  $k = 1, 2, 3, 4, 5, 6$  (1.8)

وبالتالي سيختلف تحليل شجرة القرارات النيتروسوفكية عن شجرة القرارات الكلاسيكية عند دراسة المداخل التفاولي والمحافظ (التشاؤمي) ومدخل الندم لاختبار البديل الأفضل من بين البدائل.

لإيضاح ذلك نورد المثال التالي الذي يواجه فيه صانع القرار ثلاثة بدائل للاستثمار الأمثل في المجري الملاحي وهي  $(d_1)$   $(d_2)$   $(d_3)$ ، ولكل بديل حالتان طبيعيتان على نحو إيرادات عالية وإيرادات ضعيفة. واعتماداً على المعطيات السابقة فإن العوائد ستختلف باختلاف متغيرين

هما البدائل والحالات الطبيعية ولقد تم تقدير العوائد من قبل الخبراء حيث إن الخيار d2 يعطي عائداً عالياً بقيمة (250000) بالمليون دولار مع مقدار غير محدد من التقدير يتراوح بين [0, 25000] وفي حالة العائد الضعيف يعطي عائداً بقيمة (40000) مع مقدار غير محدد يتراوح بين [0, 5000] ، وأن الخيار d1 يعطي عائداً عالياً بقيمة (150000) مع مقدار غير محدد يتراوح بين [0, 50000] وفي حالة عائد ضعيف بقيمة (64000) مع مقدار غير محدد يتراوح بين [0, 4000] ، وأن الخيار d3 يعطي عائداً عالياً بقيمة (150000) مع مقدار غير محدد يتراوح بين [0, 10000] وفي عائد ضعيف بقيمة (60000) مع مقدار غير محدد يتراوح بين [0, 10000] .

وبالتالي نشكل المصفوفة التالية:

|                |                | عائد عالي                              | عائد ضعيف                             |
|----------------|----------------|--|---------------------------------------|
| ناقلات البترول | d <sub>2</sub> | 250000 ± (i <sub>1</sub> = [0, 25000]) | 40000 ± (i <sub>2</sub> = [0, 5000])  |
| سفن بضائع الصب | d <sub>3</sub> | 150000 ± (i <sub>3</sub> = [0, 50000]) | 64000 ± (i <sub>4</sub> = [0, 4000])  |
| سفن ركاب       | d <sub>1</sub> | 150000 ± (i <sub>5</sub> = [0, 10000]) | 60000 ± (i <sub>6</sub> = [0, 10000]) |

الجدول (2) يمثل المصفوفة النيتروسوفيكية للقيم المتوقعة للعوائد مع قيم عديدة

|                |                | عائد عالي         | عائد ضعيف       |
|----------------|----------------|-------------------|-----------------|
| ناقلات البترول | d <sub>2</sub> | [185000 , 235000] | [25000 , 35000] |
| سفن بضائع الصب | d <sub>3</sub> | [150000 , 250000] | [61000 , 69000] |
| سفن ركاب       | d <sub>1</sub> | [140000 , 160000] | [50000 , 70000] |

الجدول (3) المصفوفة النيتروسوفيكية للقيم المتوقعة للعوائد بعد إجراء الحسابات.

## دراسة المداخل:

### 1- المدخل التفاضلي:

نعلم أن هذا المدخل يعتمد على تقويم البدائل تمهيداً لاختيار البديل الذي يضمن أفضل العوائد الممكنة في المجري الملاحي في ظل الحالات الطبيعية المتفائلة دون أي اعتبار للحالات المتشائمة لهذا البديل، والذي نعبر عنه بالمصطلح (Max Max) بحيث Max الأولى تشير إلى أعلى قيمة نقدية و Max الثانية تشير إلى الحالة الطبيعية المتفائلة:

|                |                | Max Max                       |
|----------------|----------------|-------------------------------|
| ناقلات البترول | d <sub>2</sub> | Max [185000 , 235000]=235000  |
| سفن بضائع الصب | d <sub>3</sub> | Max [ 150000 , 250000]=250000 |
| سفن ركاب       | d <sub>1</sub> | Max [140000 , 160000]=160000  |

الجدول (4) المصفوفة النيتروسوفيكية للقيم المتوقعة للعوائد وفق المدخل التفاضلي

وبالتالي وفقاً للمدخل التفاضلي يعد الاستثمار في d2 هو البديل الأفضل على اعتبار أنه يتضمن أعلى عائد ممكن وهو (250000) دولار. ونلاحظ أنه إذا قمنا بوضع  $i_1 = i_3 = i_5 = 0$  (في الجدول (2-8)) فإننا نعود إلى الحالة الكلاسيكية لشجرة القرارات ضمن حالة المدخل التفاضلي ونلاحظ عندها ما يلي:

|                |                | العائد العالي |
|----------------|----------------|---------------|
| ناقلات البترول | d <sub>2</sub> | 250000        |
| سفن بضائع الصب | d <sub>3</sub> | 200000        |
| سفن ركاب       | d <sub>1</sub> | 150000        |

الجدول (5) المصفوفة الكلاسيكية للقيم المتوقعة للعوائد وفق المدخل التفاضلي.

نلاحظ أن أعلى قيمة نقدية في الحالة الطبيعية المتفائلة (إقبال عالي) هي (210000) تقودنا إلى اتخاذ قرار بأن الاستثمار في الاختيار d2 هو الأفضل. وبالتالي نلاحظ كيف أنه تم التباين في القرار المتخذ عند توسيع البيانات (التي تمثل القيم المتوقعة للعوائد) نيتروسوفيكيًا، ومن الطبيعي أن يكون القرار الناتج عن النموذج النيتروسوفيكي أفضل في الاستثمار من الكلاسيكي حيث أنه مبني على بيانات أوسع تشمل كافة الآراء وبالتالي سيكون القرار الناتج عنه متفق عليه أكثر ما يمكن.

## 2- المدخل المحافظ (التشاؤمي):

نعلم أن هذا المدخل يعتمد على تقويم البدائل تمهيداً لاختيار البديل الذي يضمن أفضل العوائد الممكنة في ظل الحالات الطبيعية المتشائمة دون أي اعتبار للحالات المتفائلة لذلك البديل، ويطلق عليه مصطلح (Max Min) حيث تعني هنا أعلى قيمة نقدية ولكنها مرتبطة بالجزء الثاني من المصطلح Min والذي يقصد به الحالة الطبيعية المتشائمة.

| Max Min        |       |                            |
|----------------|-------|----------------------------|
| ناقلات البترول | $d_2$ | Max [25000 , 35000]= 35000 |
| سفن بضائع الصب | $d_3$ | Max [ 61000 , 69000]=69000 |
| سفن ركاب       | $d_1$ | Max [50000 , 70000]=70000  |

الجدول (6) يمثل المصفوفة النيتروسوفيكية للقيم المتوقعة للعوائد وفق المدخل المحافظ.

وفقاً لهذا المدخل يعد الاستثمار في مجال سفن بضائع الصب هو البديل الأفضل على اعتبار أنه يضمن أعلى عائد ممكن هو (70000) بالمليون دولار. ونلاحظ أيضاً أنه إذا وضعنا  $i_2 = i_4 = i_6 = 0$  (في الجدول (2-8)) فإننا نعود إلى الحالة الكلاسيكية لشجرة القرارات في حالة المدخل المحافظ والتي نلاحظ من أجلها ما يلي:

| العائد ضعيف    |       |       |
|----------------|-------|-------|
| ناقلات البترول | $d_2$ | 40000 |
| سفن بضائع الصب | $d_3$ | 65000 |
| سفن ركاب       | $d_1$ | 60000 |

الجدول (7) يمثل المصفوفة الكلاسيكية للقيم المتوقعة للعوائد وفق المدخل المحافظ.

