



# Conjunto plitogénico, una extensión de los conjuntos crisp, difusos, conjuntos difusos intuicionistas y neutrosóficos revisitado

*Florentin Smarandache*<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Matemáticas, Universidad de Nuevo México, Gallup, NM 87301, EE. UU. E-mail: smarand@unm.edu

**Resumen.** En el presente artículo, introducimos el conjunto plitogénico (como generalización de conjuntos nítidos, borrosos, intuicionistas, borrosos y neutrosóficos), que es un conjunto cuyos elementos se caracterizan por los valores de muchos atributos. Un valor de atributo  $v$  tiene un grado correspondiente (difuso, intuicionista difuso o neutrosófico) de pertenencia  $d(x, v)$  del elemento  $x$ , al conjunto  $P$ , con respecto a algunos criterios dados. Para obtener una mejor precisión para los operadores de agregación plitogénica en el conjunto plitogénico, y para una inclusión más exacta (orden parcial), se define un grado de contradicción (disimilitud difusa, intuicionista difusa o neutrosófica) entre cada atributo del valor y el valor del atributo dominante (el más importante). La intersección y la unión plitogénicas son combinaciones lineales de los operadores difusos  $t_{norm}$  y  $t_{conorm}$ , mientras que el complemento plitogénico, la inclusión (desigualdad), la igualdad está influenciados por los grados de contradicción (disimilitud) de los valores de los atributos. Por tal motivo el objetivo del presente trabajo es ofrecer algunos ejemplos y aplicaciones de los nuevos conceptos que se proponen, para su aplicación en la vida cotidiana.

**Palabras Claves:** Plitogenia; Conjunto plitogénico; Conjunto neutrosófico; Operadores Plitogénicos.

## 1 Definición informal de conjunto plitogénico

La plitogenia es la génesis u originación, creación, formación, desarrollo y evolución de nuevas entidades a partir de dinámicas y fusiones orgánicas de entidades antiguas múltiples contradictorias y / o neutrales y / o no contradictorias. Mientras que plitogénico significa lo que pertenece a la plitogenia.

Un conjunto plitogénico  $P$  es un conjunto cuyos elementos se caracterizan por uno o más atributos, y cada atributo puede tener muchos valores. El valor  $v$  de cada atributo tiene un grado correspondiente de pertenencia  $d(x, v)$  del elemento  $x$ , al conjunto  $P$ , con respecto a algunos criterios dados. Con el fin de obtener una mejor precisión para los operadores de agregación plitogénicos, se define un grado de contradicción (disimilitud) entre cada valor de atributo y el valor de atributo dominante (el más importante).

{Sin embargo, hay casos en que tal valor de atributo dominante puede no tomarse en consideración o puede que no exista [por lo tanto, se considera cero de manera predeterminada], o puede haber muchos valores de atributo dominantes. En tales casos, se suprime la función de grado de contradicción o se debe establecer otra función de relación entre los valores de los atributos.}

Los operadores de agregación plitogénicos (intersección, unión, complemento, inclusión, igualdad) se basan en grados de contradicción entre los valores de los atributos, y los dos primeros son combinaciones lineales de los operadores difusos  $t_{norm}$  y  $t_{conorm}$ .



El conjunto plitogénico es una generalización del conjunto nítido, conjunto difuso, conjunto difuso intuicionista y conjunto neutrosófico, ya que estos cuatro tipos de conjuntos se caracterizan por un único valor de atributo (appurtenance): que tiene un valor (membresía) - para el conjunto nítido y conjunto difuso, dos valores (pertenencia y no pertenencia) - para conjunto difuso intuicionista, o tres valores (pertenencia, no pertenencia e indeterminación) - para conjunto neutrosófico.

### **2 Definición formal de conjunto plitogénico de atributo único (unidimensional)**

Sea  $U$  un universo de discurso y  $P$  un conjunto de elementos no vacíos,  $P \subseteq U$ .

#### **2.1 Atributo del espectro de valor**

Sea  $A$  un conjunto no vacío de atributos unidimensionales  $A = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m\}$ ,  $m \geq 1$ ; y  $\alpha \in A$  es un atributo dado cuyo espectro de todos los valores (o estados) posibles es el conjunto no vacío  $S$ , donde  $S$  puede ser un conjunto discreto finito,  $S = \{s_1, s_2, \dots, s_l\}$ ,  $1 \leq l < \infty$ , o conjunto infinitamente contable  $S = \{s_1, s_2, \dots, s_\infty\}$ , o conjunto infinitamente incontable (continuo)  $S = ]a, b[$ ,  $a < b$ , donde  $...$  [es cualquier abierto, semiabierto, o intervalo cerrado desde el conjunto de números reales o desde otro conjunto general.

#### **2.2 Rango de valor de atributo**

Sea  $V$  un subconjunto no vacío de  $S$ , donde  $V$  es el rango de todos los valores de atributos que necesitan los expertos para su aplicación. Cada elemento  $x \in P$  se caracteriza por los valores de todos los atributos en  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ , para  $n \geq 1$ .

#### **2.3 Valor de atributo dominante**

En el conjunto de valores  $V$  del atributo, en general, hay un valor de atributo dominante, que es determinado por los expertos en su aplicación. El valor de atributo dominante significa el valor de atributo más importante que los expertos están interesados.

{Sin embargo, hay casos en que tal valor de atributo dominante puede no tomarse en consideración o no existir, o puede haber muchos valores de atributo dominantes (importantes), cuando se debe emplear un enfoque diferente.}

#### **2.4 Atributo Valor Función de Grado de Mantenimiento**

Cada valor de atributos  $v \in V$  tiene un grado correspondiente de pertenencia  $d(x, v)$  del elemento  $x$ , al conjunto  $P$ , con respecto a algunos criterios dados. El grado de pertenencia puede ser: un grado difuso de pertenencia, o un grado difuso intuicionista, o un grado neutrosófico de pertenencia al conjunto plitogénico.

Por lo tanto, la función de grado de valor de atributo del atributo es:

$$\forall x \in P, d: P \times V \rightarrow P ([0, 1]z) \quad (1)$$

Por lo que  $d(x, v)$  es un subconjunto de  $[0, 1]z$ , y  $P([0, 1]z)$  es el conjunto de potencias de  $[0, 1]z$ , donde  $z = 1$  (para el grado de rendimiento difuso),  $z = 2$  (para el grado de pertenencia difusa intuicionista), o  $z = 3$  (para el grado de dependencia neutrosófica).

#### **2.5 Atributo Valor de contradicción (disimilitud) Grado Función**

Sea que el cardinal  $|V| \geq 1$ .

Sea  $c: V \times V \rightarrow [0, 1]$  la función de grado de contradicción (disimilitud) del valor de atributo (que introducimos ahora por primera vez) entre cualquiera de los dos valores de atributo  $v_1$  y  $v_2$ , denotado por:

$c(v_1, v_2)$ , y satisfaciendo los siguientes axiomas:

$c(v_1, v_1) = 0$ , el grado de contradicción entre los mismos valores de atributo es cero;

$c(v_1, v_2) = c(v_2, v_1)$ , conmutatividad.

Para simplificar, usamos una función de grado de contradicción de valor de atributo difuso ( $c$  como arriba, que podemos denotar con  $c_F$  para distinguirla de las dos siguientes), pero una función de contradicción de valor de atributo intuicionista ( $c_{IF}: V \times V \rightarrow [0, 1]$  2), o más general, se puede utilizar una función de contradicción del valor del atributo neutrosófico ( $c_N: V \times V \rightarrow [0, 1]$  3) aumentando la complejidad del cálculo, pero también la precisión.

Principalmente calculamos el grado de contradicción entre los valores de atributos unidimensionales. Para los valores de atributos multidimensionales, los dividimos en valores de atributos unidimensionales correspondientes.

