SEZGİSEL BULANIK KÜMELER VE NEUTROSOPHIC KÜMELER ÜZERİNE BAZI ÇOK KRİTERLİ KARAR VERME METOTLARI

Hatice ACIOĞLU
Editor: Prof. Dr. Memet ŞAHİN

Biblio Publishing
1091 West 1st Ave
Grandview Heights, OH 43212
United States of America
Ph. 614.485.0721
Em. Info@BiblioPublishing.com
https://BiblioPublishing.com/

ISBN 978-1-59973-775-1

ÖNSÖZ

Bu kitap Doç. Dr. Memet ŞAHİN danışmanlığında Gaziantep Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü' nde hazırlamış olduğum “SEZGİSEL BULANIK KÜMELER VE NEUTROSOPHİC KÜMELER ÜZERİNE BAZI ÇOK KRİTERLİ KARAR VERME METOTLARI” adlı yüksek lisans tezimden üretilmiştir.

Çalışmanın hazırlanması sırasında ayırdığı değerli zaman ve sağladığı destek için araştırmalarıma büyük katkıda bulunan hocalarım, İlk olarak Hocam Sayın Prof. Dr. Memet ŞAHİN' e ve Sayın Doç. Dr. Vakkas ULUÇAY' a sonsuz minnet ve saygılarımı sunarım.

Hatice ACIOĞLU

Gaziantep, 2023

İÇİNDEKİLER

SİMGELER

r^{+}	: Yamuksal sezgisel bulanık sayılar için karar verme matrisinin pozitif ideal çözümü
r^{-}	: Yamuksal sezgisel bulanık sayılar için karar verme matrisinin negatif ideal çözümü
$J(\bar{A},\bar{B})$	: Yamuksal sezgisel bulanık sayılar için Jaccard benzerlik ölçüsü
$D(\bar{A},\bar{B})$	: Yamuksal sezgisel bulanık sayılar için Dice benzerlik ölçüsü
$C(\bar{A},\bar{B})$	: Yamuksal sezgisel bulanık sayılar için Cosine benzerlik ölçüsü
$S(\tilde{\alpha})$	: Neutrosophic sayılar için skor fonksiyonu
$V(\tilde{\alpha})$	: Neutrosophic sayılar için kesinlik fonksiyonu
ψ_{ao}	:Tek değerli neutrosophic kümelerin ağırlaştırılmış aritmetik operatörü
ψ_{oao}	:Tek değerli neutrosophic kümelerin sıralı ağırlaştırılmış aritmetik operatörü
ψ_{hao}	:Tek değerli neutrosophic kümelerin sıralı hibrit ağırlıklı aritmetik operatörü
$\mho_{go}$	:Tek değerli neutrosophic kümelerin ağırlaştırılmış geometrik operatörü
$\mho_{ogo}$	:Tek değerli neutrosophic kümelerin sıralı ağırlaştırılmış geometrik operatörü
$\mho_{hog}$	:Tek değerli neutrosophic kümenin sıralı hibrit ağırlıklı geometrik operatörü

BÖLÜM 1

GİRİŞ

Dünyada karşımıza birçok belirsizlik çıkmaktadır. Çoğu zaman bu belirsizlikleri içeren kavramlar matematiksel olarak modellenmek istenmiştir. Ancak bu belirsizlikleri içeren kavramları açıklamada klasik matematik mantığı yeterli olmamaktadır. Örneğin "havanın biraz sıcak olması" ifadesinde bir kesinlik olmadığından klasik matematik mantığı bu ifadeyi bir öneri olarak kabul etmemektedir. Bu belirsizlikleri içeren kavramları matematiksel olarak ifade edebilmek amacıyla klasik matematik mantığının dışında yeni teoriler ortaya atılmıştır. Bu teorilerin bazıları aralık matematiği, olasılık teorisi, bulanık kümeler teorisi, yaklaşımlı kümeler teorisi, esnek kümeler teorisidir. Bu teoriler arasında en güncel ve en geniş uygulama alanına sahip olan, Zadeh [1] tarafından geliştirilen bulanık küme teorisidir. Bu bulanık küme teorisi, bir X evrensel kümesinin elemanlarını $[0, 1]$aralığına götüren bir üyelik fonksiyonu yardımı ile inşa edilmiştir. 1986'da Atanassov [2] tarafından bu teoriye üyelik fonksiyonunun yanında X evrensel kümesinin elemanlarını $[0, 1]$aralığına götüren bir üyelik olmama üyelik fonksiyonu ilave ederek bulanık kümelerin daha geneli olan sezgisel bulanık küme teorisi inşa edilmiştir. Sezgisel bulanık küme teorisinde, üyelik fonksiyonu ve üyelik olmama fonksiyonunun X evrensel kümesinin her elemanı için aldığı değerler toplamı, her zaman $[0, 1]$ aralığında kalmaktadır. Üyelik fonksiyonu ve üyelik olmama fonksiyonunun bu kısıtlaması, belirsizlik içeren problemler için modelleme sıkıntısı oluşturmaktadır. Bu durumun üstesinden gelmek için 1998'de Smarandache [10], bulanık küme ve sezgisel bulanık küme teorisini içeren neutrosophic küme teorisi adı verilen yeni bir küme teorisi sunmuştur. Daha sonra 2010 yılında Wang ve ark.[11] tarafından neutrosophic kümelerin özel hali olan tek değerli neutrosophic küme teorisi geliştirilmiştir. Bu küme teorisi birbirinden bağımsız $[0, 1]$aralığına tanımlı üç fonksiyon yardımıyla inşa edilmiştir. Yani üyelik fonksiyonu yerine doğruluk fonksiyonu $T_A \in [0, 1]$, üyelik olmama fonksiyonu yerine yanlışlık fonksiyonu $F_A \in [0,1]$ ve ilave olarak kararsızlık üyelik fonksiyonu $I_A \in [0,1]$

kullanılarak inşa edilmiştir. Buradaki doğruluk üyelik fonksiyonu ve yanlışlık üyelik fonksiyonunun $[0, 1]$ aralığında birbirinden bağımsız olması, sezgisel bulanık kümeler kullanılarak yapılan modellemelerden daha esnek ve daha gerçekçi olmasını sağlamaktadır. Ayrıca bir konu hakkında bir birey her zaman tam olarak bilgi sahibi olmayabilir. Bu durumda kararsızlık üyelik fonksiyonu $I_A \in [0,1]$ devreye girmektedir ve birçok belirsizlik içeren olayın modellenmesi için oldukça geniş bir yer oluşturmaktadır. Örneğin bir karar vericiden, x ile belirtilen bir durum hakkında bir fikir almak istediğimizde veya bu durumu matematiksel olarak modellemesini istediğimizde, bu karar verici doğru olma durumunu 0.5 olarak ve yanlış olma durumunu 0.6 olarak belirleyebilir. Böyle durumlarda bulanık kümeler ve sezgisel bulanık kümeler eksik kalmaktadır. Ayrıca bu karar verici böyle bir durum hakkında 0.3 oranında bilgisi olduğunu ve 0.7 oranında bilgisinin olmadığını (kararsız olduğunu) düşünürse olay oldukça karışmaktadır. Böyle bir durumda, ilgili karar verici ancak neutrosophic kümeler yardımıyla, $\langle x, 0.5, 0.7, 0.6\rangle$ şeklinde bir modelleme yapabilir.

Çok kriterli karar verme problemleri önemli bir karar bilimidir. Bu problemlerde karar verici veya vericiler çok kriter ile belirli alternatifler arasından bir seçim yapmaktadır. Güncel uygulamalarda karar vericiler bu problemlerin çözümünü belirsizlikten veya eksik bilgiden dolayı tam olarak belirleyemez. Bunun bir sonucu olarak bu problem türleri kesin sayılarla ifade edilemezler. Bunun için daha esnek ve belirsizliği ifade edecek olan; bulanık kümeler, sezgisel bulanık kümeler, bulanık sayılar, sezgisel bulanık kümeler, sezgisel bulanık sayılar, neutrosophic kümeler ve neutrosophic sayılar gibi teorilere ihtiyaç duyulmaktadır.

Bulanık kümeler, sezgisel bulanık kümeler ve neutrosophic kümeler üzerine bulanık sayılar, sezgisel bulanık sayılar ve neutrosophic sayılar inşa edilmiştir. Bu konuyla ilgili birçok teorik ve uygulamalı çalışma çeşitli araştırmacılar tarafından artan bir şekilde yapılmaktadır [9, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25]. Bu tez çalışmasında sezgisel bulanık sayılar üzerine benzerlik ölçüleri, tek değerli neutrosophic kümeler üzerine aritmetik ve geometrik operatörler ile çok kriterli karar verme problemleri için karar verme metotlarına farklı bir bakış açısı geliştirilmiştir.

Bu kitap da bulanık küme, sezgisel bulanık küme, neutrosophic küme, tek değerli neutrosophic küme kavramları bazı işlemleri ile birlikte ele alındı. Sezgisel bulanık sayılar üzerine Cosine, Jaccard ve Dice benzerlik ölçüleri tanımlandı. Bu benzerlik ölçüleri ispatlarıyla birlikte açıklandı. Sezgisel bulanık sayılar üzerine tanımlanan benzerlik ölçüleri ile çok kriterli karar verme problemleri için karar verme metodu geliştirildi. Tek değerli neutrosophic sayı için skor ve kesinlik fonksiyonları verildi. Ayrıca tek değerli neutrosophic kümeler üzerine aritmetik ve geometrik operatörler tanımlandı. Bu operatörler ispatlarıyla birlikte açıklandı. Ayrıca tek değerli neutrosophic kümeler üzerine tanımlanan aritmetik ve geometrik operatörler ile çok kriterli karar verme problemleri için karar verme metodu geliştirildi. Geliştirilen bu yöntem ile alternatiflerin sıralamasını gösteren bir uygulama verildi. Son olarak sonuç ve tartışma kısmına yer verildi.

BÖLÜM 2

GENEL BİLGİLER

2.1 Bulanık Kümeler

Tanım 2.1.1:

[1] $X = \{x : x \in X\}$ kümesi verilmiş olsun. $\forall\ x \in X$ için $\mu_A(x) \in [0, 1]$ olmak üzere

$$\mu_A : X \to [0, 1]$$

kümesine X ' in A *bulanık kümesi* denir. μ_A fonksiyonuna A bulanık kümesinin üyelik fonksiyonu, $\mu_A(x)$ değerine X' in üyelik derecesi (ya da değeri) ve $\mu_A(X)$ kümesine de A bulanık kümesine ait elemanların üyelik derecelerinin kümesi denir.

2.2 Sezgisel Bulanık Kümeler

Tanım 2.2.1:

[2] X evrensel küme olsun. $\forall x \in X,\ 0 \leq \mu_K(x) + \nu_K \leq 1$ olmak üzere, $\mu_K(x): X \to [0,1]$ ve $\nu_K(x): X \to [0,1]$ fonksiyonları ile bir sezgisel bulanık küme

$$K = \{\langle x, \mu_K(x), \nu_K(x)\rangle : x \in E\}$$

kümesi ile verilir. Burada $\mu_K(x)$ ve $\nu_K(x)$ sırasıyla $x \in X$ ' in üyelik ve üyelik olmama derecesidir.

Tanım 2.2.2:

[3] $A = \{\langle x, \mu_A(x), \nu_A(x)\ \rangle : x \in X\}$ ve $B = \{\langle x, \mu_B(x), \nu_B(x)\ \rangle : x \in X\}$, X üzerinde sezgisel bulanık kümeler olsun. Bu sezgisel bulanık kümeler üzerine aşağıdaki işlemler tanımlanmıştır:

$i.$ A kümesinin tümleyeni $A^c = \{\langle x, \nu_A(x), \mu_A(x)\ \rangle : x \in X\}$

$ii.$ $A \subseteq B \Leftrightarrow \mu_A(x) \leq \mu_B(x), \nu_A(x) \geq \nu_B(x)$, $\forall x \in X$

$iii.\ A = B \Leftrightarrow A \subseteq B$ and $B \subseteq A$

2.3 Sezgisel Bulanık Sayılar

Tanım2.3.1:

[4] $A = \langle (a_1,\ a_2,\ a_3, a_4);\ \mu_A, \nu_A \rangle$ yamuksal sezgisel bulanık sayısındaμ_A, ν_A sırasıyla üyelik ve üyelik olmama değeri aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} \dfrac{(x - a_1)}{(a_2 - a_1)}\mu_A & a_1 \le x < a_2 \\ \mu_A & a_2 \le x \le a_3 \\ \dfrac{(a_4 - x)}{(a_4 - a_3)}\mu_A & a_3 < x \le a_4 \\ 0 & a_4 < x\,, a_1 > x \end{cases}$$

ve

$$\nu_A(x) = \begin{cases} \dfrac{(a_2 - x) + \nu_A\,.\,(x - a_1)}{(a_2 - a_1)} & a_1 \le x < a_2, \\ \nu_A & a_2 \le x \le a_3, \\ \dfrac{(x - a_3) + \nu_A\,.\,(a_4 - x)}{(a_4 - a_3)} & a_3 < x \le a_4, \\ 0 & a_4 < x\,, a_1 > x \end{cases}$$

Tanım 2.3.2:

[5] $A = \langle (a_1, a_2,\ a_3, a_4);\ \mu_A, \nu_A \rangle$ ve $B = \langle (b_1, b_2,\ b_3, b_4);\ \mu_B, \nu_B \rangle$ iki sezgisel bulanık sayı ve λ reel sayı olsun. A ve B sezgisel bulanık sayıları için aşağıdaki aritmetik işlemler tanımlanmıştır:

$$A + B = \langle (a_1 + b_1, 2a_2 + b_2, a_3 + b_3, a_4 + b_4)\ ;\ min\{\mu_A, \mu_B\}, max\{\nu_A, \nu_B\} \rangle$$

$$A - B = \langle (a_1 - b_4, a_2 - b_3\,, a_3 - b_2\,, a_4 - b_1)\ ; min\{\mu_A\,, \mu_B\}\,, max\ \{\nu_A, \nu_B\}\ \rangle$$

$$A.B = \begin{cases} \langle (a_1b_1\,, a_2b_2\,, a_3b_3\,, a_4b_4);\ min\{\mu_A\,, \mu_B\}\ \,, max\{\nu_A, \nu_B\} \rangle if A > 0\ and B > 0 \\ \langle (a_1b_4\,, a_2b_3\,, a_3b_2\,, a_4b_1); min\{\mu_A\,, \mu_B\}\,, max\ \{\nu_A, \nu_B\} \rangle if A < 0\ and B > 0 \\ \langle (a_1b_1\,, a_2b_2\,, a_3b_3\,, a_4b_4);\ min\{\mu_A\,, \mu_B\}\,, max\ \{\nu_A, \nu_B\} \rangle if A < 0\ and B < 0 \end{cases}$$

$$\lambda.A = \begin{cases} \langle (\lambda a_1, \quad \lambda a_2, \quad \lambda a_3, \quad \lambda a_4);\ \ \mu_A, \nu_A \rangle if \lambda > 0 \\ \langle (\lambda a_4, \quad \lambda a_3, \quad \lambda a_2, \quad \lambda a_1);\ \mu_A, \nu_A \rangle if \lambda < 0 \end{cases}$$

$$A^{-1} = \langle (1/a_1\ , 1/a_2\ , 1/a_3\ , 1/a_4);\ \mu_A, \nu_A \rangle$$

2.4 Yamuksal Bulanık Sayılar Üzerine Benzerlik Ölçüleri

Tanım 2.4.1:

[6-7] $A = (a_1\ ,\ a_2\ ,\ a_3\ , a_4)$ ve $B\ = (b_1, b_2,\ b_3, b_4)$ yamuksal bulanık sayılar olsun. $S_C(A,B) \in [0,1]$ olmak üzere A ve B yamuksal bulanık sayıları arasındaki benzerlik ölçüsü

$$S_C(A,B) = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{4}|a_i - b_i|}{4}$$

şeklinde tanımlanmıştır.

Tanım 2.4.2:

[8] $A = (a_1, a_2, a_3, a_4)$ ve $B\ = (b_1, b_2, b_3, b_4)$ yamuksal bulanık sayılar olsun. A ve B yamuksal bulanık sayıları arasındaki benzerlik ölçüsü

$$S_{HC}(A,B) = \frac{1}{1 + d\ (A,B)}$$

şeklinde tanımlanmıştır.

Burada $d\ (A,B) =\ |P(A) - P(B)|$,

$$\mathrm{P(A)} = \frac{a_1 + 2a_2 + 2a_3 + a_4}{6} \text{ ve } \mathrm{P(B)} = \frac{b_1 + 2b_2 + 2b_3 + b_4}{6}$$

şeklindedir.

Tanım 2.4.3:

[9] $A = (a_1, a_2, a_3, a_4)$ ve $B = (b_1, b_2, b_3, b_4)$ reel sayılar kümesinde iki yamuksal bulanık sayı olsun. A ve B yamuksal bulanık sayıları arasındaki Cosine benzerlik ölçüsü

$$S(A,B) = \frac{\sum_{i=1}^{4} a_i b_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^{4}(a_i)^2}\,\sqrt{\sum_{i=1}^{4}(b_i)^2}}$$

şeklinde tanımlanmıştır.

2.5 Neutrosophic Kümeler

Tanım 2.5.1:

[10] X evrensel bir küme ve $x \in X$ olsun. X üzerindeki A neutrosophic kümesinin doğruluk fonksiyonu $T_A(x)$, kararsızlık fonksiyonu $I_A(x)$ ve yanlışlık fonksiyonu $F_A(x)$ ile gösterilir. $T_A(x)$, $I_A(x)$ ve $F_A(x)$ $]0^-, 1^+[$ aralığının standart ya da standart olmayan alt kümesidir. Öyle ki $T_A(x) : X \to]0^-, 1^+[$, $I_A(x) : X \to]0^-, 1^+[$ ve $F_A(x) : X \to]0^-, 1^+[$ dır. Böylelikle $T_A(x)$, $I_A(x)$ ve $F_A(x)$' nin toplamı

$$0^- \leq \ sup\, T_A(x) + sup\, I_A(x) + sup\, F_A(x) \leq 3^+$$

dır.

