

一种证据不确定性度量方法及其应用

陈金广^{1,2}, 张 芬¹, 马丽丽¹

CHEN Jinguang^{1,2}, ZHANG Fen¹, MA Lili¹

1. 西安工程大学 计算机科学学院, 西安 710048

2. 西安电子科技大学 电子工程学院, 西安 710071

1. School of Computer Science, Xi'an Polytechnic University, Xi'an 710048, China

2. School of Electronic Engineering, Xidian University, Xi'an 710071, China

CHEN Jinguang, ZHANG Fen, MA Lili. Uncertainty measure method of evidence and its application. Computer Engineering and Applications, 2015, 51(23): 48-53.

Abstract: Conflict of evidence is one of the most important factor which leads to the fusion result of evidence theory unsatisfactory. Thus the evidence conflict has been the key issue to be solved in evidence theory. By using a linear combination of ambiguity measure, discord measure and nonspecificity measure, a new uncertainty measurement method of evidence is presented. The new method covers uncertainty information more fully of discord and nonspecificity which are included in the body of evidence. This method makes the information more complete in the result of uncertainty measure. Based on the new method, an exponential function is used to construct weights, and the body of evidence is preprocessed. Finally, Dempster-shafer theory, proportional conflict redistribution 2 and proportional conflict redistribution 5 are used to fuse the preprocessing evidences. Numerical examples show that the fusion results are reasonable, and then the new uncertainty measurement method is effective.

Key words: uncertainty measure; evidence theory; ambiguity measure; discord; nonspecificity; information fusion

摘 要: 证据的冲突是导致证据理论融合结果不理想的重要因素, 对证据冲突的处理一直是证据理论中要解决的关键问题。通过对多义度、不一致度和非特异度进行线性组合, 提出一种新的证据不确定性度量方法。新方法能够更全面地涵盖证据体中所包含的不一致和非特异性两类不确定信息, 使得证据不确定性度量结果所包含的信息更为完整。在此基础上, 采用指数函数构造权重, 对证据体进行预处理, 然后采用 DST、PCR2 和 PCR5 进行融合。算例结果表明融合结果合理, 新的证据不确定性度量方法有效。

关键词: 不确定性; 证据理论; 多义度; 冲突; 非特异性; 信息融合

文献标志码: A **中图分类号:** TP391 **doi:** 10.3778/j.issn.1002-8331.1311-0387

1 引言

在信息融合过程中, 证据理论在某些情况下可能出现反直观的融合结果。这些反直观的融合结果在某些特殊条件下与冲突的大小无关, 如文献[1]中所给出的一类实例; 但在一般情况下其与冲突的大小有关, 如在高冲突条件下, 就容易出现这样反直观的融合结果, 此时, 会使证据理论在进行融合时产生不合理的结果。

因此对证据体的不确定性度量方法和证据组合规则中证据间的冲突度量方法的研究显得尤为重要。

针对证据体本身所包含的不确定性, 文献[2]介绍了香农熵(Shannon Entropy)的冲突度量方法和证据理论中存在的冲突类型, 并对这些冲突的度量做了对比分析。由于最初的聚合不确定度(Aggregate Uncertainty measure)计算复杂^[3-4], 因此文献[5]对降低聚合不确定性

基金项目: 国家自然科学基金(No.61201118); 中国博士后科学基金(No.2013M532020); 陕西省教育厅科研计划项目(No.15JK1291); 西安工程大学研究生创新基金(No.chx131123)。

作者简介: 陈金广(1977—), 男, 博士, 副教授, 研究领域为信息融合和目标跟踪; 张芬(1988—), 女, 硕士研究生, 研究领域为信息融合; 马丽丽(1979—), 女, 讲师, 研究领域为信息融合和目标跟踪。E-mail: xacjg@163.com

收稿日期: 2013-11-27 **修回日期:** 2014-01-16 **文章编号:** 1002-8331(2015)23-0048-06

CNKI网络优先出版: 2014-04-03, <http://www.cnki.net/kcms/doi/10.3778/j.issn.1002-8331.1311-0387.html>

