ARALIK GENELLEŞTİRİLMİŞ KÜME DEĞERLİ NÖTROSOFİK BEŞLİ GRAFLAR ÜZERİNE ANP KARAR VERME UYGULAMALARI

Damla YALVAÇ

Editör: Prof. Dr. Memet ŞAHİN

NSIA Publishing House

Damla YALVAÇ

ARALIK GENELLEŞTİRİLMİŞ KÜME DEĞERLİ NÖTROSOFİK BEŞLİ GRAFLAR ÜZERİNE ANP KARAR VERME UYGULAMALARI

Editör: Prof. Dr. Memet ŞAHİN

Applications of ANP Decision Making on Interval Generalized Neutrosophic Pentagonal Graphs

This book consists of 5 chapters. In the first chapter, Fuzzy set, Intuitionistic fuzzy set, Neutrosophic set, ANP method, graphs, historical development of neutrosophic graphs were mentioned. In the second part; Fuzzy set, Fuzzy graph, Intuitionistic fuzzy set, Intuitionistic fuzzy graph, steps of ANP method, neutrosophic sets, neutrosophic graph, neutrosophic quadruple set, neutrosophic quadruple graph, neutrosophic quintuple set, interval neutrosophic quintuple set and their properties are given. In the third section; interval generalized set valued neutrosophic quintuple sets, single-valued neutrosophic quintuple graphs, interval generalized set-valued neutrosophic quintuple graphs and their basic properties are examined and examples related to this structure are given. In the fourth section, the steps of the ANP method for interval generalized set-valued neutrosophic quintuple graphs are given. An example problem solution is given to demonstrate the applicability of the developed method. In the fifth chapter, the findings are evaluated and the conclusions are presented. Furthermore, the contributions of the developed method to multi-criteria decision making problems are discussed and suggestions for future research are made.

Damla YALVAÇ

ARALIK GENELLEŞTİRİLMİŞ KÜME DEĞERLİ NÖTROSOFİK BEŞLİ GRAFLAR ÜZERİNE ANP KARAR VERME UYGULAMALARI

Editör: Prof. Dr. Memet ŞAHİN

NSIA Publishing House

Neutrosophic Science International Association (NSIA)
Publishing House

Division of Mathematics and Sciences
University of New Mexico
705 Gurley Ave., Gallup Campus
NM 87301, United States of America

University of Guayaquil
Av. Kennedy and Av. Delta
"Dr. Salvador Allende" University Campus
Guayaquil 090514, Ecuador

https://fs.unm.edu/NSIA/
https://neutrosophic.org/nsia-publishing-house/

ISBN 978-1-59973-873-4

İÇİNDEKİLER

Sayfa

İÇİNDEKİLER ..... **I**

TABLOLAR LİSTESİ ..... **III**

ŞEKİLLER LİSTESİ ..... **V**

SEMBOLLER LİSTESİ ..... **VI**

KISALTMALAR LİSTESİ ..... **VIII**

BÖLÜM 1 GİRİŞ **1**

BÖLÜM 2 GENEL BİLGİLER **11**

2.1 Bulanık Küme ve Bulanık Graf 11

2.2 Sezgisel Bulanık Küme ve Sezgisel Bulanık Graf 12

2.3 Tek Değerli Nötrosofik Küme ve Tek Değerli Nötrosofik Graflar 13

2.4 Aralık Değerli Nötrosofik Küme ve Aralık Değerli Nötrosofik Graflar 15

2.5 Nötrosofik Dörtlü Küme ve Genelleştirilmiş Küme Değerli Nötrosofik Dörtlü Küme 18

2.6 Aralık Genelleştirilmiş Küme Değerli Nötrosofik Dörtlü Küme ve Aralık Genelleştirilmiş Küme Değerli Nötrosofik Dörtlü Graflar 19