Tanım 2.5.2:

[10] Her $x \in X$ için A neutrosophic kümesinin tümleyeni A^c ile gösterilir ve A^c neutrosophic kümesinin üyelik fonksiyonları

$$T_A^c(x) = \{1^+\} \ominus T_A(x),$$
$$I_A^c(x) = \{1^+\} \ominus I_A(x),$$
$$F_A^c(x) = \{1^+\} \ominus F_A(x)$$

şeklinde tanımlanmıştır.

Tanım 2.5.3:

[10] Her $x \in X$ için B neutrosophic kümesinin A neutrosophic kümesini kapsaması yani

$$A \subseteq B \Leftrightarrow \inf T_A(x) \leq \inf T_B(x), \sup T_A(x) \leq \sup T_B(x),$$
$$\inf I_A(x) \geq \inf I_B(x), \sup I_A(x) \geq \sup I_B(x),$$
$$\sup F_A(x) \geq inf F_B(x) ve \sup F_A(x) \geq sup F_B(x)$$

şeklindedir.

Tanım 2.5.4:

[10] Her $x \in X$ için A ile B neutrosophic kümelerinin birleşimi C neutrosophic kümesi $C = A \cup B$ ile gösterilir ve C neutrosophic kümesinin üyelik fonksiyonları

$$T_C(x) = T_A(x) \oplus T_B(x) \ominus T_A(x) \odot T_B(x)$$
$$I_C(x) = I_A(x) \odot I_B(x) \text{ve}$$
$$F_C(x) = F_A(x) \odot F_B(x)$$

şeklinde tanımlanmıştır.

Tanım 2.5.5:

[10] Her $x \in X$ için A ile Bneutrosophic kümelerinin kesişimi C neutrosophic kümesi $C = A \cap B$ ile gösterilir ve C neutrosophic kümesinin doğruluk fonksiyonu, kararsızlık fonksiyonu ve yanlışlık fonksiyonu

$$T_C(x) = T_A(x) \odot T_B(x)$$
$$I_C(x) = I_A(x) \odot I_B(x) \text{ve}$$
$$F_C(x) = F_A(x) \odot F_B(x)$$

şeklinde tanımlanmıştır.

2.6 Tek Değerli Neutrosophic Kümeler

R üzerindeki tek değerli neutrosophic kümesini Λ sembolü ile göstereceğiz.

Tanım 2.6.1:

[11] X evrensel bir küme ve$\forall$ $x \in X$ için $T_A(x),\ I_A(x),\ F_A(x)\ \in [0,1]$ olmak üzere X üzerindeki A tek değerli neutrosophic kümesinin doğruluk fonksiyonu $T_A(x)$, kararsızlık fonksiyonu $I_A(x)$ ve yanlışlık fonksiyonu $F_A(x)$ ile gösterilir.

Tanım 2.6.2:

[12] X evrensel bir küme ve $\forall\ x \in X$ olsun. X üzerindeki A tek değerli neutrosophic kümesinin doğruluk fonksiyonu $T_A(x)$, kararsızlık fonksiyonu $I_A(x)$ ve yanlışlık fonksiyonu $F_A(x)$ olmak üzere A tek değerli neutrosophic kümesi

$$A = \{\langle x, T_A(x), I_A(x), F_A(x)\rangle : x \in X\}$$

şeklinde gösterilir.

Tanım 2.6.3:

[11] A ve B tek değerli neutrosophic kümeleri için aşağıdaki işlemler tanımlanmıştır:

(1) $A \subseteq B \Leftrightarrow T_A(x) \leq T_B(x), I_A(x) \geq I_B(x)$ ve $F_A(x)\ \geq F_B(x)\ \forall x\ \in\ X$.

(2) $A = B \Leftrightarrow A \subseteq B$ ve $B \subseteq A$.

(3) $A^c =\ \{\langle x, F_A(x), 1 - I_A(x), T_A(x)\rangle\ x \in X\}$.

(4)$A \cup B =\ \langle \max\big(T_A(x), T_B(x)\big),\ \min\big(I_A(x), I_B(x)\big), \min\big(F_A(x), F_B(x)\big)\rangle\ \forall x\ \in\ X$..

(5)$A \cap B =\ \langle \min\big(T_A(x), T_B(x)\big), \max\big(I_A(x), I_B(x)\big),\ \max\big(F_A(x), F_B(x)\big)\rangle \forall x\ \in\ X$.

(6)$A \times B = \langle T_A(x) + T_B(x) - T_A(x).T_B(x), I_A(x).I_B(x), F_A(x).F_B(x) \rangle \forall x \in X.$

Tanım 2.6.4:

[14] $\tilde{\alpha} = \langle T, I, F \rangle$ tek değerli neutrosophic sayısının $S(\tilde{\alpha})$ skor fonksiyonu ve $V(\tilde{\alpha})$ kesinlik fonksiyonu olmak üzere

$$S(\tilde{\alpha}) = \frac{(T + 1 - I + 1 - F)}{3} \quad (1)$$

$$V(\tilde{\alpha}) = \frac{(T + F + 1 - I)}{3} \quad (2)$$

şeklinde tanımlanmıştır.

Tanım 2.6.5:

[14] $\tilde{\alpha} = \langle T_a, I_a, F_a \rangle$ ve $\tilde{b} = \langle T_b, I_b, F_b \rangle$ tek değerli neutrosophic sayıları arasındaki karşılaştırma aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır:

1) $S(\tilde{\alpha}) > S(\tilde{b})$ ise $\tilde{\alpha} > \tilde{b}$ dir

2) $S(\tilde{\alpha}) < S(\tilde{b})$ ise $\tilde{\alpha} < \tilde{b}$ dir

3) $S(\tilde{\alpha}) = S(\tilde{b})$ ise :

a) $V(\tilde{\alpha}) > V(\tilde{b})$ ise $\tilde{\alpha} > \tilde{b}$ dir.

b) $V(\tilde{\alpha}) < V(\tilde{b})$ ise $\tilde{\alpha} < \tilde{b}$ dir.

c) $V(\tilde{\alpha}) = V(\tilde{b})$ ise $\tilde{\alpha} = \tilde{b}$ dir.

Tanım 2.6.6:

[15] $\tilde{\alpha} = \langle T, I, F \rangle$, $\tilde{\alpha}_1 = \langle T_1, I_1, F_1 \rangle$ ve $\tilde{\alpha}_2 = \langle T_2, I_2, F_2 \rangle$ tek değerli neutrosophic sayılar ve $\lambda > 0$ olmak üzere aşağıdaki işlemler geçerlidir;

(1) $\tilde{\alpha}_1 \oplus \tilde{\alpha}_2 = \langle T_1 + T_2 - T_1 \times T_2, I_1 \times I_2, F_1 \times F_2 \rangle$;

(2) $\tilde{\alpha}_1 \oplus \tilde{\alpha}_2 = \langle T_1 \times T_2, I_1 + I_2 - I_1 \times I_2, F_1 + F_2 - F_1 \times F_2 \rangle$;

(3)$\lambda\tilde{\alpha} = \langle 1 - (1 - T)^{\lambda}, I^{\lambda} F^{\lambda} \rangle, \lambda > 0$;

(4)$\tilde{\alpha}^{\lambda} = \langle T^{\lambda}, 1 - (1 - I)^{\lambda}, 1 - (1 - F)^{\lambda} \rangle,\ \lambda > 0.$

BÖLÜM 3

SEZGİSEL BULANIK KÜMELER VE NEUTROSOPHİC KÜMELER ÜZERİNE BAZI ÇOK KRİTERLİ KARAR VERME METOTLARI

3.1 Yamuksal Sezgisel Bulanık Sayılar Üzerine Benzerlik Ölçüleri

Bu bölümde yamuksal sezgisel bulanık sayılar için Jaccard, Dice ve Cosine benzerlik ölçüleri tanımlanmıştır.

Tanım 3.1.1:

$A = \langle (a_1, a_2,\ a_3, a_4);\ \mu_A, \nu_A \rangle$ ve $B\ = \langle (b_1, b_2, b_3, b_4);\ \mu_B, \nu_B \rangle$ reel sayılar kümesi üzerinde iki yamuksal sezgisel bulanık sayı olsun. Normalleştirilmiş $\bar{A}$ ve $\bar{B}$ yamuksal sezgisel bulanık sayıları arasındaki Jaccard benzerlik ölçüsü $J(\bar{A}, \bar{B})$ aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$J(\bar{A}, \bar{B}) = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\left(1 - \frac{\sum_{i=1}^{4}|a_i - b_i|}{4}\right)$$
$$\times \frac{\mu_{\bar{A}}(x_j).\mu_{\bar{B}}(x_j) + \nu_{\bar{A}}(x_j).\nu_{\bar{B}}(x_j)}{\left(\mu_{\bar{A}}{}^2(x_j) + \nu_{\bar{A}}{}^2(x_j)\right) + \left(\mu_{\bar{B}}{}^2(x_j) + \nu_{\bar{B}}{}^2(x_j)\right) - \left(\mu_{\bar{A}}(x_j).\mu_{\bar{B}}(x_j) + \nu_{\bar{A}}(x_j).\nu_{\bar{B}}(x_j)\right)}$$

Önerme 3.1.2:

Normalleştirilmiş $\bar{A}$ ve $\bar{B}$ yamuksal sezgisel bulanık sayıları arasındaki Jaccard benzerlik ölçüsü $J(\bar{A}, \bar{B})$ için aşağıdaki koşullar sağlanır:

i. $0 \leq J(\bar{A}, \bar{B}) \leq\ 1$

ii. $J(\bar{A}, \bar{B}) = J(\bar{B}, \bar{A})$

iii. $J(\bar{A}, \bar{B}) = 1 \Leftrightarrow \bar{A} = \bar{B}, \mu_{\bar{A}} = \mu_{\bar{B}}$ ve $\nu_{\bar{A}} = \nu_{\bar{B}}$.

İspat:

$i.$Tanım 3.1.1 den açıktır.

$$ii. J(\bar{A},\bar{B}) = \frac{1}{n}\sum\nolimits_{j=1}^{n}\left(1-\frac{\sum_{i=1}^{4}|a_i-b_i|}{4}\right)$$

$$\times \frac{\mu_{\bar{A}}(x_j).\mu_{\bar{B}}(x_j)+\nu_{\bar{A}}(x_j).\nu_{\bar{B}}(x_j)}{\left(\mu_{\bar{A}}{}^2(x_j)+\nu_{\bar{A}}{}^2(x_j)\right)+\left(\mu_{\bar{B}}{}^2(x_j)+\nu_{\bar{B}}{}^2(x_j)\right)-\left(\mu_{\bar{A}}(x_j).\mu_{\bar{B}}(x_j)+\nu_{\bar{A}}(x_j).\nu_{\bar{B}}(x_j)\right)}$$

$$= \frac{1}{n}\sum\nolimits_{j=1}^{n}\left(1-\frac{\sum_{i=1}^{4}|a_i-b_i|}{4}\right)$$

$$\times \frac{\mu_{\bar{B}}(x_j).\mu_{\bar{A}}(x_j)+\nu_{\bar{B}}(x_j).\nu_{\bar{A}}(x_j)}{\left(\mu_{\bar{B}}{}^2(x_j)+\nu_{\bar{B}}{}^2(x_j)\right)+\left(\mu_{\bar{A}}{}^2(x_j)+\nu_{\bar{A}}{}^2(x_j)\right)-\left(\mu_{\bar{B}}(x_j).\mu_{\bar{A}}(x_j)+\nu_{\bar{B}}(x_j).\nu_{\bar{A}}(x_j)\right)}$$

$$= J(\bar{B},\bar{A})$$

$$iii.\ \ J(\bar{A},\bar{B}) = \frac{1}{n}\sum\nolimits_{j=1}^{n}\left(1-\frac{\sum_{i=1}^{4}|a_i-b_i|}{4}\right)$$

$$\times \frac{\mu_{\bar{A}}(x_j).\mu_{\bar{B}}(x_j)+\nu_{\bar{A}}(x_j).\nu_{\bar{B}}(x_j)}{\left(\mu_{\bar{A}}{}^2(x_j)+\nu_{\bar{A}}{}^2(x_j)\right)+\left(\mu_{\bar{B}}{}^2(x_j)+\nu_{\bar{B}}{}^2(x_j)\right)-\left(\mu_{\bar{A}}(x_j).\mu_{\bar{B}}(x_j)+\nu_{\bar{A}}(x_j).\nu_{\bar{B}}(x_j)\right)}$$

$$= \frac{1}{n}\sum\nolimits_{j=1}^{n}\left(1-\frac{|a_1-b_1|+|a_2-b_2|+|a_3-b_3|+|a_4-b_4|}{4}\right)$$

$$\times \frac{\mu_{\bar{A}}(x_1).\mu_{\bar{A}}(x_1)+\nu_{\bar{A}}(x_1).\nu_{\bar{A}}(x_1)}{\left(\mu_{\bar{A}}{}^2(x_1)+\nu_{\bar{A}}{}^2(x_1)\right)+\left(\mu_{\bar{A}}{}^2(x_1)+\nu_{\bar{A}}{}^2(x_1)\right)-\left(\mu_{\bar{A}}(x_1).\mu_{\bar{A}}(x_1)+\nu_{\bar{A}}(x_1).\nu_{\bar{A}}(x_1)\right)}$$

$$= (1-0)\ \times \frac{\mu_{\bar{A}}(x_1)^2+\nu_{\bar{A}}(x_1)^2}{\mu_{\bar{A}}(x_1)^2+\nu_{\bar{A}}(x_1)^2+\mu_{\bar{A}}(x_1)^2+\nu_{\bar{A}}(x_1)^2-\left(\mu_{\bar{A}}(x_1)^2+\nu_{\bar{A}}(x_1)^2\right)}$$

$$= \frac{\mu_{\bar{A}}(x_1)^2+\nu_{\bar{A}}(x_1)^2}{\mu_{\bar{A}}(x_1)^2+\nu_{\bar{A}}(x_1)^2}$$

$$= 1$$

Örnek 3.1.3:

$\bar{A} = \langle(0.2, 0.7, 0.5, 0.8\,); 0.3, 0.7\rangle$ ve $\bar{B} = \langle(0.4, 0.2, 0.1, 0.9\,); 0.8, 0.1\rangle$ normalleştirilmiş yamuksal sezgisel bulanık sayılar arasındaki Jaccard benzerlik ölçüsü $J(\bar{A},\bar{B})$'yi bulalım.

$$J(\bar{A},\bar{B})\ =\ \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\left(1-\frac{\sum_{i=1}^{4}|a_i-b_i|}{4}\right)$$

$$\times \frac{\mu_{\bar{A}}(x_j).\mu_{\bar{B}}(x_j)+\nu_{\bar{A}}(x_j).\nu_{\bar{B}}(x_j)}{\left(\mu_{\bar{A}}{}^2(x_j)+\nu_{\bar{A}}{}^2(x_j)\right)+\left(\mu_{\bar{B}}{}^2(x_j)+\nu_{\bar{B}}{}^2(x_j)\right)-\left(\mu_{\bar{A}}(x_j).\mu_{\bar{B}}(x_j)+\nu_{\bar{A}}(x_j).\nu_{\bar{B}}(x_j)\right)}$$

$$= \frac{1}{1}\sum_{j=1}^{4}\left(1-\frac{|0.2-0.4|+|0.7-0.2|+|0.5-0.1|+|0.8-0.9|}{4}\right)$$

$$\times \frac{0{,}3\,.\,0{,}8+0{,}7.0{,}1}{(0{,}3^2+0{,}7^2)+(0{,}8^2+0{,}1^2)-(0{,}3.0{,}8+0{,}7.0{,}1)}$$

$J(\bar{A},\bar{B}) = 0.23587$

Tanım 3.1.4:

$A = \langle(a_1,a_2,\ a_3,a_4);\ \mu_A,\nu_A\rangle$ ve $B = \langle(b_1,b_2,\ b_3,b_4);\ \mu_B,\nu_B\rangle$ reel sayılar kümesi üzerinde yamuksal sezgisel bulanık sayılar olsun. Normalleştirilmiş $\bar{A}$ ve $\bar{B}$ yamuksal sezgisel bulanık sayıları arasındaki Dice benzerlik ölçüsü $D(\bar{A},\bar{B})$ aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$D(\bar{A}\,,\bar{B}) = \frac{1}{n}\sum\nolimits_{j=1}^{n}\left(\frac{1}{1+d\,(\,A,B)}\right.$$

$$\left.\times \frac{2.\left(\mu_{\bar{A}}(x_j).\mu_{\bar{B}}(x_j)+\nu_{\bar{A}}(x_j).\nu_{\bar{B}}(x_j)\right)}{\left(\mu_{\bar{A}}{}^2(x_j)+\nu_{\bar{A}}{}^2(x_j)\right)+\left(\mu_{\bar{B}}{}^2(x_j)+\nu_{\bar{B}}{}^2(x_j)\right)}\right)$$

$$d(A\,,\ B) = \ |P(A)-P(B)|$$

$$P(A) = \ \frac{a_1+2a_2+2\,a_3+a_4}{6},P\,(\,B) \ = \ \frac{b_1+2b_2+2\,b_3+b_4}{6}$$

Önerme 3.1.5:

Normalleştirilmiş $\bar{A}$ ve $\bar{B}$ yamuksal sezgisel bulanık sayıları arasındaki Dice benzerlik ölçüsü $D(\bar{A},\bar{B})$ için aşağıdaki koşullar sağlanır.

i. $0 \le D(\bar{A},\bar{B}) \le 1$

ii. $D(\bar{A},\bar{B}) = D(\bar{B},\bar{A})$

iii. $D(\bar{A},\bar{B}) = 1 \Leftrightarrow \bar{A}=\bar{B},\ \mu_{\bar{A}}=\mu_{\bar{B}}$ ve $\nu_{\bar{A}}=\nu_{\bar{B}}$