度量方法的复杂度做了研究,随后文献[6]在文献[5]的基础上对降低聚合不确定度算法复杂度的研究进行扩展,并对其进行分析。为了克服聚合不确定性度量方法存在的问题,出现了总体不确定度(Total Uncertainty measure)^[7],总体不确定度可看作是非特异度和香农熵的线性组合。文献[8]是对总体不确定度的扩展,考虑到文献[7]中所提出的这类不确定性度量方法的属性和行为,并分析了它们之间的不同。然而总体不确定性度量方法的计算复杂度高,且存在参数选取的问题。为了解决这些问题,文献[9]提出了多义度(Ambiguity Measure),它克服了聚合不确定度的缺陷。文献[10]是对多义度的扩展研究,并指出了文献[9]中的一个定理证明中存在的问题。随着不确定性度量方法的不断改善,一些学者也在此基础上利用不确定度对证据体和证据理论进行修正。韩德强等利用不确定度构造权重,依据证据相应的权重修正证据体^[11-12],随后又将证据距离和证据不确定度结合起来构造权重,进而修正证据体^[13]。文献[14-15]则是利用证据间距离来度量证据不确定度。

本文在文献[9-10]的基础上提出一种新的不确定性度量方法。该方法兼顾原始证据理论中所包含的不一致(冲突)和非特异性,能够更全面地反映不确定性信息的完整性,避免了文献[11-12]中不确定性度量方法的片面性。采用该不确定性度量方法对证据进行预处理,然后采用 DST (Dempster-Shafer Theory)^[16]、PCR2 (Proportional Conflict Redistribution 2) 和 PCR5 (Proportional Conflict Redistribution 5)^[17]对修正后的证据体进行融合,算例表明融合结果合理,所提出的不确定性度量方法有效。

2 证据的不确定性

证据理论的辨识框架中,证据的不确定性是1995年 Klir 和 Yuan 提出来的。证据理论中存在两种不确定性:不一致(冲突)(Discord)和非特异性(Nonspecificity)。文献[18]中给出了四种现有的不一致(冲突)度量方法,本文采用其中较为成熟的 Klir 和 Parvitz 提出的冲突度量方法,其冲突(Discord measure)的计算公式为:

$$S(m) = - \sum_{A \in U} m(A) \text{lb} \sum_{B \in U} m(B) \frac{|A \cap B|}{|A|} \quad (1)$$

其中 $m(\cdot)$ 为基本概率指派, U 为辨识框架, $|\cdot|$ 为焦元的元素数目。Hartley 度量方法是标准的非特异性度量方法。非特异度(nonspecificity measure)的计算公式为:

$$N(m) = \sum_{A \in U} m(A) \text{lb} |A| \quad (2)$$

聚合不确定度(Aggregate Uncertainty measure, AU)是首次将非特异性和不一致综合计算的不确定性度量方法,其结果聚合了不一致和非特异性两种证据理论中的不确定性信息。但是它存在一些缺陷:计算复杂;对

证据的变化处理效果不好;隐藏了两种不确定性的差异。为了克服这些缺点, Klir 和 Smith 定义了总体不确定度(Total Uncertainty measure, TU),但是该方法不能克服复杂度高的问题,计算过程中还需选取参数值。随后, Jusselme 等人提出了多义度(Ambiguity Measure, AM),该方法与总体不确定度相比,复杂度降低,且无需参数选取。多义度的计算公式为:

$$AM(m) = - \sum_{\theta \in U} \text{Bet}P_m(\theta) \text{lb}(\text{Bet}P_m(\theta)) \quad (3)$$

其中:

$$\text{Bet}P_m(\theta) = \sum_{\theta \in B, B \in U} m(B) (1/|B|) \quad (4)$$

多义度是总体不确定度的特例,该方法利用 pignistic 概率进行计算,减少了计算的复杂度,同时还改善了其对证据体变化的敏感性。然而,多义性的度量方法不能够完全体现证据体中的所有不确定性信息,会造成证据中的一部分不确定性信息流失。为了解决该问题,本文提出一种新的不确定性度量方法,该方法包含不一致和非特异性信息量的计算,从而使得新方法计算的结果信息是完整的。

3 新的不确定性度量方法及其应用

原始的不一致和非特异性作为证据理论中存在的两种不确定性,包含了证据间的所有不确定性信息。随后,又产生了聚合不确定度、总体不确定度和多义度等改善的不确定度量方法,这类方法只由一个公式计算证据的不确定度,操作简单便捷。然而这类方法虽然简单便捷,却也会在改进的过程中使得计算出来的结果损失部分有效信息。多义度作为现今这类方法中改善效果最好的不确定性度量方法,而原始的不一致和非特异性作为包含证据间所有不确定性信息的度量方法,把两者相结合必然能够避免信息的不必要损失又能够保持度量方法的简单便捷。因此,本文采用原始的证据理论中不确定性所包含的不一致和非特异性,结合多义度构造出了一种新的不确定性度量方法。新方法把原始的冲突和非特异性的信息量全部进行计算,确保了不确定信息的完整性,避免了文献[12]所提出的权重建构方法中不确定信息度量的片面性。新方法计算公式为:

$$DN(m) = \alpha(N(m) + S(m)) + (1 - \alpha)AM(m) \quad (5)$$

其中, DN 表示既包含不一致性又包含非特异性的证据不确定性度量结果, N 为非特异度, S 为不一致度, AM 为多义度。 α 可根据具体情况和专家经验选取, $\alpha \in [0, 1]$ 。当 $\alpha = 0.5$ 时,多义度的信息价值和原始不确定度获得的信息价值是等价的^[8];当 $\alpha = 0$ 时,新方法就等价于多义度的计算方法;当 $\alpha = 1$ 时,新方法就等价于原始的不确定性度量方法;当 $\alpha \in (0, 0.5)$ 时,认为多义度的信息价值大于原始不确定度获得的信息价值;当 $\alpha \in (0.5, 1)$ 时,认为原始不确定度获得的信息价值大于

多义度获得的信息价值。方便起见,在后面的算例中设 $\alpha=0.5$ 。

本文采用线性组合方式实现多种不确定信息的组合,是因为其形式简单,易于计算。同总体不确定度的理论依据类似,总体不确定度是非特异度和聚合不确定度的线性组合,而本文的新方法是原始不确定度(包含原始不一致度和非特异度)和多义度的线性组合。通过对原始不确定度和多义度的结合,使得所获得的不确定信息更加丰富完善。线性组合的方式使得证据不确定度的处理方式更具有一般性,且可以根据实际应用中的原始不确定度和多义度所占的比重选择合适的 α 值。这样不仅保证了不确定性度量结果的完整性,还增加了不同情况下不确定性度量结果的可靠性。因此,本文采用线性组合的方式,可以获得较好的不确定性度量结果,且增加了证据不确定度处理的合理性。

为了对高冲突下的证据体进行预处理,本文根据新的不确定性度量方法的计算结果构造权重。若证据体不确定度大,则权重低;若证据体不确定度小,则权重高。设有 n 个证据体 $m_i(i=1, 2, \dots, n)$, 其对应的不确定度为 DN_i , 每个证据体对应的权重为:

$$w_i(m_i) = \exp(-\beta \cdot DN_i) \quad (6)$$

其中 β 为待选取的参数。由式(6),可以得到 β 取不同值条件下的权值曲线,如图1所示。由图可见, β 越大,对于证据的不确定性抑制作用就越明显。但也不宜过大,即便是具有不确定性的证据也包含一定的有用信息,即过度的抑制会致使一部分信息无效,因此也是不可取的。例如:当 $DN \in [0, 1]$ 时, β 取6较为合适;当 $DN \in [0, 1.5]$ 时, β 取4较为合适;当 $DN \in [0, 2]$ 时, w 取2.5较为合适。此时,既能对证据的不确定性进行抑制,又能保证所有信息的有效性。也就是说 β 的取值是根据 DN 的值决定的,要得到合理的修正证据体就需要 DN 的值在有效范围内,而范围越小得到的结果越好。

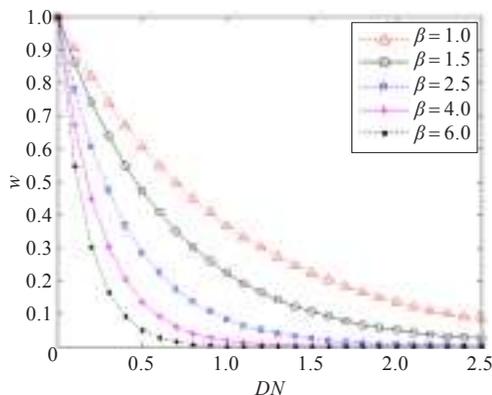


图1 β 取不同值条件下的权值曲线

在实际应用过程中,还需要对其进行归一化处理,即

$$w_i(m_i) = \frac{\exp(-\beta \cdot DN_i)}{\sum_j \exp(-\beta \cdot DN_j)} \quad (7)$$

设有 n 个证据体 $m_i(i=1, 2, \dots, n)$, 得到权重后的修正证据体公式如下:

$$m_{WAE}(m_i) = \sum_{i=1}^n (w_i(m_i) \cdot m_i) \quad (8)$$

对证据进行预处理时,运用得到的权重值分别乘以各基本置信指派,根据对应证据的焦元乘以对应的权重值,再进行累加求和得到最终的修正证据体 m_{WAE} 。然后利用组合规则,将 m_{WAE} 组合 $n-1$ 次就得到了最终的融合结果。