2.7 Tek Değerli Dört Parçalı Nötrosofik Küme ve Tek Değerli Dört Parçalı Nötrosofik Graflar 21

2.8 Aralık Değerli Dört Parçalı Nötrosofik Küme ve Aralık Değerli Dört Parçalı Nötrosofik Graflar 23

2.9 Nötrosofik Beşli Küme ve Küme Değerli Nötrosofik Beşli Küme 25

2.10 Aralık Nötrosofik Beşli Küme ve Aralık Küme Değerli Nötrosofik Beşli Küme 25

2.11 Genelleştirilmiş Küme Değerli Nötrosofik Beşli Küme 27

2.12 Klasik ANP Metodu 28

BÖLÜM 3 ARALIK GENELLEŞTİRİLMİŞ KÜME DEĞERLİ NÖTROSOFİK BEŞLİ KÜMELER VE NÖTROSOFİK BEŞLİ SAYILAR İÇİN GRAFLAR **30**

3.1 Aralık Genelleştirilmiş Küme Değerli Nötrosofik Beşli Küme ve Özellikleri 30

3.2 Tek Değerli Nötrosofik Beşli Graf 56

3.3 Aralık Genelleştirilmiş Küme Değerli Nötrosofik Beşli Graf 62

BÖLÜM 4 ARALIK GENELLEŞTİRİLMİŞ KÜME DEĞERLİ NÖTROSOFİK BEŞLİ GRAFLAR İÇİN ANP METODU 70

4.1 Aralık Genelleştirilmiş Küme Değerli Nötrosofik Beşli Graflar için ANP Metodu 70

4.2 Aralık Genelleştirilmiş Küme Değerli Nötrosofik Beşli Graflar için ANP Metodu Uygulaması 83

BÖLÜM 5 SONUÇLAR 103

KAYNAKLAR 105

TABLOLAR LİSTESİ

Sayfa

Tablo 2.1 Saaty 1-9 ölçeği 28
Tablo 2.2 RI rastgele indeks tablosu 29
Tablo 4.1 $\widehat{\hbar_1}$ uzmanının ikili karşılaştırma matrisi 77
Tablo 4.2 $\widehat{\hbar_\sigma}$ uzmanının ikili karşılaştırma matrisi 77
Tablo 4.3 Uzmanların ortak ikili karşılaştırma matrisi 78
Tablo 4.4 Uzmanların ortak ikili karşılaştırmalarının net değer matrisi ve yerel ağırlık değerleri 78
Tablo 4.5 $\widetilde{\mathfrak{t}_l}$ kriterine göre kriterlerin iç bağımlılıklarının ikili karşılaştırma matrisi 79
Tablo 4.6 $\widetilde{\mathfrak{t}_\omega}$ kriterine göre kriterlerin iç bağımlılıklarının ikili karşılaştırma matrisi 80
Tablo 4.7 $\widetilde{\mathfrak{t}_l}$ kriterine göre kriterlerin iç bağımlılıklarının ikili karşılaştırmasının net değer matrisi ve ağırlıkları 80
Tablo 4.8 $\widetilde{\mathfrak{t}_\omega}$ kriterine göre kriterlerin iç bağımlılıklarının ikili karşılaştırmasının net değer matrisi ve ağırlıkları 81
Tablo 4.9 Süper Matris 82
Tablo 4.10 Normalleştirilmiş süper matris 82
Tablo 4.11 Alt kriterlerin ağırlık değerleri 85
Tablo 4.12 $\widehat{\mathfrak{u}_1}$ uzamının ikili karşılaştırma matrisi 95
Tablo 4.13 $\widehat{\mathfrak{u}_2}$ uzamının ikili karşılaştırma matrisi 95
Tablo 4.14 Kriterlerin ortlamala kesişim operatörü ile elde edilen ikili karşılaştırma matrisi 97
Tablo 4.15 Kriterlerin ortalama kesişim operatörü ile elde edilen ikili karşılaştırmalarının net değer matrisi ve yerel ağırlık değerleri 98
Tablo 4.16 D kriterine göre kriterlerin iç bağımlılıklarının ikili karşılaştırma matrisi 99

Tablo 4.17 K kriterine göre kriterlerin iç bağımlılıklarının ikili karşılaştırma matrisi 99
Tablo 4.18 S kriterine göre kriterlerin iç bağımlılıklarının ikili karşılaştırma matrisi 99
Tablo 4.19 *D* kriterine göre kriterlerin iç bağımlılıklarının ikili karşılaştırmasının net değer matrisi ve ağırlıkları 100
Tablo 4.20 *K* kriterine göre kriterlerin iç bağımlılıklarının ikili karşılaştırmasının net değer matrisi ve ağırlıkları 100
Tablo 4.21 *S* kriterine göre kriterlerin iç bağımlılıklarının ikili karşılaştırmasının net değer matrisi ve ağırlıkları 100
Tablo 4.22 D,K ve S kriterlerinin süper matrisi 101
Tablo 4.23 D,K ve S kriterlerinin normalleştirilmiş süper matrisi 101
Tablo 4.24 D, K ve S kriterlerinin global ağırlıkları 101

ŞEKİLLER LİSTESİ

Sayfa

Şekil 2.1 $\mathcal{G}$ tek değerli nötrosofik graf 14
Şekil 2.2 G aralık değerli nötrosofik graf 17
Şekil 3.1 $\mathcal{G}^B$ grafı 57
Şekil 3.2 $\mathcal{G}^{B^*}$ grafı 60
Şekil 3.3 G_B grafı 64
Şekil 3.4 $G_B{}^*$ grafı 67
Şekil 4.1 $\widehat{\mathcal{k}_1}$ uzmanının grafının düğümleri 72
Şekil 4.2 $\widehat{\mathcal{k}_\sigma}$ uzmanının grafının düğümleri 73
Şekil 4.3 $\widehat{\mathcal{k}_1}$ uzmanının grafının yolları 73
Şekil 4.4 $\widehat{\mathcal{k}_\sigma}$ uzmanının grafının yolları 74
Şekil 4.5 $\widehat{\mathcal{u}_1}$ uzmanının grafının düğümleri 86
Şekil 4.6 $\widehat{\mathcal{u}_2}$ uzmanının grafının düğümleri 87
Şekil 4.7 $\widehat{\mathcal{u}_1}$ uzmanının grafının yolları 88
Şekil 4.8 $\widehat{\mathcal{u}_2}$ uzmanının grafının yolları 88