İspat:

i. Tanım 3.1.4 den açıktır.

$$ii.\, D(\bar{A},\bar{B}) = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{1}{1+\left|\frac{a_1+2a_2+2\,a_3+a_4}{6}-\frac{b_1+2b_2+2\,b_3+b_4}{6}\right|}\right.$$

$$\left.\times\frac{2.\left(\mu_{\bar{A}}(x_j).\mu_{\bar{B}}(x_j)+\nu_{\bar{A}}(x_j).\nu_{\bar{B}}(x_j)\right)}{\left(\mu_{\bar{A}}{}^2(x_j)+\nu_{\bar{A}}{}^2(x_j)\right)+\left(\mu_{\bar{B}}{}^2(x_j)+\nu_{\bar{B}}{}^2(x_j)\right)}\right)$$

$$= \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{1}{1+\left|\frac{b_1+2b_2+2\,b_3+b_4}{6}-\frac{a_1+2a_2+2\,a_3+a_4}{6}\right|}\right.$$

$$\left.\times\frac{2.\left(\mu_{\bar{B}}(x_j).\mu_{\bar{A}}(x_j)+\nu_{\bar{B}}(x_j).\nu_{\bar{A}}(x_j)\right)}{\left(\mu_{\bar{B}}{}^2(x_j)+\nu_{\bar{B}}{}^2(x_j)\right)+\left(\mu_{\bar{A}}{}^2(x_j)+\nu_{\bar{A}}{}^2(x_j)\right)}\right)$$

$$= D(\bar{B},\bar{A})$$

$$iii.\, D(\bar{B},\bar{A}) = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{1}{1+\left|\frac{a_1+2a_2+2\,a_3+a_4}{6}-\frac{b_1+2b_2+2\,b_3+b_4}{6}\right|}\right.$$

$$\left.\times\frac{2.\ \left(\mu_{\bar{A}}(x_j).\mu_{\bar{B}}(x_j)+\nu_{\bar{A}}(x_j).\nu_{\bar{B}}(x_j)\right)}{\left(\mu_{\bar{A}}{}^2(x_j)+\nu_{\bar{A}}{}^2(x_j)\right)+\left(\mu_{\bar{B}}{}^2(x_j)+\nu_{\bar{B}}{}^2(x_j)\right)}\right)$$

$$= \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{1}{1+\left|\frac{a_1+2a_2+2\,a_3+a_4}{6}-\frac{a_1+2a_2+2\,a_3+a_4}{6}\right|}\right.$$

$$\left.\times\frac{2.\left(\mu_{\bar{A}}(x_j).\mu_{\bar{A}}(x_j)+\nu_{\bar{A}}(x_j).\nu_{\bar{A}}(x_j)\right)}{\left(\mu_{\bar{A}}{}^2(x_j)+\nu_{\bar{A}}{}^2(x_j)\right)+\left(\mu_{\bar{A}}{}^2(x_j)+\nu_{\bar{A}}{}^2(x_j)\right)}\right)$$

$$= \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{1}{1+0}\frac{2.\left(\mu_{\bar{A}}{}^2(x_j)+\nu_{\bar{A}}{}^2(x_j)\right)}{2.\left(\mu_{\bar{A}}{}^2(x_j)+\nu_{\bar{A}}{}^2(x_j)\right)}\right)$$

$= \ 1.$

Örnek 3.1.6:

$\bar{A} = \langle(0.2, 0.7, 0.5, 0.8\,);\ 0.3, 0.7\rangle$ ve $\bar{B} = \langle(0.4, 0.2, 0.1, 0.9\,);\ 0.8, 0.1\rangle$ normalleştirilmiş yamuksal sezgisel bulanık sayıları arasındaki Dice benzerlik ölçüsü $D(\bar{A},\bar{B})$' yi bulalım.

$$D(\bar{A},\bar{B}) = \frac{1}{1+\left|\frac{a_1+2a_2+2\,a_3+a_4}{6}-\frac{b_1+2b_2+2\,b_3+b_4}{6}\right|}\times$$

$$\frac{2.\ \left(\mu_{\bar{A}}(x_j).\mu_{\bar{B}}(x_j)+v_{\bar{A}}(x_j).v_{\bar{B}}(x_j)\right)}{\left(\mu_{\bar{A}}{}^2(x_j)+v_{\bar{A}}{}^2(x_j)\right)+\left(\mu_{\bar{B}}{}^2(x_j)+v_{\bar{B}}{}^2(x_j)\right)}$$

$$=\frac{1}{1+\left|\frac{0,2+2.0.7+2.0,5+0.8}{6}-\frac{0,4+2.0,2+2.0,1+0,9}{6}\right|}$$

$$\times\frac{2.(0,3.0,8+0,7.0,1)}{(0,3^2+0,7^2)+(0,8^2+0,1^2)}$$

$$=0,403252$$

Tanım 3.1.7:

$A=\langle(a_1,a_2,\ a_3,a_4);\ \mu_A,v_A\rangle$ ve $B=\langle(b_1,b_2,\ b_3,b_4);\ \mu_B,v_B\rangle$ reel sayılar kümesi üzerinde iki yamuksal sezgisel bulanık sayı olsun. Normalleştirilmiş $\bar{A}$ ve $\bar{B}$ yamuksal sezgisel bulanık sayılar arasındaki Cosine benzerlik ölçüsü $C(\bar{A},\bar{B})$ aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$C(\bar{A},\bar{B})=\ \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\sum_{i=1}^{4}a_i\ .b_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^{4}(a_i)^2}\ .\ \sqrt{\sum_{i=1}^{4}(b_i)^2}}\right.$$

$$\left.\times\frac{min\left(\mu_{\bar{A}}(x_j)\ ,\ \mu_{\bar{B}}(x_j)\right)+\ max\left(v_{\bar{A}}(x_j)\ ,\ v_{\bar{B}}(x_j)\right)}{max\left(\mu_{\bar{A}}(x_j)\ ,\ \mu_{\bar{B}}(x_j)\right)+min\left(v_{\bar{A}}(x_j)\ ,\ v_{\bar{B}}(x_j)\right)}\right)$$

Önerme 3.1.8:

Normalleştirilmiş $\bar{A}$ ve $\bar{B}$ yamuksal sezgisel bulanık sayıları arasındaki Cosine benzerlik ölçüsü $C(\bar{A},\bar{B})$ için aşağıdaki koşullar sağlanır.

i. $0\leq C(\ \bar{A}\ ,\bar{B}\ )\leq\ 1$

ii. $C(\bar{A},\bar{B})=C(\ \bar{B},\bar{A})$

iii. $C(\bar{A},\bar{B})=1\Leftrightarrow\bar{A}=\bar{B},\ \ \mu_{\bar{A}}=\mu_{\bar{B}}$ ve $v_{\bar{A}}=v_{\bar{B}}$

İspat:

$i.$ Tanım 3.7 den açıktır.

$ii.$ $$C(\bar{A},\bar{B})=\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\sum_{i=1}^{4}a_i\ .b_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^{4}(a_i)^2}\ .\sqrt{\sum_{i=1}^{4}(b_i)^2}}\right.$$

$$\left.\times\frac{min\left(\mu_{\bar{A}}(x_j)\ ,\ \mu_{\bar{B}}(x_j)\right)+\ max\left(v_{\bar{A}}(x_j)\ ,v_{\bar{B}}(x_j)\right)}{max\left(\mu_{\bar{A}}(x_j)\ ,\ \mu_{\bar{B}}(x_j)\right)+min\left(v_{\bar{A}}(x_j)\ ,v_{\bar{B}}(x_j)\right)}\right)$$

$$= \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\sum_{i=1}^{4} b_i \ .a_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^{4}(b_i)^2} \ . \ \sqrt{\sum_{i=1}^{4}(a_i)^2}}\right.$$

$$\left.\times\frac{min\left(\mu_{\bar{B}}(x_j)\,,\ \mu_{\bar{A}}(x_j)\right)+\ max\left(v_{\bar{B}}(x_j)\,,v_{\bar{A}}(x_j)\right)}{max\left(\mu_{\bar{B}}(x_j)\,,\ \mu_{\bar{A}}(x_j)\right)+min\left(v_{\bar{B}}(x_j)\,,v_{\bar{A}}(x_j)\right)}\right)$$

$$= \ C(\bar{B},\bar{A})$$

$$iii. C(\bar{A},\bar{B}) = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\sum_{i=1}^{4} a_i \ .b_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^{4}(a_i)^2} \ . \ \sqrt{\sum_{i=1}^{4}(b_i)^2}}\right.$$

$$\left.\times\frac{min\left(\mu_{\bar{A}}(x_j)\,,\ \mu_{\bar{B}}(x_j)\right)+\ max\left(v_{\bar{A}}(x_j)\,,\ v_{\bar{B}}(x_j)\right)}{max\left(\mu_{\bar{A}}(x_j)\,,\ \mu_{\bar{B}}(x_j)\right)+min\left(v_{\bar{A}}(x_j)\,,\ v_{\bar{B}}(x_j)\right)}\right)$$

$$C(\bar{A},\bar{B}) = \ \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\sum_{i=1}^{4} a_i \ .a_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^{4}(a_i)^2} \ . \ \sqrt{\sum_{i=1}^{4}(a_i)^2}}\right.$$

$$\left.\times\frac{min\left(\mu_{\bar{A}}(x_j)\,,\ \mu_{\bar{A}}(x_j)\right)+\ max\left(v_{\bar{A}}(x_j)\,,\ v_{\bar{A}}(x_j)\right)}{max\left(\mu_{\bar{A}}(x_j)\,,\ \mu_{\bar{A}}(x_j)\right)+min\left(v_{\bar{A}}(x_j)\,,\ v_{\bar{A}}(x_j)\right)}\right)$$

$$= \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\sum_{i=1}^{4}(a_i)^2}{\sum_{i=1}^{4}(a_i)^2}\times\frac{\mu_{\bar{A}}(x_j)+v_{\bar{A}}(x_j)}{\mu_{\bar{A}}(x_j)+v_{\bar{A}}(x_j)}\right)$$

$$= \ 1.$$

Örnek 3.1.9:

$\bar{A} = \langle(0.2, 0.7, 0.5, 0.8\ );\ 0.3, 0.7\rangle$ ve $\bar{B} = \langle(0.4, 0.2, 0.1, 0.9\ );\ 0.8, 0.1\rangle$ normalleştirilmiş yamuksal sezgisel bulanık sayıları arasındaki Cosine benzerlik ölçüsü $C(\bar{A},\bar{B})$' yi bulalım.

$$C(\bar{A},\bar{B}) = \ \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\sum_{i=1}^{4} a_i \ .b_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^{4}(a_i)^2} \ . \ \sqrt{\sum_{i=1}^{4}(b_i)^2}}\right.$$

$$\left.\times\frac{min\left(\mu_{\bar{A}}(x_j)\,,\ \mu_{\bar{B}}(x_j)\right)+\ max\left(v_{\bar{A}}(x_j)\,,\ v_{\bar{B}}(x_j)\right)}{max\left(\mu_{\bar{A}}(x_j)\,,\ \mu_{\bar{B}}(x_j)\right)+min\left(v_{\bar{A}}(x_j)\,,\ v_{\bar{B}}(x_j)\right)}\right)$$

$$= \frac{1}{1}\sum_{j=1}^{1}\left(\frac{(0{,}2.0{,}4 + 0{,}7.0{,}2 + 0{,}5.0{,}1 + 0{,}8.0{,}9)}{\sqrt{(0{,}2)^2 + (0{,}7)^2 + (0{,}5)^2 + \ (0{,}8)^2} \ . \ \sqrt{(0{,}4)^2 + (0{,}2)^2 + (0{,}1)^2 + \ (0{,}9)^2}}\right.$$

$$\left.\times\frac{(0{,}3 + 0{,}7)}{(0{,}8 + 0{,}1)}\right)$$

$$C\left(\bar{A},\bar{B}\right) = 0{,}914005\ .$$

3.2 Tek Değerli Neutrosophic Kümeler Üzerine Aritmetik Operatörler

Tanım 3.2.1:

$A_j = \langle \xi_j, \varphi_j, \zeta_j \rangle (j = 1,2,\dots,n)$ tekdeğerli neutrosophic küme ailesi ve $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$,$w_j \in [0,1]$ ve $\sum_{j=1}^{n} w_j = 1$ olacak şekilde ağırlık vektörü olsun. O zaman, ψ_{ao} ile gösterilen tek değerli neutrosophic kümelerin ağırlaştırılmış aritmetik operatörü,

$$\psi_{ao} : \Lambda^n \rightarrow \Lambda \quad \psi_{ao}(A_1, A_2, \dots, A_n) = \sum_{j=1}^{n} w_j A_j$$

ile tanımlanır.

Teorem 3.2.2:

$A_j = \langle \xi_j, \varphi_j, \zeta_j \rangle$ $(j = 1,2,\dots,n)$ tek değerli neutrosophic küme ailesi ve $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$,$w_j \in [0,1]$ ve $\sum_{j=1}^{n} w_j = 1$ olacak şekilde ağırlık vektörü olsun. O zaman, ψ_{ao} operatörü

$$\psi_{ao}(A_1, A_2, \dots, A_n) = \langle \frac{\sum_{j=1}^{n} \xi_{A_j}^{w_j}}{1 + \prod_{j=1}^{n} \xi_{A_j}^{w_j}},$$

$$\frac{\sum_{j=1}^{n} \varphi_{A_j}^{w_j}}{2 - \left[\sum_{j=1}^{n} \varphi_{A_j}^{w_j} - \prod_{j=1}^{n} \varphi_{A_j}^{w_j}\right]}, \frac{\sum_{j=1}^{n} \zeta_{A_j}^{w_j}}{2 - \left[\sum_{j=1}^{n} \zeta_{A_j}^{w_j} - \prod_{j=1}^{n} \zeta_{A_j}^{w_j}\right]} \rangle$$

şeklindedir.

İspat :

Tümevarım yöntemiyle ispat edebiliriz.

$A_1 = \langle \xi_1, \varphi_1, \zeta_1 \rangle$ ve $A_2 = \langle \xi_2, \varphi_2, \zeta_2 \rangle$ tek değerli neutrosophic küme olsun.

$n = 2$ için

$$\psi_{ao}(A_1, A_2) = \langle \frac{\sum_{j=1}^{2} \xi_{A_j}^{w_j}}{1 + \prod_{j=1}^{2} \xi_{A_j}^{w_j}},$$

$$\frac{\sum_{j=1}^{2} \varphi_{A_j}^{w_j}}{2 - \left[\sum_{j=1}^{2} \varphi_{A_j}^{w_j} - \prod_{j=1}^{2} \varphi_{A_j}^{w_j}\right]}, \frac{\sum_{j=1}^{2} \zeta_{A_j}^{w_j}}{2 - \left[\sum_{j=1}^{2} \zeta_{A_j}^{w_j} - \prod_{j=1}^{2} \zeta_{A_j}^{w_j}\right]} \rangle$$

$$= \langle \frac{\xi_{A_1}^{w_1} + \xi_{A_2}^{w_2}}{1 + \xi_{A_1}^{w_1} . \xi_{A_1}^{w_1}}, \frac{\varphi_{A_1}^{w_1} + \varphi_{A_2}^{w_2}}{2 - \left[\varphi_{A_1}^{w_1} + \varphi_{A_2}^{w_2} - \varphi_{A_1}^{w_1} . \varphi_{A_2}^{w_2}\right]}, \frac{\zeta_{A_1}^{w_1} + \zeta_{A_2}^{w_2}}{2 - \left[\zeta_{A_1}^{w_1} + \zeta_{A_2}^{w_2} - \zeta_{A_1}^{w_1} . \zeta_{A_2}^{w_2}\right]} \rangle$$

$n = k$ için

$$\psi_{ao}(A_1, A_2, \dots, A_k) = \langle \frac{\sum_{j=1}^{k} \xi_{A_j}^{w_j}}{1 + \prod_{j=1}^{k} \xi_{A_j}^{w_j}},$$

$$\frac{\sum_{j=1}^{k} \varphi_{A_j}^{w_j}}{2 - \left[\sum_{j=1}^{k} \varphi_{A_j}^{w_j} - \prod_{j=1}^{k} \varphi_{A_j}^{w_j}\right]}, \frac{\sum_{j=1}^{k} \zeta_{A_j}^{w_j}}{2 - \left[\sum_{j=1}^{k} \zeta_{A_j}^{w_j} - \prod_{j=1}^{k} \zeta_{A_j}^{w_j}\right]} \rangle$$