ونلاحظ أن أعلى قيمة نقدية في الحالة الطبيعية المتشائمة (إقبال ضعيف) هي (65000) والتي تقودنا إلى اتخاذ قرار بأن الاستثمار في البديل d3 هو البديل الأفضل. وبالتالي بمقارنة هذا النموذج الكلاسيكي مع النموذج النيتروسوفيكي نجد أن القرار باختيار البديل يختلف.. ففي حالة النيتروسوفيكي يقودنا هذا المدخل إلى خيار الاستثمار في d2 وفي الحالة الكلاسيكية يقودنا إلى خيار الاستثمار في d1، ولكن عندما تكون البيانات معرفة بشكل أدق وأعم فهي حتماً سوف تقودنا إلى الخيار الصحيح والأفضل لاتخاذ القرار من الحالة التي تكون البيانات فيها غير كافية أو غير دقيقة.

## مدخل الندم:

إن هذا المدخل ليس تفاؤلياً ولا تشاؤمياً وإنما مدخل وسيط يعتمد على تقويم البدائل تمهيداً لاختيار البديل الذي ينطوي على أقل الفرص الضائعة. اختيار البديل الأنسب في ضوء هذا المدخل يتطلب إنشاء مصفوفة جديدة على النحو التالي بحيث نستبدل البديل الذي يحقق أعلى قيمة نقدية بالقيمة صفر (بعد أخذ القيمة للعليا للمجال) على اعتبار أنه لا يوجد فرص ضائعة لهذا البديل، بالاستفادة من الجدول (3-8):

| العائد عالي          | العائد ضعيف                           |
|----------------------|---------------------------------------|
| $d_2$ ناقلات البترول | $[50000, 70000]$ - $[150000, 235000]$ |
| $d_3$ سفن بضائع الصب | $[50000, 70000]$ - $[61000, 69000]$   |
| $d_1$ سفن ركاب       | $[50000, 70000]$ - $[140000, 160000]$ |

الجدول (8) يمثل المصفوفة النيتروسوفية للقيم المتوقعة للعوائد وفق مدخل الندم.

| العائد عالي          | العائد ضعيف      |
|----------------------|------------------|
| $d_2$ ناقلات البترول | $[25000, 35000]$ |
| $d_3$ سفن بضائع الصب | $[-11000, 1000]$ |
| $d_1$ سفن ركاب       | $[0, 0]$         |

الجدول (9) يمثل المصفوفة النيتروسوفية للقيم المتوقعة للعوائد وفق مدخل الندم بعد اجراء الحسابات.

قمنا بطرح أعلى قيمة نقدية في حالة العائد العالي من باقي القيم النقدية الموجودة ضمن هذه الحالة الطبيعية وكذلك الأمر بالنسبة لحالة العائد الضعيف قمنا بطرح أعلى قيمة نقدية في حالة العائد الضعيف من بقية القيم النقدية الموجودة ضمن هذه الحالة. ثم الآن نقوم بإنشاء مصفوفة مختصرة تتضمن أعلى قيم الفرص الضائعة لكل بديل على النحو التالي:

| الفرص الضائعة        |                  |
|----------------------|------------------|
| $d_2$ ناقلات البترول | $[25000, 35000]$ |
| $d_3$ سفن بضائع الصب | $[-11000, 1000]$ |
| $d_1$ سفن ركاب       | $[10000, 90000]$ |

الجدول (10) يمثل المصفوفة النيتروسوفية للفرص الضائعة.

وبالتالي وفقاً لهذا المدخل فإن البديل المناسب هو ناقلات البترول على اعتبار أنه ينطوي على أقل الفرص الضائعة. عند العمل في هذا المدخل في ضوء المنطق الكلاسيكي سنلاحظ أننا نتوصل إلى نفس القرار بأن الخيار  $d_3$  الأفضل ولكن ذلك لا يحدث دوماً. فمن أجل  $i_1 = i_2 = i_3 = i_4 = i_5 = i_6 = 0$  (في الجدول (5-2)) نحصل على:

| العائد عالي          | العائد ضعيف |
|----------------------|-------------|
| $d_2$ ناقلات البترول | 30000       |
| $d_3$ سفن بضائع الصب | 65000       |
| $d_1$ سفن ركاب       | 60000       |

الجدول (11) يمثل المصفوفة الكلاسيكية للقيم المتوقعة للعوائد وفق مدخل الندم.

ننشأ مصفوفة الندم:

| العائد عالي          | العائد ضعيف |
|----------------------|-------------|
| $d_2$ ناقلات البترول | 35000       |
| $d_3$ سفن بضائع الصب | 0           |
| $d_1$ سفن ركاب       | 5000        |

الجدول (12) يمثل مصفوفة الندم الكلاسيكية.

نأخذ الـ Max فنحصل على:

| الفرص الضائعة  |       |       |
|----------------|-------|-------|
| ناقلات البترول | $d_2$ | 35000 |
| سفن بضائع الصب | $d_3$ | 10000 |
| سفن ركاب       | $d_1$ | 60000 |

الجدول (13) يمثل المصفوفة الكلاسيكية للفرص الضائعة.

على اعتبار أن المدخل ينطوي على أقل الفرص الضائعة بالتالي البديل المناسب هو  $d_2$ .  
فلاحظ أنه قد تتفق الحالة الكلاسيكية مع الحالة النيتروسوفيكية بالنسبة للقرار المتخذ، ولكن ذلك لا يحدث دوماً، لكن بالتأكيد الأفضل هو الاعتماد على الطريقة التي تقوم على بيانات دقيقة تمهد لنا الطريق لاختيار البديل الأفضل.  
من دراسة المداخل الثلاثة السابقة في ضوء منطق النيتروسوفيكية اتضح لنا أنه ينتج لدينا خيارات متباينة عن المنطق الكلاسيكي في أغلب الأحيان. وينتج لدينا أيضاً خيارات مختلفة وفقاً للمداخل وهذا الأمر نستطيع أن ننظر له بإيجابية بأنه يثري عملية صنع القرار وما هو إلا انعكاس لظروف صانع القرار وما يؤثر عليه من آراء.  
لكن هذه المداخل لا تعبر اهتماماً لاحتمالات الأحداث لذلك سنقدم الآن:

#### 1-7 نموذج شجرة القرارات النيتروسوفيكية في ضوء الاحتمالات النيتروسوفيكية:

في حالة شجرة القرارات في ضوء الاحتمالات الكلاسيكية يتاح لصانع القرار تقدير احتمالات كل حدث من الحالات الطبيعية وبالتالي يستخدم مدخل القيمة النقدية المتوقعة EMV لاختيار أفضل البدائل.  
ولكن ليس من المنطقي أن يكون احتمال العائد العالي مثلاً لثلاثة خيارات (بدائل) هو ذاته. أي أن يكون على سبيل المثال احتمال العائد العالي للاختيار  $d_1$  هو 0.4 وكذلك احتمال العائد العالي للخيارات  $d_2$ ,  $d_3$  هو أيضاً 0.4 إن ذلك لا يوافق المنطق الذي يقول إن لكل بديل ظروف وحالات تختلف من بديل لآخر.  
ولذلك سنطرح من خلال منطق النيتروسوفيكية طريقة أخرى لدراسة شجرة القرارات في ضوء الاحتمالات اعتماداً على الاحتمالات النيتروسوفيكية وسنعرف ضمن هذه الطريقة شكل آخر للبيانات غير المحددة سنوضحه فيما يلي:

أولاً سنقوم بحساب القيمة النقدية المتوقعة النيتروسوفيكية ونرمز لها بالرمز NEMV

(Neutrosophic Expected Monetary Value) اعتماداً على تعريف القيمة المتوقعة النيتروسوفيكية بالشكل:

من أجل  $n$  حالة طبيعية و  $m$  حالة لا تحديد نكتب:

$$NEMV(d_i) = \sum_{j=1}^n p(s_j) v(d_i, s_j) + \sum_{I=1}^m p(s_I) v(d_i, s_I) \quad (2.8)$$

حيث:

$p(s_j)$  احتمال الحصول على حالة العائد العالي أو العائد الضعيف ( $s$  تمثل حالات الطبيعة)  
 $p(s_I)$  احتمال الحصول على حالة اللاتحديد (ننوه إلى أن  $I$  تمثل اللاتحديد).  
 $v(d_i, s_j)$  تمثل القيمة النقدية المتوقعة المقابلة للبديل  $d_i$  في ظل الحالة  $s_j$ .  
 $v(d_i, s_I)$  تمثل القيمة النقدية المتوقعة المقابلة للبديل  $d_i$  في ظل الحالة  $s_I$ .