La función de grado de contradicción del valor de atributo ayuda a los operadores de agregación plitogénica, y la relación de inclusión plitogénica (orden parcial) para obtener un resultado más preciso.

La función de grado de contradicción del valor de atributo se diseña en cada campo donde se usa el conjunto plitogénico de acuerdo con la aplicación para resolver. Si se ignora, las agregaciones aún funcionan, pero el resultado puede perder precisión.

Varios ejemplos serán proporcionados en este documento.

Entonces  $(P, a, V, d, c)$  se llama un conjunto plitogénico:

- Donde "P" es un conjunto, "a" es un atributo (multidimensional en general), "V" es el rango de los valores del atributo, "d" es el grado de pertenencia del valor de atributo de cada elemento  $x$  al conjunto P con respecto a algunos criterios dados ( $x \in P$ ), y "d" significa " $d_F$ " o " $d_{IF}$ " o " $d_N$ ", cuando se trata de un grado de aplicación difuso, un grado de aplicación intuicionista borroso, o un grado de neutrosofía respectivo respectivamente de un elemento  $x$  al conjunto plitogénico P;
- "C" significa " $c_F$ " o " $c_{IF}$ " o " $c_N$ ", cuando se trata de un grado de contradicción difusa, un grado difuso de contradicción intuicionista o un grado de contradicción neutrosófica entre valores de atributo respectivamente. Las funciones  $d(\cdot, \cdot)$  y  $c(\cdot, \cdot)$  se definen de acuerdo con las aplicaciones que los expertos necesitan resolver. De forma general se utiliza la notación:  $x(d(x, V))$ ,

Donde:  $d(x, V) = \{d(x, v), \text{ para todos los } v \in V\}, \forall x \in P$ .

## 2.6 Operadores de conjuntos de agregación plitogénica

El grado de contradicción del valor de atributo se calcula entre cada valor de atributo con respecto al dominante valor de atributo (denotado  $v_D$ ) en especial, y con respecto a otros valores de atributo también

La función de grado de contradicción del valor del atributo  $c$  entre los valores del atributo se utiliza en la definición de operadores de agregación plitogénica {Intersección (AND), Unión (OR), Implicación ( $\Rightarrow$ ), Equivalencia ( $\Leftrightarrow$ ),

Relación de inclusión (orden parcial o desigualdad parcial) y otros operadores de agregación

Florentín Smarandache

Conjunto plitogénico, una extensión de los conjuntos crips difusos, conjuntos difusos intuicionistas y neutrosóficos revisado

plitogénica que combine dos o más grados de valor de atributo - sobre los que  $t_{norm}$  y  $t_{conorm}$  actúan sobre }.

La mayoría de los operadores de agregación plitogénica son combinaciones lineales de la borrosa  $t_{norm}$  (denotada  $\wedge F$ ), y fuzzy  $t_{conorm}$  (denotado  $\vee F$ ), pero también pueden construirse combinaciones no lineales

Si uno aplica la  $t_{norm}$  en el valor de atributo dominante denotado por  $v_D$ , y la contradicción entre  $v_D$  y  $v_2$  es  $c(v_D, v_2)$ , luego en el valor de atributo  $v_2$  se aplica:

$$[1 - c(v_D, v_2)] \cdot t_{norm}(v_D, v_2) + c(v_D, v_2) \cdot t_{conorm}(v_D, v_2), \quad (2)$$

O, utilizando símbolos:

$$[1 - c(v_D, v_2)] \cdot (v_D \wedge F v_2) + c(v_D, v_2) \cdot (v_D \vee F v_2). \quad (3)$$

De manera similar, si se aplica  $t_{conorm}$  en el valor de atributo dominante denotado por  $v_D$ , y la contradicción entre  $D$  y  $v_2$  es  $c(v_D, v_2)$ , entonces en el valor de atributo  $v_2$  se aplica uno:

$$[1 - c(v_D, v_2)] \cdot t_{conorm}(v_D, v_2) + c(v_D, v_2) \cdot t_{norm}(v_D, v_2), \quad (4)$$

O, utilizando símbolos:

$$[1 - c(v_D, v_2)] \cdot (v_D \vee F v_2) + c(v_D, v_2) \cdot (v_D \wedge F v_2). \quad (5)$$

### 3 Conjunto plitogénico como generalización de otros conjuntos

El conjunto plitogénico es una generalización de los conjunto nítidos, de los conjuntos difusos, de los conjuntos difusos intuicionistas y de los conjuntos neutrosófico, dado que estos cuatro tipos de conjuntos se caracterizan por contener un atributo único (*appurtenance*): que tiene un valor (*membresía*): para el conjunto nítido y para conjunto difuso, dos valores (pertenencia y no pertenencia) - para conjunto difuso intuicionista, o tres valores (pertenencia, no pertenencia e indeterminación) - para conjunto neutrosófico.

Por ejemplo:

Sea  $U$  un universo de discurso del conjunto no vacío  $P \subseteq U$  y también, un conjunto  $x \in P$  que forma un elemento genérico.

#### 3.1 Conjunto Crisp (Clásico) (CCS)

El atributo es  $\alpha =$  "accesorio";

el conjunto de valores de atributo  $V = \{\text{membresía, no membresía}\}$ , con cardinal  $|V| = 2$ ;

el valor del atributo dominante = membresía;

La función de grado de atributo de valor de atributo:

$$d: P \times V \rightarrow \{0, 1\}, \quad (6)$$

$d(x, \text{membresía}) = 1, d(x, \text{no membresía}) = 0,$

y la función de grado de contradicción de valor de atributo:

$$c: V \times V \rightarrow \{0, 1\}, \quad (7)$$

$c(\text{membresía, membresía}) = c(\text{no membresía, no membresía}) = 0, c(\text{membresía, no membresía}) = 1.$

#### 3.1.1 Intersección Crisp (Clásica)

$$a \wedge b \in \{0, 1\} \quad (8)$$

### 3.1.2 Unión Crisp (Clásica)

$$a \vee b \in \{0, 1\} \quad (9)$$

### 3.1.3 Complemento Crisp (clásico) (negación)

$$\neg a \in \{0, 1\}. \quad (10)$$

## 3.2 Conjunto difuso de valor único (SVFS)

El atributo  $\alpha = \text{"mantenimiento"}$ ;  
el conjunto de valores de atributo  $V = \{\text{membresía}\}$ , cuyo cardinal  $|V| = 1$ ; el valor del atributo dominante = membresía;

La función de grado de valor de atributo de mantenimiento:

$$d: P \times V \rightarrow [0, 1], \quad (11)$$

con  $d(x, \text{membresía}) \in [0, 1]$ ;

La función de grado de contradicción de valor de atributo:

$$c: V \times V \rightarrow [0, 1], \quad (12)$$

$$c(\text{membresía}, \text{membresía}) = 0.$$

### 3.2.1 Intersección difusa

$$a \wedge F b \in [0, 1], \quad (13)$$

### 3.2.2 Unión difusa

$$a \vee F b \in [0, 1], \quad (14)$$

### 3.2.3 Complemento difuso (negación)

$$\neg F a = 1 - a \in [0, 1]. \quad (15)$$

## 3.3 Conjunto difuso intuicionista de valor único (SVIFS)

El atributo es  $\alpha = \text{"accesorio"}$ ; el conjunto de valores de atributo  $V = \{\text{membresía}, \text{no membresía}\}$ , cuyo cardinal  $|V| = 2$ ; el valor del atributo dominante = membresía; la función de grado de valor de atributo de mantenimiento:

$$d: P \times V \rightarrow [0, 1], \quad (16)$$

$$d(x, \text{pertenencia}) \in [0, 1], d(x, \text{no pertenencia}) \in [0, 1],$$

$$\text{con } d(x, \text{membresía}) + d(x, \text{no membresía}) \leq 1,$$

y la función de grado de contradicción de valor de atributo:

$$c: V \times V \rightarrow [0, 1], \quad (17)$$

$$c(\text{membresía}, \text{membresía}) = c(\text{no membresía}, \text{no membresía}) = 0,$$

$$c(\text{membresía}, \text{no membresía}) = 1,$$

lo que significa que para la intersección de los operadores de agregación de SVIFS (AND) y unión (OR), si se aplica el  $t_{norm}$  en grado de membresía, entonces uno tiene que aplicar  $t_{conorm}$  en grado de no membresía - y recíprocamente.