4 证据组合规则

证据间的相互冲突是证据理论中要解决的关键问题,证据间冲突的解决包括对证据预处理和对证据理论组合规则的改善。其中,证据预处理是利用证据不确定度和证据间距离等生成权重,修正证据体,再利用组合规则进行融合计算;对证据理论组合规则的改善包括对组合规则中冲突度量方法的修正和对组合规则本身的修正。本文是在原有的证据不确定度的基础上提出一种新的不确定性度量方法,生成权重修正证据体,再利用几种典型的组合规则进行融合计算,验证新算法的有效性。

在证据理论的组合规则中,由于DST理论在一般情况下证据间冲突过大时,会出现反直觉的融合结果。因此,对修正过的证据体采用DST理论,能够有效地改善融合结果的合理性。而对于高冲突的证据,DSmT框架下的PCR组合规则的融合效果明显优于DST。因此,本文又采用PCR组合规则中精度最高的PCR5组合规则和最常用的PCR2组合规则,对修正证据体进行融合。下面给出上述几种组合规则的计算公式。

假设识别框架 U 下的两个证据源 E_1 和 E_2 , 其相应的基本信任函数为 m_1 和 m_2 , 焦元分别为 A_i 和 B_j , DST组合规则为:

$$m(A) = \begin{cases} 0, & A = \emptyset \\ \frac{\sum_{A_i \cap B_j = A} m_1(A_i) m_2(B_j)}{1 - k}, & A \neq \emptyset \end{cases} \quad (9)$$

其中 k 为证据源间的冲突因子且 $k < 1$ 。冲突因子反映了融合过程中各证据源间的冲突程度。两个证据源间的冲突因子计算公式为 $k = \sum_{A_i \cap B_j = \emptyset} m_1(A_i) m_2(B_j)$ 。

对于 $\forall (X \neq \emptyset) \in G^\theta$, 当采用PCR2组合规则对两个证据源进行融合时,有:

$$m_{PCR2}(X) = \left[\sum_{\substack{X_1, X_2 \in G^\theta \\ X_1 \cap X_2 = X}} m_1(X_1) m_2(X_2) \right] + C(X) \frac{c_{12}(X)}{e_{12}} \cdot k_{12} \quad (10)$$

其中 $C(X) = \begin{cases} 1, & X \text{ 存在冲突} \\ 0, & \text{反之} \end{cases}$, $c_{12} = m_1(X) + m_2(X) \neq 0$, $e_{12} =$

$m_1(X) + m_2(X) \neq 0$, $k_{12} = \sum_{x_1 \cap x_2 = \emptyset} m_1(x_1)m_2(x_2)$, e_{12} 是所有存在冲突的非空集合之和, 一般情况下 $e_{12} = 2$ 。

对于 $\forall (X \neq \emptyset) \in G^\theta$, 当采用 PCR5 组合规则对两个证据源进行融合时, 有:

$$m_{\text{PCR5}}(X) = m_{12}(X) + \sum_{\substack{Y \in G^\theta \setminus \{X\} \\ X \cap Y = \emptyset}} \left[\frac{m_1(X)^2 m_2(Y)}{m_1(X) + m_2(Y)} + \frac{m_2(X)^2 m_1(Y)}{m_2(X) + m_1(Y)} \right] \quad (11)$$

其中 $m_{12}(X) \triangleq \sum_{\substack{x_1, x_2 \in G^\theta \\ x_1 \cap x_2 = X}} m_1(x_1)m_2(x_2)$ 。

5 算例

采用实例验证新的不确定性度量方法的有效性和合理性。由式(3)、式(4)和式(5)可知, $BetP_m(\theta)$ 、 AM 和 DN 的值只与证据体自身相关, 不受其他证据体的影响, 因此在证据体组合过程中, $BetP_m(\theta)$ 、 AM 和 DN 的值不会改变。本文从4个方面进行分析。其中, 例1中的数据来自于文献[12], 是为了方便本文方法和文献[12]中的方法的对比, 用来更简便地验证文献[12]中的方法和本文方法的差异性和本文方法的优越性。例2中的数据表现了在两个证据源完全相同的情况下, 本文方法的融合结果和其他方法融合结果的差异。例3的数据体现了证据源之间不存在冲突的情况下的融合结果。而例4的数据更具有一般性, 更能够体现出一般情况下本文方法和其他方法的差异。

例1 辨识框架 $U = \{A, B, C\}$, 基本置信指派如表1所示。

表1 例1中的证据体

	A	B	C
m_1	0.700 0	0.005 0	0.295 0
m_2	0	0.400 0	0.600 0
m_3	0.800 0	0	0.200 0

对表1的证据体进行计算。首先, 根据式(4)求 pignistic 概率, 如下:

$$\begin{aligned} BetP_1(A) &= 0.700 0, BetP_1(B) = 0.005 0, BetP_1(C) = 0.295 0 \\ BetP_2(A) &= 0.000 0, BetP_2(B) = 0.400 0, BetP_2(C) = 0.600 0 \\ BetP_3(A) &= 0.800 0, BetP_3(B) = 0.000 0, BetP_3(C) = 0.200 0 \end{aligned}$$