$n = k + 2$ için

$$\psi_{ao}(A_1, A_2, \dots, A_k, A_{k+1}, A_{k+2}) = \langle \frac{\sum_{j=1}^{k} \xi_{A_j}^{w_j} + \xi_{A_{k+1}}^{w_{k+1}} + \xi_{A_{k+2}}^{w_{k+2}}}{1 + \left[\left(\prod_{j=1}^{k} \xi_{A_j}^{w_j}\right) . \xi_{A_{k+1}}^{w_{k+1}} . \xi_{A_{k+2}}^{w_{k+2}}\right]}$$

$$\frac{\left(\sum_{j=1}^{k} \varphi_{A_j}^{w_j}\right) + \varphi_{A_{k+1}}^{w_{k+1}} + \varphi_{A_{k+2}}^{w_{k+2}}}{2 - \left[\left(\sum_{j=1}^{k} \varphi_{A_j}^{w_j}\right) + \varphi_{A_{k+1}}^{w_{k+1}} + \varphi_{A_{k+2}}^{w_{k+2}} - \left(\prod_{j=1}^{k} \varphi_{A_j}^{w_j}\right) . \varphi_{A_{k+1}}^{w_{k+1}} . \varphi_{A_{k+2}}^{w_{k+2}}\right]},$$

$$\frac{\left(\sum_{j=1}^{k} \zeta_{A_j}^{w_j}\right) + \zeta_{A_{k+1}}^{w_{k+1}} + \zeta_{A_{k+2}}^{w_{k+2}}}{2 - \left[\left(\sum_{j=1}^{k} \zeta_{A_j}^{w_j}\right) + \zeta_{A_{k+1}}^{w_{k+1}} + \zeta_{A_{k+2}}^{w_{k+2}} - \left(\prod_{j=1}^{k} \zeta_{A_j}^{w_j}\right) . \zeta_{A_{k+1}}^{w_{k+1}} . \zeta_{A_{k+2}}^{w_{k+2}}\right]} \rangle$$

$$\psi_{ao}(A_1, A_2, \dots, A_k, A_{k+1}, A_{k+2}) = \langle \frac{\sum_{j=1}^{k+2} \xi_{A_j}^{w_j}}{1 + \prod_{j=1}^{k+2} \xi_{A_j}^{w_j}},$$

$$\frac{\sum_{j=1}^{k+2} \varphi_{A_j}^{w_j}}{2 - \left[\sum_{j=1}^{k+2} \varphi_{A_j}^{w_j} - \prod_{j=1}^{k+2} \varphi_{A_j}^{w_j}\right]}, \frac{\sum_{j=1}^{k+2} \zeta_{A_j}^{w_j}}{2 - \left[\sum_{j=1}^{k+2} \zeta_{A_j}^{w_j} - \prod_{j=1}^{k+2} \zeta_{A_j}^{w_j}\right]} \rangle$$

Örnek 3.2.3:

$A_1 = \langle 0.3, 0.2, 0.5 \rangle$, $A_2 = \langle 0.1, 0.5, 0.7 \rangle$, $A_3 = \langle 0.7, 0.1, 0.8 \rangle$, $A_4 = \langle 0.4, 0.2, 0.5 \rangle$ tek değerli neutrosophic küme ve $w = (0.3, 0.4, 0.1, 0.2)^T A_j$ $(j = 1, 2, 3, 4)$ ' nin ağırlık vektörü olsun. Verilen küme ailesinin ψ_{ao} operatörünü hesaplayalım.

$$\psi_{ao}(A_1, A_2, A_3, A_4) = \langle \frac{\sum_{j=1}^{4} \xi_{A_j}^{w_j}}{1 + \prod_{j=1}^{4} \xi_{A_j}^{w_j}},$$

$$\frac{\sum_{j=1}^{4} \varphi_{A_j}^{w_j}}{2 - \left[\sum_{j=1}^{4} \varphi_{A_j}^{w_j} - \prod_{j=1}^{4} \varphi_{A_j}^{w_j}\right]}, \frac{\sum_{j=1}^{4} \zeta_{A_j}^{w_j}}{2 - \left[\sum_{j=1}^{4} \zeta_{A_j}^{w_j} - \prod_{j=1}^{4} \zeta_{A_j}^{w_j}\right]} \rangle$$

$$= \langle \frac{0.3^{0.3} + 0.1^{0.4} + 0.7^{0.1} + 0.4^{0.2}}{1 + 0.3^{0.3} \times 0.1^{0.4} \times 0.7^{0.1} \times 0.4^{0.2}},$$

$$\frac{0.2^{0.3} + 0.5^{0.4} + 0.1^{0.1} + 0.2^{0.2}}{2 - [(0.2^{0.3} + 0.5^{0.4} + 0.1^{0.1} + 0.2^{0.2}) - (0.2^{0.3} \times 0.5^{0.4} \times 0.1^{0.1} \times 0.2^{0.2})]},$$

$$\frac{0.5^{0.3} + 0.7^{0.4} + 0.8^{0.1} + 0.5^{0.2}}{2 - [(0.5^{0.3} + 0.7^{0.4} + 0.8^{0.1} + 0.5^{0.2}) - (0.5^{0.3} \times 0.7^{0.4} \times 0.8^{0.1} \times 0.5^{0.2})]} \rangle$$

$$= \langle 2.365, -4.632, -3.800 \rangle$$

Tanım 3.2.4:

$A_j = \langle \xi_j, \varphi_j, \zeta_j \rangle (j = 1,2, \ldots, n)$ tek değerli neutrosophic küme ailesi ve $w = (w_1, w_2, \ldots, w_n)^T$,$w_j \in [0,1]$ ve $\sum_{j=1}^{n} w_j = 1$ olacak şekilde ağırlık vektörü olsun. O zaman, ψ_{oao} ile gösterilen tek değerli neutrosophic kümelerin sıralı ağırlaştırılmış aritmetik operatörü,

$$\psi_{oao} : \Lambda^n \to \Lambda \, \psi_{oao}(A_1, A_2, \ldots, A_n) = \sum_{j=1}^{n} w_j B_j$$

şeklinde tanımlanır.

Burada $B_j = \langle \tilde{\xi}_j, \tilde{\varphi}_j, \tilde{\zeta}_j \rangle (j = 1,2, \ldots, n)$ tek değerli neutrosophic küme ailesi, $A_j \, (j = 1,2, \ldots, n)$ tek değerli neutrosophic küme ailesinin skor ve kesinlik fonksiyonları kullanılarak elde edilen ve $k \in \{1,2, \ldots, n\}$ için k. en büyüğüdür.

$$\psi_{oao}(A_1, A_2, \ldots, A_n) = \langle \frac{\sum_{j=1}^{n} \tilde{\xi}_{B_j}^{w_j}}{1 + \prod_{j=1}^{n} \tilde{\xi}_{B_j}^{w_j}},$$

$$\frac{\sum_{j=1}^{n} \tilde{\varphi}_{B_j}^{w_i}}{2 - \left[\sum_{j=1}^{n} \tilde{\varphi}_{B_j}^{w_i} - \prod_{j=1}^{n} \tilde{\varphi}_{B_j}^{w_i}\right]}, \frac{\sum_{j=1}^{n} \tilde{\zeta}_{B_j}^{w_i}}{2 - \left[\sum_{j=1}^{n} \tilde{\zeta}_{B_j}^{w_i} - \prod_{j=1}^{n} \tilde{\zeta}_{B_j}^{w_i}\right]} \rangle$$

Teorem 3.2.5:

$A_j = \langle \xi_j, \varphi_j, \zeta_j \rangle (j = 1,2, \ldots, n)$ tek değerli neutrosophic küme ailesi ve $w = (w_1, w_2, \ldots, w_n)^T$, $w_j \in [0,1]$ ve $\sum_{j=1}^{n} w_j = 1$ olacak şekilde ağırlaştırılmış vektör olsun. O zaman,

$$\psi_{oao}(A_1, A_2, \dots, A_n) = \langle \frac{\sum_{j=1}^{n} \tilde{\xi}_{B_j}^{w_j}}{1 + \prod_{j=1}^{n} \tilde{\xi}_{B_j}^{w_j}},$$

$$\frac{\sum_{j=1}^{n} \tilde{\varphi}_{B_j}^{w_i}}{2 - \left[\sum_{j=1}^{n} \tilde{\varphi}_{B_j}^{w_i} - \prod_{j=1}^{n} \tilde{\varphi}_{B_j}^{w_i}\right]}, \frac{\sum_{j=1}^{n} \tilde{\zeta}_{B_j}^{w_i}}{2 - \left[\sum_{j=1}^{n} \tilde{\zeta}_{B_j}^{w_i} - \prod_{j=1}^{n} \tilde{\zeta}_{B_j}^{w_i}\right]}\rangle$$

dir. Burada $B_j = \langle \tilde{\xi}_j, \tilde{\varphi}_j, \tilde{\zeta}_j \rangle (j = 1,2, \dots, n)$ tek değerli neutrosophic küme ailesi, $A_j\ (j = 1,2, \dots, n)$ tek değerli neutrosophic küme ailesinin skor ve kesinlik fonksiyonları kullanılarak elde edilen ve $k \in \{1,2, \dots, n\}$ için k. en büyüğüdür.

İspat: Teorem 3.2.2 gibi ispatlanabilir.

Örnek 3.2.6:

$A_1 = \langle 0.1, 0.2, 0.4 \rangle, A_2 = \langle 0.2, 0.5, 0.3 \rangle, A_3 = \langle 0.5, 0.2, 0.1 \rangle$ ve $A_4 = \langle 0.5, 0.1, 0.1 \rangle$ tek değerli neutrosophic küme ve $w = (0.1, 0.4, 0.3, 0.2)^T$ olmak üzere $A_j\ (j = 1, 2, 3, 4)$' nin ağırlık vektörü olsun. Verilen küme ailesinin ψ_{oao} operatörünü hesaplayalım.

$$s(A_j) = \frac{T_{A_j} + 1 - I_{A_j} + 1 - F_{A_j}}{3}$$

$$s(\mathrm{A}_1) = \frac{(0.1 + 1 - 0.2 + 1 - 0.4)}{3} = 0.5$$

$$s(\mathrm{A}_2) = \frac{(0.2 + 1 - 0.5 + 1 - 0.3)}{3} = 0.466$$

$$s(\mathrm{A}_3) = \frac{(0.5 + 1 - 0.2 + 1 - 0.1)}{3} = 0.733$$

$$s(\mathrm{A}_4) = \frac{(0.5 + 1 - 0.1 + 1 - 0.1)}{3} = 0.766$$

Yukarıdaki skor fonksiyonu sıralamasına göre

$$s(\mathrm{A}_4) > s(\mathrm{A}_3) > s(\mathrm{A}_1) > s(\mathrm{A}_2)$$

olduğundan

$$\mathrm{B}_1 = \mathrm{A}_4 = \langle 0.5, 0.4, 0.7 \rangle$$

$$\mathrm{B}_2 = \mathrm{A}_3 = \langle 0.6, 0.4, 0.5 \rangle$$

$$\mathrm{B}_3 = \mathrm{A}_1 = \langle 0.1, 0.2, 0.4 \rangle$$

$$\mathrm{B}_4 = \mathrm{A}_2 = \langle 0.7, 0.2, 0.9 \rangle$$

dır.

$$\psi_{oao}(A_1, A_2, \dots, A_n) = \langle \frac{\sum_{j=1}^{n} \tilde{\xi}_{B_j}^{w_j}}{1 + \prod_{j=1}^{n} \tilde{\xi}_{B_j}^{w_j}},$$

$$\frac{\sum_{j=1}^{n} \tilde{\varphi}_{B_j}^{w_i}}{2 - \left[\sum_{j=1}^{n} \tilde{\varphi}_{B_j}^{w_i} - \prod_{j=1}^{n} \tilde{\varphi}_{B_j}^{w_i}\right]}, \frac{\sum_{j=1}^{n} \tilde{\zeta}_{B_j}^{w_i}}{2 - \left[\sum_{j=1}^{n} \tilde{\zeta}_{B_j}^{w_i} - \prod_{j=1}^{n} \tilde{\zeta}_{B_j}^{w_i}\right]} \rangle$$

$$= \langle \frac{0.5^{0.1} + 0.6^{0.4} + 0.1^{0.3} + 0.7^{0.2}}{1 + 0.5^{0.1} \times 0.6^{0.4} \times 0.1^{0.3} \times 0.7^{0.2}},$$

$$\frac{0.4^{0.1} + 0.4^{0.4} + 0.2^{0.3} + 0.2^{0.2}}{2 - [(0.4^{0.1} + 0.4^{0.4} + 0.2^{0.3} + 0.2^{0.2}) - (0.4^{0.1} \times 0.4^{0.4} \times 0.2^{0.3} \times 0.2^{0.2})]},$$

$$\frac{0.7^{0.1} + 0.5^{0.4} + 0.4^{0.3} + 0.9^{0.2}}{2 - [(0.7^{0.1} + 0.5^{0.4} + 0.4^{0.3} + 0.9^{0.2}) - (0.7^{0.1} \times 0.5^{0.4} \times 0.4^{0.3} \times 0.9^{0.2})]} \rangle$$

$$= \langle 2.320, -4.931, -4.984 \rangle.$$

Tanım 3.2.7:

$A_j = \langle \xi_j, \varphi_j, \zeta_j \rangle (j = 1,2, \dots, n)$ tek değerli neutrosophic küme ailesi ve $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)^{T\prime}$ de $w_j \in [0,1]$ ve $\sum_{j=1}^{n} w_j = 1$ olacak şekilde operatörün ağırlaştırılmış vektörü olsun. O zaman, ψ_{hao} ile gösterilen tek değerli neutrosophic kümelerin sıralı hibrit ağırlıklı aritmetik operatörü,

$$\psi_{hao} : \Lambda^n \to \Lambda \; \psi_{hao}(A_1, A_2, \dots, A_n) = \sum_{j=1}^{n} w_j \bar{B}_j$$

ile tanımlanır.

Burada, n denge faktörü ve $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)^T$ 'da $\omega_j \in [0,1]$ ve $\sum_{j=1}^{n} \omega_j = 1$ olacak şekilde A_j 'nin ağırlık vektörüdür. $\dot{B}_k = n\omega A_k$ olmak üzere $\dot{B}_k$ tek değerli neutrosophic kümesinin skor ve kesinlik fonksiyonu kullanılarak elde edilen ve $k \in \{1,2, \dots, n\}$ için $\bar{\bar{B}}_k = \langle \bar{\xi}_j, \bar{\varphi}_j, \bar{\zeta}_j \rangle$ tek değerli neutrosophic kümesinin k. en büyüğüdür.

Teorem 3.2.8:

$A_j = \langle \xi_j, \varphi_j, \zeta_j \rangle (j = 1,2, \dots, n)$ tek değerli neutrosophic küme ailesi ve $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)^{T\prime}$ de $w_j \in [0,1]$ ve $\sum_{j=1}^{n} w_j = 1$ olacak şekilde operatörün ağırlaştırılmış vektörü olsun. O zaman, ψ_{hoa} ile gösterilen sıralı hibrit ağırlıklı aritmetik operatör

$\psi_{hoa} : \Lambda^n \to \Lambda$

$$\psi_{hoa}(\bar{B}_1, \bar{B}_2, \dots, \bar{B}_n) = \langle \frac{\sum_{j=1}^{n} \bar{\xi}_{\bar{B}_j}^{w_j}}{1 + \prod_{j=1}^{n} \bar{\xi}_{\bar{B}_j}^{w_j}},$$

$$\frac{\sum_{j=1}^{n} \bar{\varphi}_{\bar{B}_j}^{w_j}}{2 - \left[\sum_{j=1}^{n} \bar{\varphi}_{\bar{B}_j}^{w_j} - \prod_{k=1}^{n} \bar{\varphi}_{\bar{B}_j}^{w_j}\right]}, \frac{\sum_{j=1}^{n} \bar{\zeta}_{\bar{B}_j}^{w_j}}{2 - \left[\sum_{j=1}^{n} \bar{\zeta}_{\bar{B}_j}^{w_j} - \prod_{j=1}^{n} \bar{\zeta}_{\bar{B}_j}^{w_j}\right]} \rangle$$

şeklindedir.

Burada, n denge faktörü ve$\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)^T$'da$\omega_j \in [0,1]ve\sum_{j=1}^{n} \omega_j = 1$ olacak şekilde A_j'nin ağırlık vektörüdür.$\dot{B}_k = n\omega A_k$olmak üzere$\dot{B}_k$tek değerli neutrosophic kümesinin skor ve kesinlik fonksiyonu kullanılarak elde edilen ve $k \in \{1,2,\dots,n\}$için$\bar{B}_k = \langle \bar{\xi}_j, \bar{\varphi}_j, \bar{\zeta}_j \rangle$tek değerlineutrosophic kümelerinin k. en büyüğüdür.

İspat: Teorem3.2.2gibi ispatlanabilir.