Por tanto:

### 3.3.1 Intersección difusa intuicionista

$$(a1, a2) \wedge IFS (b1, b2) = (a1 \wedge F b1, a2 \vee F b2) \quad (18)$$

### 3.3.2 Unión difusa intuicionista

$$(a1, a2) \vee IFS (b1, b2) = (a1 \vee F b1, a2 \wedge F b2) \quad (19)$$

### 3.3.3 Complemento difuso intuicionista (negación)

$$\neg IFS (a1, a2) = (a2, a1), \quad (20)$$

donde  $\wedge F$  y  $\vee F$ ; son la configuración difusa y la configuración difusa respectivamente.

### 3.3.4 Inclusiones difusas intuicionistas (órdenes parciales)

Inclusión difusa intuicionista simple (la más utilizada por la comunidad difusa intuicionista), se define como:

$$(a1, a2) \leq IFS (b1, b2) \quad (21)$$

Si y solo si  $a1 \leq b1$  and  $a2 \geq b2$ .

La inclusión borrosa intuicionista plitogénica (completa) (presentada por primera vez) se define como:

$$(a1, a2) \leq P (b1, b2) \quad (22)$$

Si y solo si  $a1 \leq (1-c_v) \cdot b1, a2 \geq (1-c_v) \cdot b2$ .

donde;  $c_v \in [0, 0.5)$  es el grado de contradicción entre el valor del atributo dominante y el valor del atributo  $v$  {el último cuyo grado de pertenencia con respecto al Experto A es  $(a1, a2)$ , mientras que con respecto al Experto B es  $(b1, b2)$ }. Si  $c_v$  no existe, lo tomamos por defecto como igual a cero.

## 3.4 Conjunto Neutrosófico de Valor Único (SVNS)

El atributo es  $\alpha =$  "accesorio";

el conjunto de valores de atributo  $V = \{\text{membresía, indeterminación, no pertenencia}\}$ , cuyo cardinal  $|V| = 3$ ; el valor del atributo dominante = membresía;

La función de grado de atributo de valor de atributo

$$d: P \times V \rightarrow [0, 1], \quad (23)$$

$d(x, \text{pertenencia}) \in [0, 1], d(x, \text{indeterminación}) \in [0, 1],$

$d(x, \text{no pertenencia}) \in [0, 1],$

con  $0 \leq d(x, \text{membresía}) + d(x, \text{indeterminación}) + d(x, \text{no pertenencia}) \leq 3;$

y la función de grado de contradicción de valor de atributo:

$$c: V \times V \rightarrow [0, 1], \quad (24)$$

$c$  (membresía, membresía) =  $c$  (indeterminación, indeterminación) =

$$\begin{aligned} c & (a_1, a_2, a_3) \wedge_P (b_1, b_2, b_3) = && \text{(no miembro, no miembro)} = 0, \\ c & \left( a_1 \wedge_F b_1, \frac{1}{2} [(a_2 \wedge_F b_2) + (a_2 \vee_F b_2)], a_3 \vee_F b_3 \right) && \text{(membresía, no membresía)} = 1, \end{aligned}$$

$c$  (membresía, indeterminación) =  $c$  (no membresía, indeterminación) = 0.5,

Lo que significa que para los operadores de agregación SVNS (Intersección, Unión, Complemento, etc.), si se aplica el  $t_{\text{norm}}$  sobre la membresía, entonces uno tiene que aplicar el  $t_{\text{conorm}}$  en la no pertenencia {y recíprocamente), mientras que en la indeterminación se aplica el promedio de  $t_{\text{norm}}$  y  $t_{\text{conorm}}$ , como sigue:

### 3.4.1 Intersección neutrosófica

**Intersección neutrosófica simple (la más utilizada por la comunidad neutrosófica):**

$$(a_1, a_2, a_3) \wedge_{NS} (b_1, b_2, b_3) = (a_1 \wedge_F b_1, a_2 \vee_F b_2, a_3 \vee_F b_3)$$

**Intersección Neutrosófica Plitogénica:**

$$\begin{aligned} (a_1, a_2, a_3) \vee_{NS} (b_1, b_2, b_3) = \\ (a_1 \vee_F b_1, a_2 \wedge_F b_2, a_3 \wedge_F b_3) \end{aligned}$$

### 3.4.2 Unión neutrosófica

**Unión Neutrosófica simple (la más utilizada por la comunidad neutrosófica):**

$$\begin{aligned} (a_1, a_2, a_3) \vee_P (b_1, b_2, b_3) \\ = \left( a_1 \vee_F b_1, \frac{1}{2} [(a_2 \wedge_F b_2) + (a_2 \vee_F b_2)], a_3 \wedge_F b_3 \right). \end{aligned} \quad (27)$$

*De otra manera, con respecto a lo que uno aplica en la membresía, uno aplica lo contrario en la no membresía,*

*Mientras que en la indeterminación se aplica el promedio entre ellos.*

### 3.1.1 Complemento Neutrosófico (Negación)

$$\neg_{NS} (a1, a2, a3) = (a3, a2, a1). \quad (29)$$

### 3.1.2 Inclusiones Neutrosóficas (Pedidos Parciales)

**Inclusión neutrosófica simple (la más utilizada por la comunidad neutrosófica):**

$$(a_1, a_2, a_3) \leq NS (b_1, b_2, b_3) \quad (30)$$

iff  $a_1 \leq b_1$  and  $a_2 \geq b_2$ ,  $a_3 \geq b_3$ .

Inclusión neutrosófica plitogénica (definida por primera vez):

Cómo los grados de contradicción son:

$$c(a_1, a_2) = c(a_2, a_3) = c(b_1, b_2) = c(b_2, b_3) = 0.5 \quad (31)$$

Se aplica:  $a_2 \geq [1 - c(a_1, a_2)]b_2$  or  $a_2 \geq (1-0.5)b_2$  or  $a_2 \geq 0.5 \cdot b_2$

Mientras;

$$c(a_1, a_3) = c(b_1, b_3) = 1 \quad (32)$$

Dónde:

$$(a_1, a_2, a_3) \leq P (b_1, 2, b_3) \quad (33)$$

iff  $a_1 \leq b_1$  and  $a_2 \geq 0.5 \cdot b_2$ ,  $a_3 \geq b_3$ .

#### 4 Clasificaciones del conjunto plitogénico

##### 4.1 Primera clasificación

###### 4.1.1 Conjunto Plitogénico Refinado

Si al menos uno de los valores del atributo  $vk \in V$  se divide (refina) en dos o más subvalores de atributo:  $vk_1, vk_2, \dots \in V$ , con la función de grado de categoría de subvalor de atributo:  $d(x, vki) \in P([0, 1])$ , para  $i = 1, 2, \dots$  entonces  $(Pr, \alpha, V, d, c)$  se llama un Conjunto Plitogénico Refinado, donde "r" significa "refinado".