根据式(3)和式(5)可得 $AM_1 = 0.918 0$, $AM_2 = 0.971 0$, $AM_3 = 0.721 9$; $DN_1 = 0.918 0$, $DN_2 = 0.971 0$, $DN_3 = 0.721 9$ 。由于 AM 和 DN 都在0到1之间, 所以取 $\beta = 6$ 。由于文献[12]和本文的不确定性度量方法对例1的证据体计算的值相同, 因此, 两种方法得到的 w 和 m_{WAE} 的值也相同。

当 m_1 和 m_2 融合时, 利用式(7)和式(8)得到的两种方法的权重和修正证据体相同, 即 $w_1 = 0.578 8$, $w_2 = 0.421 2$; $m_{\text{WAE}}(A) = 0.405 2$, $m_{\text{WAE}}(B) = 0.171 4$, $m_{\text{WAE}}(C) =$

0.423 5。最后, 采用式(9)、式(10)和式(11)对修正证据体进行融合, 结果如表2所示。

表2 例1中 m_1 和 m_2 的融合结果

	$m(A)$	$m(B)$	$m(C)$
DST 直接融合	0	0.011 2	0.988 8
DST 文献[12]	0.440 5	0.078 8	0.481 2
DST 本文	0.440 5	0.078 8	0.481 2
PCR2 直接融合	0.287 3	0.168 3	0.544 4
PCR2 文献[12]	0.418 3	0.136 9	0.445 0
PCR2 本文	0.418 3	0.136 9	0.445 0
PCR5 直接融合	0.404 3	0.171 8	0.423 9
PCR5 文献[12]	0.429 6	0.112 5	0.458 1
PCR5 本文	0.429 6	0.112 5	0.458 1

当 m_1 、 m_2 和 m_3 融合时, 利用式(7)和式(8)得到的两种方法的权重和修正证据体相同, 即 $w_1 = 0.201 2$, $w_2 = 0.146 4$, $w_3 = 0.652 5$; $m_{\text{WAE}}(A) = 0.662 8$, $m_{\text{WAE}}(B) = 0.059 6$, $m_{\text{WAE}}(C) = 0.277 7$ 。最后, 采用式(9)、式(10)和式(11)对修正证据体进行融合, 结果如表3所示。

表3 例1中 m_1 、 m_2 和 m_3 的融合结果

	$m(A)$	$m(B)$	$m(C)$
DST 直接融合	0	0	1.000 0
DST 文献[12]	0.931 6	6.739 9E-004	0.068 5
DST 本文	0.931 6	6.739 9E-004	0.068 5
PCR2 直接融合	0.589 3	0.055 6	0.355 0
PCR2 文献[12]	0.813 1	0.022 0	0.165 3
PCR2 本文	0.813 1	0.022 0	0.165 3
PCR5 直接融合	0.712 3	0.040 2	0.247 5
PCR5 文献[12]	0.828 5	0.007 5	0.164 3
PCR5 本文	0.828 5	0.007 5	0.164 3

由表2和表3可知, 不论是几个证据体进行融合, 本文方法的融合结果和文献[12]的融合结果都相同。这是因为证据间不存在潜在冲突, 辨识框架中的焦元交集为空。也就是当证据源间不存在潜在冲突, 即非特异性为零时, 本文方法等价于文献[12]的方法。

例2 辨识框架 $U = (\theta_1, \theta_2)$, 两组基本概率指派为:

$$\begin{aligned} m_1(\theta_1) &= 0.300 0, m_1(\theta_2) = 0.300 0, m_1(\theta_1, \theta_2) = 0.400 0 \\ m_2(\theta_1) &= 0.300 0, m_2(\theta_2) = 0.300 0, m_2(\theta_1, \theta_2) = 0.400 0 \end{aligned}$$

首先, 根据式(4)求 pignistic 概率, 如下:

$$\begin{aligned} BetP_1(\theta_1) &= 0.500 0, BetP_1(\theta_2) = 0.500 0 \\ BetP_1(\theta_1, \theta_2) &= 0.200 0; BetP_2(\theta_1) = 0.500 0 \\ BetP_2(\theta_2) &= 0.500 0, BetP_2(\theta_1, \theta_2) = 0.200 0 \end{aligned}$$