SEMBOLLER LİSTESİ

$\boldsymbol{\mu_D(x)}$	x in D kümesine ait olma derecesi
$\leq$	Küçük eşit
$\geq$	Büyük eşit
$\cap$	Kesişim işlemi
$\cup$	Birleşim işlemi
$\setminus$	Fark işlemi
$\subseteq$	Alt küme
$\in$	Elemanıdır
$\supseteq$	Kapsar
$\nsubseteq$	Alt kümesi veya eşit değil
$\boldsymbol{G = (\mu_D, \omega_D)}$	bulanık graf
$\boldsymbol{\vartheta_D(x)}$	x in D kümesine ait olmama derecesi
$\boldsymbol{\pi_D(x)}$	x in D kümesindeki belirsilik derecesi
$\boldsymbol{G = (V, E)}$	sezgisel bulanık graf
$\boldsymbol{T_{a_{S_i}}}$	a_{S_i} nin S kümesndeki doğruluk derecesi
$\boldsymbol{I_{a_{S_i}}}$	a_{S_i} nin S kümesndeki belirsizlik derecesi
$\boldsymbol{F_{a_{S_i}}}$	a_{S_i} nin S kümesndeki yanlışlık derecesi
$\boldsymbol{\mathcal{G}}$	nötrosofik graf
$\boldsymbol{\mathcal{G}^*}$	Güçlü nötrosofik graf
$\boldsymbol{T_{\tilde{S}}^L}$	Aralık değerli nötrosofik kümenin doğruluk derecesinin alt sınırıdır
$\boldsymbol{T_{\tilde{S}}^U}$	Aralık değerli nötrosofik kümenin doğruluk derecesinin üst sınırıdır
$\boldsymbol{I_{\tilde{S}}^L}$	Aralık değerli nötrosofik kümenin belirsizlik derecesinin alt sınırıdır
$\boldsymbol{I_{\tilde{S}}^U}$	Aralık değerli nötrosofik kümenin belirsizlik derecesinin üst sınırıdır

$\boldsymbol{F_{\tilde{S}}^{L}}$	Aralık değerli nötrosofik kümenin yanlışlık derecesinin alt sınırıdır
$\boldsymbol{F_{\tilde{S}}^{U}}$	Aralık değerli nötrosofik kümenin yanlışlık derecesinin üst sınırıdır
$\boldsymbol{U_{a_{S_i}}}$	a_{S_i} nin S kümesndeki bilinmezlik derecesi
$\boldsymbol{C_{a_{S_i}}}$	a_{S_i} nin S kümesndeki çelişki derecesi
$\boldsymbol{U_{\tilde{S}}^{L}}$	Aralık değerli dört parçalı nötrosofik kümenin bilinmezlik derecesinin alt sınırıdır
$\boldsymbol{U_{\tilde{S}}^{U}}$	Aralık değerli dört parçalı nötrosofik kümenin bilinmezlik derecesinin üst sınırıdır
$\boldsymbol{C_{\tilde{S}}^{L}}$	Aralık değerli dört parçalı nötrosofik kümenin çelişki derecesinin alt sınırıdır
$\boldsymbol{C_{\tilde{S}}^{U}}$	Aralık değerli dört parçalı nötrosofik kümenin çelişki derecesinin üst sınırıdır
$\boldsymbol{S_D((\mathcal{R}_N)_1)}$	$(\tilde{\mathcal{R}}_N)_1$ nin skor değeri
$\boldsymbol{K_D((\mathcal{R}_N)_1)}$	$(\tilde{\mathcal{R}}_N)_1$ nin kesinlik değeri
$\boldsymbol{\mathcal{C}_A}$	Graflarda A düğümü
$\boldsymbol{\mathcal{E}_{AB}}$	Graflarda A ve B düğümlerini birleştiren yol
$\boldsymbol{\left(\widehat{\mathcal{D}^{1}_{\breve{m}_{\ell_{ab}}}}\right)}$	$\left(\widehat{\mathcal{D}}^{1}{}_{\breve{m}_{\ell_a}}\right)$ ve $\left(\widehat{\mathcal{D}}^{1}{}_{\breve{m}_{\ell_b}}\right)$ nin kesişimlerinin $\sum \mathcal{W}_a \geq 0{,}5$ e göre kesişiminin eleman sayısı
$\boldsymbol{\left(\widehat{\mathcal{D}^{1}_{\breve{m}_{\ell_{ab}}}}\right)_{\mathrm{U}}}$	$\left(\widehat{\mathcal{D}}^{1}{}_{\breve{m}_{\ell_a}}\right)_{\mathrm{U}}$ ve $\left(\widehat{\mathcal{D}}^{1}{}_{\breve{m}_{\ell_b}}\right)_{\mathrm{U}}$ nin birleşimlerinin $\sum \mathcal{W}_a \geq 0{,}5$ e göre birleşiminin eleman sayısı
$\boldsymbol{YA(\widetilde{t_\omega})}$	$\widetilde{t_\omega}$ kriterinin yerel ağırlık değeri
$\boldsymbol{W_{YA}}$	Yerel ağırlık matrisi
$\boldsymbol{(A(\widetilde{t_a}))_{\widetilde{t_b}}}$	$\widetilde{t_b}$ kriterinin iç bağımlılığına göre $\widetilde{t_a}$ kriterinin ağırlığı
$\boldsymbol{V_{\widetilde{t_1}}}$	$\widetilde{t_1}$ kriterinin özvektörü
$\boldsymbol{N\left((A(\widetilde{t_\iota}))_{\widetilde{t_\jmath}}\right)}$	$(A(\widetilde{t_\iota}))_{\widetilde{t_\jmath}}$ nin normalleştirilmiş değeri
$\boldsymbol{GA(\widetilde{t_\omega})}$	$\widetilde{t_\omega}$ kriterinin global ağırlık değeri