وفي مثالنا المطروح يكون:

$$NEMV(d_i) = p(s_{j=1}) v(d_i, s_{j=1}) + p(s_{j=2}) v(d_i, s_{j=2}) + p(s_{I=1}) v(d_i, s_{I=1})$$

حيث:  $p(s_{j=1})$  احتمال العائد العالي.  
 $p(s_{j=2})$  احتمال العائد الضعيف.

بفرض أن الاحتمال النيتروسوفيكي للعائد العالي للاختيار  $d_1$  هو  $NP(0.65, 0.05, 0.30)$  الذي يعني أن هناك:  
 $p(s_{j=1}) = 0.65$  احتمال العائد العالي للاختيار  $d_1$ .

$p(s_{j=2}) = 0.30$  احتمال العائد الضعيف للاختيار  $d_1$ ..  
 $p(s_{I=1}) = 0.05$  احتمال اللاتحديد الذي يعني أن العائد للإختيار  $d_1$  ليس عالياً وكذلك ليس ضعيفاً وإنما بينهما (ما بين بين).  
 (يتم الحصول على هذه الاحتمالات من مراكز الدراسات والبحوث) والمصفوفة تعرف بالشكل:

|                |       | عائد عالي | عائد ضعيف | عائد غير محدد |
|----------------|-------|-----------|-----------|---------------|
| ناقلات البترول | $d_2$ | 250000    | 40000     | 100000        |
| سفن بضائع الصب | $d_3$ | 150000    | 65000     | 120000        |
| سفن ركاب       | $d_1$ | 150000    | 60000     | 90000         |

الجدول (7-14) يمثل مصفوفة القيم المتوقعة للعوائد مع الاحتمالات النيتروسوفيكية

بحيث أن القيم الموجودة ضمن المصفوفة هي عبارة عن توقعات العوائد من قبل الخبراء وهنا قد قمنا بتعريف شكل آخر من أشكال اللاتحديد وهو أن العائد ليس عالياً وكذلك ليس ضعيفاً أيضاً إنما بين بين، عرفناه باسم إقبال غير محدد (والعائد غير المحدد قد يكون بالتدريج). ولنحسب الآن القيمة النقدية المتوقعة النيتروسوفيكية للبديل الأول  $d_1$  بالشكل:  
 بحيث  $n=2$  و  $m=1$  نكتب:

$$NEMV(d_1) = p(s_{j=1}) v(d_1, s_{j=1}) + p(s_{j=2}) v(d_1, s_{j=2}) + p(s_{I=1}) v(d_1, s_{I=1}) = \\ = (0.65)(210000) + (0.30)(30000) + (0.05)(100000) = 150500$$

والآن لنحسب القيمة النقدية المتوقعة النيتروسوفيكية للبديل معهد اللغة الإنكليزية  $d_2$   
 إذا علمنا أن الاحتمال النيتروسوفيكي للإقبال العالي على البديل  $d_2$  هو  $NP(0.46, 0.09, 0.45)$  حيث إن:  
 $p(s_{j=1}) = 0.46$  احتمال العائد العالي على  $d_2$ .  $p(s_{j=2}) = 0.45$  احتمال العائد الضعيف على  $d_2$ .  
 $p(s_{I=1}) = 0.09$  احتمال اللاتحديد يعني أن العائد على  $d_2$  ليس عالياً وكذلك ليس ضعيفاً وإنما بينهما.

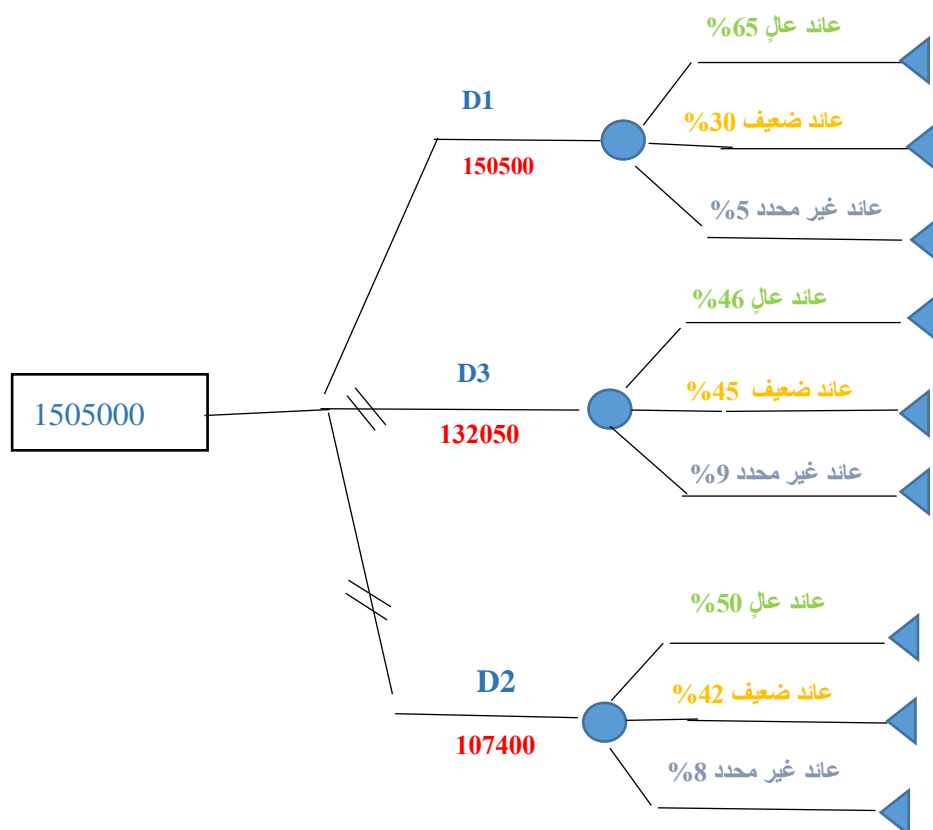
$$NEMV(d_2) = (0.46)(200000) + (0.45)(65000) + (0.09)(120000) = 132050$$

والآن لنحسب القيمة النقدية المتوقعة النيتروسوفيكية للبديل  $d_3$  إذا علمنا أن الاحتمال النيتروسوفيكي للإقبال العالي على البديل  $d_3$  هو  $NP(0.50, 0.08, 0.42)$  حيث إن:  
 $p(s_{j=1}) = 0.50$  احتمال العائد العالي على البديل  $d_3$ .  
 $p(s_{j=2}) = 0.42$  احتمال العائد الضعيف على البديل  $d_3$ .  
 $p(s_{I=1}) = 0.08$  احتمال اللاتحديد يعني أن العائد على البديل  $d_3$  ليس عالياً وكذلك ليس ضعيفاً وإنما بينهما (ما بين بين).

$$NEMV(d_3) = (0.50)(150000) + (0.42)(60000) + (0.08)(90000) = 107400$$

فيكون:  $107400$  قيمة نقدية  $150500$  مليون دولار. تمثيل شجرة القرارات النيتروسوفيكية لهذا المثال:

بحيث: نعبر عن نقط القرار بالشكل  $\square$  وعن نقط الأحداث (الحالات الطبيعية) بالشكل  $\bigcirc$



الشكل (7-1) تمثيل بياني لشجرة القرارات النيتروسوفيكية

## 2-7 قيمة المعلومات النيتروسوفيكية الجيدة:

## The Value of Good Neutrosophic Information

إن المعلومات الجيدة التي يحصل عليها صانع القرار من مراكز المعلومات وبيوت الخبرة سواء كما في الحالة الأولى عند دراسة شجرة القرارات النيتروسوفيكية دون احتمالات وتقديره للعوائد، أم في الحالة الثانية عند دراسة شجرة القرارات النيتروسوفيكية في ضوء الاحتمالات النيتروسوفيكية وتقديره للعوائد المحددة وغير المحددة، بالتأكيد إن هذه المعلومات ليست مجانية، وحتى نقيّم الحد الأعلى الذي ينفقه صانع القرار مقابل حصوله على المعلومات الجيدة نقوم بأخذ المجموع لأعلى قيمة نقدية في حالة العائد العالي مضروبة باحتمالها مضافة إلى أعلى قيمة نقدية في حالة العائد الضعيف مضروبة باحتمالها مضافة إلى أعلى قيمة نقدية في حالة العائد غير المحدد مضروبة أيضاً باحتمالها فنحصل على قيمة المعلومات النيتروسوفيكية الجيدة بالاستفادة من الجدول (8-14):

$$NEMV (perfect\ information) = \sum_{j=1}^k \max_i (x_{ij}) p_j$$

$$NEMV (perfect\ information) = (210000)(0.65) + (65000)(0.45) + (120000)(0.09) = 176550$$

(بحيث  $x_{ij}$  قيمة العائد و  $p_j$  الاحتمال الموافق للعائد و  $k$  عدد حالات الطبيعة).