Örnek 3.2.9:

$A_1 = \langle 0.2, 0.1, 0.3 \rangle$,$A_2 = \langle 0.8, 0.5, 0.9 \rangle$, $A_3 = \langle 0.2, 0.4, 0.5 \rangle$ ve $A_4 = \langle 0.3, 0.7, 0.2 \rangle$ tek değerli neutrosophic küme ve $w = (0.5, 0.2, 0.1, 0.2)^T$ operatörün ağırlık vektörü olsun. $j = 1,2,3,4$ için $\omega = (0.4, 0.1, 0.2, 0.3)^T$ A_j' nin ağırlık vektörü olsun. Verilen küme ailesinin ψ_{oao} operatörünü hesaplayalım.

$$\dot{B}_1 = 4 \times 0.4 A_1 = \langle 1 - (1 - 0.2)^{4\times0.4}, 0.1^{4\times0.4}, 0.3^{4\times0.4} \rangle = \langle 0.300, 0.025, 0.145 \rangle$$
$$\dot{B}_2 = 4 \times 0.1 A_2 = \langle 1 - (1 - 0.8)^{4\times0.1}, 0.5^{4\times0.1}, 0.9^{4\times0.1} \rangle = \langle 0.474, 0.757, 0.958 \rangle$$
$$\dot{B}_3 = 4 \times 0.2 A_3 = \langle 1 - (1 - 0.2)^{4\times0.2}, 0.4^{4\times0.2}, 0.5^{4\times0.2} \rangle = \langle 0.163, 0.480, 0.574 \rangle$$
$$\dot{B}_4 = 4 \times 0.3 A_4 = \langle 1 - (1 - 0.3)^{4\times0.3}, 0.7^{4\times0.3}, 0.2^{4\times0.3} \rangle = \langle 0.348, 0.651, 0.144 \rangle$$

$\dot{B}_k(k = 1, 2, 3, 4)$ tek değerli küme ailesinin skor fonksiyon değerlerini bulalım.

$$s(A_j) = \frac{T_{A_j} + 1 - I_{A_j} + 1 - F_{A_j}}{3}$$
$$s(\dot{B}_1) = \frac{(0.300 + 1 - 0.025 + 1 - 0.145)}{3} = 0.709$$
$$s(\dot{B}_2) = \frac{(0.474 + 1 - 0.757 + 1 - 0.958)}{3} = 0.252$$
$$s(\dot{B}_3) = \frac{(0.163 + 1 - 0.480 + 1 - 0.574)}{3} = 0.369$$

$$s(\dot{B}_4) = \frac{(0.348 + 1 - 0.651 + 1 - 0.144)}{3} = 0.517$$

$\dot{B}_1, \dot{B}_2, \dot{B}_3, \dot{B}_4$' ün skor fonksiyon değerlerine göre sıralaması

$$s(\dot{B}_1) > s(\dot{B}_4) > s(\dot{B}_3) > s(\dot{B}_2)$$

olduğundan

$$\bar{B}_1 = \dot{B}_1 = \langle 0.300, 0.025, 0.145\rangle$$
$$\bar{B}_2 = \dot{B}_4 = \langle 0.348, 0.651, 0.144\rangle$$
$$\bar{B}_3 = \dot{B}_3 = \langle 0.163, 0.480, 0.574\rangle$$
$$\bar{B}_4 = \dot{B}_2 = \langle 0.474, 0.757, 0.958\rangle$$

dır.

$$\psi_{hoa}(\bar{B}_1, \bar{B}_2, \dots, \bar{B}_n) = \langle \frac{\sum_{j=1}^{n} \xi_{\bar{B}_j}^{w_j}}{1 + \prod_{j=1}^{n} \xi_{\bar{B}_j}^{w_j}},$$

$$\frac{\sum_{j=1}^{n} \varphi_{\bar{B}_j}^{w_j}}{2 - \left[\sum_{j=1}^{n} \varphi_{\bar{B}_j}^{w_j} - \prod_{k=1}^{n} \varphi_{\bar{B}_j}^{w_j}\right]}, \frac{\sum_{j=1}^{n} \zeta_{\bar{B}_j}^{w_j}}{2 - \left[\sum_{j=1}^{n} \zeta_{\bar{B}_j}^{w_j} - \prod_{j=1}^{n} \zeta_{\bar{B}_j}^{w_j}\right]}\rangle$$

$$\psi_{hoa}(\bar{B}_1, \bar{B}_2, \bar{B}_3, \bar{B}_4) = \langle \frac{0.300^{0.5} + 0.348^{0.2} + 0.163^{0.1} + 0.474^{0.2}}{1 + 0.300^{0.5} \times 0.348^{0.2} \times 0.163^{0.1} \times 0.474^{0.2}},$$

$$\frac{0.025^{0.5} + 0.651^{0.2} + 0.480^{0.1} + 0.757^{0.2}}{2 - [(0.025^{0.5} + 0.651^{0.2} + 0.480^{0.1} + 0.757^{0.2}) - (0.025^{0.5} \times 0.651^{0.2} \times 0.480^{0.1} \times 0.757^{0.2})]},$$

$$\frac{0.145^{0.5} + 0.144^{0.2} + 0.574^{0.1} + 0.958^{0.2}}{2 - [(0.145^{0.5} + 0.144^{0.2} + 0.574^{0.1} + 0.958^{0.2}) - (0.145^{0.5} \times 0.144^{0.2} \times 0.574^{0.1} \times 0.958^{0.2})]}\rangle$$

$$= \langle 2.315, -3.582, -3.968\rangle$$

3.3Tek Değerli Neutrosophic Kümeler Üzerine Geometrik Operatörler

Tanım 3.3.1:

$A_j = \langle \xi_j, \varphi_j, \zeta_j \rangle (j = 1,2, \dots, n)$ tek değerli neutrosophic küme ailesi ve $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$, $w_j \in [0,1]$ ve $\sum_{j=1}^{n} w_j = 1$ olacak şekilde ağırlık vektörü olsun. O zaman, $\mho_{\text{go}}$ ile gösterilen tek değerli neutrosophic kümelerin geometrik operatörü,

$$\mho_{go} : \Lambda^n \rightarrow \Lambda \; \mho_{go}(A_1, A_2, \dots, A_n) = \prod_{j=1}^{n} A_j{}^{w_j}$$

ile tanımlanır.

Teorem 3.3.2:

$A_j = \langle \xi_j, \varphi_j, \zeta_j \rangle (j = 1,2, \dots, n)$ tek değerli neutrosophic küme ailesi ve $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$, $w_j \in [0,1]$ ve $\sum_{j=1}^{n} w_j = 1$ olacak şekilde ağırlık vektörü olsun. Daha sonra, $\mho_{go}$ ağırlaştırılmış geometrik operatörü

$$\mho_{go}(A_1, A_2, \dots, A_n)$$

$$= \langle \frac{\sum_{j=1}^{n} \xi_{A_j}^{w_j}}{2 - \left[\sum_{j=1}^{n} \xi_{A_j}^{w_j} - \prod_{j=1}^{n} \xi_{A_j}^{w_j}\right]}, \frac{\sum_{j=1}^{n} \varphi_{A_j}^{w_j}}{1 + \prod_{j=1}^{n} \varphi_{A_j}^{w_j}}, \frac{\sum_{j=1}^{n} \zeta_{A_j}^{w_j}}{1 + \prod_{j=1}^{n} \zeta_{A_j}^{w_j}} \rangle$$

şeklindedir.

İspat: Tümevarım yöntemiyle ispat edebiliriz.

$A_1 = \langle \xi_1, \varphi_1, \zeta_1 \rangle$ ve $A_2 = \langle \xi_2, \varphi_2, \zeta_2 \rangle$ tek değerli neutrosophic küme olsun.

$n = 2$ için

$$\mho_{go}(A_1, A_2) = \langle \frac{\sum_{j=1}^{2} \xi_{A_j}^{w_j}}{2 - \left[\sum_{j=1}^{2} \xi_{A_j}^{w_j} - \prod_{j=1}^{2} \xi_{A_j}^{w_j}\right]}, \frac{\sum_{j=1}^{2} \varphi_{A_j}^{w_j}}{1 + \prod_{j=1}^{2} \varphi_{A_j}^{w_j}}, \frac{\sum_{j=1}^{2} \zeta_{A_j}^{w_j}}{1 + \prod_{j=1}^{2} \zeta_{A_j}^{w_j}} \rangle$$

$$= \frac{\xi_{A_1}^{w_1} + \xi_{A_2}^{w_2}}{2 - \left[\xi_{A_1}^{w_1} + \xi_{A_2}^{w_2} - \xi_{A_1}^{w_1} . \xi_{A_2}^{w_2}\right]}, \frac{\varphi_{A_1}^{w_1} + \varphi_{A_2}^{w_2}}{1 + \varphi_{A_1}^{w_1} . \varphi_{A_2}^{w_2}}, \frac{\zeta_{A_1}^{w_1} + \zeta_{A_2}^{w_2}}{1 + \zeta_{A_1}^{w_1} . \zeta_{A_2}^{w_2}}$$

$n = k$ için

$$\mho_{go}(A_1, A_2, \dots, A_k) = \langle \frac{\sum_{j=1}^{k} \xi_{A_j}^{w_j}}{2 - \left[\sum_{j=1}^{k} \xi_{A_j}^{w_j} - \prod_{j=1}^{k} \xi_{A_j}^{w_j}\right]}, \frac{\sum_{j=1}^{k} \varphi_{A_j}^{w_j}}{1 + \prod_{j=1}^{k} \varphi_{A_j}^{w_j}}, \frac{\sum_{j=1}^{k} \zeta_{A_j}^{w_j}}{1 + \prod_{i=1}^{k} \zeta_{A_j}^{w_j}} \rangle$$

$n = k + 2$ için

$\mho_{go}(A_1, A_2, \ldots, A_k, A_{k+1}, A_{k+2}) =$

$$\langle \frac{\left(\sum_{j=1}^{k} \xi_{A_j}^{w_j}\right) + \xi_{A_{k+1}}^{w_{k+1}} + \xi_{A_{k+2}}^{w_{k+2}}}{2 - \left[\left(\sum_{j=1}^{k} \xi_{A_j}^{w_j}\right) + \xi_{A_{k+1}}^{w_{k+1}} + \xi_{A_{k+2}}^{w_{k+2}} - \left(\prod_{j=1}^{k} \xi_{A_j}^{w_j}\right) \times \xi_{A_{k+1}}^{w_{k+1}} \times \xi_{A_{k+2}}^{w_{k+2}}\right]},$$

$$\frac{\left(\sum_{j=1}^{k} \varphi_{A_j}^{w_j}\right) + \varphi_{A_{k+1}}^{w_{k+1}} + \varphi_{A_{k+2}}^{w_{k+2}}}{1 + \left(\prod_{j=1}^{k} \varphi_{A_j}^{w_j}\right) + \varphi_{A_{k+1}}^{w_{k+1}} + \varphi_{A_{k+2}}^{w_{k+2}}}, \frac{\left(\sum_{j=1}^{k} \zeta_{A_j}^{w_j}\right) + \zeta_{A_{k+1}}^{w_{k+1}} + \zeta_{A_{k+2}}^{w_{k+2}}}{1 + \left(\prod_{j=1}^{k} \zeta_{A_j}^{w_j}\right) + \zeta_{A_{k+1}}^{w_{k+1}} + \zeta_{A_{k+2}}^{w_{k+2}}}\rangle$$

$$\mho_{go}(A_1, A_2, \ldots, A_k, A_{k+1}, A_{k+2}) = \langle \frac{\sum_{j=1}^{k+2} \xi_{A_j}^{w_j}}{2 - \left[\sum_{j=1}^{k+2} \xi_{A_j}^{w_j} - \prod_{j=1}^{k+2} \xi_{A_j}^{w_j}\right]},$$

$$\frac{\sum_{j=1}^{k+2} \varphi_{A_j}^{w_j}}{1 + \prod_{j=1}^{k+2} \varphi_{A_j}^{w_j}}, \frac{\sum_{j=1}^{k+2} \zeta_{A_j}^{w_j}}{1 + \prod_{j=1}^{k+2} \zeta_{A_j}^{w_j}}\rangle$$

Örnek 3.3.3:

$A_1 = \langle 0.4, 0.5, 0.6\rangle, A_2 = \langle 0.8, 0.9, 0.3\rangle, A_3 = \langle 0.8, 0.5, 0.3\rangle$ ve $A_4 = \langle 0.7, 0.6, 0.5\rangle$ tek değerli neutrosophic küme ve $w = (0.1, 0.5, 0.2, 0.2)^T$ ağırlık vektörü olsun. O zaman $\mho_{go}$ operatörünü hesaplayalım.

$$\mho_{go}(A_1, A_2, \ldots, A_n) = \langle \frac{\sum_{j=1}^{n} \xi_{A_j}^{w_j}}{2 - \left[\sum_{j=1}^{n} \xi_{A_j}^{w_j} - \prod_{j=1}^{n} \xi_{A_j}^{w_j}\right]}, \frac{\sum_{j=1}^{n} \varphi_{A_j}^{w_j}}{1 + \prod_{j=1}^{n} \varphi_{A_j}^{w_j}}, \frac{\sum_{j=1}^{n} \zeta_{A_j}^{w_j}}{1 + \prod_{j=1}^{n} \zeta_{A_j}^{w_j}}\rangle$$

$$= \langle \frac{0.4^{0.1} + 0.8^{0.5} + 0.8^{0.2} + 0.7^{0.2}}{2 - [(0.4^{0.1} + 0.8^{0.5} + 0.8^{0.2} + 0.7^{0.2}) - (0.4^{0.1} \times 0.8^{0.5} \times 0.8^{0.2} \times 0.7^{0.2})]},$$

$$\frac{0.5^{0.1} + 0.9^{0.5} + 0.5^{0.2} + 0.6^{0.2}}{1 + 0.5^{0.1} \times 0.9^{0.5} \times 0.5^{0.2} \times 0.6^{0.2}}, \frac{0.6^{0.1} + 0.3^{0.5} + 0.3^{0.2} + 0.5^{0.2}}{1 + 0.6^{0.1} \times 0.3^{0.5} \times 0.3^{0.2} \times 0.5^{0.2}}\rangle$$

$$= \langle -3.818, 2.155, 2.326\rangle$$

Tanım 3.3.4:

$A_j = \langle \xi_j, \varphi_j, \zeta_j\rangle$ $(j = 1,2, \ldots, n)$ tek değerli neutrosophic küme ailesi ve $w = (w_1, w_2, \ldots, w_n)^T$, $w_j \in [0,1]$ ve $\sum_{j=1}^{n} w_j = 1$ olacak şekilde ağırlık vektörü olsun. O zaman, $\mho_{ogo}$ ile gösterilen tek değerli neutrosophic kümelerin sıralı ağırlaştırılmış geometrik operatörü

$$\mho_{ogo} : \Lambda^n \rightarrow \Lambda \ \mho_{ogo}(A_1, A_2, \ldots, A_n) = \prod_{j=1}^{n} B_j^{\ w_j}$$

ile tanımlanır.

Burada $B_j = \langle \tilde{\xi}_j, \tilde{\varphi}_j, \tilde{\zeta}_j \rangle (j = 1,2,\ldots,n)$ tek değerli neutrosophic küme ailesi, $A_j\ (j = 1,2,\ldots,n)$ tek değerli neutrosophic küme ailesinin skor ve kesinlik fonksiyonları kullanılarak elde edilen ve $k \in \{1,2,\ldots,n\}$ için k. en büyüğüdür.

$$\mho_{ogo}(B_1, B_2, \ldots, B_n) = \langle \frac{\sum_{j=1}^{n} \tilde{\xi}_{B_j}^{w_j}}{2 - \left[\sum_{j=1}^{n} \tilde{\xi}_{B_j}^{w_j} - \prod_{j=1}^{n} \tilde{\xi}_{B_j}^{w_j}\right]}, \frac{\sum_{j=1}^{n} \tilde{\varphi}_{B_j}^{w_j}}{1 + \prod_{j=1}^{n} \tilde{\varphi}_{B_j}^{w_j}}, \frac{\sum_{j=1}^{n} \tilde{\zeta}_{B_j}^{w_j}}{1 + \prod_{j=1}^{n} \tilde{\zeta}_{B_j}^{w_j}} \rangle$$

Teorem 3.3.5:

$(j = 1,2,\ldots,n)$ için $A_j = \langle \xi_j, \varphi_j, \zeta_j \rangle$ tek değerli neutrosophic küme ailesi ve$w = (w_1, w_2, \ldots, w_n)^T$, $w_j \in [0,1]$ ve $\sum_{j=1}^{n} w_j = 1$ olacak şekilde ağırlık vektörü olsun. O zaman, $\mho_{ogo}$ sıralı ağırlaştırılmış geometrik operatörü

$$\mho_{ogo} : \Lambda^n \rightarrow \Lambda$$

$$\mho_{ogo}(B_1, B_2, \ldots, B_n) = \langle \frac{\sum_{j=1}^{n} \tilde{\xi}_{B_j}^{w_j}}{2 - \left[\sum_{j=1}^{n} \tilde{\xi}_{B_j}^{w_j} - \prod_{j=1}^{n} \tilde{\xi}_{B_j}^{w_j}\right]}, \frac{\sum_{j=1}^{n} \tilde{\varphi}_{B_j}^{w_j}}{1 + \prod_{j=1}^{n} \tilde{\varphi}_{B_j}^{w_j}}, \frac{\sum_{j=1}^{n} \tilde{\zeta}_{B_j}^{w_j}}{1 + \prod_{j=1}^{n} \tilde{\zeta}_{B_j}^{w_j}} \rangle$$

dir.

Burada $B_j = \langle \tilde{\xi}_j, \tilde{\varphi}_j, \tilde{\zeta}_j \rangle (j = 1,2,\ldots,n)$ tek değerli neutrosophic küme ailesi, $A_j\ (j = 1,2,\ldots,n)$ tek değerli neutrosophic küme ailesinin skor ve kesinlik fonksiyonları kullanılarak elde edilen ve $k \in \{1,2,\ldots,n\}$ için k. en büyüğüdür.

İspat: Teorem 3.3.2 gibi ispatlanabilir.