KISALTMALAR LİSTESİ

ADDPNG	Aralık değerli dört parçalı nötrosofik graf
ADDPNK	Aralık değerli dört parçalı nötrosofik küme
AGKDNBG	Aralık genelleştirilmiş küme değerli nötrosofik beşli graf
AGKDNBK	Aralık genelleştirilmiş küme değerli nötrosofik beşli küme
AGKDNBS	Aralık genelleştirilmiş küme değerli nötrosofik beşli sayı
ANP	Analitik ağ süreci
TDDPNG	Tek değerli dört parçalı nötrosofik graf
GTDDPNG	Güçlü tek değerli dört parçalı nötrosofik graf
GADDPNG	Güçlü aralık değerli dört parçalı nötrosofik graf
GAGKDNBG	Güçlü aralık genelleştirilmiş küme değerli nötrosofik beşli graf
GKDNBK	Genelleştirilmiş küme değerli nötrosofik beşli küme
GTDNBG	Güçlü tek değerli nötrosofik beşli graf
TDNBG	Tek değerli nötrosofik beşli graf

BÖLÜM 1
GİRİŞ

Gerçek yaşam koşullarında, olayların sonuçları genellikle kaçınılmazdır. Geleneksel küme teorisi, bu sonuçların belirsizliklerini ve eksik yanlarını yeterince kapsayamaması nedeniyle eleştirildi. Ancak, akademik analizler ve ilerlemeler, performansların daha etkin bir şekilde incelenebilmesi için yeni yöntemlerin geliştirilmesine olanak sağladı. Bu ilerlemeler, karmaşık durumları modellemek için yenilikçi teorilerin ortaya çıkmasını sağladı. Zadeh 1965 yılında bulanık küme teorisini tanımladı [1]. Bulanık küme teorisi, kanıtlar ve kesin olmayan bilgilerle dolu gerçek dünyayı daha etkili bir şekilde modellemek amacıyla geliştirilmiş önemli bir yaklaşımdır. Geleneksel kesin kümelerden farklı olarak, bulanık küme teorisi yalnızca kesin üyelikleri değil, aynı zamanda üyelik derecelerini de kabul eder. Bu, bir nesnenin bir kümeye ait olup olmadığının yalnızca "evet" veya "hayır" olarak değil, belirli bir olasılık veya derecelendirme ile ifade edilmesi anlamına gelir. Bu yaklaşım, gerçek hayattaki belirsizlikleri ve karmaşıklıkları ele alma yeteneği ile öne çıkmaktadır. Asif ve ark. 2025 yılında pisagor bulanık küme teorisi ve Hamacher etkileşimli operatörleri kullanılarak çok nitelikli karar verme problemlerinin daha etkili bir şekilde modelledi [2]. Fujita ve Smarandache 2025 yılında bulanık küme teorisinin HiperBulanık ve SüperHiperBulanık uzantıları ile birlikte iklim değişikliği ve çevresel faktörler bağlamındaki potansiyel uygulamaları inceledi [3]. Liu ve ark. 2025 yılında Karmaşık Fermate Bulanık Kümeler arasındaki tutarsızlıkları ölçmek için çeşitli mesafe ölçütleri ve bunların ağırlıklı versiyonları geliştirdi, bu ölçütlerin teorik özellikleri inceledi ve karar verme ile kümeleme süreçlerindeki etkinlikleri örneklerle gösterdi [4].