###### 4.1.2 Plitogénico Overset / Underset / Offset

Si para al menos uno de los valores del atributo  $vk \in V$ , de al menos un elemento  $x \in P$ , tiene el valor del atributo función de grado de mantenimiento  $d(x, vk)$  que excede de 1, entonces  $(Po, \alpha, V, d, c)$  se denomina sobreexplotación plitogénica, donde "o" significa "sobreexplotación"; pero si  $d(x, vk)$  está por debajo de 0, entonces  $(Pu, \alpha, V, d, c)$  se llama un arsenal plitogénico, donde "u" significa "underset"; mientras que si  $d(x, vk)$  excede de 1, y  $d(y, sj)$  está por debajo de 0 para los valores de atributo  $vk, vj \in V$ , que pueden ser valores de atributo iguales o diferentes correspondientes al mismo elemento o a dos elementos diferentes  $x, y \in P$ , entonces  $(Poff, \alpha, V, d, c)$  se denomina Desviación Plitogénica, donde "off" significa "compensación" (o conjunto plitogénico que se sobrepasa y subraya).

###### 4.1.3 Multiset plitogénico

Un conjunto plitogénico  $P$  que tiene al menos un elemento, que se repite en el conjunto  $P$  con los mismos componentes plitogénicos

$$(a_1, a_2, \dots, a_m), x(a_1, a_2, \dots, a_m) \quad (34)$$

o con diferentes componentes plitogénicos

$$(a_1, a_2, \dots, a_m), x(b_1, b_2, \dots, b_m), \quad (35)$$

entonces  $(P_m, \alpha, V, d, c)$  se denomina Multiset plitogénico, donde "m" significa "multiset".

#### 4.1.4 Conjunto bipolar plitogénico

If  $\forall x \in P, d: P \times V \rightarrow \{P([-1, 0]) \times P([0, 1])\}^Z$ , entonces  $(P_b, \alpha, V, d, c)$  se denomina conjunto bipolar plitogénico, ya que  $d(x, v)$ , para  $v \in V$ , asocia un grado negativo de pertenencia (como un subconjunto de  $[-1, 0]$ ) y un grado positivo (como un subconjunto de  $[0, 1]$ ) al valor  $v$ ; donde  $z = 1$  para grado difuso,  $z = 2$  para grado difuso intuicionista, y  $z = 3$  para grado difuso neutrosófico.

#### 4.1.5-6 Conjunto tripolar plitogénico y conjunto multipolar plitogénico

Definiciones similares para el Conjunto Tripolar Plitogénico y el Conjunto Multipolar Plitogénico (extensión del Conjunto Tripolar Neutrosófico y el Conjunto Multipolar Neutrosófico respectivamente [[4], 123-125]).

#### 4.1.6 Conjunto de complejos plitogénicos

Si, para cualquier  $x \in P, d: P \times V \rightarrow \{P([0, 1]) \times P([0, 1])\}^z$ , y para cualquier  $v \in V, d(x, v)$  es un valor complejo, es decir,  $d(x, v) = M_1 \cdot e^{jM_2}$ , donde  $M_1 \subseteq [0, 1]$  se llama amplitud, y  $M_2 \subseteq [0, 1]$  se llama fase, y el grado de mantenimiento puede ser borroso ( $z = 1$ ), intuitionistic fuzzy ( $z = 2$ ), o neutrosophic ( $z = 3$ ), entonces  $(P_{com}, \alpha, V, d, c)$  se denomina Conjunto de complejos plitogénicos.

## 4.2 Segunda clasificación

Sobre los valores de la función de grado de mantenimiento, se tiene:

#### 4.2.1 Conjunto difuso plitogénico de un solo valor

$$\begin{aligned} &\text{Si} \\ &\forall x \in P, d: P \times V \rightarrow [0, 1], \\ &\text{y } \forall v \in V, d(x, v) \text{ es un número único en } [0, 1]. \end{aligned} \quad (36)$$

#### 4.2.2 Conjunto difuso plitogénico Hesitante

$$\begin{aligned} &\text{Si} \\ &\forall x \in P, d: P \times V \rightarrow P([0, 1]), \\ &\text{y } \forall v \in V, d(x, v) \text{ sea un conjunto finito discreto de la forma } \{n_1, n_2, \dots, n_p\}, \text{ donde } 1 \leq p < \infty, \text{ incluido en} \\ &\text{el intervalo } [0, 1]. \end{aligned} \quad (37)$$

#### 4.2.3 Conjunto difuso plitogénico de valor intermedio

Si  
 $\forall x \in P, d: P \times V \rightarrow P([0, 1]),$  (38)  
 y  $\forall v \in V, d(x, v)$  sea un (conjunto abierto, semi-abierto, cerrado) incluido en el intervalo  $[0, 1]$ .

## 5 Aplicaciones y ejemplos

### 5.1 Aplicaciones de Atributo Unidimensional Plitogénico de valor único del conjunto borroso

Sea  $U$  un universo del conjunto plitogénico no vacío de  $P \subseteq U$ . Y  $x \in P$  un elemento genérico. Para simplicidad, se considera el atributo uni - dimensional y la función de simple – valor fuzzy.

#### 5.1.1 Pequeño conjunto discreto de valores-atributo

Si el atributo es “color”, y considerando sólo el conjunto de valores discreto del atributo  $v$ , formado por los seis colores puros, entonces;

$V = \{violeta, azul, verde, amarillo, naranja, rojo\},$

El valor del atributo adjunto del grado de la función es:

$d: P \times V \rightarrow [0, 1],$  (39)

$d(x, violeta) = v \in [0, 1], d(x, azul) = b \in [0, 1], d(x, verde) = g \in [0, 1],$   
 $d(x, amarillo) = y \in [0, 1], d(x, naranja) = o \in [0, 1], d(x, rojo) = r \in [0, 1],$

entonces se tiene:  $x(v, b, g, y, o, r)$ , donde  $v, b, g, y, o, r$  son grados fuzzy de violeta, azul, verde, amarillo, naranja, y rojo, respectivamente, del objeto  $x$  con respecto al conjunto de objetos  $P$ , donde  $v, b, g, y, o, r \in [0, 1]$ .

El cardinal del conjunto de valores de los atributos  $V$  is 6.

Los otros colores son mezclas de los colores puros.

#### 5.1.2 Grande conjunto discreto de Valores – Atributos

Si para el atributo “color” se escoge una representación más refinada de los valores como:

$X \{d_{390}, d_{391}, \dots, d_{699}, d_{700}\},$

medido en nanómetros, se tiene un conjunto finito de valores de atributos, cuyo cardinal es:  $700 - 390 + 1 = 311$ , donde para cada  $j \in V = \{390, 391, \dots, 699, 700\}$ ,  $d_j$  representa el grado para lo cual el color del objeto  $x$ , con respecto al conjunto de objetos  $P$ , es de “ $j$ ” nanómetros por longitud de onda, con  $d_j \in [0, 1]$ . Un nanómetro (nm) es las mil millonésimas parte de un metro.

#### 5.1.3 Conjunto infinito de valores de atributo

Si el atributo es nuevamente “color”, entonces se puede elegir una representación continua de la siguiente forma:

$x(d([390,700])),$

Teniendo  $V = [390,700]$  un intervalo real cerrado, por lo tanto, el conjunto de valores de atributo es infinitamente incontable (continuo). El cardinal de la  $V$  es  $\infty$ .

Para cada  $j \in [390,700]$ ,  $d_j$  representa el grado en que el color del objeto  $x$ , con respecto al conjunto de objetos  $P$ , es de “ $j$ ” nanómetros por longitud de onda, con  $d_j \in [0, 1]$ . Y  $d([390,700]) = \{d_j, j \in [390,700]\}$ .

La luz, que va desde 390 (color violeta) a 700 (color rojo) nanómetros por longitudes de onda es visible para el ojo humano. El cardinal del conjunto de valores de atributo  $V$  es infinito continuo.

## 5.2 Ejemplo de Uni - atributo (de 4 valores de atributo) de conjunto Plitogénico, de conjunto borroso

**de valor único (Negación).**

Considerando que el atributo "tamaño" con los siguientes valores: pequeño (el dominante), medio, grande, muy grande.