Örnek 3.3.6:

$A_1 = \langle 0.2, 0.4, 0.3\rangle, A_2 = \langle 0.7, 0.2, 0.9\rangle, A_3 = \langle 0.5, 0.4, 0.7\rangle$ ve $A_4 = \langle 0.6, 0.4, 0.5\rangle$ tek değerli neutrosophic küme ve $w = (0.6, 0.1, 0.1, 0.2)^T$ ağırlık vektörü olsun. Daha sonra $\mho_{ogo}$ operatörünü hesaplayalım.

$$s(A_j) = \frac{T_{A_j} + 1 - I_{A_j} + 1 - F_{A_j}}{3}$$

$$s(\mathrm{A}_1) = \frac{(0.2 + 1 - 0.4 + 1 - 0.3)}{3} = 0.5$$

$$s(\mathrm{A}_2) = \frac{(0.7 + 1 - 0.2 + 1 - 0.9)}{3} = 0.533$$

$$s(\mathrm{A}_3) = \frac{(0.5 + 1 - 0.4 + 1 - 0.7)}{3} = 0.466$$

$$s(\mathrm{A}_4) = \frac{(0.6 + 1 - 0.4 + 1 - 0.5)}{3} = 0.566$$

Yukarıdaki skor fonksiyonu sıralamasına göre

$$s(\mathrm{A}_4) > s(\mathrm{A}_2) > s(\mathrm{A}_1) > s(\mathrm{A}_3)$$

olduğundan

$$\mathrm{B}_1 = \mathrm{A}_3 = \langle 0.5\,, 0.4\,, 0.7\rangle$$

$$\mathrm{B}_2 = \mathrm{A}_4 = \langle 0.6\,, 0.4\,, 0.5\rangle$$

$$\mathrm{B}_3 = \mathrm{A}_1 = \langle 0.2\,, 0.4\,, 0.3\rangle$$

$$\mathrm{B}_4 = \mathrm{A}_2 = \langle 0.7\,, 0.2\,, 0.9\rangle$$

dir.

$$\mho_{ogo}(B_1, B_2, \dots, B_n) = \langle \frac{\sum_{j=1}^{n} \tilde{\xi}_{B_j}^{w_j}}{2 - \left[\sum_{j=1}^{n} \tilde{\xi}_{B_j}^{w_j} - \prod_{j=1}^{n} \tilde{\xi}_{B_j}^{w_j}\right]}, \frac{\sum_{j=1}^{n} \tilde{\varphi}_{B_j}^{w_j}}{1 + \prod_{j=1}^{n} \tilde{\varphi}_{B_j}^{w_j}}, \frac{\sum_{j=1}^{n} \tilde{\zeta}_{B_j}^{w_j}}{1 + \prod_{j=1}^{n} \tilde{\zeta}_{B_j}^{w_j}} \rangle$$

$$= \langle \frac{0.5^{0.6} + 0.6^{0.1} + 0.2^{0.1} + 0.7^{0.2}}{2 - [(0.5^{0.6} + 0.6^{0.1} + 0.2^{0.1} + 0.7^{0.2}) - (0.5^{0.6} \times 0.6^{0.1} \times 0.2^{0.1} \times 0.7^{0.2})]},$$

$$\frac{0.4^{0.6} + 0.4^{0.1} + 0.4^{0.1} + 0.2^{0.2}}{1 + 0.4^{0.6} \times 0.4^{0.1} \times 0.4^{0.1} \times 0.2^{0.2}}, \frac{0.7^{0.6} + 0.5^{0.1} + 0.3^{0.1} + 0.9^{0.2}}{1 + 0.7^{0.6} \times 0.5^{0.1} \times 0.3^{0.1} \times 0.9^{0.2}} \rangle$$

$$= \langle -3.818, 2.310, 2.252\rangle$$

Tanım 3.3.7:

$A_j = \langle \xi_j, \varphi_j, \zeta_j \rangle (j = 1,2,\dots,n)$ tek değerli neutrosophic küme ailesi ve $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)^{T'}$de $w_j \in [0,1]$ ve $\sum_{j=1}^{n} w_j = 1$ olacak şekilde operatörün ağırlaştırılmış vektörü olsun. O zaman $\mho_{hog}$ ile gösterilen tek değerli neutrosophic kümelerin sıralı hibrit ağırlıklı geometrik operatörü

$$\mho_{hog} : \Lambda^n \rightarrow \Lambda \, \mho_{hog}(A_1, A_2, \dots, A_n) = \prod_{j=1}^{n} \bar{B}_j^{\,w_j}$$

ile tanımlanır.

Burada, n denge faktörü ve $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)^T$ 'da $\omega_j \in [0,1]$ ve $\sum_{j=1}^{n} \omega_j = 1$ olacak şekilde A_j'nin ağırlık vektörüdür. $\dot{B}_j = n\omega A_j$ olmak üzere $\bar{B}_j = \langle \bar{\xi}_j, \bar{\varphi}_j, \bar{\zeta}_j \rangle$ tek değerli neutrosophic kümesinin skor ve kesinlik fonksiyonu kullanılarak elde edilen ve $k \in \{1,2,\dots,n\}$ için $\dot{B}_j (j = 1,2,\dots,n)$ tek değerli neutrosophic kümesinin k. en büyüğüdür.

Teorem 3.3.8:

$A_j = \langle \xi_j, \varphi_j, \zeta_j \rangle (j = 1,2,\dots,n)$ tek değerli neutrosophic küme ve $(w_1, w_2, \dots, w_n)^{T'}$ de $w_j \in [0,1]$ ve $\sum_{j=1}^{n} w_j = 1$ olacak şekilde operatörün ağırlaştırılmış vektörü olsun. O zaman $\mho_{hog}$ sıralı hibrit ağırlıklı aritmetik operatör

$$\mho_{hog} : \Lambda^n \rightarrow \Lambda$$

$$\mho_{hog}(\bar{B}_1, \bar{B}_2, \dots, \bar{B}_n) = \langle \frac{\sum_{j=1}^{n} \xi_{\bar{B}_j}^{w_j}}{2 - \left[\sum_{j=1}^{n} \xi_{\bar{B}_j}^{w_j} - \prod_{j=1}^{n} \xi_{\bar{B}_j}^{w_j} \right]}, \frac{\sum_{k=1}^{n} \bar{\varphi}_{\bar{B}_j}^{w_j}}{1 + \prod_{k=1}^{n} \bar{\varphi}_{\bar{B}_j}^{w_j}}, \frac{\sum_{k=1}^{n} \bar{\zeta}_{\bar{B}_j}^{w_j}}{1 + \prod_{k=1}^{n} \bar{\zeta}_{\bar{B}_j}^{w_j}} \rangle$$

dır.

Burada, n denge faktörü ve $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)^T$ 'da $\omega_j \in [0,1]$ ve $\sum_{j=1}^{n} w_j = 1$ olacak şekilde A_j 'nin ağırlık vektörüdür. $\dot{B}_j = nwA_j$ olmak üzere $\bar{B}_j = \langle \bar{\xi}_j, \bar{\varphi}_j, \bar{\zeta}_j \rangle$ tek değerli neutrosophic kümesinin skor ve kesinlik fonksiyonu kullanılarak elde edilen ve $k \in \{1,2,\dots,n\}$ için $\dot{B}_j (j = 1,2,\dots,n)$ tek değerli neutrosophic kümesinin k. en büyüğüdür.

İspat: Teorem 3.3.2 gibi ispatlanabilir.

Örnek 3.3.9:

$A_1 = \langle 0.2, 0.7, 0.6\rangle$, $A_2 = \langle 0.3, 0.5, 0.8\rangle$, $A_3 = \langle 0.2, 0.9, 0.6\rangle$ ve $A_4 = \langle 0.2, 0.2, 0.4\rangle$ tek değerli neutrosophic küme ve $w = (0.1, 0.5, 0.1, 0.3)^T$ operatörünün ağırlık vektörü olsun. $j = 1,2,3,4$ için $\omega = (0.4, 0.2, 0.2, 0.2)^T$

A_j ' nin ağırlık vektörü olsun. Verilen küme ailesinin $\mho_{hog}$ operatörünü hesaplayalım.

$$\dot{B}_1 = 4 \times 0.4A_1 = \langle 1-(1-0.2)^{4\times0.4}, 0.7^{4\times0.4}, 0.6^{4\times0.4}\rangle = \langle 0.300, 0.565, 0.441\rangle$$
$$\dot{B}_2 = 4 \times 0.2A_2 = \langle 1-(1-0.3)^{4\times0.2}, 0.5^{4\times0.2}, 0.8^{4\times0.2}\rangle = \langle 0.248, 0.574, 0.836\rangle$$
$$\dot{B}_3 = 4 \times 0.2A_3 = \langle 1-(1-0.2)^{4\times0.2}, 0.9^{4\times0.2}, 0.6^{4\times0.2}\rangle = \langle 0.163, 0.919, 0.664\rangle$$
$$\dot{B}_4 = 4 \times 0.2A_4 = \langle 1-(1-0.2)^{4\times0.2}, 0.2^{4\times0.2}, 0.4^{4\times0.2}\rangle = \langle 0.163, 0.275, 0.480\rangle$$

$\dot{B}_J(j = 1, 2, 3, 4)$ tek değerli neutrosophic kümelerinin skor fonksiyon değerlerini hesaplayalım.

$$s(A_j) = \frac{T_{A_j} + 1 - I_{A_j} + 1 - F_{A_j}}{3} (j = 1, 2, 3, 4)$$
$$s(\dot{B}_1) = \frac{(0.300 + 1 - 0.565 + 1 - 0.441)}{3} = 0.431$$
$$s(\dot{B}_2) = \frac{(0.248 + 1 - 0.574 + 1 - 0.836)}{3} = 0.279$$
$$s(\dot{B}_3) = \frac{(0.163 + 1 - 0.919 + 1 - 0.664)}{3} = 0.193$$
$$s(\dot{B}_4) = \frac{(0.163 + 1 - 0.275 + 1 - 0.480)}{3} = 0.469$$

Yukarıdaki skor fonksiyonu sıralamasına göre

$$s(\dot{B}_4) > s(\dot{B}_1) > s(\dot{B}_2) > s(\dot{B}_3)$$

olduğundan

$$\bar{B}_1 = \dot{B}_4 = \langle 0.163, 0.275, 0.480\rangle$$
$$\bar{B}_2 = \dot{B}_1 = \langle 0.300, 0.565, 0.441\rangle$$
$$\bar{B}_3 = \dot{B}_2 = \langle 0.248, 0.574, 0.836\rangle$$
$$\bar{B}_4 = \dot{B}_3 = \langle 0.163, 0.919, 0.664\rangle$$

dır.

$$\mho_{hog}(\bar{B}_1, \bar{B}_2, \dots, \bar{B}_n) = \langle \frac{\sum_{j=1}^{n} \xi_{\bar{B}_j}^{w_j}}{2 - \left[\sum_{j=1}^{n} \bar{\xi}_{\bar{B}_j}^{w_j} - \prod_{j=1}^{n} \bar{\xi}_{\bar{B}_j}^{w_j}\right]}, \frac{\sum_{k=1}^{n} \bar{\varphi}_{\bar{B}_j}^{w_j}}{1 + \prod_{k=1}^{n} \bar{\varphi}_{\bar{B}_j}^{w_j}}, \frac{\sum_{k=1}^{n} \bar{\zeta}_{\bar{B}_j}^{w_j}}{1 + \prod_{k=1}^{n} \bar{\zeta}_{\bar{B}_j}^{w_j}}\rangle$$

$\mho_{hog}(\bar{B}_1, \bar{B}_2, \bar{B}_3, \bar{B}_4) =$

$$\langle \frac{0.1\ 63^{0.1} + 0.300^{0.5} + 0.248^{0.1} + 0.163^{0.3}}{2 - [(0.163^{0.1} + 0.300^{0.5} + 0.248^{0.1} + 0.163^{0.3}) - (0.163^{0.1} \times 0.300^{0.5} \times 0.248^{0.1} \times 0.163^{0.3})]},$$

$$\frac{0.275^{0.1} + 0.565^{0.5} + 0.574^{0.1} + 0.919^{0.3}}{1 + 0.275^{0.1} \times 0.565^{0.5} \times 0.574^{0.1} \times 0.919^{0.3}}, \frac{0.480^{0.1} + 0.441^{0.5} + 0.836^{0.1} + 0.664^{0.3}}{1 + 0.480^{0.1} \times 0.441^{0.5} \times 0.836^{0.1} \times 0.664^{0.3}} \rangle$$

$= \langle -4.705, 2.206, 2.252 \rangle$

BÖLÜM 4

UYGULAMALAR

4.1 Yamuksal Sezgisel Bulanık Sayılarda Benzerlik Ölçüleri

Tanım 4.1.1:
$U = (u_1, u_2, \dots, u_m)$seçeneklerin kümesi $P = (p_1, p_2, \dots, p_n)$ kriterlerin kümesi$w = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$ 'de $w_j \geq 0$ ve $\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$ olacak şekilde p_j $(j = 1,2 \dots, n)$ için ağırlık vektörü ve $k_{ij} = \langle (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij,} d_{ij}); \mu_{aij}, \nu_{aij} \rangle (i = 1,2 \dots, m)(j = 1,2 \dots, n)$ olmak üzere alternatiflerin değerlendirmesi için oluşturulan $[A_{ij}]_{mxn}$ matrisine yamuksal sezgisel bulanık sayılar için karar verme matrisi denir ve

$$[A_{ij}]_{m\times n} = \begin{array}{c} \\ u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} p_1 & p_2 & \dots & p_n \end{array} \\ \begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} & \dots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & \dots & k_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ k_{m1} & k_{m2} & \dots & k_{mn} \end{pmatrix} \end{array}$$

şeklinde gösterilir.

r^+ yamuksal sezgisel bulanık sayılar için $[A_{ij}]_{m\times n}$ karar verme matrisinin pozitif ideal çözümüdür ve

$$r^+ = \langle (1, 1, 1, 1); 1, 0 \rangle$$

şeklinde gösterilir.

r^- yamuksal sezgisel bulanık sayılar için $[A_{ij}]_{m\times n}$ karar verme matrisinin negatif ideal çözümüdür ve

$$r^- = \langle (0, 0, 0, 0); 0, 1 \rangle$$

şeklinde gösterilir.

Algoritma:

1. Adım: Karar için $[A_{ij}]_{m\times n}$ karar verme matrisi oluşturulur.

2.Adım: Sezgisel bulanık sayıların pozitif ideal çözümü olan r^+ ile $u_i = \langle (a_i, b_i, c_i, d_i); \mu_{a_i}, \nu_{a_i} \rangle (i = 1,2 \dots, m)$ arasında Jaccard benzerlik ölçüsü hesaplanır.

3. Adım: Sezgisel bulanık sayıların pozitif ideal çözümü olan r^+ ile $u_i = \langle (a_i, b_i, c_i, d_i); \mu_{a_i}, \nu_{a_i} \rangle (i = 1,2 \dots, m)$ arasında Dice benzerlik ölçüsü hesaplanır.

4. Adım: Sezgisel bulanık sayıların pozitif ideal çözümü olan r^+ ile $u_i = \langle (a_i, b_i, c_i, d_i); \mu_{a_i}, \nu_{a_i} \rangle (i = 1,2 \dots, m)$ arasında Cosine benzerlik ölçüsü hesaplanır.

5. Adım: $S_i = J_w(r^+, u_i), D(r^+, u_i), C(r^+, u_i) (i = 1,2 \dots, m)$ değerleri arasında karşılaştırma yapar. Yani Jaccard benzerlik ölçüsü, Dice benzerlik ölçüsü ve Cosine benzerlik ölçüsü arasında karşılaştırma yapar ve en iyi seçenek belirlenir.

Örnek 4.1.2: Araba almak isteyen birisi $u_1 =$ A marka araba$u_2 =$ B marka araba $u_3 =$ C marka araba $u_4 =$ D marka araba olmak üzere dört farklı alternatiften birini satın almak istemektedir. En iyi marka arabayı belirlemek için bu alternetifleri $a_1 =$ konfor, $a_2 =$ fiyat, $a_3 =$hız kriterlerine göre değerlendirecektir. Bunun için dört alternatif değerlendirildi ve değerlendirme sonuçları Tablo 1' de gösterilmiştir.

1. Adım: Karar verici 4 araba markasını belirlenen kriterlere göre değerlendirdi ve değerlendirme sonuçları Tablo 1' de gösterilmiştir.

Tablo 1.Araba almak isteyen kişinin karar verme matrisi

	a_1	a_2	a_3
u_1	$\langle (0.3, 0.5, 0.7, 0.9); 0.4, 0.5 \rangle$	$\langle (0.6, 0.7, 0.8, 0.9); 0.2, 0.4 \rangle$	$\langle (0.1, 0.3, 0.5, 0.8); 0.2, 0.9 \rangle$
u_2	$\langle (0.2, 0.3, 0.4,0.5); 0.8,0.1 \rangle$	$\langle (0.5, 0.6, 0.8, 0.9); 0.1, 0.9 \rangle$	$\langle (0.2, 0.5, 0.8, 0.9); 0.3, 0.7 \rangle$
u_3	$\langle (0.1, 0.5, 0.6, 0.7); 0.2, 0.6 \rangle$	$\langle (0.4, 0.6, 0.7, 0.9); 0.2, 0.4 \rangle$	$\langle (0.5, 0.4, 0.7, 0.8); 0.5, 0.1 \rangle$
u_4	$\langle (0.3, 0.4, 0.6, 0.8); 0.6, 0.3 \rangle$	$\langle (0.2, 0.3, 0.7, 0.8); 0.8, 0.3 \rangle$	$\langle (0.1, 0.5, 0.6, 0.8); 0.2, 0.3 \rangle$

2. Adım: Jaccard,benzerlik ölçüleri $S_i = J(r^+, u_i)$ hesaplanır.

$$J(\bar{A}, \bar{B}) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} \left(1 - \frac{\sum_{i=1}^{4} |a_i - b_i|}{4} \right)$$

$$\times \frac{\mu_{\bar{A}}(x_j).\mu_{\bar{B}}(x_j) + \nu_{\bar{A}}(x_j).\nu_{\bar{B}}(x_j)}{\left(\mu_{\bar{A}}{}^2(x_j) + \nu_{\bar{A}}{}^2(x_j)\right) + \left(\mu_{\bar{B}}{}^2(x_j) + \nu_{\bar{B}}{}^2(x_j)\right) - \left(\mu_{\bar{A}}(x_j).\mu_{\bar{B}}(x_j) + \nu_{\bar{A}}(x_j).\nu_{\bar{B}}(x_j)\right)}$$

$$J(r^+, u_{11}) = \left(1 - \frac{|1-0{,}3| + |1-0{,}5| + |1-0{,}7| + |1-0{,}9|}{4}\right) \times \frac{1.0{,}4 + 0.0{,}5}{(1^2 + 0^2) + (0{,}4^2 + 0{,}5^2) - (1.0{,}4 + 0.0{,}5)}$$

$$J(r^+, u_{11}) = 0{,}2376$$

$$J(r^+, u_{12}) = \left(1 - \frac{|1-0{,}6| + |1-0{,}7| + |1-0{,}8| + |1-0{,}9|}{4}\right) \times \frac{1.0{,}2 + 0.0{,}4}{(1^2 + 0^2) + (0{,}2^2 + 0{,}4^2) - (1.0{,}2 + 0.0{,}4)}$$

$$J(r^+, u_{12}) = 0{,}15$$

$$J(r^+, u_{13}) = \left(1 - \frac{|1-0{,}1| + |1-0{,}3| + |1-0{,}5| + |1-0{,}8|}{4}\right) \times \frac{1.0{,}2 + 0.0{,}9}{(1^2 + 0^2) + (0{,}2^2 + 0{,}9^2) - (1.0{,}2 + 0.0{,}9)}$$

$$J(r^+, u_{13}) = 0{,}0515$$

$$J(r^+, u_1) = \frac{J(r^+, u_{11}) + J(r^+, u_{12}) + J(r^+, u_{13})}{3} = \frac{0{,}2376 + 0{,}15 + 0{,}0515}{3}$$

$$= 0{,}1463$$

u_2, u_3, u_4 kriterleri de benzer şekilde değerlendirilir.