Atanassov 1986 yılında sezgisel bulanık kümeleri tanımladı [5]. Sezgisel bulanık kümeler, klasik bulanık küme teorisinin daha gelişmiş bir uzantısı olup, belirsizlik ve yetersiz bilgi durumlarını daha etkili şekilde modellemek amacıyla geliştirildi. Bulanık kümelerde her bir elemana yalnızca kümeye aitlik derecesi atanırken, sezgisel bulanık kümelerde her bir eleman için aitlik, ait olmama ve tereddüt dereceleri birlikte değerlendirilir. Bu sayede, sadece ait olma değil, aynı zamanda ait olmama ve karar

verilemeyen durumlardaki belirsizlik de dikkate alınmış olur. Sezgisel bulanık kümeler, özellikle bilgi eksikliğinin veya çelişkili verilerin olduğu karar verme problemlerinde klasik bulanık kümelere göre daha güçlü ve esnek bir yaklaşım sunar. Bu yapısıyla, sezgisel bulanık kümeler hem teorik analizlerde hem de pratik uygulamalarda daha kapsamlı bir belirsizlik yönetimi sağlar. Anh ve ark. 2025 yılında seviyeli sezgisel bulanık küme ve bölme kavramlarına dayalı olarak dinamik ve gürültülü verilerde etkili öznitelik azaltımı sağlayan yeni artımlı algoritmalar geliştirdi ve önerilen yöntemin hem işlem süresi hem de sınıflandırma doğruluğu açısından mevcut yöntemlere göre üstünlüğü deneysel olarak gösterdi [6]. Zhou ve Chen 2025 yılında dijital dönüşüm sürecinde işletmelerin veri yapısı çözümü seçiminde karşılaştıkları zorluklara yönelik olarak, sezgisel bulanık kümeler çerçevesinde AHP, Entropi ve ELECTRE tekniklerini birleştiren IF-AHP-Entropy-ELECTRE modelini önerdi ve modelin, güçlü veri entegrasyonu ve sürdürülebilir dijital büyüme sağlama potansiyelini gösterdi [7]. Fahmi ve ark. 2025 yılında belirsiz ortamlarda çok kriterli karar verme süreçlerini daha hassas ve esnek şekilde desteklemek amacıyla, dairesel sezgisel bulanık kümeler ile hamacher operatörlerini entegre eden altı yeni toplama operatörü geliştirdi [8].

Florentin Smarandache tarafından 1998 yılında geliştirilen nötrosofik küme ve nötrosofik mantık teorisi, belirsiz, çelişkili ve eksik bilgileri daha etkili bir şekilde ele almayı amaçlayan genelleştirilmiş bir çerçeve sundu [9]. Wang ve ark. 2010 yılında tek değerli nötrosofik kümeleri tanımladı [10]. Bu teori, her bir elemanın doğruluk (T), belirsizlik (I) ve yanlışlık (F) derecelerini [0,1] aralığında tanımlar. Dolayısıyla, elemanların belirli bir doğruluk veya yanlışlık değeriyle ifade edilmesi sağlanır. Bu esnek yaklaşım, kesin kategorilere bağlı kalmadan karmaşık problemlerin daha doğru bir şekilde incelenmesine olanak tanır. Nötrosofik küme ve mantık teorisi, tutarsızlıkların çözümü ve karmaşıklıkların analizi konusunda önemli bir araç olarak kabul edilmekte ve birçok disiplinde uygulama alanı bulmaktadır. Özellikle karar verme problemlerinde sıklıkla kullanılmaktadır. Zhao 2025 yılında dijital ekonomi bağlamında kültürel endüstri gelişiminin kalite değerlendirmesini gerçekleştirmek üzere, belirsiz verilerle başa çıkabilen süperhiperyumuşak küme, tek değerli nötrosofik sayı ve genişletilmiş promethee adlı yeni birçok nitelikli grup karar verme modeli geliştirdi ve modelin etkinliği sayısal örnekler ile karşılaştırmalı analizler yaptı [11]. Kahraman 2025 yılında doğruluk, yanlışlık ve belirsizlik derecelerini orantısal

yargılara dayalı olarak daha kolay ve anlamlı biçimde belirlemeyi sağlayan orantılı nötrosofik kümeleri tanıttı; bu kümelerle birlikte geliştirilen analitik hiyerarşi süreci ve TOPSIS temelli çok kriterli karar verme yöntemi, personel seçimi problemi üzerinde uygulanarak klasik yöntemlere kıyasla daha güvenilir ve kullanıcı dostu sonuçlar elde etti [12]. Vijaya ve ark. 2025 yılında karmaşık fermatean nötrosofik kümeler için geliştirilen yeni bir tereddüt mesafesi ölçütü ile belirsizliğin daha doğru ölçülmesini sağlayarak, özellikle çok kriterli karar verme problemlerinde etkinliğini ortaya koymakta ve karar vericilere karmaşık ortamlarda bilinçli kararlar alabilmeleri için güçlü bir araç sundu [13].