ومن ثم كي نقدر الحد الأعلى لقيمة المعلومات النيتروسوفيكية الجيدة (أي التي نحصل عليها من مركز الخبرة) نقوم بطرح القيمة النقدية المتوقعة النيتروسوفيكية (التي دون معلومات من مراكز الخبرة) والتي هي: (150500) من القيمة النقدية المتوقعة النيتروسوفيكية في ظل توافر معلومات نيتروسوفيكية جيدة وذلك على النحو:

$$Value\ of\ perfect\ information = 176550 - 150500 = 26050$$



أي قيمة المعلومات النيتروسوفيكية الجيدة (أي المتضمنة حالات اللاتحديد) هي 26050 دولار.

### 3-7 تحليل الحساسية النيتروسوفيكي: Neutrosophic Sensitivity Analysis

إن لمفهوم تحليل الحساسية الذي يعني تقدير القيمة النقدية المتوقعة في ظل تغير الاحتمالات مكاناً في بيئة النيتروسوفيكي ندعوه بتحليل الحساسية النيتروسوفيكي (لأعتماده على احتمالات نيتروسوفيكية) حيث نلاحظ من المثال السابق أن البديل ( $d_1$ ) هو الخيار المناسب وفقاً للاحتمالات المطروحة لكل بديل مع كل حالة طبيعية فمن البديهي تغير هذه الاحتمالات قد يقودنا إلى قرار آخر.

فعلى سبيل المثال لو تم أخذ  $NP(0.46, 0.09, 0.45)$  أنه هو الاحتمال النيتروسوفيكي للعائد العالي للاختيار  $d_1$  و أخذنا الاحتمال  $NP(0.65, 0.05, 0.30)$  أنه هو الاحتمال النيتروسوفيكي للعائد العالي للاختيار الثالث مع إبقاء الاحتمال النيتروسوفيكي للاختيار  $d_2$  العالي كما هو معرف (أي استبدلنا الاحتمالات بين  $d_2, d_3$ ، و أبقينا احتمال الاختيار  $d_2$  كما هو). عندها سنلاحظ أن:

$$NEMV(d_1) = (0.46)(210000) + (0.45)(30000) + (0.09)(100000) = 119100$$

$$NEMV(d_2) = (0.65)(200000) + (0.30)(65000) + (0.05)(120000) = 155500$$

$$NEMV(d_3) = 107400$$

وبالتالي نلاحظ أن أعلى قيمة نقدية متوقعة نيتروسوفيكية هي 155500 بالمليون دولار والموافقة للبديل ( $d_2$ ) وبالتالي خيار  $d_2$  هو الخيار المناسب. فنلاحظ أن تغيير الاحتمالات النيتروسوفيكية أدى إلى تغيير القرار وهذا ما يدرج تحت اسم تحليل الحساسية النيتروسوفيكي.

### النتائج والتوصيات

1. توصي الدراسة متخذ القرار بالأخذ في الاعتبار البيانات والمعلومات غير المكتملة.
2. دمج حالة اللاتحديد أو المعلومات والبيانات الموجودة في حالة شجرة القرارات النيتروسوفيكية دون احتمالات مع حالة اللاتحديد الموجودة في حالة شجرة القرارات النيتروسوفيكية في ضوء الاحتمالات النيتروسوفيكية أي أن نأخذ ثلاث حالات طبيعية مثلاً حالة العوائد العالية وحالة العوائد الضعيفة وحالة عدم التحديد مع وضع القيم المتوقعة للعوائد على شكل مجموعات لكن ذلك من شأنه أن يعقد العمليات الحسابية لإيجاد أفضل بديل.
3. وجود اللاتحديد في المشكلة يؤثر فعلياً على اتخاذ القرار النهائي، فنلاحظ بأن القيم غير المحددة لا يمكن تجاهلها وإبعادها عن إطار الدراسة بهدف الحصول على نتائج دقيقة أكثر ما يمكن وتبقى جميع القرارات التي نحصل عليها هي عبارة عن نتائج تقريبية وليست قاطعة بسبب وجود اللاتحديد.
4. نستنتج من دراستنا هذه أن اتخاذ القرار هو العمود الفقري لكل المشاريع الاستثمارية التي تريد تحقيق أهدافاً والوصول إلى النتائج المرجوة، وبالتالي يجب الاهتمام الجدي بعملية اتخاذ القرار في البيئة النيتروسوفيكية، والعمل على بناء القرارات وفق أسس علمية، والاستناد إلى الطرق الكمية والدراسات النيتروسوفيكية قبل اتخاذ أي قرار خاصة القرارات الكبرى التي تتعلق بالمشاريع الاستثمارية والاقتصادية الكبرى.
5. نوصي جميع الباحثين في كل التخصصات لاسيما في مجال الطب والفيزياء ونظم المعلومات وعلوم الحاسب واتخاذ ودعم القرار وغيرها بتطبيق النيتروسوفيكي الذي يأخذ في اعتباره كافة الأفكار ومعرفة قابليتها للصدق، أو الكذب، أو الحيادية؛ ومن ثم قابليتها للقبول، أو الرفض، أو التعديل، وفقاً للمتغيرات المكانية والزمانية.

### المراجع

#### أولاً: المراجع العربية:

1. النشرات السنوية لهيئة قناة السويس، سنوات مختلفة.
2. عصام أبو القاسم، مجدي بدران، أحمد سلامة، أحمد شرف الدين (2020) التحليل النيتروسوفيكي لأهم المتغيرات المرتبطة بمشروعات تطوير المجري الملاحي لقناة السويس 2020, Neutrosophic Knowledge, الصفحات 58-71 مجلد 1.

3. رفيف الحبيب، مصطفى مظهر رنة، هيثم فرح، أحمد سلامة. (2018). دراسة المتغيرات العشوائية وفق منطق النيتروسوفيك. مجلة جامعة البعث. المجلد 40 الإصدار 3.
4. رفيف الحبيب، مصطفى مظهر رنة، هيثم فرح، أحمد سلامة. (2018). التوزيع الأسّي النيتروسوفيك. مجلة جامعة البعث المجلد 40 الإصدار 17.
5. رفيف الحبيب، مصطفى مظهر رنة، هيثم فرح، أحمد سلامة. (2017). دراسة التوزيع الاحتمالي فوق الهندسي وفق منطق النيتروسوفيك مجلة جامعة البعث المجلد 39.
6. رفيف الحبيب، أحمد سلامة - صياغة الاحتمال الكلاسيكي وبعض التوزيعات الاحتمالية وفق منطق النيتروسوفيك وتأثير ذلك على اتخاذ القرار - جامعة البعث - سوريا - 2019.
7. رفيف الحبيب، مصطفى مظهر رنة، هيثم فرح، أحمد سلامة. (2018). اتخاذ القرار النيتروسوفيك. شجرة القرارات. مجلة جامعة البعث. المجلد 40 الإصدار 17 الصفحات 20.