3. Adım: Dice benzerlik ölçüleri $S_i = D(r^+, u_i)$ hesaplanır.

$$D(\bar{A}, \bar{B}) = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{1}{1 + d\,(A, B)} \times \frac{2.\left(\mu_{\bar{A}}(x_j).\mu_{\bar{B}}(x_j) + \nu_{\bar{A}}(x_j).\nu_{\bar{B}}(x_j)\right)}{\left(\mu_{\bar{A}}{}^2(x_j) + \nu_{\bar{A}}{}^2(x_j)\right) + \left(\mu_{\bar{B}}{}^2(x_j) + \nu_{\bar{B}}{}^2(x_j)\right)}\right)$$

$$d(A,\ B) = |P(A) - P(B)|$$

$$P(A) = \frac{a_1 + 2a_2 + 2\,a_3 + a_4}{6}, P\,(B) = \frac{b_1 + 2b_2 + 2\,b_3 + b_4}{6}$$

$$D(r^+, u_{11}) = \frac{1}{1 + \left|\frac{1+2.1+2.1+1}{6} - \frac{0,3+2.0,5+2.0,7+0,9}{6}\right|} \times \frac{2.\ (1.0,4 + 0.0,5)}{(1^2 + 0^2) + (0,4^2 + 0,5^2)}$$
$$= 0,4052$$

$$D(r^+, u_{12}) = \frac{1}{1 + \left|\frac{1+2.1+2.1+1}{6} - \frac{0,6+2.0,7+2.0,8+0,9}{6}\right|} \times \frac{2.\ (1.0,2 + 0.0,4)}{(1^2 + 0^2) + (0,2^2 + 0,4^2)}$$

$$= 0,2666$$

$$D(r^+, u_{13}) = \frac{1}{1 + \left|\frac{1+2.1+2.1+1}{6} - \frac{0,1+2.0,3+2.0,5+0,8}{6}\right|} \times \frac{2.\ (1.0,2 + 0.0,9)}{(1^2 + 0^2) + (0,2^2 + 0,9^2)}$$
$$= 0,1365$$

$$D(r^+, u_1) = \frac{D(r^+, u_{11}) + D(r^+, u_{12}) + D(r^+, u_{13})}{3} = \frac{0,4052 + 0,2666 + 0,1365}{3} = 0,2694$$

u_2, u_3, u_4 kriterleri de benzer şekilde değerlendirilir.

4. Adım: Cosine benzerlik ölçüleri $S_i = C(r^+, u_i)$ hesaplanır.

$$C(\bar{A},\bar{B}) = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\sum_{i=1}^{4} a_i \ . b_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^{4}(a_i)^2} \ . \ \sqrt{\sum_{i=1}^{4}(b_i)^2}} \times \frac{min\left(\mu_{\bar{A}}(x_j)\ ,\ \mu_{\bar{B}}(x_j)\right) + \ max\left(v_{\bar{A}}(x_j)\ ,\ v_{\bar{B}}(x_j)\right)}{max\left(\mu_{\bar{A}}(x_j)\ ,\ \mu_{\bar{B}}(x_j)\right) + min\left(v_{\bar{A}}(x_j)\ ,\ v_{\bar{B}}(x_j)\right)}\right)$$

$$C(r^+, u_{11}) = \left(\frac{(1.0{,}3 + 1.0{,}5 + 1.0{,}7 + 1.0{,}9)}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2 + \ 1^2} \ . \ \sqrt{(0{,}3)^2 + (0{,}5)^2 + (0{,}7)^2 + \ (0{,}9)^2}} \times \frac{(0{,}4 + 0{,}5)}{(1 + 0)}\right)$$

$= 0{,}8433$.

$$C(r^+, u_{12}) = \left(\frac{(1.0{,}6 + 1.0{,}7 + 1.0{,}8 + 1.0{,}9)}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2 + \ 1^2} \ . \ \sqrt{(0{,}6)^2 + (0{,}7)^2 + (0{,}8)^2 + \ (0{,}9)^2}} \times \frac{(0{,}2 + 0{,}4)}{(1 + 0)}\right)$$

$= 0{,}5934$.

$$C(r^+, u_{13}) = \left(\frac{(1.0{,}1 + 1.0{,}3 + 1.0{,}5 + 1.0{,}8)}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2 + \ 1^2} \ . \ \sqrt{(0{,}1)^2 + (0{,}3)^2 + (0{,}5)^2 + \ (0{,}8)^2}} \times \frac{(0{,}2 + 0{,}9)}{(1 + 0)}\right)$$

$= 0{,}9397$.

$$\begin{aligned} C(r^+, u_1) &= \frac{C(r^+, u_{11}) + C(r^+, u_{12}) + C(r^+, u_{13})}{3} \\ &= \frac{0{,}8433 + 0{,}5934 + 0{,}9397}{3} \\ &= 0{,}7921 \end{aligned}$$

u_2, u_3, u_4 kriterleri de benzer şekilde değerlendirilir.

5. Adım: Tablo 2 den de görüldüğü gibi en iyi alternatif u_1 olarak belirlenmiştir.

Tablo 2. Jaccard, Dice, Cosine benzerlik ölçüleri sıralama sonuçları

$J(r^+, u_i)$ Önerilen metot	$J(r^+, u_1) = 0.1463$	Sıralama
	$J(r^+, u_2) = 0.1702$	$u_1 > u_2 > u_3 > u_4$
	$J(r^+, u_3) = 0.2013$	
	$J(r^+, u_4) = 0.3027$	En iyi: u_1
$D(r^+, u_i)$ Önerilen metot	$D(r^+, u_1) = 0.2694$	
	$D(r^+, u_2) = 0.3155$	$u_1 > u_2 > u_3 > u_4$
	$D(r^+, u_3) = 0.3325$	
	$D(r^+, u_4) = 0.4710$	En iyi: u_1
$C(r^+, u_i)$ Önerilen metot	$C(r^+, u_1) = 0.7921$	
	$C(r^+, u_2) = 0.9141$	$u_3 > u_4 > u_1 > u_2$
	$C(r^+, u_3) = 0.6265$	
	$C(r^+, u_4) = 0.7568$	En iyi: u_3

4.2 Tek Değerli Neutrosophic Kümelerde Aritmetik Operatörler İle Çok Kriterli Karar Verme Metodu

Tanım 4.2.1:
$X = (x_1, x_2, \dots, x_m)$ seçeneklerin kümesi, $U = (u_1, u_2, \dots, u_n)$ kriterlerin kümesi olsun. $a_{ij} = \langle \xi_{ij},\ \varphi_{ij},\ \zeta_{ij} \rangle (i = 1,2, \dots, m)(j = 1, 2, \dots, n)$ olmak üzere

$$[A_{ij}]_{m\times n} = \begin{array}{c c} & \begin{array}{cccc} u_1 & u_2 & \dots & u_n \end{array} \\ \begin{array}{c} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{array} & \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix} \end{array}$$

şeklinde verilen matrise karar vericinin çok kriterli karar verme matrisi denir. Şimdi tek değerli neutrosophic kümeler için çok kriterli karar verme metodunu inşa edelim.

Algoritma

1. Adım: $[A_{ij}]_{m\times n}$ karar verme matrisi oluşturulur.

2.Adım:

$$\psi_{ao}(A_1, A_2, \dots, A_n) = \langle \frac{\sum_{j=1}^{n} \xi_{A_j}^{w_j}}{1 + \prod_{j=1}^{n} \xi_{A_j}^{w_j}},$$

$$\frac{\sum_{j=1}^{n} \varphi_{A_j}^{w_j}}{2 - \left[\sum_{j=1}^{n} \varphi_{A_j}^{w_j} - \prod_{j=1}^{n} \varphi_{A_j}^{w_j}\right]}, \frac{\sum_{j=1}^{n} \zeta_{A_j}^{w_j}}{2 - \left[\sum_{j=1}^{n} \zeta_{A_j}^{w_j} - \prod_{j=1}^{n} \zeta_{A_j}^{w_j}\right]} \rangle$$

değerleri hesaplanarak $\left[K_{ij}\right]_{m\times n}$ karar verme matrisi oluşturulur ve $\psi_{ao}(A_1, A_2, \dots, A_n)$ skor fonksiyon değerleri hesaplanır.

3.Adım:A_j $(j = 1,2, \dots, n)$ tek değerli neutrosophic küme ailesinin skor ve kesinlik fonksiyonları kullanılarak elde edilen ve $k \in \{1,2, \dots, n\}$ için k. en büyüğü olacak şekilde $B_j = \langle \tilde{\xi}_j, \tilde{\varphi}_j, \tilde{\zeta}_j \rangle (j = 1,2, \dots, n)$ tek değerli neutrosophic küme değerleri hesaplanır. Ardından

$$\psi_{oao}(B_1, B_2, \dots, B_n) = \langle \frac{\sum_{j=1}^{n} \tilde{\xi}_{B_j}^{w_j}}{1 + \prod_{j=1}^{n} \tilde{\xi}_{B_j}^{w_j}},$$

$$\frac{\sum_{j=1}^{n} \tilde{\varphi}_{B_j}^{w_i}}{2 - \left[\sum_{j=1}^{n} \tilde{\varphi}_{B_j}^{w_i} - \prod_{j=1}^{n} \tilde{\varphi}_{B_j}^{w_i}\right]}, \frac{\sum_{j=1}^{n} \tilde{\zeta}_{B_j}^{w_i}}{2 - \left[\sum_{j=1}^{n} \tilde{\zeta}_{B_j}^{w_i} - \prod_{j=1}^{n} \tilde{\zeta}_{B_j}^{w_i}\right]} \rangle$$

değerleri hesaplanarak $\left[K_{ij}\right]_{m\times n}$ matrisi oluşturulur. Oluşturulan bu matristen yararlanılarak x_1, x_2, x_3 ve x_4 seçeneklerinin skor fonksiyon değerleri hesaplanır ve seçenekler sıraya konulur.

4. Adım:$\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)^T$'da $\omega_j \in [0,1]$ ve $\sum_{j=1}^{n} \omega_j = 1$ olacak şekilde A_j'nin ağırlık vektörüdür.$\dot{B}_k = n\omega A_k$ olmak üzere $\dot{B}_k$ tek değerli neutrosophic kümesinin skor ve kesinlik fonksiyonu kullanılarak elde edilen ve$k \in \{1,2, \dots, n\}$ için $\bar{\bar{B}}_k = \langle \bar{\xi}_j, \bar{\varphi}_j, \bar{\zeta}_j \rangle$ tek değerli neutrosophic kümesinin k. en büyüğü olacak şekilde $\bar{\bar{B}}_k = \langle \bar{\xi}_j, \bar{\varphi}_j, \bar{\zeta}_j \rangle$ değerleri hesaplanır. Ardından

$$\psi_{hoa}(\bar{B}_1, \bar{B}_2, \dots, \bar{B}_n) = \langle \frac{\sum_{j=1}^{n} \bar{\xi}_{\bar{B}_j}^{w_j}}{1 + \prod_{j=1}^{n} \bar{\xi}_{\bar{B}_j}^{w_j}},$$

$$\frac{\sum_{j=1}^{n}\bar{\varphi}_{\bar{B}_j}^{w_j}}{2-\left[\sum_{j=1}^{n}\bar{\varphi}_{\bar{B}_j}^{w_j}-\prod_{k=1}^{n}\bar{\varphi}_{\bar{B}_j}^{w_j}\right]},\frac{\sum_{j=1}^{n}\bar{\zeta}_{\bar{B}_j}^{w_j}}{2-\left[\sum_{j=1}^{n}\bar{\zeta}_{\bar{B}_j}^{w_j}-\prod_{j=1}^{n}\bar{\zeta}_{\bar{B}_j}^{w_j}\right]}\rangle$$

değerleri hesaplanarak $\left[K_{ij}\right]_{m\times n}$ matrisi oluşturulur. Oluşturulan bu matristen yararlanılarak x_1, x_2, x_3 ve x_4 seçeneklerinin skor fonksiyon değerleri hesaplanır ve seçenekler sıraya konulur.

5. Adım: En iyi seçenek belirlenir.

Örnek 4.2.2: Bir yatırım şirketi, bir miktar parasını değerlendirmek üzere $x_1 =$ araba şirketi, $x_2 =$ yiyecek şirketi, $x_3 =$ bilgisayar şirketi ve$x_4 =$ televizyon şirketi olmak üzere dört seçenek belirlemiştir. Seçenekleri $u_1 =$risk, $u_2 =$büyüme, $u_3 =$çevresel etki ve$u_4 =$sosyal politik etki kriterlerine göre değerlendirecektir. Seçeneklerin ağırlık vektörü $\omega = (0.1, 0.2, 0.3, 0.4)^T$ ve pozitif ağırlık vektörü $w = (0.3, 0.4, 0.1, 0.2)^T$ olmak üzere u_j (j = 1,2, 3, 4) kriterlerine görex_i (i = 1,2, 3, 4) alternatifleri değerlendirilip en iyi seçenek belirlenecektir.

1. Adım: Karar verici $\left[A_{ij}\right]_{4\times4}$karar matrisi oluşturulur.

$$\left[A_{ij}\right]_{4\times4} = \begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} u_1 & u_2 & u_3 & u_4 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0.3\ 0.2\ 0.5 & 0.1\ 0.5\ 0.7 & 0.7\ 0.1\ 0.8 & 0.4\ 0.2\ 0.5 \\ 0.2\ 0.7\ 0.6 & 0.3\ 0.5\ 0.8 & 0.2\ 0.9\ 0.6 & 0.2\ 0.2\ 0.4 \\ 0.4\ 0.5\ 0.6 & 0.8\ 0.9\ 0.3 & 0.8\ 0.5\ 0.3 & 0.7\ 0.6\ 0.5 \\ 0.2\ 0.4\ 0.3 & 0.7\ 0.2\ 0.9 & 0.5\ 0.4\ 0.7 & 0.6\ 0.4\ 0.5 \end{pmatrix} \end{array}$$

2. Adım: Tek değerli neutrosophic kümelerde ağırlaştırılmış aritmetik operatör yardımıyla $\psi_{ao}(A_1, A_2, \dots, A_n)$ değerleri hesaplanır.

$$\left[K_{ij}\right]_{4\times4} = \begin{array}{c} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{array} \begin{pmatrix} 2.365 & -4.632 & -3.800 \\ 2.275 & -3.820 & -3.804 \\ 2.194 & -3.793 & -3.924 \\ 2.288 & -4.168 & -3.754 \end{pmatrix}$$

x_1, x_2, x_3 ve x_4 ün skor fonksiyon değerleri hesaplanır.

$$s(A_j) = \frac{T_{A_j} + 1 - I_{A_j} + 1 - F_{A_j}}{3}$$

$$s(x_1) = \frac{2.365 + 1 - (-4.632) + 1 - (-3.800)}{3} = 4.265$$
$$s(x_2) = \frac{2.275 + 1 - (-3.820) + 1 - (-3.804)}{3} = 3.966$$
$$s(x_3) = \frac{2.194 + 1 - (-3.793) + 1 - (-3.924)}{3} = 3.970$$
$$s(x_4) = \frac{2.288 + 1 - (-4.168) + 1 - (-3.754)}{3} = 4.070$$

$$s(x_1) > s(x_4) > s(x_3) > s(x_2)$$

dir.

3. Adım: Tek değerli neutrosophic kümelerde sıralı ağırlaştırılmış aritmetik operatör yardımıyla $\psi_{oao}(B_1, B_2, \dots, B_n)$ değerleri hesaplanır.

$$[K_{ij}]_{4\times4} = \begin{array}{c} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{array} \begin{pmatrix} 2.305 & -4.967 & -3.778 \\ 2.275 & -3.783 & -3.787 \\ 2.176 & -3.802 & -3.949 \\ 2.221 & -4.168 & -3.794 \end{pmatrix}$$

x_1, x_2, x_3 ve x_4 ün skor fonksiyon değerleri hesaplanır.

$$s(x_1) = 4.350$$
$$s(x_2) = 3.949$$
$$s(x_3) = 3.976$$
$$s(x_4) = 4.061$$

$$s(x_1) > s(x_4) > s(x_3) > s(x_2)$$

4. Adım: Tek değerli neutrosophic kümelerde sıralı hibrit ağırlıklı aritmetik operatör yardımıyla $\psi_{hog}(\overline{B}_1, \overline{B}_2, \dots, \overline{B}_n)$ değerleri hesaplanır.

$$[K_{ij}]_{4\times4} = \begin{array}{c} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{array} \begin{pmatrix} 2.301 & -5.279 & -3.754 \\ 2.267 & -3.715 & -3.720 \\ 2.208 & -3.774 & -3.970 \\ 2.299 & -4.086 & -3.779 \end{pmatrix}$$

x_1, x_2, x_3ve $x_4$ün skor fonksiyon değerleri hesaplanır.

$$s(x_1) = 4.445$$
$$s(x_2) = 3.901$$
$$s(x_3) = 3.984$$
$$s(x_4) = 4.055$$

$$s(x_1) > s(x_4) > s(x_3) > s(x_2)$$

5. Adım: Aritmetik operatörler yardımıyla yapılan hesaplamalar sonucunda seçenekler skor fonksiyonlarına göre sıraya konulur.

Aritmetik Operatörler	Seçeneklerin sıralanması
$\psi_{ao}(A_1, A_2, \dots, A_n)$	$s(x_1) > s(x_4) > s(x_3) > s(x_2)$
$\psi_{oao}(B_1, B_2, \dots, B_n)$	$s(x_1) > s(x_4) > s(x_3) > s(x_2)$
$\psi_{hog}(\overline{B}_1, \overline{B}_2, \dots, \overline{B}_n)$	$s(x_1) > s(x_4) > s(x_3) > s(x_2)$

$(i = 1,2,3,4)$ x_i seçeneklerinden en uygun olanı x_1 olarak belirlenir.