Wang ve ark. 2005 yılında aralık değerli nötrsofik küme kavramını tanımlamış ve bu yöntemin karar verme uygulamalarında daha esnek bir yapı sunduğunu gösterdi [14]. Aralık değerli nötrsofik kümelerde, her elemanın doğruluk (T), belirsizlik (I) ve yanlışlık (F) değerleri tek bir sayı yerine bir aralıkla ifade edilir. Bu, kesin yargılara varmanın zor olduğu durumları daha iyi temsil etmektedir. Safarova ve ark. 2025 yılında karmaşık düzlemde belirsizliği tanımlayan karmaşık fermatean aralık değerli nötrosofik kümeler için yeni bir tereddüt mesafesi ölçütü önererek, çok ölçütlü karar verme problemlerinde belirsizliğin etkin şekilde ele alınmasına yönelik güçlü ve yenilikçi bir yaklaşım sundu [15]. Ye 2025 yılında dilsel nötrosofik çok değerli kümeler senaryosunda periyodikliğe sahip çok kriterli grup karar alma problemlerini etkili bir şekilde ele almak için dilsel güven aralığı değerli nötrosofik sayılarla trigonometrik toplama operatörleri kullanan bir strateji geliştirmekte ve bu yaklaşımı enerji depolama teknolojilerinin seçiminde uygulayarak mevcut yöntemlerle karşılaştırdı [16]. Narmadhagnanam ve Samuel 2024 yılında n-değerli aralıklı nötrosofik kümeler arasındaki kotanjant benzerliğini inceleyerek tıbbi tanı yöntemlerindeki belirsizlikleri ele alan ve hastalık tanısını doğru bir şekilde koymaya yardımcı olan bir yaklaşım önerdi [17].

Florentin Smarandache, 2015 yılında nötrsofik dörtlü küme ve nötrsofik dörtlü sayılar kavramını tanıttı [18]. Bu kavram, doğruluk, belirsizlik ve yanlışlık derecelerine ek olarak bilinen ve bilinmeyen boyutları da içerir. Şahin ve ark. 2020 yılında genelleştirilmiş küme değerli nötrsofik dörtlü kümeler ve sayılar tanımlayarak bu kavramı daha da genişletti [19]. Muhiuddin ve Smarandache 2022 yılında BCI-cebirleri bağlamında nötrosofik dörtlü q-idealler ve ideallerin tanımları, özellikleri ve

bunların oluşturduğu yapılar ile bu yapıların q-ideal olma koşullarını inceledi [20]. Kargın ve ark. 2024 yılında çoklu genelleştirilmiş küme değerli nötrosofik dörtlü kümeleri ve bu kümeler için operatörleri tanımladı [21]. Şahin ve Kargın 2022 yılında aralık genelleştirilmiş küme değerli nötrosofik dörtlü kümeleri tanımladı [22]. Şahin ve ark. 2024 yılında ve aralık genelleştirilmiş küme değerli nötrosofik dörtlü sayılar için hamming uzaklık ölçümünü tanımladı [23].

Chatterjee ve ark. 2016 yılında tek değerli dört parçalı nötrosofik küme kavramını ortaya koymuş ve belirsizlik değerini çelişki ve bilinmezlik bileşenlerine ayırarak matematiksel ifadeyi kolaylaştırdı [24]. Bu, belirsizlik içeren durumların daha detaylı analiz edilmesine olanak tanımaktadır. Saeed ve ark. 2025 yılında dört parçalı nötrosofik yumuşak kümeleri ve bu kümelere ilişkin yeni işlemler ile topolojik kavramları tanımlayarak, yumuşak topolojik uzaylar bağlamında dört parçalı nötrosofik küme teorisine katkı sundu [25]. Anandhkumar ve Prathap 2025 yılında dört parçalı nötrosofik bulanık matrisler için determinant teorisini inceleyerek, yüksek boyutlu matrisler için rafine bir hesaplama yöntemi ve dört parçalı nötrosofik bulanık matrislere dayalı karar verme problemlerini çözmek üzere bir algoritma önerdi [26]. Pramanik 2022 de ADDPNK (aralık değerli dört parçalı nötrosofik küme) tanımladı [27]. Tanımlanan bu yeni yapı, aralık nötrosofik kümelerin ve dört parçalı nötrosofik kümelerin özelliklerini sağlamaktadır. Tharini ve ark. 2025 yılında aralık dört parçalı nötrosofik bulanık matrisler bağlamında aralık-simetrik ve çekirdek-simetrik matris kavramlarını tanıtarak bunların karakterizasyonlarını, aralarındaki ilişkileri ve Moore-Penrose tersleriyle bağlantılarını incelemekte, ayrıca çok kriterli karar verme problemlerine yönelik bir algoritma önerdi [28]. Anu 2025 yılında sezgisel dört parçalı nötrosofik kümeler ve bunların yumuşak küme uzantısı tanımlayarak, yeni operatörler eşliğinde bu yapıların belirsizlikleri özellikle kararsız psikolojik davranışları modellemede nasıl etkili biçimde kullandığını ortaya koydu [29].