根据式(3)、式(7)和式(8)可得, 文献[12]的不确定度、权重和修正证据体为: $AM_1 = 1.464 4$, $AM_2 = 1.464 4$; $w_1 = 0.500 0$, $w_2 = 0.500 0$; $m_{\text{WAE}}(\theta_1) = 0.300 0$, $m_{\text{WAE}}(\theta_2) = 0.300 0$, $m_{\text{WAE}}(\theta_1, \theta_2) = 0.400 0$ 。根据式(5)、式(7)和式(8)可得, 本文方法的不确定度、权重和修正证据体为: $DN_1 = 1.189 5$, $DN_2 = 1.189 5$; $w_1 = 0.500 0$, $w_2 = 0.500 0$;

$m_{WAE}(\theta_1)=0.300\ 0, m_{WAE}(\theta_2)=0.300\ 0, m_{WAE}(\theta_1, \theta_2)=0.400\ 0$ 。
最后,采用式(9)、式(10)和式(11)对修正证据体进行融合,结果如表4所示。

表4 例2的融合结果

	$m(\theta_1)$	$m(\theta_2)$	$m(\theta_1, \theta_2)$
DST直接融合	0.404 2	0.404 2	0.195 1
DST文献[12]	0.404 2	0.404 2	0.195 1
DST本文	0.404 2	0.404 2	0.195 1
PCR2直接融合	0.420 0	0.420 0	0.160 0
PCR2文献[12]	0.420 0	0.420 0	0.160 0
PCR2本文	0.420 0	0.420 0	0.160 0
PCR5直接融合	0.420 0	0.420 0	0.160 0
PCR5文献[12]	0.420 0	0.420 0	0.160 0
PCR5本文	0.420 0	0.420 0	0.160 0

由于例2证据体得到的 AM 和 DN 值在0到1.5之间,因此,取 $\beta=4$ 。由表4可知DST、PCR2和PCR5这三个组合规则分别对证据体直接融合、文献[12]修正证据体融合和本文修正证据体融合的结果完全相同,这是由于证据体完全相同,因此权重值恒为0.5。所以,当证据体完全相同时,三种方式的融合结果也完全相同。

例3 辨识框架 $U=\{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$, 基本置信指派为:

$$m_1(\omega_1)=0.900\ 0, m_1(\omega_1, \omega_2)=0.050\ 0$$

$$m_1(\omega_1, \omega_2, \omega_3)=0.050\ 0; m_2(\omega_1)=0.050\ 0$$

$$m_2(\omega_1, \omega_2)=0.050\ 0, m_2(\omega_1, \omega_2, \omega_3)=0.900\ 0$$

首先,根据式(4)求 pignistic 概率,如下:

$$BetP_1(\omega_1)=0.941\ 7, BetP_1(\omega_1, \omega_2)=0.041\ 7$$

$$BetP_1(\omega_1, \omega_2, \omega_3)=0.016\ 7; BetP_2(\omega_1)=0.375\ 0$$

$$BetP_2(\omega_1, \omega_2)=0.325\ 0, BetP_2(\omega_1, \omega_2, \omega_3)=0.300\ 0$$

根据式(3)可得,文献[12]的不确定度为 $AM_1=0.371\ 4, AM_2=1.578\ 7$ 。根据式(5)可得,本文方法的不确定度为 $DN_1=0.285\ 6, DN_2=1.561\ 8$ 。由于 AM 和 DN 的值在0到2之间,因此,取 $\beta=2.5$ 。

当 m_1 和 m_2 融合时,式(7)和式(8)可得文献[12]的权重和修正证据体为 $w_1=0.953\ 4, w_2=0.046\ 6; m_{WAE}(\omega_1)=0.860\ 4, m_{WAE}(\omega_1, \omega_2)=0.050\ 0, m_{WAE}(\omega_1, \omega_2, \omega_3)=0.089\ 6$ 。本文的权重和修正证据体为 $w_1=0.960\ 5, w_2=0.039\ 5; m_{WAE}(\omega_1)=0.866\ 4, m_{WAE}(\omega_1, \omega_2)=0.050\ 0, m_{WAE}(\omega_1, \omega_2, \omega_3)=0.083\ 6$ 。最后,采用式(9)、式(10)和式(11)对修正证据体进行融合,结果如表5所示。

由表5可知,DST、PCR2和PCR5直接融合的结果完全相同;DST、PCR2和PCR5对文献[12]的修正证据体进行融合,计算结果完全相同;DST、PCR2和PCR5对本文的修正证据体进行融合结果也完全相同。这是因为例3的证据体 $k=0$, 冲突为0,即只存在非特异性时,DST、PCR2和PCR5不仅对原本的证据体融合结果相同,对修正证据体融合的结果也相同。