4.3 Tek Değerli Neutrosophic Kümelerde Geometrik Operatörler İle Çok Kriterli Karar Verme Metodu

Tanım 4.3.1:

$X = (x_1, x_2, \dots, x_m)$ seçeneklerin kümesi, $U = (u_1, u_2, \dots, u_n)$ kriterlerin kümesi olsun**.** $a_{ij} = \langle \xi_{ij}, \varphi_{ij}, \zeta_{ij} \rangle (i = 1,2, \dots, m)(j = 1, 2, \dots, n)$ olmak üzere

$$[A_{ij}]_{m\times n} = \begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{array} \!\!\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} u_1 & u_2 & \dots & u_n \end{array} \\ \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix} \end{array}$$

şeklinde verilen matrise karar vericinin çok kriterli karar verme matrisi denir.

Şimdi tek değerli neutrosophic kümeler için çok kriterli karar verme metodunu inşa edelim.

Algoritma:

1. Adım:$[A_{ij}]_{m\times n}$karar verme matrisi oluşturulur.

2. Adım:

$$\mho_{go}(A_1, A_2, \dots, A_n) = \langle \frac{\sum_{j=1}^{n} \xi_{A_j}^{w_j}}{2-\left[\sum_{j=1}^{n} \xi_{A_j}^{w_j} - \prod_{j=1}^{n} \xi_{A_j}^{w_j}\right]}, \frac{\sum_{j=1}^{n} \varphi_{A_j}^{w_j}}{1+\prod_{j=1}^{n} \varphi_{A_j}^{w_j}}, \frac{\sum_{j=1}^{n} \zeta_{A_j}^{w_j}}{1+\prod_{j=1}^{n} \zeta_{A_j}^{w_j}} \rangle$$

değerleri hesaplanarak $[K_{ij}]_{m\times n}$ matrisi oluşturulur. Oluşturulan bu matristen yararlanılarak x_1, x_2, x_3 ve x_4 seçeneklerinin skor fonksiyon değerleri hesaplanır ve seçenekler sıraya konulur.

3. Adım:A_j $(j = 1,2, \dots, n)$ tek değerli neutrosophic küme ailesinin skor ve kesinlik fonksiyonları kullanılarak elde edilen ve $k \in \{1,2, \dots, n\}$ için k. en büyüğü olacak şekilde $B_j = \langle \tilde{\xi}_j, \tilde{\varphi}_j, \tilde{\zeta}_j \rangle (j = 1,2, \dots, n)$ tek değerli neutrosophic küme değerleri hesaplanır. Ardından

$$\mho_{ogo}(B_1, B_2, \dots, B_n) = \langle \frac{\sum_{j=1}^{n} \tilde{\xi}_{B_j}^{w_j}}{2-\left[\sum_{j=1}^{n} \tilde{\xi}_{B_j}^{w_j} - \prod_{j=1}^{n} \tilde{\xi}_{B_j}^{w_j}\right]}, \frac{\sum_{j=1}^{n} \tilde{\varphi}_{B_j}^{w_j}}{1+\prod_{j=1}^{n} \tilde{\varphi}_{B_j}^{w_j}}, \frac{\sum_{j=1}^{n} \tilde{\zeta}_{B_j}^{w_j}}{1+\prod_{j=1}^{n} \tilde{\zeta}_{B_j}^{w_j}} \rangle$$

değerleri hesaplanarak $[K_{ij}]_{m\times n}$ matrisi oluşturulur. Oluşturulan bu matristen yararlanılarak x_1, x_2, x_3 ve x_4 seçeneklerinin skor fonksiyon değerleri hesaplanır ve seçenekler sıraya konulur.

4. Adım: $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)^T$'da $\omega_j \in [0,1]$ ve $\sum_{j=1}^{n} \omega_j = 1$ olacak şekilde A_j'nin ağırlık vektörüdür. $\dot{B}_k = n\omega A_k$ olmak üzere $\dot{B}_k$ tek değerli neutrosophic kümesinin skor ve kesinlik fonksiyonu kullanılarak elde edilen ve$k \in \{1,2, \dots, n\}$ için $\bar{\bar{B}}_k = \langle \bar{\xi}_j, \bar{\varphi}_j, \bar{\zeta}_j \rangle$ tek değerli neutrosophic kümesinin k. en büyüğü olacak şekilde $\bar{\bar{B}}_k = \langle \bar{\xi}_j, \bar{\varphi}_j, \bar{\zeta}_j \rangle$ değerleri hesaplanır. Ardından

$$\mho_{hgo}(\bar{B}_1, \bar{B}_2, \dots, \bar{B}_n) = \langle \frac{\sum_{j=1}^{n} \bar{\xi}_{\bar{B}_j}^{w_j}}{2-\left[\sum_{j=1}^{n} \bar{\xi}_{\bar{B}_j}^{w_j} - \prod_{j=1}^{n} \bar{\xi}_{\bar{B}_j}^{w_j}\right]}, \frac{\sum_{k=1}^{n} \bar{\varphi}_{\bar{B}_j}^{w_j}}{1+\prod_{k=1}^{n} \bar{\varphi}_{\bar{B}_j}^{w_j}}, \frac{\sum_{k=1}^{n} \bar{\zeta}_{\bar{B}_j}^{w_j}}{1+\prod_{k=1}^{n} \bar{\zeta}_{\bar{B}_j}^{w_j}} \rangle$$

değerleri hesaplanarak $[K_{ij}]_{m\times n}$ matrisi oluşturulur. Oluşturulan bu matristen yararlanılarak x_1, x_2, x_3 ve x_4 seçeneklerinin skor fonksiyon değerleri hesaplanır ve seçenekler sıraya konulur.

5. Adım: En iyi seçenek belirlenir.

Örnek 4.3.2:

X isimli şirket bir yöneticiye ihtiyaç duymuş ve bu ihtiyacı karşılamak için 4 yönetici adayını değerlendirecektir. Şirketin yönetim kurulu, yönetici adaylarını istihdam etmek üzere yönetici $u_1 =$ iş deneyimi, $u_2 =$ kabiliyeti, $u_3 =$ sosyalliği, $u_4 =$ yaş olmak üzere dört açıdan değerlendirme yapacaktır. Bu yönetici adaylarının çoklu etki oluşturacak iyi yönetici tutumları, yönetici ile çalışan arasındaki tutumları, öğretim yetenekleri, mesleki bilgileri, sosyal çalışmaları ve şirketin genç ve dinamik bir kadroya sahip olup olmadığı kontrol edilecektir. Seçeneklerin ağırlık vektörü $\omega = (0.2, 0.1, 0.3, 0.4)^T$ ve pozitif ağırlık vektörü $w = (0.2, 0.3, 0.1, 0.4)^T$ olmak üzere adaylar u_j (j $= 1,2,3,4$) kriterlerine göre değerlendirilip en iyi seçenek (aday) belirlenecektir.

1. Adım: Karar verici$\left[A_{ij}\right]_{4\times4}$karar matrisi oluşturulur.

$$\left[A_{ij}\right]_{m\times n} = \begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} \quad u_1 \quad & \quad u_2 \quad & \quad u_3 \quad & \quad u_4 \quad \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0.4\ 0.2\ 0.4 & 0.2\ 0.3\ 0.7 & 0.7\ 0.1\ 0.8 & 0.4\ 0.3\ 0.5 \\ 0.3\ 0.8\ 0.6 & 0.4\ 0.5\ 0.7 & 0.3\ 0.8\ 0.4 & 0.5\ 0.5\ 0.4 \\ 0.8\ 0.5\ 0.2 & 0.4\ 0.6\ 0.3 & 0.2\ 0.3\ 0.4 & 0.4\ 0.5\ 0.7 \\ 0.9\ 0.3\ 0.4 & 0.5\ 0.2\ 0.9 & 0.3\ 0.4\ 0.5 & 0.4\ 0.4\ 0.8 \end{pmatrix} \end{array}$$

2. Adım: Tek değerli neutrosophic kümelerde ağırlaştırılmış geometrik operatör yardımıyla $\mho_{go}(A_1, A_2, \ldots, A_n)$ değerleri hesaplanır.

$$\left[K_{ij}\right]_{4\times4} = \begin{array}{c} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{array} \begin{pmatrix} -4.067 & 2.270 & 2.207 \\ -4.043 & 2.224 & 2.251 \\ -3.919 & 2.245 & 2.287 \\ -3.820 & 2.302 & 2.161 \end{pmatrix}$$

x_1, x_2, x_3 ve x_4' ün skor fonksiyon değerleri hesaplanır.

$$s(x_1) = -2.181$$

$$s(x_2) = -2.173$$

$$s(x_3) = -2.150$$
$$s(x_4) = -2.094$$

$$s(x_4) > s(x_3) > s(x_2) > s(x_1)$$

3. Adım: Tek değerli neutrosophic kümelerde sıralı ağırlaştırılmış geometrik operator yardımıyla $\mho_{ogo}(B_1, B_2, \dots, B_n)$ değerleri hesaplanır.

$$[K_{ij}]_{4\times 4} = \begin{array}{c} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{array} \begin{pmatrix} -3.962 & 2.268 & 2.210 \\ -4.058 & 2.190 & 2.260 \\ -5.116 & 2.279 & 2.275 \\ -3.848 & 2.325 & 2.184 \end{pmatrix}$$

x_1, x_2, x_3 ve x_4' ün skor fonksiyon değerleri hesaplanır.

$$s(x_1) = -2.147$$
$$s(x_2) = -2.169$$
$$s(x_3) = -2.557$$
$$s(x_4) = -2.094$$

$$s(x_4) > s(x_1) > s(x_2) > s(x_3)$$

4. Adım: Tek değerli neutrosophic kümelerde hibrit ağırlıklı sıralı geometrik operator yardımıyla $\mho_{hgo}(\bar{B}_1, \bar{B}_2, \dots, \bar{B}_n)$ değerleri hesaplanır.

$$[K_{ij}]_{4\times 4} = \begin{array}{c} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{array} \begin{pmatrix} -3.816 & 2.320 & 2.160 \\ -4.135 & 2.182 & 2.267 \\ -4.072 & 2.272 & 2.275 \\ -3.811 & 2.293 & 2.153 \end{pmatrix}$$

x_1, x_2, x_3 ve x_4' ün skor fonksiyon değerleri hesaplanır.

$$s(x_1) = -2.099$$
$$s(x_2) = -2.195$$

$$s(x_3) = -2.206$$
$$s(x_4) = -2.086$$

$$s(x_4) > s(x_1) > s(x_2) > s(x_3)$$

5. Adım: Geometrik operatörler yardımıyla yapılan hesaplamalar sonucunda seçenekler skor fonksiyonlarına göre sıraya konulur.

Geometrik Operatörler	Seçeneklerin Sıralanması
$\mho_{go}(A_1, A_2, \dots, A_n)$	$s(x_4) > s(x_3) > s(x_2) > s(x_1)$
$\mho_{ogo}(B_1, B_2, \dots, B_n)$	$s(x_4) > s(x_1) > s(x_2) > s(x_3)$
$\mho_{hgo}(\bar{B}_1, \bar{B}_2, \dots, \bar{B}_n)$	$s(x_4) > s(x_1) > s(x_2) > s(x_3)$

$x_i(i = 1,2,3,4)$ seçeneklerinden en uygun olanı x_4 olarak belirlenir.

BÖLÜM 5

SONUÇ VE TARTIŞMA

Bu kitap da yapılacak olan tanım ve metotları inşa etmek için başta bulanık kümeler, bulanık sayılar, sezgisel bulanık kümeler, sezgisel bulanık sayılar ve neutrosophic kümeler ile bunların başlıca temel tanım ve işlemleri verildi. Sonra sezgisel bulanık sayılar üzerine Dice, Jaccard ve Cosine benzerlik ölçüsü tanımlandı. Daha sonra Dice, Jaccard ve Cosine benzerlik ölçüleri ile çok kriterli karar verme problemleri için karar verme metotları geliştirildi. Tek değerli neutrosophic kümeler için skor ve kesinlik fonksiyonları verildi. Tek değerli neutrosophic kümeler üzerine bazı aritmetik ve geometrik operatörler inşa edildi. Ayrıca bu inşa edilen operatörlerin bazı özel durumları ve istenilen özellikleri detaylı olarak incelendi. Son olarak tek değerli neutrosophic kümeler üzerine inşa edilen operatörler kullanılarak çok kriterli karar verme problemleri için karar verme metotları geliştirildi. Ayrıca tek değerli neutrosophic sayılar ile ifade edilen kriterlere bağlı seçeneklerin nasıl sıralanacağının gösterilmesi için bazı nümerik örnekler verildi.

Neutrosophic sayılar ilerleyen zamanlarda belirsizlik içeren birçok olayı modellemek ve çözmek için çok daha fazla alana uygulanabilir. Örnek olarak belirsiz ifadeler içeren bilgisayar bilimi, karar verme problemleri, işletme problemleri, iktisat problemleri, ekonomi problemleri ve daha geniş alanlardaki uygulamalar üzerine çalışmalar yapılabilir. Bunun için neutrosophic sayılar ve işlemleri değişik uygulamalar ve teknikler kullanılarak genişletilebilir.

KAYNAKLAR

[1]L.A. Zadeh.(1965). Fuzzy Sets. *Information and Control*. **8**, 338-353.

[2]Atanassov, K. T. (1986). Intuitionistic fuzzy sets. *Fuzzy sets and Systems*, ***20*****(1)**, 87-96.

[3]R. R. Yager. (1986). On the theory of bags. *Int. J. of General Systems*, **13**, 23-37.

[4]Wang, J Q. and Zhang, Z. (2009) .Multi-criteria decision making with in complete certain information based on intuitionistic fuzzy number. *Control Decision*, **24**, 226-230.

[5] Li,D.F. (2010). A ratio ranking method of triangular intutionistic fuzzy numbers and its aaplication to madm problems. *Computer and Mathematics with Applications*, **60**, 1557-1570.

[6] S. M. Chen. (1996).New Methods for Subjective Mental Workload Assessment and Fuzzy Risk Analysis, *Cybernetics and Systems*, **27(5)**,449-472.

[7]S. M. Chen. (1998). Aggregating Fuzzy Options in the Group Decision-Making Environment, *Cybernetics and Systems*, **29(4)**, 363-376.

[8] C. H. Hsieh and S. H. Chen. (1999). Similarity of Generalized Fuzzy Numbers with Graded Mean Integration Representation, *Proceedings of the 8th International Fuzzy Systems Association World Congress*, Taipei, Taiwan, 551-555.

[9] Ye, J. (2011). Multi-criteria decision making method based on a cosine similarity measure between trapezoidal fuzzy numbers, *International Journal of Engineering, Science and Technology*, **3(1)**,91-97.

[10]Smarandache, F. (1998). A unifyingfield in logics, Neutrosophy: Neutrosophic probability, set and logic. Rehoboth, DE: American Research Press.

[11]Wang H, Smarandache F, Zhang YQ. (2010). Single valued neutrosophic sets, *Multispace Multistruct* , **4**,410–3.

[12]Ye J. (2014). A Single valued neutronsophic cross-entropy for multi-criteria decision making problems. *Appl Math Model*,**38**, 1170–5.

[13] Ye J. (2014). Multiple attribute group decision-making method with completely unknown weights based on similarity measures under single valued neutrosophic environment, *J Intell Fuzzy Syst*; DOI: 10.3233/IFS–141252.

[14] Ju YB. (2014). Some aggregation operators with single valued neutrosophic information and their application to multiple attribute decision making, *Technical Report*,

[15] Chi PP, Liu PD. (2013). An extended TOPSIS method for multiple attribute decision making problems based on interval neutrosophic set, *Neutrosophic Sets and Systems*, **1**, 63–70.

[16] Ye, J. (2012). Multi criteria group decision-making method using vector similarity measures for trapezoidal intuitionistic fuzzy numbers. *Group Decision and Negotiation*, ***21*(4)**, 519-530.

[17] Ye, Jun. (2014). A multi-criteria decision making method using aggregation operators for simplified neutrosophic sets." *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, **26.5,** 2459-2466.

[18] Ye, Jun. (2013). Multi-criteria decision making method using the correlation coefficient under single-valued neutrosophic environment, *International Journal of General Systems*, **42.4** 386-394.

[19] Ye, Jun. (2014). Similarity measures between interval neutrosophic sets and their applications in multi-criteria decision making, *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, **26.1**, 165-172.

[20] Peng, Juan-juan, et al. (2016). Simplified neutrosophic sets and their applications in multi-criteria group decision making problems, *International Journal of Systems Science* , **47.10**, 2342-2358.

[21] Deli, Irfan and Yusuf Şubaş. (2017). Some weighted geometric operators with SVTrN-numbers and their application to multi-criteria decision making problems, *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems* , **32.1**, 291-301.

[22] Qin, Quande, et al. (2017). A TODIM-based multi-criteria group decision making with triangular intuitionistic fuzzy numbers, *Applied Soft Computing*, **55**, 93-107.

[23] Liu, Bei, and Min-XiaLuo. (2017). Multi-criteria Decision Making Based on Interval-Valued Intuitionistic Fuzzy Sets with a New Kind of Accuracy Function, *Quantitative Logic and Soft Computing 2016. Springer International Publishing*, 477-486.

[24] Wang, Jian-Qiang, et al. (2013). Intuitionistic fuzzy multi-criteria decision-making method based on evidential reasoning, *Applied Soft Computing* **13.4**, 1823-1831.

[25] Zhang, Hongyu, Jianqiang Wang, and Xiaohong Chen. (2016). An outranking approach for multi-criteria decision-making problems with interval-valued neutrosophic sets, *Neural Computing and Applications,* **27.3**, 615-627.

ISBN 978-1-59973-775-1
9 781599 737751 >