#### ثانياً: المراجع الأجنبية:

#### References

8. A.A. Salama, Ahmed Sharaf Al-Din, Issam Abu Al-Qasim, Rafif Alhabib and Magdy Badran, Introduction to Decision Making for Neutrosophic Environment "Study on the Suez Canal Port, Egypt", Neutrosophic Sets and Systems, vol. 35, 2020, pp. 22-44.
9. Belal Amin, A. A. Salama, I. M. El-Henawy, Khaled Mahfouz, Mona G. Gafar, "Intelligent Neutrosophic Diagnostic System for Cardiotocography Data", Computational Intelligence and Neuroscience, vol. 2021, Article ID 6656770, 12 pages, 2021.
10. Haitham ELwahsha, Mona Gamala, A. A. Salama, I.M. El-Henawy, Modeling Neutrosophic Data by Self-Organizing Feature Map: MANETs Data Case Study, Procida Computer, 2017.
11. Pinaki Majumdar, Neutrosophic Sets and Its Applications to Decision Making, ch4 in Computational Intelligence for Big Data Analysis 2017, M.U.C Womens College, Burdwan, India. DOI10.1007/978-3-319-16598-1\_4
12. A. A. Salama, Florentin Smarandache. Neutrosophic crisp probability theory & decision-making process, Critical Review. Volume XII, 2016, pp 34-48, 2016.
13. Alhabib, Rafif, A. A. Salama. "The Neutrosophic Time Series-Study Its Models (Linear-Logarithmic) and test the Coefficients Significance of Its linear model." Neutrosophic Sets and Systems 33.1 (2020) pp105-115.
14. I. M. Hanafy, A. A. Salama and K. M. Mahfouz, (2012), "Correlation of neutrosophic data" International Refereed Journal of Engineering and Science, 1(2): 39-43.
15. Alhabib, Rafif; Moustafa Mzher Ranna; Haitham Farah; and A.A. Salama. (2019). "Some Neutrosophic Probability Distributions. Neutrosophic Sets and Systems vol22, pp.30-38.
16. AL-Nafee, A. B., Smarandache, F., & Salama, A. A. (2020). New Types of Neutrosophic Crisp Closed Sets. *Neutrosophic Sets & Systems*, 36. pp. 175 -183.
17. A. A. Salama, F.Smarandache, Neutrosophic Crisp Set Theory, Educational. Education Publishing 1313 Chesapeake, Avenue, Columbus, Ohio 43212(2015).
18. A. A. Salama, Mohamed Abdelfattah, H. A. El-Ghareeb, A. M. Manie "Design and Implementation of Neutrosophic Data Operations Using Object Oriented Programming" INTERNATIONAL JOURNAL OF COMPUTER APPLICATION (IJCA) Issue 4, Volume 5 (sep- oct 2014).

19. A. A. Salama, Mohamed Abdelfattah and Mohamed Eisa, Distances, Hesitancy Degree and Flexible Querying via Neutrosophic Sets, International Journal of Computer Applications, Volume 101–No.10, (2014)pp0975 – 8887.
20. I.M. Hanafy, A.A. Salama and K.M. Mahfouz," Neutrosophic Classical Events and Its Probability" International Journal Computer Applications Research (IJMCAR) Vol. (3), Issue 1, Mar (2013) pp171-178.
21. Smarandach, (2002), "A new branch of philosophy, in multiple valued logic", An International Journal, 8(3): 297- 384
22. F. Smarandach, (2003), "Neutrosophic set a generalization of the intuitionistic fuzzy sets", Proceedings of the third conference of the European Society for fuzzy logic and Technolgye, EUSFLAT, Septamper Zittau Geamany; Univ. of Applied Sciences at Zittau Goerlit 2, 141-146.
23. F. Smarandache.(T, I, F)-Neutrosophic Structures, University of New Mexico, 705 Gurley Ave., Gallup, NM 87301, USA .2016.
24. F. Smarandache. Introduction to Neutrosophic statistics, Sitech & Education Publishing, 2014.
25. A. Kharal. A Neutrosophic Multicriteria Decision Making Method , National University of Sciences and Technology (NUST), Islamabad, Pakistan,2011.
26. K. Mondal, S. Pramanik. Neutrosophic Decision Making Model for Clay-Brick Selection in Construction Field Based on Grey Relational Analysis, Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 9, 2015.
27. S. Pramanik, sh. Dalapati, sh. Alam and T. Kumar Roy. TODIM method for group decision making under bipolar neutrosophic set environment, New Trends in Neutrosophic Theory and Applications- Volume II, Pons Editions, Brussels, Belgium, EU, 2018.



## قوانين الفكر في المنطق النيوتروسوفي

Kachchouh Mustapha

Assistant Professor, Department of Philosophy, Faculty of Arts and Human Sciences, Dhar El Mahraz, Sidi Mohamed Ibn Abdallah University Fez, Morocco

Email: [kachchouh.mustapha@gmail.com](mailto:kachchouh.mustapha@gmail.com)

Received: June 2021; Accepted: July 2021

**Abstract:** In this article, we aim to show the light for a new logical system is called Neutrosophic logic, this Logic is founded by Florentine Smarandache, it propose a new Laws and principles of Thought (Neutrosophic Laws of Thought) is very different for the classical principles and Laws of Thought (Aristotle Laws). These principles are: 1) The Principle of Dynamic Neutrosophic Identity, 2) The Principle of Dynamic Neutrosophic Opposition, and 3) The Law of Included Multiple-middle.

**Keywords:** Neutrosophic Logic, Neutrosophic Laws of Thought, Neutrosophic Set, The Principle of Dynamic Neutrosophic Identity, The Principle of Dynamic Neutrosophic Opposition, The Law of Included Multiple-middle.

**المخلص:** نهدف من خلال هذا المقال إلى تسليط الضوء على المنطق النيوتروسوفي كنسق منطقي جديد يؤسس لقوانين ومبادئ فكر جديدة، مغايرة لقوانين الفكر التقليدية (قوانين الفكر عند أرسطو)، ويمكن تلخيصها فيما يلي: (1) مبدأ الهوية الحيدانية المرنة. (2) مبدأ التعارض الحيداني المرن (3) قانون الوسط المتضمن المتعدد.

**الكلمات الرئيسية:** المنطق النيوتروسوفي، قوانين الفكر النيوتروسوفي، المجموعة النيوتروسوفية، مبدأ الهوية الحيدانية المرنة، مبدأ التعارض الحيداني المرن، قانون الوسط المتضمن المتعدد.

### 1. مقدمة

اقتراح الفيلسوف وعالم الرياضيات الأمريكي-الروماني فلورنتين سمارانداكه نهاية القرن العشرين نسقاً منطقياً جديداً يدعو بالمنطق النيوتروسوفي، له جانبين؛ جانب معرفي نظري، وجانب تطبيقي عملي (متعلق بتكنولوجيا المعلومات، والحاسب الآلي والذكاء الاصطناعي، والعلوم الهندسية). ويقدمه صاحبه كبدل للأنساق المنطقية التقليدية (المنطق الأرسطي، المنطق الرمزي ثنائي القيم (فريجه، هويتند -راسل، فيثغنتشاين، كواين...) والأنساق المنطقية متعددة القيم (ثلاثي القيم، متعدد القيم، متصل القيم)، وكتطوير للمنطق الحدسي الضبابي (زاده -أتانسوف) والمنطق شبه المتسق (غير هام بريست))، وذلك من أجل إيجاد نسق منطقي مناسب للعقل العلمي المعاصر (في الرياضيات و الفيزياء والعلوم الإنسانية)، كما يمكن من نمذجة اللا-يقين والغموض وتعقيد الواقع [1]. إذ يعترف سمارانداكه بأن نسقه المنطقي لا زال في بدايته وأنه فقط نقطة بداية لمشروع طموح يسعى من خلاله لتقديم نسق أكسيومي نيوتروسوفي يعالج فيه غموض الواقع وتعقده، ويدمج المفارقات والبيانات اللامحددة والضبابية في بنية التفكير المعاصر. ويشدد كثيراً على أن أفكاره لا زالت في بدايتها، وينبغي تجنيد مجموعة من الباحثين للوصول إلى النموذج الفكري المأمول [2]. ومن هذا المنطلق نجد أنفسنا أمام الأسئلة التالية: ما هو المنطق النيوتروسوفي وما هي مكوناته؟ وماهي المبادئ والقوانين المنطقية التي يتأسس عليها هذا المنطق؟