Grados de contradicción	0	0.50	0.75	1
Valores de atributo	pequeño	medio	grande	Muy
Grados de accesorio	0.8	0.1	0.3	0.2

**Tabla 1.**

**5.3 Ejemplo de refinamiento y negación de un atributo uni (de valores de 4 atributos) conjunto difuso de valor único plitogénico.**

Como un refinamiento de la tabla anterior, agreguemos el atributo "más grande" como se muestra en la siguiente tabla (tabla 2).

entonces se tiene:  $x(v, b, g, y, o, r)$ , donde  $v, b, g, y, o, r$  son grados fuzzy de violeta, azul, verde, amarillo, naranja, y rojo, respectivamente, del objeto  $x$  con respecto al conjunto de objetos  $P$ , donde  $v, b, g, y, o, r \in [0, 1]$ .

El cardinal del conjunto de valores de los atributos  $V$  is 6.

Los otros colores son mezclas de los colores puros.

El opuesto (negación) del valor de atributo "grande", que es 75% en contradicción con "pequeño", será un valor de atributo que es  $1 - 0.75 = 0.25 = 25\%$  en contradicción con "pequeño", por lo que será igual a 12 ["pequeño" + "medio"]. Llamémoslo "menos medio", cuyo grado de mantenimiento es  $1 - 0.3 = 0.7$ .

Si el atributo "tamaño" tiene otros valores, pequeño es el valor dominante:

Grados de contradicción	0	<b>0.14</b>	<b>0.25</b>	0.50	0.75	<b>0.86</b>	1
Valor del atributo	pequeño	<b>arriba pequeño (anti- más grande)</b>	<b>menos medio (anti- grande)</b>	medio	grande	<b>más grande</b>	muy grande
Grados de accesorio	0.8	<b>0.6</b>	<b>0.7</b>	0.1	0.3	<b>0.4</b>	0.2

**Tabla 2.**

El opuesto (negación) de "más grande" es  $1 - 0.86 = 0.14 = 14\%$  en grado de contradicción con el valor del atributo dominante ("pequeño"), por lo que está entre "pequeño" y "medio", podemos decir que es incluido en el intervalo de valor de atributo [pequeño, medio], mucho más cerca de "pequeño" que de "medio". Llamemos "por encima de pequeño", cuyo grado de mantenimiento es  $1 - 0.4 = 0.6$ .

**5.4 Ejemplo de atributo múltiple (de 24 valores de atributo) conjunto de unión difusa plitogénica, unión y complemento**

Sea  $P$  un conjunto plitogénico, representando a los estudiantes de una universidad, donde  $x \in P$  que representa a un estudiante genérico caracterizado por los siguiente tres atributos:

- ✓ altitud, cuyos valores son  $\{\text{alto, corto}\} \stackrel{\text{def}}{=} \{1, 2\}$ ;
- ✓ peso, cuyos valores son  $\{\text{obeso, gordo, medio, delgado}\} \stackrel{\text{def}}{=} \{1, 2, 3, 4\}$ ;
- ✓ color del cabello, cuyos valores son  $\{\text{rubio, rojizo, marrón}\} \stackrel{\text{def}}{=} \{h_1, h_2, h_3\}$ .

El multi-atributo de la dimensión 3 es:

$V3 = \{(a_i, w_j, h_k), \text{ para todos } 1 \leq i \leq 2, 1 \leq j \leq 4, 1 \leq k \leq 3\}$ .  
El cardinal de  $V3$  es  $|V3| = 2 \times 4 \times 3 = 24$ .

Los grados de contradicción de atributos unidimensionales son:

$$\begin{aligned} (a_1, a_2) &= 1; \\ (w_1, w_2) &= 13, c(w_1, w_3) = 23, c(w_1, w_4) = 1; \\ (h_1, h_2) &= 0.5, c(h_1, h_3) = 1. \end{aligned}$$

Los valores de los atributos dominantes son:  $a_1, w_1$  y  $h_1$  respectivamente para cada atributo unidimensional correspondiente. Para ello se utilizan los difusos  $t_{norm} = a \wedge_F b = ab$ , y difuso  $t_{conorm} = a \vee_F b = a + b - ab$ .

#### 5.4.1 Intersección y unión de conjuntos borrosos de valor único plitogénico tridimensional

Sea

$$x_A = \left\{ \begin{array}{l} d_A(x, a_i, w_j, h_k), \\ \text{for all } 1 \leq i \leq 2, 1 \leq j \leq 4, 1 \leq k \leq 3 \end{array} \right\} \quad (40)$$

y

$$x_B = \left\{ \begin{array}{l} d_B(x, a_i, w_j, h_k), \\ \text{for all } 1 \leq i \leq 2, 1 \leq j \leq 4, 1 \leq k \leq 3 \end{array} \right\}. \quad (41)$$

entonces:

$$x_A(a_i, w_j, h_k) \vee_F x_B(a_i, w_j, h_k) = \left\{ \begin{array}{l} (1 - c(a_D, a_i)) \cdot [d_A(x, a_D) \vee_F d_B(x, a_i)] \\ + c(a_D, a_i) \cdot [d_A(x, a_D) \wedge_F d_B(x, a_i)], 1 \leq i \leq 2; \\ (1 - c(w_D, w_j)) \cdot [d_A(x, w_D) \vee_F d_B(x, w_j)] \\ + c(w_D, w_j) \cdot [d_A(x, w_D) \wedge_F d_B(x, w_j)], 1 \leq j \leq 4; \\ (1 - c(h_D, h_k)) \cdot [d_A(x, h_D) \vee_F d_B(x, h_k)] \\ + c(h_D, h_k) \cdot [d_A(x, h_D) \wedge_F d_B(x, h_k)], 1 \leq k \leq 3. \end{array} \right\} \quad (42)$$

$$x_A(a_i, w_j, h_k) \wedge_F x_B(a_i, w_j, h_k) = \left\{ \begin{array}{l} (1 - c(a_D, a_i)) \cdot [d_A(x, a_D) \wedge_F d_B(x, a_i)] \\ + c(a_D, a_i) \cdot [d_A(x, a_D) \vee_F d_B(x, a_i)], 1 \leq i \leq 2; \\ (1 - c(w_D, w_j)) \cdot [d_A(x, w_D) \wedge_F d_B(x, w_j)] \\ + c(w_D, w_j) \cdot [d_A(x, w_D) \vee_F d_B(x, w_j)], 1 \leq j \leq 4; \\ (1 - c(h_D, h_k)) \cdot [d_A(x, h_D) \wedge_F d_B(x, h_k)] \\ + c(h_D, h_k) \cdot [d_A(x, h_D) \vee_F d_B(x, h_k)], 1 \leq k \leq 3. \end{array} \right\} \quad (43)$$

Se tiene

$$, d_A(w_2) = 0.6,$$

y

$$xB(dB(a1) = 0.4, dB(w2) = 0.1, dB(h3) = 0.7)$$

Tomando solo un valor de 3 atributos:  $(a1, w2, h3)$ , para los otros 23 valores de 3 atributos lo que analógicamente será:

Para  $X_A \wedge p X_B$  se realiza el cálculo por separado, para cada atributo unidimensional, resultando:

$$[1 - c(a_D, a_1)] \cdot [0.8 \wedge_F 0.4] + c(a_D, a_1) \cdot [0.8 \vee_F 0.4] = (1 - 0) \cdot [0.8(0.4)] + 0 \cdot [0.8 \vee_F 0.4] = 0.32;$$

$$\left[ 1 - c(w_D, w_2) \cdot [0.6 \wedge_F 0.1] + c(w_D, w_2) \cdot [0.6 \vee_F 0.1] \right] = \left( 1 - \frac{1}{3} \right) [0.6(0.1)] + \frac{1}{3} [0.6 + 0.1 - 0.6(0.1)]$$

$$= \frac{2}{3} [0.06] + \frac{1}{3} [0.64] = \frac{0.76}{3} \approx 0.25;$$

$$[1 - c(h_D, h_3)] \cdot [0.5 \wedge_F 0.7] + c(h_D, h_3) \cdot [0.5 \vee_F 0.7] = [1 - 1] \cdot [0.5(0.7)] + 1 \cdot [0.5 + 0.7 - 0.5(0.7)] \\ = 0 \cdot [0.35] + 0.85 = 0.85.$$

de donde  $x_A \wedge p x_B(a1, w2, h3) \approx (0.32, 0.25, 0.85)$ .