Şahin ve ark. 2022 yılında nötrosofik beşli küme ve küme değerli nötrosofik beşli sayılar tanımlandı [30]. Böylece nötrosofik teoriye yeni bir yapı daha eklenmiş oldu. Nötrosofik dörtlü kümelerin ve tek değerli dört parçalı nötrosofik kümelerin bir genelleştirilmiş hali olan bu yeni yapı hem nötrosofik dörtlü kümelerin hem de dört parçalı nötrosofik kümelerin özelliklerini sağlamaktadır. Şahin ve Kargın 2022 yılında aralık nötrosofik beşli kümeleri ve aralık küme değerli nötrosofik beşli kümeleri

tanımladı [31]. Nötrosofik beşli kümelerin ve aralık değerli dört parçalı nötrosofik kümelerin genelleştirilmiş bir hali olan bu yeni kümeler hem nötrosofik beşli kümelerin hem de aralık dört parçalı nötrosofik kümelerin özelliklerini sağlamaktadır. Şahin ve Kargın 2022 yılında bipolar nötrosofik beşli sayıları ve bipolar küme değerli nötrosofik beşli kümeleri tanımladı [32]. Şahin ve ark. 2023 yılında genelleştirilmiş küme değerli nötrosofik beşli kümeleri (GKDNBK) tanımladı [33]. Küme değerli nötrosofik beşli kümelerin genelleştirilmiş bir hali olan bu yeni yapı küme değerli nötrosofik beşli sayıların özelliklerini sağlamaktadır. Şahin ve ark. 2024 yılında aralık genelleştirilmiş küme değerli nötrosofik beşli kümeleri (AGKDNBK) tanımladı [34]. Böylece nötrosofik beşli küme teorisine yeni bir yapı eklenmiş oldu. Şahin ve ark. 2024 yılında AGKDNBK ve sayılar için bazı operatörler tanımladı [35]. Böylece AGKDNBK ve sayılar karar verme uygulamalarında kullanılabilir hale getirildi. Şahin ve ark. 2025 yılında çoklu genelleştirilmiş küme değerli nötrosofik beşli sayıları tanımladı [36].

Graf teorisi, ilk olarak Euler'in 1736 yılında ''Königsberg'in Yedi Köprüsü'' problemi üzerine yaptığı çalışmayla matematiksel temelleri atılan bir modelleme yaklaşımıdır. Euler, bu problemde fiziksel coğrafyayı soyutlayarak yalnızca kara parçaları ve köprüler arasındaki bağlantılara odaklanmış, böylece düğümler ve kenarlardan oluşan grafiksel yapılarla problemlerin temsil edilebileceğini göstermiştir.

Rosenfeld 1975 yılında bulanık grafları tanımladı [37]. Böylece bulanık kümelerin ve graf teorisinin bir arada kullanıldığı yeni bir yapı elde edildi. Khan ve arkadaşları 2025 yılında dört üyelik derecesine dayalı Aralık Değerli T-Küresel Bulanık Grafyapısını tanıtarak, bu yapı üzerinden hâkimiyet teorileri ve ağ optimizasyonuna dair yenilikçi yöntemler geliştirdi [38]. Bi ve arkadaşları 2025 yılında Alzheimer Hastalığı gibi beyin hastalıklarının tanısı ve patojenik mekanizmalarının belirlenmesi amacıyla, belirsizlikleri modelleyen bulanık graf tabanlı derin öğrenme yaklaşımı olan Beyinden Esinlenen Bulanık Graf Evrişimsel Ağı'nı geliştirerek, çoklu omik biyomedikal veriler üzerinde yüksek doğruluklu ve açıklanabilir bir teşhis yöntemi sundu [39].

Shannon ve Atanassov tarafından 2006 yılında tanımlanan sezgisel bulanık graflar, graf teorisinde belirsizliklerin, üye olma ve üye olmama dereceleri aracılığıyla matematiksel olarak modellenmesini mümkün kıldı [40]. Zamri ve ark. 2025 yılında belirsizlik ve tereddüt içeren yapıları daha etkili temsil etmek amacıyla sezgisel

bulanık graf kavramını tekdüzelik temelinde yeniden ele alarak, yapısal analizde kullanılabilecek yeni sezgisel bulanık topolojik endeksler geliştirmekte ve bu yaklaşımı MATLAB destekli hücresel sinir ağı örneğiyle uygulamalı olarak ortaya koydu [41]. Shaik N. ve Shaik S.B. 2025 yılında sezgisel bulanık pürüzlü graflar çerçevesinde Wiener ve bağlantı endekslerini ayrıntılı biçimde inceleyerek, belirsizlik içeren sistemlerin yapısal analizine katkı sunan yeni mesafe ve derece tabanlı topolojik endeksler geliştirdi [42]. Çalışmada geliştirilen bu endekslerin, özellikle ulaşım ağı akışı gibi pratik uygulamalardaki işlevselliği ve etkinliği de kapsamlı biçimde ortaya koydu.