## 2. مكونات المنطق النيوتروسوفي

يتأسس المنطق النيوتروسوفي على مفهومين أساسيين هما: المجموعة النيوتروسوفية والاحتمال النيوتروسوفي. حيث يدل الأول [1] على أن أي عنصر له ثلاثة أبعاد أساسية للانتماء إلى المجموعة: الانتماء بدرجات واللا-انتماء بدرجات واللا-تحديد بدرجات [2]. في حين يدل المفهوم الثاني على تلك النظرية المعممة لنظرية الاحتمال الكلاسيكية والاحتمال الضبابي والتي تضيف اللا-تحديد كمقدار قابل للتكميم. فإذا كانت نظرية الاحتمال الكلاسيكي تحدد نسبة وقوع حدث معين (ليكن انتماء العنصر  $s$  للمجموعة  $\{s\}$ ) وفق العلاقة التالية [1]:

$$I(s) = \text{عدد مرات وقوع الحدث } (s) / \text{المجموع الإجمالي للتجارب.}$$

فإن نظرية الاحتمال النيوتروسوفي ترى أن النسبة الاحتمالية تحدد وفقاً لثلاث بارامترات تحدها العلاقة التالية [2]:

$$I(s) = (\text{عدد مرات عدم وقوع الحدث } s) / \text{مجموع التجارب, عدد مرات وقوع عدم التحديد/مجموع التجارب, عدد مرات وقوع الحدث } s / \text{مجموع التجارب}$$

بناءً على هذين المفهومين نصل إلى الفكرة الأساسية للمنطق النيوتروسوفي التي تفيد: "إن كل قضية منطقية تؤخذ على أنها نسبة مئوية من الصدق في مجموعة فرعية  $\{ص\}$ ، ونسبة مئوية من الحياء أو اللا-تحديد في مجموعة فرعية  $\{ح\}$ ، ونسبة مئوية من الكذب في مجموعة فرعية  $\{ك\}$ ".<sup>3</sup> حيث تتمثل جدة وأصالة هذا المنطق في معالجته لمشكلة المفارقات والتناقضات والبيانات الغامضة انطلاقاً من الأبعاد الثلاثة، من خلال تركيزه على القيم الصدمية كمجموعات فرعية (Subsets) عوض القيم العددية كما وضعها لوكازيفيتش (0، 1/2، 1) والنسق المنطقي متعدد القيم (القيم العددية لمجموعة الأعداد النسبية)، سبب ذلك أنه في بعض الحالات لا يتم تحديد القيم العددية لحالة الصدق والكذب واللا-تحديد بدقة. لهذا يلجأ المنطق النيوتروسوفي لحساب الاحتمالات كنوع من النزعة التقريبية الشبيهة نوعاً ما بالنزعة التي دافع عنها بارت كوسكو في الفلسفة الضبابية Fuzzy philosophy والتفكير الضبابي Fuzzy Thinking التي تحصر عالمي الصدق والكذب ضمن المجال المغلق [0،1]، لكن الفرق بين النيوتروسوفيا والفلسفة الضبابية أن هذه الأخيرة تغلق مجال المعقولة بين عالمي الصدق والكذب، في حين أن النيوتروسوفيا كفلسفة منفتحة ومرنة تسمح للعوامل الصدمية بأن تنفتح على بعضها البعض. ويعبر المجال المفتوح عن هذا الأمر بوضوح:  $1^+ - 0^-$ . ويدل انفتاح المجال على صعيد الدلالة الفلسفية على نوع من الفكر المنفتح والحر؛ فقيمه الصدمية ليست قيماً عددية مطلقة، وإنما مجموعة فرعية احتمالية نسبية تتراوح بين الكذب المطلق ( $0^-$ ) والصدق المطلق ( $1^+$ ) بحيث  $\{ص، ح، ك\} \supset [0^-, 1^+]$ .

ويرى فلورنتين سمارانداكه أن الغاية الأساسية من وجود المنطق النيوتروسوفي أن يحاول ملء الفجوات الأنطولوجية التي تركها المنطق الأرسطي بين عالمي الصدق والكذب، من خلال إعطاء مشروعية منطقية للقيم الصدمية الجزئية الحيادية (يعود الفضل في هذه القيم الصدمية إلى منطق الضبابية: صادق جزئياً، صادق شيء ما، كاذب نوعاً ما، كاذب جداً جداً) التي يختلط فيها الصدق بالكذب، مؤكداً بأن ملء هذه الفجوات سيسمح ببناء نموذج فلسفي عقلاني يتضمن المفارقات والتناقضات والبيانات الغامضة والضبابية واللامحددة. ومن أجل تحقيق هذا الهدف، نحن في حاجة إلى مبادئ فكرية جديدة تناسب تعقيد الواقع وغموضه.

## 3. قوانين الفكر النيوتروسوفي (Neutrosophic Laws of Thought)

لقد أدت المفارقات والتناقضات التي عصفت بالفكر المعاصر (علمياً: المفارقات الرياضية: "مفارقة كانتور، مفارقة راسل-فريجه، مفارقة باناخ تارسكي". والمفارقات الفيزيائية: "مفارقات النظرية النسبية، ومفارقات الفيزياء الكوانتية". والفلسفية: المفارقات الهيجيلية) إلى التشكيك في مجموعة من المبادئ والقوانين مثل الهوية وعدم التناقض والثالث المرفوع، وقد نال المبدأ الأخير النصيب الأعظم من هذا النقد، لكونه غير مناسب لمتغيرات الفكر المعاصر، حيث كتب سمارانداكه قائلاً: "نحن لا نأخذ بالطبع بقانون الثالث المرفوع The Law of Excluded middle (الذي ينص على أن القضية إما صادقة أو كاذبة) في أي نسق نيوتروسوفي، وكذلك الحال بالنسبة لقانون التناقض Law of contradiction (الذي لا يمكن وجود قضية  $\langle \text{أ} \rangle$  صادقة وكاذبة  $\langle \text{أ} \rangle$  في نفس الوقت."<sup>4</sup> ويرجع سبب رفض هذه المبادئ إلى عدم مسابقتها لمتغيرات الفكر المعاصر، خصوصاً التطورات الحاصلة في الفيزياء الكوانتية والنظرية النسبية (الخاصة والعامة) ونظرية الأنساق المعقدة، لذلك يجب على المنطق المعاصر أن يناسب الفكر العلمي كلما حصل تقدم في هذا الأخير. من هذا المنطلق، وجب وضع مجموعة من القوانين المنطقية/العقلية الجديدة التي تؤخذ كبديهيات أو كمسلمات في بناء أي نسق عقلاني معاصر سواء في العلم أو الفلسفة.

<sup>1</sup> I(s) : الاحتمال الكلاسيكي لوقوع الحدث s.

<sup>2</sup> I(s) = الاحتمال النيوتروسوفي لوقوع الحدث s.

<sup>3</sup> ف. سمارانداكه وص. عثمان، مصدر سابق، ص. 92.

<sup>4</sup> ف. سمارانداكه وص. عثمان، مصدر سابق، ص. 110.