Para  $x_A \vee p x_B$  hacemos de manera similar

$$[1 - c(a_D, a_1)] \cdot [0.8 \vee_F 0.4] + c(a_D, a_1) \cdot [0.8 \wedge_F 0.4] = (1 - 0) \cdot [0.8 + 0.4 - 0.8(0.4)] + 0 \cdot [0.8(0.4)] \\ = 1 \cdot [0.88] + 0 = 0.88;$$

$$\left[ 1 - c(w_D, w_2) \cdot [0.6 \vee_F 0.1] + c(w_D, w_2) \cdot [0.6 \wedge_F 0.1] \right] = \left( 1 - \frac{1}{3} \right) [0.6 + 0.1 - 0.6(0.1)] + \frac{1}{3} [0.6(0.1)] \\ = \frac{2}{3} [0.64] + \frac{1}{3} [0.06] = \frac{1.34}{3} \approx 0.44;$$

$$[1 - c(h_D, h_3)] \cdot [0.5 \vee_F 0.7] + c(h_D, h_3) \cdot [0.5 \wedge_F 0.7] = [1 - 1] \cdot [0.5 + 0.7 - 0.5(0.7)] + 1 \cdot [0.5(0.7)] \\ = 0 + 0.35 = 0.35.$$

De donde  $x_A \vee p x_B(a1, w2, h3) \approx (0.88, 0.44, 0.35)$ .

Para  $\neg p x_A(a1, w2, h3) = (dA(a2) = 0.8, dA(w3) = 0.6, dA(h1) = 0.5)$ , ya que el opuesto de  $a1$  es  $a2$ , el opuesto de  $w2$  es  $w3$ , y el opuesto de  $h3$  es  $h1$ .

### 5.5 Ejemplo de multiatributo (de 5 valores de atributo) Complemento de conjunto difuso plitogénico y conjunto de valor-atributo refinado

Los valores de 5 atributos del complemento difuso plitogénico (negación) se define como:

$$x \begin{pmatrix} 0 & 0.50 & 0.86 & 1 \\ \text{pequeña,} & \text{medio.} & \text{más grande,} & \text{muy grande} \\ 0.8 & 0.3 & 0.4 & 0.2 \end{pmatrix}$$

es

$$\neg_p x \begin{pmatrix} 1 - 1 & 1 - 0.86 & 1 - 0.75 & 1 - 0.50 & 1 - 0 \\ \text{anti - muy grande,} & \text{anti - más grande,} & \text{anti - grande,} & \text{anti - medio,} & \text{anti - pequeño} \\ 0.2 & 0.4 & 0.3 & 0.1 & 0.8 \end{pmatrix}$$

$$= \neg_p x \begin{pmatrix} 0 & 0.14 & 0.25 & 0.50 & 1 \\ \text{pequeño,} & \text{anti - grande,} & \text{anti - grande,} & \text{medio,} & \text{muy grande} \\ 0.2 & 0.4 & 0.3 & 0.1 & 0.8 \end{pmatrix}$$

$$= \neg_p x \begin{pmatrix} 0 & 0.14 & 0.25 & 0.50 & 1 \\ \text{pequeño,} & \text{arriba pequeño,} & \text{por debajo del medio,} & \text{medio,} & \text{muy grande} \\ 0.2 & 0.4 & 0.3 & 0.1 & 0.8 \end{pmatrix}.$$

Por lo tanto, el conjunto de valor de atributo original

$V = \{\text{pequeño, mediano, grande, más grande, muy grande}\}$   
 ha sido parcialmente refinado en:  
 $\text{Refined}V = \{\text{small, por encima de small, por debajo de medium, medium, very big}\},$

donde por encima de pequeño, por debajo de medio  $\varepsilon$  [pequeño, medio].

### 5.6 Aplicación de un conjunto de valores únicos plitogénicos de atributos múltiples

Sea un universo de discurso y  $\mathcal{U} \subset$  un conjunto plitogénico.

En un conjunto plitogénico  $P$ , cada elemento (objeto)  $x \in P$  se caracteriza por  $m \geq 1$  atributos  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$  y cada atributo  $\alpha_i, 1 \leq i \leq m$ , tiene valores de  $r_i \geq 1$ :

$$V_i = \{v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{in_i}\}.$$

Por lo tanto, el elemento  $x$  se caracteriza por  $r = r_1 x r_2 x \dots x r_m$  que son valores del atributo.

Por ejemplo, si los atributos son "color" y "altura", y sus valores (requeridos por la aplicación, los expertos

querer hacer) son:

$$\text{Color} = \{\text{verde, amarillo, rojo}\}$$

y

$$\text{Altura} = \{\text{alto, medio}\},$$

entonces el objeto  $x \in P$  se caracteriza por el producto cartesiano.

entonces el objeto  $x \in P$  se caracteriza por el producto cartesiano.

$$\text{Color} \times \text{Altura}$$

$$= \{(\text{verde, alto}), (\text{verde, medio}), (\text{amarillo, alto}), (\text{amarillo, medio}), (\text{rojo, alto}), (\text{rojo, medio})\}.$$

Consideremos que el valor dominante (es decir, el más importante o de referencia) del atributo "color" es "verde", y el atributo "altura" es "alto".

Los valores difusos de la contradicción del valor del atributo son:

$$\begin{aligned} c(\text{verde, verde}) &= 0, \\ c(\text{verde, amarillo}) &= 1/3, \\ c(\text{verde, rojo}) &= 2/3, \\ c(\text{alto, alto}) &= 0, \\ c(\text{alto, medio}) &= 1/2. \end{aligned}$$

Supongamos que tenemos dos expertos A y B. Más adelante, consideramos (borrosos, intuicionistas difusos o neutrosóficos) los grados de pertenencia de cada valor de atributo al conjunto  $P$  con respecto a los criterios de los expertos.

Consideramos el número de valor único en grados difusos, para simplificar el ejemplo.

Sea un valor de atributo único y su grado de contradicción con respecto al valor de atributo único dominante  $vD$  sea  $c(vD, vi) \stackrel{\text{def}}{=} ci$ .

Sea  $(x, vi)$  el grado de mantenimiento del valor de atributo  $vi$  del elemento  $x$  con respecto al conjunto A. Y de manera similar para  $dB(x, vi)$ . Luego, recordamos los operadores de agregación plitogénicos con respecto a este valor de atributo  $vi$  que se empleará:

#### 5.6.1 Intersección de conjuntos borrosos de valores únicos de valores de un atributo

$$dA(x, vi) \wedge pdB(x, vi) = (1 - ci) \cdot [dA(x, vi) \wedge FdB(x, vi)] + ci \cdot [dA(x, vi) \vee FdB(x, vi)] \quad (44)$$

#### 5.6.2 Unión de conjuntos difusos de valor único plitogénico de valor de un atributo

$$dA(x, vi) \vee pdB(x, vi) = (1 - ci) \cdot [dA(x, vi) \vee FdB(x, vi)] + ci \cdot [dA(x, vi) \wedge FdB(x, vi)] \quad (45)$$

#### 5.6.3 Complemento de conjunto borroso de valor único plitogénico de un valor de atributo (Negación)

$$\neg pvi = anti(vi) = (1 - ci) \cdot vi \quad (46)$$

$$\neg pdA(x, (1 - ci)vi) = dA(x, vi) \quad (47)$$

### 5.7 Conjunto Fuzzy de valores simples para establecer grados de mantenimiento

Según el Experto A:  $dA: \{\text{verde, amarillo, rojo; alto, medio}\} \rightarrow [0,1]$ .