表5 例3的融合结果

	$m(\omega_1)$	$m(\omega_1, \omega_2)$	$m(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$
DST直接融合	0.905 0	0.050 0	0.045 0
DST文献[12]	0.980 5	0.011 5	0.008 0
DST本文	0.982 2	0.010 9	0.007 0
PCR2直接融合	0.905 0	0.050 0	0.045 0
PCR2文献[12]	0.980 5	0.011 5	0.008 0
PCR2本文	0.982 2	0.010 9	0.007 0
PCR5直接融合	0.905 0	0.050 0	0.045 0
PCR5文献[12]	0.980 5	0.011 5	0.008 0
PCR5本文	0.982 2	0.010 9	0.007 0

例4 辨识框架 $U=(\theta_1, \theta_2)$, 两组广义基本概率指派为:

$$m_1(\theta_1)=0.500\ 0, m_1(\theta_2)=0.300\ 0, m_1(\theta_1, \theta_2)=0.200\ 0$$

$$m_2(\theta_1)=0.300\ 0, m_2(\theta_2)=0.300\ 0, m_2(\theta_1, \theta_2)=0.400\ 0$$

首先,根据式(4)求 pignistic 概率,如下:

$$BetP_1(\theta_1)=0.600\ 0, BetP_1(\theta_2)=0.400\ 0$$

$$BetP_1(\theta_1, \theta_2)=0.100\ 0; BetP_2(\theta_1)=0.500\ 0$$

$$BetP_2(\theta_2)=0.500\ 0, BetP_2(\theta_1, \theta_2)=0.200\ 0$$

根据式(3)、式(7)和式(8)可得,文献[12]的不确定度、权重和修正证据体为: $AM_1=1.303\ 1, AM_2=1.464\ 4; w_1=0.655\ 9, w_2=0.344\ 1; m_{WAE}(\theta_1)=0.431\ 2, m_{WAE}(\theta_2)=0.300\ 0, m_{WAE}(\theta_1, \theta_2)=0.268\ 8$ 。根据式(5)、式(7)和式(8)可得,本文方法的不确定度、权重和修正证据体为: $DN_1=1.103\ 9, DN_2=1.189\ 5; w_1=0.584\ 7, w_2=0.415\ 3; m_{WAE}(\theta_1)=0.416\ 9, m_{WAE}(\theta_2)=0.300\ 0, m_{WAE}(\theta_1, \theta_2)=0.283\ 1$ 。最后,采用式(9)、式(10)和式(11)对修正证据体进行融合,结果如表6所示。

表6 例4的融合结果

	$m(\theta_1)$	$m(\theta_2)$	$m(\theta_1, \theta_2)$
DST直接融合	0.539 5	0.355 3	0.105 3
DST文献[12]	0.563 5	0.339 0	0.097 5
DST本文	0.546 6	0.346 5	0.106 9
PCR2直接融合	0.547 1	0.372 9	0.080 0
PCR2文献[12]	0.570 3	0.357 4	0.072 3
PCR2本文	0.555 3	0.364 5	0.080 1
PCR5直接融合	0.548 7	0.371 3	0.080 0
PCR5文献[12]	0.570 3	0.357 4	0.072 3
PCR5本文	0.555 3	0.364 5	0.080 1

由于 AM 和 DN 的值在0到1.5之间,因此,取 $\beta=4$ 。表6为一般情况下本文方法和直接融合、文献[12]方法的证据体融合结果的比较。由例4的证据体可以看出, $m(\theta_1)$ 的基本概率指派值在整个证据体当中出现了一个最大值0.5,另一个值0.3却不是很大,因此,证据是偏向 θ_1 的,但结果不能过大。证据体中 $m(\theta_2)$ 的值都为0.3,由此可知,两个证据体都认为 θ_2 的偏向度应该在0.3以上且不能过高。本文方法的修正证据体采用DST、PCR2和PCR5进行融合, $m(\theta_1)$ 和 $m(\theta_2)$ 的结果都介于

直接融合和文献[12]修正证据体的融合结果之间,结果合理有效。而 $m(\theta_1, \theta_2)$ 的值分别为 0.2 和 0.4,说明证据对 $m(\theta_1, \theta_2)$ 的支持程度不小,本文方法的结果比直接融合和文献[12]方法的结果都大,而直接融合和文献[12]的融合结果都过小。因此,本文方法比直接融合、文献[12]方法的结果更为合理有效,且本文方法的修正证据体也能够采用 DSmT 框架下的 PCR 组合规则进行融合,结果合理有效。