يرى فلورنتين سمارانداكه أن النيوتروسوفيا سمحت بتعديل جوهري فيما يخص قوانين الفكر، من خلال تأسيسها لقوانين فكر جديدة مغايرة -إن لم نقل مناقضة- لقوانين أرسطو<sup>5</sup>. ويمكن أن نوجز هذه القوانين فيما يلي:

### 1.3 مبدأ الهوية الحيادية المرنّة The principle of dynamic neutrosophic identity

إذا كان مبدأ الهوية الذي وضعه أرسطو في القرن الرابع قبل الميلاد وصاغه رمزياً لايبينز في القرن السابع عشر ينص على أن الشيء يظل نفسه مع مرور الزمن، فإن المنطق النيوتروسوفي (تحت تأثير مفهوم الاختلاف الهيجلي) يؤكد أن الشيء لا يظل نفسه، وإنما ينمو ويتطور ويتغير باستمرار. فلو افترضنا أن القضية <أ> هي فكرة أو كينونة ما، فإن هذه القضية لا تظل هي نفسها، وإنما تتطور وتتحول إلى نسخة من نفسها يدعوها سمارانداكه بـ النسخ المشوهة ويرمز لها بـ <أ'> أو كـ نسخ فرعية ممسوخة <أ<sup>1</sup>>، <أ<sup>2</sup>>، <أ<sup>3</sup>>، <أ<sup>4</sup>...>، ويمكن تقديم مثال: زواج الأقارب يؤدي إلى مسوخ. يقول فلورنتين سمارانداكه: " <أ> الفكرة ذاتها والتي تتطوي ضمناً على ما هو خارج عنها <ليس أ> و <أ'> طيف من نسخ <أ> بعد تأويلات مساء فهمها من قبل أناس ومدارس وثقافات مختلفة<sup>6</sup>. إن الفكرة لا تتحول إلى نسخ مشوهة من تلقاء نفسها، ولكن من خلال نفيها، وعبر النفي تتحول الفكرة المشوهة <أ'> (تأويلات مساء فهمها) إلى نقيضها <نقيض أ>. وبالتالي فالفكرة لا تظل على حالها، ثابتة ومطلقة، بل تنمو وتتطور وتتغير بشكل مستمر كمياه نهر هيراقليطس. يقول فلورنتين سمارانداكه: "في المنطق النيوتروسوفي نستعمل المنطق الدينامي المرن، <أ> لا تظل على حالها، بل تنمو باستمرار، لأنها تصبح بعد مرور الزمن <أ'> بواسطة مزيج من <أ> و <ليس أ>. أي أن مرور الزمن يمنع مسألة الهوية لأن الشيء يتحول بفعل الزمن إلى أطرافه قبل أن يتحول إلى نقائضه<sup>7</sup>. على هذا الأساس يمنع المنطق النيوتروسوفي الهوية والثبات ويؤسس للتغير والدينامية، فالكينونات النيوتروسوفية في تحول وتغير مستمرين داخل مجموعات الفرعية، مما يعني أن الشيء نفسه يتحول ويصير مع الوقت إلى نقيضه. ويمكن التعبير عن المبدأ السابق في الصورة التالية: <أ'> ← <نقيض أ>.

### 2.3 مبدأ التعارض الحيادي المرن (The Principle of Dynamic Neutrosophic opposition)

يعتبر مبدأ عدم التناقض ومنذ القديم بمثابة الكأس المقدسة التي يشرب منها الفلاسفة والعلماء لأكثر من 23 قرناً، غير أن التغيرات التي أصابت العقل المعاصر، دفعت مجموعة من المناطق والعلماء إلى التشكيك في هذا المبدأ، خصوصاً بعد الثورة التي أحدثتها الفيزياء الكوانطية، حيث إن فهم بعض خصائص الكينونات الكوانطية يقتضي عدم الأخذ بمبدأ عدم التناقض، فليس صحيحاً أن <أ> و <ليس أ> لا يجتمعان، بل من الممكن أن يجتمعا في الفيزياء الكوانطية وفي المنطق النيوتروسوفي. يقول فلورنتين سمارانداكه: "بالنسبة لقانون التناقض Law of Contradiction القائل بأنه لا يمكن وجود قضية <أ> صادقة وكاذبة في الوقت نفسه، ذلك أنه في المنطق النيوتروسوفي <أ> يمكن أن تكون مكافئة للمنطق النيوتروسوفي لـ <ليس أ> [NL <A>=NL <-A>] وهما غالباً متداخلان<sup>8</sup>. يعود سبب هذا الاجتماع إلى إيمان سمارانداكه بالنظرة المنطقية متعددة القيم التي تفصل بين نفي القضية ونقيضها. ومن جهة أخرى، فإن الواقع الفيزيائي الكوانطي، يسمح بوجود كائنات كوانطية في وضعيتين متناقضتين، ونستطيع أن نثبت ذلك بالعودة إلى "تجربة الشق المزدوج" عند توماس يونغ التي أثبتت أن الكائن الكوانطي (الإلكترون مثلاً) يستطيع المرور من شقين في الوقت نفسه (قدرة الإلكترون على التواجد في موضعين مختلفين في الوقت نفسه)، ولا يمكن القبول بنتائج هذه التجربة إذا كنا نأخذ بمبدأ عدم التناقض الشهير.

في الحقيقة، لا يكفي سمارانداكه بالقبول بهذا التناقض بل يفرض عليه أن يكون دينامياً ومرناً، ويرى أن النيوتروسوفيا أبدعت مبدأ جديداً بديلاً للمبدأ التقليدي، وقد أطلق عليه مبدأ التعارض الحيادي المرن<sup>9</sup> The Principle of Dynamic Neutrosophic opposition. وهذا المبدأ هو تعميم لمبدأ التعارض الدينامي (المرن) The Principle of Dynamic opposition لستيفن لوباسكو، ولجدل فيشته وهيجل وماركس وإنجلز، والواضح أن الجدل عند هؤلاء بمن فيهم لوباسكو اقتصر على العلاقة بين <أ> و <نقيض أ> فقط، لهذا وجد سمارانداكه أنه من الضروري أن ندخل مفهوم "النفي النيوتروسوفي" الذي يعني عنده نوعاً من الجمع بين النقيض والمحايد. وعلى هذا الأساس، وضع سنة 2014 مبداه الأساسي (التعارض الحيادي المرن) الذي ينظم ويضبط العلاقات بين الثلاثية النيوتروسوفية: القضية <أ>، ونقيض القضية <نقيض أ>، وحيد القضية <حياد أ>، كما يسمح بفهم التوتر والصراع بين النقيض.

<sup>5</sup> Florentin Smarandache, The Law of Included Multiple-Middle and The Principle of Dynamic Neutrosophic opposition, op. cit., p. 13.

<sup>6</sup> ف. سمارانداكه وص. عثمان، مصدر سابق، ص. 52.

<sup>7</sup> Florentin Smarandache, The Law of Included Multiple-Middle and The Principle of Dynamic Neutrosophic opposition, op. cit., p. 43.

ف. سمارانداكه وص. عثمان، مصدر سابق، ص. 110.

<sup>9</sup> Florentin Smarandache, The Law of Included Multiple-Middle and The Principle of Dynamic Neutrosophic opposition, op. cit., p. 133.

لكن ألا يمكن القول أن هذا المبدأ يكفي فقط بوصف التوتر بين المكونات الثلاثة دون أن يؤدي إلى نتيجة لهذا الصراع الحيادي؟  
 كجواب عن السؤال أعلاه، توصل سمارانداكه سنة 2015 في كتابه "النظرية الرمزية للنيوتروسوفيا" إلى تعميم مبدأ التعارض الحيادي المرن إلى قانون الدينامية النيوتروسوفية (قانون المرونة الحياضية)، ومن المفترض أن يمتص هذا القانون مختلف الصراعات والتناقضات بين المكونات الثلاثة<sup>10</sup>. ولكي ينجح في هذا الأمر هو في حاجة إلى قانون آخر: قانون الوسط المتضمن المتعدد.

### 3.3 قانون الوسط المتضمن المتعدد (The Law of Included Multiple-Middle)

يعترف فلورنتين سمارانداكه بأن الفضل الأكبر في وصوله إلى هذا القانون يعود أساساً إلى الفيلسوف الروماني ستيفن لوباسكو الذي وضع قانون الثالث المتضمن كبديل لمبدأ الثالث المرفوع عند أرسطو، معتقداً بأنه أكثر ملاءمة للواقع الفيزيائي الكوانطي [مبدأ الحالة الثالثة (الحالة-T) وهي الحالة التي تشتغل فيها التناقضات والمفارقات الفيزيائية بكثرة]<sup>11</sup>. لكن رغم الأهمية التي يكتسبها هذا القانون فإنه يتضمن مأزقاً حقيقياً: إذ يظل -هذا القانون- في حاجة ماسة إلى مبدأ قبلي يتأسس عليه، وهو مبدأ الرابع المرفوع، وهذا المبدأ بدوره سيكون في حاجة إلى مبدأ إضافي، وهكذا حتى نصل إلى المبدأ النوني المرفوع.