Se tiene:

$$\begin{aligned} dA(\text{verde}) &= 0.6, \\ dA(\text{amarillo}) &= 0.2, \\ dA(\text{rojo}) &= 0.7; \\ dA(\text{alto}) &= 0.8, \\ dA(\text{medio}) &= 0.5. \end{aligned}$$

Resumimos de la siguiente manera:

Según el experto A:

Grados Contradicción	0	1/3	2/3	0	1/2
Valores de los atributos	verde	amarillo	rojo	alto	medio
Grados difusos	0.6	0.2	0.7	0.8	0.5

**Tabla 3.**

Según el experto B:

Grados de Contradicción	0	1/3	2/3	0	1/2
Valores de los atributos	verde	amarillo	rojo	alto	medio
Grados difusos	0.7	0.4	0.6	0.6	0.4

**Tabla 4.**

El elemento

$x \{(\text{verde, alto}), (\text{verde, medio}), (\text{amarillo, alto}), (\text{amarillo, medio}), (\text{rojo, alto}), (\text{rojo, medio})\} \in P$   
con respecto a los dos expertos mencionados anteriormente se representa como:

$$\begin{aligned} xA &\{(0.6,0.8), (0.6,0.5), (0.2,0.8), (0.2,0.5), (0.7,0.8), (0.7,0.5)\} \\ y xB &\{(0.7,0.6), (0.7,0.4), (0.4,0.6), (0.4,0.4), (0.6,0.6), (0.6,0.4)\}. \end{aligned}$$

Para encontrar la representación óptima de  $x$ , necesitamos interceptar  $x_A$  y  $x_B$ , cada uno con seis duplas. Actualmente, esta intercepción se realiza por separado de acuerdo a las duplas correspondientes.

En este ejemplo, tomamos el conjunto difuso:  $a \wedge Fb = ab$  y el  $t_{conorm}$  difuso:  $a \vee Fb = a + b - ab$

#### 5.7.1 Aplicación de la intersección de conjuntos borrosos de valores únicos y plitogénicos de valor de atributo único

Para calcular  $x_A \wedge p x_B$ .

$$0\ 0\ 0\ 0 \{ \text{grados de contradicciones} \}$$

$$(0.6, 0.8) \wedge p(0.7, 0.6) = (0.6 \wedge p 0.7, 0.8 \wedge p 0.6) = (0.6 \cdot 0.7, 0.8 \cdot 0.6) = (0.42, 0.48),$$

Donde; sobre cada dupla se escribe el grado de contradicciones de cada valor de atributo con respecto a su valor de atributo dominante correspondiente. Como son cero,  $\wedge p$  que coincidió con  $\wedge F$ .

{el primer valor por debajo de  $0\ 1/2$  y nuevamente  $0\ 1/2$  representa los grados de contradicción}

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0.6 & 0.5 \end{pmatrix} \wedge_p \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0.7 & 0.4 \end{pmatrix} = (0.6 \wedge_p 0.7, 0.5 \wedge_p 0.4) = (0.6 \cdot 0.7, (1 - 0.5) \cdot [0.5 \wedge_F 0.4] + 0.5 \cdot [0.5 \vee_F 0.4])$$

$$= (0.42, 0.5[0.2] + 0.5[0.5 + 0.4 - 0.5 \cdot 0.4]) = (0.42, 0.45).$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0.2 & 0.8 \end{pmatrix} \wedge_p \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0.3 & 0.6 \end{pmatrix} = (0.2 \wedge_p 0.4, 0.8 \wedge_p 0.6) = \left( \left\{ 1 - \frac{1}{3} \right\} \cdot [0.2 \wedge_F 0.4] + \left\{ \frac{1}{3} \right\} \cdot [0.2 \vee_F 0.4], 0.8 \cdot 0.6 \right)$$

$$\approx (0.23, 0.48).$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0.2 & 0.5 \end{pmatrix} \wedge_p \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0.3 & 0.4 \end{pmatrix} = (0.2 \wedge_p 0.4, 0.5 \wedge_p 0.4)$$

(fueron computados arriba)

$\approx (0.23, 0.45).$

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0.7 & 0.8 \end{pmatrix} \wedge_p \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0.6 & 0.6 \end{pmatrix} = (0.7 \wedge_p 0.8, 0.8 \wedge_p 0.6) = \left( \left\{ 1 - \frac{2}{3} \right\} \cdot [0.7 \wedge_F 0.6] + \left\{ \frac{2}{3} \right\} \cdot [0.7 \vee_F 0.6], 0.48 \right)$$

(el segundo componente fue computado arriba)

$$= \left( \frac{1}{3} [0.7 \cdot 0.6] + \frac{2}{3} [0.7 + 0.6 - 0.7 \cdot 0.6], 0.48 \right) \approx (0.73, 0.48).$$

Y la última dupla:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0.7 & 0.5 \end{pmatrix} \wedge_p \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0.6 & 0.4 \end{pmatrix} = (0.7 \wedge_p 0.6, 0.5 \wedge_p 0.4)$$

$$\approx (0.73, 0.45)$$

(Fueron computados arriba).

Finalmente:

$$x_A \wedge_p x_B \approx \left\{ (0.42, 0.48), (0.42, 0.45), (0.23, 0.48), (0.23, 0.45), (0.73, 0.48), (0.73, 0.45) \right\}$$

Después de la intersección de las opiniones de los expertos  $A \wedge p B$ , el resultado se resume como se muestra en la tabla 5.

Grados de contradicción	0	1/3	2/3	0	1/2
Valores de los atributos	verde	amarillo	rojo	alto	medio
Grados difusos de Experto A para x	0.6	0.2	0.7	0.8	0.5
Grados difusos de Experto B para x	0.7	0.4	0.6	0.6	0.4
Grados difusos de $x_A \wedge p x_B$	0.42	0.23	0.73	0.48	0.45

Grados difusos de $x_A \vee p x_B$	0.88	0.37	0.57	0.92	0.45
---------------------------------------	------	------	------	------	------

Tabla 5.

### 5.7.2 Aplicación de la unión de conjuntos difusos plitogénicos de un solo atributo

Calculamos por separado para cada valor de atributo único:

$$d_A^F(x, green) \vee_p d_B^F(x, green) = 0.6 \vee_p 0.7 = (1 - 0) \cdot [0.6 \vee_F 0.7] + 0 \cdot [0.6 \wedge_F 0.7] \\ = 1 \cdot [0.6 + 0.7 - 0.6 \cdot 0.7] + 0 = 0.88.$$

$$d_A^F(x, yellow) \vee_p d_B^F(x, yellow) = 0.2 \vee_p 0.4 = \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot [0.2 \vee_F 0.4] + \frac{1}{3} \cdot [0.2 \wedge_F 0.4] \\ = \frac{2}{3} \cdot (0.2 + 0.4 - 0.2 \cdot 0.4) + \frac{1}{3} (0.2 \cdot 0.4) \approx 0.37.$$

$$d_A^F(x, red) \vee_p d_B^F(x, red) = 0.7 \vee_p 0.6 = \left\{1 - \frac{2}{3}\right\} \cdot [0.7 \vee_F 0.6] + \frac{2}{3} \cdot [0.7 \wedge_F 0.6] \\ = \frac{1}{3} \cdot (0.7 + 0.6 - 0.7 \cdot 0.6) + \frac{2}{3} (0.7 \cdot 0.6) \approx 0.57.$$

$$d_A^F(x, tall) \vee_p d_B^F(x, tall) = 0.8 \vee_p 0.6 = (1 - 0) \cdot (0.8 + 0.6 - 0.8 \cdot 0.6) + 0 \cdot (0.8 \cdot 0.6) = 0.92.$$

$$d_A^F(x, medium) \vee_p d_B^F(x, medium) = 0.5 \vee_p 0.4 = \frac{1}{2} (0.5 + 0.4 - 0.5 \cdot 0.4) + \frac{1}{2} \cdot (0.5 \cdot 0.4) = 0.45.$$