根据多义度、总体不确定度以及本文方法的计算公式易知:与文献[12]相比,本文方法需要额外计算原始的不确定度(不一致度和非特异度);与总体不确定度相比,需要额外计算多义度。因此本文方法的时间复杂度相对大一些。假设证据源的焦元数为 N ,则本文方法比多义度多了 $3N$ 次乘法和 $3N$ 次对数(log)运算,比总体不确定度多了 N 次乘法和 N 次对数运算。因此,本文方法在时间复杂度方面与文献[12]的不确定度相比并没有优势,本文方法的优势在于其度量结果具有更好的可靠性、完整性和合理性。

6 结束语

针对证据的高冲突问题,本文提出了一种新的证据不确定性度量方法。新方法能够使证据体本身所包含的不确定信息更完善地呈现出来。然后,采用新方法生成权重,再利用权重得到修正证据体。最后,采用证据理论进行数据融合,通过算例验证了新方法的特性和融合效果。算例结果表明了新方法的有效性和合理性。本文采用线性组合方式实现多种不确定信息的组合,是因为其形式简单,易于计算。若事先知道证据源中不同类型不确定性的组合情况,则采用更贴合实际情况的组合方式,可以获得更好的不确定性度量结果。

参考文献:

- [1] Dezert J, Wang P, Tchamova A. On the validity of Dempster-Shafer theory[C]//Proceedings of 15th International Conference on Information Fusion, Singapore, 2012:655-660.
- [2] Wierman M J. Measuring conflict in evidence theory[C]//Proceedings of the IFSA World Congress and 20th NAFIPS International Conference, 2001:1741-1745.
- [3] Harmanec D, Klir G J. Measuring total uncertainty in Dempster-Shafer theory[J]. International Journal of General Systems, 1994, 22(4):405-419.
- [4] Maeda Y, Nguyen H T, Ichihashi H. Maximum entropy algorithms for uncertainty measures[J]. International Journal of Uncertainty Fuzziness and Knowledge-based Systems, 1993, 1(1):69-93.
- [5] Liu C, Grenier D, Jusselme A L, et al. Reducing algorithm complexity for computing an aggregate uncertainty measure[J]. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part A, 2007, 37(5):669-679.
- [6] Huynh V N, Yoshiteru N. Notes on reducing algorithm complexity for computing an aggregate uncertainty measure[J]. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part A, 2010, 40(1):205-209.
- [7] Maeda Y, Ichihashi H. An uncertainty measure with monotonicity under the random set inclusion[J]. International Journal of General Systems, 1993, 21(4):379-392.
- [8] Abellan J, Moral S. Measuring total uncertainty in Dempster-Shafer theory of evidence: properties and behaviors[C]//Proceedings of the Annual Meeting of the North American Fuzzy Information Processing Society. New York: IEEE, 2008:1-6.
- [9] Jusselme A L, Liu C S, Grenier D, et al. Measuring ambiguity in the evidence theory[J]. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part A, 2006, 36(5):890-903.
- [10] Klir G J, Lewis H W. Remarks on "measuring ambiguity in the evidence theory"[J]. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part A, 2008, 38(4):995-999.
- [11] Han D Q, Han C Z, Yang Y. A modified evidence combination approach based on ambiguity measure[C]//Proceedings of the 11th International Conference on Information Fusion. Cologne, Germany: IEEE, 2008:1-6.
- [12] 韩德强, 邓勇, 韩崇昭, 等. 利用不确定度的冲突证据组合[J]. 控制理论与应用, 2011, 28(6):788-792.
- [13] Han D Q, Deng Y, Han C Z, et al. Weighted evidence combination based on distance of evidence and uncertainty measure[J]. Journal of Infrared and Millimeter Waves, 2011, 30(5):396-401.
- [14] Smarandache F, Han D Q, Martin A. Comparative study of contradiction measures in the theory of belief functions[C]//Proceedings of the 15th International Conference on Information Fusion, Singapore, 2012:271-277.
- [15] Smarandache F, Martin A, Osswald C. Contradiction measures and specificity degrees of basic belief assignments[C]//Proceedings of the 14th International Conference on Information Fusion, Chicago, Illinois, 2011:1-8.
- [16] Shafer G. A mathematical theory of evidence[M]. Princeton: Princeton University Press, 1976.
- [17] Smarandache F, Dezert J. Advances and applications of DSmT for information fusion[M]. Rehoboth: American Research Press, 2006.
- [18] Klir G J, Parviz B. A note on measure of discord[C]//Proceedings of the 8th Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence, San Mateo, California, 1992:138-141.