ومن أجل تجاوز هذا المأزق، وجد سمارانداكه أنه من الضروري أن نعمم فكرة لوباسكو إلى قانون جديد يدعو به "قانون الوسط المتضمن المتعدد" [2014: قانون الوسط المتضمن المتعدد ومبدأ التعارض الحيادي المرن] أو قانون "الوسط المتضمن اللا-متناهي" [2015: النظرية الرمزية للنيوتروسوفيا] الذي هو عبارة عن مجال أو مجموعة فرعية تتناسب مجموعة الحيات في القيم الصدفية النيوتروسوفية. يقول ف. سمارانداكه: "في النيوتروسوفيا، نجد أن مبدأ الثالث المتضمن موجود داخل مجال التحديد (... ) في المنطق النيوتروسوفي نجد قانون الثالث المتضمن عند لوباسكو متضمن أساساً في المجموعة الفرعية (اللا-تحديد، الغموض، عدم الوضوح، التناقضية)."<sup>12</sup> يوجد مبدأ الوسط المتضمن المتعدد داخل مجال الحياضية، وهو أكثر المبادئ ملاءمة للعلم المعاصر [الفيزياء الكوانطية]، لأنه ليس نقطة عدية حتى نفترض مبدأ قبلياً للوجود، وإنما مجموعة فرعية تسمح بمعالجة التناقضات وحلها بدرجة نسبية. إضافة إلى نجاحه في معالجة اللبس والغموض، فإنه يعطي إطاراً قوياً لاستيعاب أكثر ظواهر الواقع تعقيداً [الفيزياء الكوانطية]<sup>13</sup>. يقول سمارانداكه مميّزاً مبدئه عن باقي المبادئ الأخرى: "إذا كان لأرسطو بديهية أو قانون الثالث المرفوع (في اللغة النيوتروسوفية ما يقع بين < > أو < نقيض >) وكان للوباسكو-نيكوليسكو الوسط المتضمن (في اللغة النيوتروسوفيا < > و< نفي > وقيمة ثالثة (تدعى الحالة-T) التي تحل التناقض في مستوى أعلى من الواقع) فإننا نقترح قانوننا الذي يدعى "الوسط المتضمن المتعدد" (في لغتنا النيوتروسوفية < > و< نقيض > و< حياض >، حيث إن < حياض > هي متعدد من الحيات لما بين < > و< نقيض > مثلاً < حياض 1 >، < حياض 2 >، < حياض 3 >، < حياض 4 >....."<sup>14</sup> لكن، رغم أهمية القانون أعلاه فإنه أجرى عليه تعديلاً حينما فرض على التعدد أن يصير لا-تناه، وعلى هذا الأساس يصبح هذا القانون في صورة الوسط المتضمن اللا-متناهي<sup>15</sup>. وسيعد سمارانداكه هذا المبدأ بمثابة أكثر المبادئ مناسبة للعقل العلمي المعاصر، فبدونه يستحيل بناء نسق عقلاني جديد يستوعب التناقضات والمفارقات وغموض وتعقيد الواقع الفيزيائي.

## 4. استنتاج

لقد أدى القبول بالمبادئ وقوانين السابقة إلى: التشكيك في مجموعة من الاستدلالات والقوانين المنطقية، وعلى رأسها قانون نفي النفي. يقول فلورنتين سمارانداكه: "في المنطق النيوتروسوفي، فإن مبدأ نفي النفي ليس صحيحاً فـ < لا لا > ليس بالضرورة هي < >، وخصوصاً إذا كنا سننكر في وقت لاحق < > التي ستتحول إلى < >".<sup>16</sup>

يفترض مبدأ نفي النفي أساساً كل مبادئ الهوية وعدم التناقض والثالث المرفوع، وبمجرد سقوط هذه المبادئ سيسقط هذا القانون بدوره. ويمكن إثبات ذلك من خلال مثال الألوان: لتكن < > هي اللون الأبيض، فإذا أدخلنا عليها النفي تصبح < - > التي تعني كل الألوان ما عدا اللون الأبيض،

<sup>10</sup> Florentin Smarandache (2015), Symbolic Neutrosophic Theory, Publisher: EuropaNova asbl, Bruxelles, Belgium. p. 23.

<sup>11</sup> Florentin Smarandache, The Law of Included Multiple-Middle and The Principle of Dynamic Neutrosophic opposition, op. cit., pp. 14-15.

<sup>12</sup> Ibid., p. 23.

<sup>13</sup> Ibid., pp. 33-34.

<sup>14</sup> Ibid., p. 132.

<sup>15</sup> Florentin Smarandache, Symbolic Neutrosophic Theory, op. cit., p. 22.

<sup>16</sup> Florentin Smarandache, The Law of Included Multiple-Middle and The Principle of Dynamic Neutrosophic opposition, op. cit., p. 42.

أي قد يكون هذا اللون أحمر أو أخضر أو أصفر أو أسوداً. ولنفرض أن هذا اللون هو اللون الأحمر، أي أن  $\neg A$  هي (تحديداً الآن) اللون الأحمر، وينفي هذه القضية نصل إلى  $\neg \neg A$  أي: نفي نفي الأحمر، وهو كل الألوان باستثناء اللون الأحمر، فقد يكون هذا اللون أبيضاً وقد يكون أي لون آخر ما عدا الأحمر. وباللجوء إلى حساب الاحتمالات النيوتروسوفية، نجد أن احتمال أن يكون نفي الأحمر  $\neg A$  هو اللون الأبيض  $\neg A$ ، هو احتمال ضعيف جداً إن لم نقل منعدم (لأنه يوجد عدد لا-ممتناه من الألوان)! وسيؤدي الضرب في قانون نفي النفي إلى التشكيك في بعض البراهين التقليدية، مثل البرهان بالخلف -لأنه مرتبط بالثنائية الصدقية الكلاسيكية - الأمر الذي يدفعنا للتساؤل عن البناء الاستدلالي المناسب لهذه القوانين الجديدة التي تقترحها النيوتروسوفيا؟

#### لائحة المراجع :

- (1) Smarandache, Florentin (1999), A Unifying Field in Logics: Neutrosophic Logic, Neutrosophy, Neutrosophic Probability and Statistics, InfoLearnQuest and Learning (University of Microfilm International), sixth edition, USA 2007.
- (2) Smarandache, Florentin (2014), The Law of Included Multiple-Middle and The Principle of Dynamic Neutrosophic opposition, EuropaNova & Education Publisher Brussels-Columbus.
- (3) Smarandache, Florentin (2015), Symbolic Neutrosophic Theory, Publisher: EuropaNova asbl, Bruxelles, Belgium.
- (4) سمارنداكه، فلورنتين وعثمان، صلاح. (2007)، الفلسفة العربية من منظور نيوتروسوفي، الطبعة الأولى، منشأة المعارف، الإسكندرية.





Neutrosophic Knowledge (NK) is an academic journal, published quarterly online and on paper, that has been created for publishing in all scientific and literary fields. Papers Published in Arabic and English.

ISSN (print): 2767-0619, ISSN (online): 2767-0627

The papers should be professional, in good English and Arabic, containing a brief review of a problem and obtained results. All submissions should be designed in MS Word format using our template file:

<http://fs.unm.edu/NK/>

To submit a paper, mail the file to the Editor-in-Chief. To order printed issues, contact the Editor-in Chief. This journal is non-commercial, academic edition. It is printed from private donations. The neutrosophics website at UNM is:

<http://fs.unm.edu/neutrosophy.htm>

The home page of the journal is accessed on:

<http://fs.unm.edu/NK/>

## Editors in Chief

### **Prof. Dr. A. A. Salama**

Department of Mathematics and Computer  
Science, Faculty of Science,  
Port Said University  
Port Fouad, Port Said 42526, Egypt  
E-mail: ahmed\_salama\_2000@sci.psu.edu.eg

### **Prof. Dr. Florentin Smarandache**

Department of Mathematics and Science  
University of New Mexico  
705 Gurley Avenue  
Gallup, NM 87301, USA  
E-mail: smarans@unm.edu

### **Dr. Ibrahim Yasser**

Electronics and Communications Engineering Department,  
Faculty of Engineering, Mansoura University,  
Mansoura 35516, Egypt,  
E-mail: ibrahim\_yasser@mans.edu.eg.