### 5.7.3 Propiedades de los operadores de conjuntos de valor único plitogénico en aplicaciones

- 1) Cuando el grado de contradicción del valor del atributo con respecto al valor del atributo dominante correspondiente es 0 (cero), uno simplemente usa la intersección difusa:

$$dA \wedge p B(x, verde) = dA(x, verde) \wedge F dB(x, verde) = 0.6 \cdot 0.7 = 0.42,$$

y

$$dA \wedge p B(x, tall) = dA(x, tall) \wedge F dB(x, tall) = 0.8 \cdot 0.6 = 0.48.$$

- 2) Si el grado de contradicción del valor de atributo con respecto al valor de atributo dominante correspondiente es diferente de 0 y de 1, entonces el resultado de la intersección plitogénica se encuentra entre los resultados de fuzzy  $t_{norm}$  y fuzzy  $t_{conorm}$ .

Ejemplo:

$$dA(x, amarillo) \wedge F dB(x, amarillo) = 0.2 \wedge F 0.4 = 0.2 \cdot 0.4 = 0.08 (t_{norm}), \\ dA(x, amarillo) \vee F dB(x, amarillo) = 0.2 \vee F 0.4 = 0.2 + 0.4 - 0.2 \cdot 0.4 \\ = 0.52 (t_{conorm});$$

mientras;

$$dA(x, amarillo) \wedge p dB(x, amarillo) = 0.23 \in [0.08, 0.52]$$

$\{0.23 \approx 0.2266\dots = (2/3) \times 0.08 + (1/3) \times 0.52$ , es decir, poseen una combinación lineal de  $t_{norm}$  y  $t_{conorm}$ ).

Similar:

$$dA(x, rojo) \wedge p dB(x, rojo) = 0.7 \wedge F 0.6 = 0.7 \cdot 0.6 = 0.42 (t_{norm}), \\ dA(x, rojo) \vee p dB(x, rojo) = 0.7 \vee F 0.6 = 0.7 + 0.6 - 0.7 \cdot 0.6 = 0.88 (t_{conorm});$$

mientras;

$$dA(x, red) \wedge pdB(x, red) = 0.57 \in [0.42, 0.88]$$

{Combinación lineal de  $t_{norm}$  y  $t_{conorm}$ }.

And

$$dA(x, medio) \wedge FdB(x, medio) = 0.5 \wedge F0.4 = 0.5 \cdot 0.4 = 0.20,$$
$$dA(x, medio) \vee FdB(x, medio) = 0.5 \vee F0.4 = 0.5 + 0.4 - 0.5 \cdot 0.4 = 0.70,$$

mientras;

$$dA(x, medio) \wedge pdB(x, medio) = 0.45,$$

El valor obtenido se encuentra justo en el medio (porque el grado de contradicción "medio" es 1/2) del intervalo [0.20 , 0.70].

### Conclusión e investigación futura

Como generalización de la dialéctica y la neutrosofía, la plitogenia encontrará más uso en la mezcla de diversas ideas filosóficas, ideológicas, religiosas, políticas y sociales. Después de la extensión del conjunto difuso, el conjunto difuso intuicionista y el conjunto neutrosófico al conjunto plitogénico; la extensión de la lógica clásica, la lógica difusa, la lógica difusa intuicionista y la lógica neutrosófica a la lógica plitogénica; y la extensión de la probabilidad clásica, la probabilidad imprecisa y la probabilidad no trosófica a la probabilidad plitogénica [12]: deben seguir más aplicaciones del conjunto / lógica / probabilística / estadística plitogénica en varios campos. Las clases de operadores de implicación plitogénica y sus correspondientes conjuntos de reglas plitogénicas se construirán en esta dirección.

Además, la exploración de combinaciones no lineales de  $t_{norm}$  y  $t_{conorm}$ , o de otras normas y conormas, en la construcción de operadores plitogénicos de conjuntos, lógicos y de agregación probabilística más sofisticados, para un mejor modelado de las aplicaciones de la vida real.

### References

- [1] L.A. Zadeh, "Fuzzy sets", Inform. and Control 8 (1965), 338-353.
- [2] K. Atanassov, "Intuitionistic fuzzy sets", Fuzzy Sets and Systems 20 (1986), 87-96.
- [3] K. Atanassov, "Two variants of intuitionistic fuzzy propositional calculus", Preprint IM-MFAIS-5-88, 1988.
- [4] Florentin Smarandache, "Neutrosophic Overset, Neutrosophic Underset, and Neutrosophic Offset. Similarly for Neutrosophic Over-/Under-/Off- Logic, Probability, and Statistics", 168 p., Pons Editions, Brussels, Belgium, 2016;
- [5] Florentin Smarandache, "n-Valued Refined Neutrosophic Logic and Its Applications in Physics", Progress in Physics, 143-146, Vol. 4, 2013; <https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1407/1407.1041.pdf>
- [6] Florentin Smarandache, "Subtraction and Division of Neutrosophic Numbers", Critical Review, Creighton University, The Society for Mathematics of Uncertainty (SMU), Vol. XIII, 2016, pp. 103-110.
- [7] S. Broumi, S. & F. Smarandache, "Cosine similarity measure of interval neutrosophic sets". Neutrosophic Sets and Sys- tems, 5, 15-20, 2014.
- [8] J. Ye, (2014). "Improved correlation coefficients of single valued neutrosophic sets and interval neutrosophic sets for multiple attribute decision making". Journal of Intelligent & Fuzzy Systems, 27, 2453-2462, 2014.
- [9] F. Smarandache, "Neutrosophy, A New Branch of Philosophy", <Multiple Valued Logic / An International Journal>, USA, ISSN 1023-6627, Vol. 8, No. 3, pp. 297-384, 2002.
- [10] F. Smarandache, "A Unifying Field in Logics: Neutrosophic Logic", <Multiple Valued Logic / An International Journal>, USA, ISSN 1023-6627, Vol. 8, No. 3, pp. 385-438, 2002. The whole issue of this journal is dedicated to Neutrosophy and Neutrosophic Logic.
- [11] F. Smarandache, "Definitions Derived from Neutrosophics", <Multiple Valued Logic / An International Journal>, USA, ISSN 1023-6627, Vol. 8, No. 5-6, pp. 591-604, 2002.

- [12] F. Smarandache, "Plithogeny, Plithogenic Set, Logic, Probability, and Statistics", 141 pages, Pons Editions, Brussels, Belgium, 2017. arXiv.org (Cornell University), Computer Science - Artificial Intelligence, 03Bxx: abstract: <https://arxiv.org/abs/1808.03948>, book: <https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1808/1808.03948.pdf>, Harvard SAO/NASA ADS: [http://adsabs.harvard.edu/cgi-bin/bib\\_query?arXiv:1808.03948](http://adsabs.harvard.edu/cgi-bin/bib_query?arXiv:1808.03948)
- [13] Florentin Smarandache, "Physical Plithogenic Set", 71st Annual Gaseous Electronics Conference, Session LW1, Oregon Convention Center Room, Portland, Oregon, USA, November 5–9, 2018; <http://meetings.aps.org/Meeting/GEC18/Session/LW1.110>
-