Broumi ve ark. 2016 yılında tek değerli nötrosofik grafları ve güçlü tek değerli nötrosofik grafları tanımladı [43]. Broumi ve ark. 2016 yılında aralık değerli nötrosofik grafları ve güçlü aralık değerli nötrosofik grafları tanımladı [44]. Alqahtani ve ark. 2024 yılında birleşme, kompozisyon ve homeomorfizma gibi yapılar aracılığıyla karmaşık problemleri modellemek ve hastane altyapısı gibi gerçek dünya uygulamalarında çözüm üretmek amacıyla geliştirilen karmaşık nötrosofik grafların teorik temelini ve pratik etkinliğini ortaya koydu [45]. Akhmetshin ve ark 2025 yılında veri normalizasyonu, bipolar tek değerli nötrosofik graf yaklaşımları ve çok amaçlı hipopotam optimizasyon yöntemini birleştirerek geliştirdikleri İki Kutuplu Tek Değerli Nötrozofik Grafik Kümeleri Yaklaşımı yöntemiyle Statlog veri kümesi üzerinde %95,59 doğruluk oranı elde eden üstün finansal kredi riski tahmini performansını ortaya koydu [46]. Fujita ve Smarandache 2025 yılında en uzak düğümler arasındaki ilişkileri vurgulayan antipodal yapı ile doğruluk, belirsizlik, yanlışlık ve liberal durum bileşenlerini birleştirerek karmaşık sistemlerdeki belirsizliği modellemek amacıyla Antipodal Turiyam Nötrosofik Graf kavramını tanımladı [47].Şahin ve ark. 2023 yılında aralık genelleştirilmiş küme değerli nötrosofik dörtlü grafları tanımladı [48]. Ayrıca Şahin ve ark. 2023 yılında bipolar genelleştirilmiş küme değerli nötrosofik dörtlü grafları tanımladı [49].

Hussian ve ark. 2022 yılında tek değerli dört parçalı nötrosofik grafları (TDDPNG) tanımladı [50]. Shi ve ark. 2023 yılında aralık değerli dört parçalı nötrosofik grafları (ADDPNG) tanımladı [51]. Hussain ve ark. 2024 yılında belirsizlik fonksiyonunu çelişki ve bilinmezlik olarak ayıran dört parçalı nötrosofik küme yapısını temel alarak, gerçek dünya belirsizliklerini modellemek amacıyla dört parçalı nötrosofik rekabet

graf kavramını tanıttı ve bu yapının optimizasyon ve seyahat süresi gibi uygulamalardaki etkinliğini ortaya koydu [52]. Radhika ve ark. 2025 yılında DPNG yapılarıyla ilişkili Aralık Değerli İkincil k-Aralıklı Simetrik bulanık matrislerin yapısal ilişkilerini, genelleştirilmiş terslerini ve grafiksel temsilini inceleyerek karar verme süreçlerinde TDDPNG kullanımının etkinliğini ortaya koydu [53]. Şahin ve ark. 2024 yılında tek değerli nötrosofik beşli grafları (TDNBG) tanımladı [54].Böylece genelleştirilmiş küme değerli nötrosofik beşli kümelerin ve graf teorisinin birlikte kullanıldığı yeni bir yapı elde edilmiştir. Şahin ve ark. 2024 yılında aralık genelleştirilmiş küme değerli nötrosofik beşli grafları (AGKDNBG) tanımladı [35].

Thomas L. Saaty'nin 1996'da geliştirdiği Analitik Ağ Süreci (ANP), çok kriterli karar verme problemlerinin çözümünde çığır açmıştır [55]. ANP, karar verme sürecini bir ağ yapısı içinde modelleyerek, karar vericilerin karmaşık ilişkileri daha iyi anlamalarını sağlar. Bu yöntem, ikili karşılaştırma matrisleri ve ağırlık hesaplamaları kullanarak karar verme sürecini sistematik bir şekilde ele almaktadır. Jayawan ve Jakaria 2025 yılında bir üretim işletmesinin hammadde tedarik sürecindeki aksaklıkları gidermek amacıyla ANP yöntemiyle belirlenen kriterlere göre en uygun tedarikçiyi seçerek tedarik zincirinin verimliliğini artırmayı amaçladı [56]. Khodabandehlou ve ark. 2025 yılında ANP ve JSA (İş güvenliği analizi) yöntemlerini birleştirerek itfaiyeciler arasında meydana gelen iş kazalarını risk düzeylerine göre analiz etmekte ve özellikle operasyon sahasında ortaya çıkan kabul edilemez risklerin azaltılması için önleyici stratejiler önerdi [57]. Mustajib ve ark. 2025 yılında Endonezya'daki orta ölçekli tersanelerde rekabet stratejisine etki eden faktörler arasındaki bağımlılıkları belirlemek ve iş ağı ile üretim teknolojisinin uzun vadeli rekabet gücündeki öncelikli rolünü vurgulamak amacıyla ANP ve DEMATELyöntemlerini içeren çok kriterli bir karar analizi yaklaşımı sundu [58].

Mihaylov ve ark. 2003 yılında Bulanık ANP yöntemini geliştirdi [59]. Böylece ANP yönteminini temel ilkelerini bulanık mantık teorisi ile birleştirildi. Bu yöntem, karar verme sürecindeki belirsizlikleri daha etkin bir şekilde ele almayı amaçlamaktadır. Bulanık ANP, çözüm süreci boyunca bulanık mantıksal operatörler kullanarak, faktörler arasındaki ilişkilerin daha esnek bir şekilde temsil edilmesine olanak tanımaktadır. Bu yöntem, karar verme sürecindeki karmaşıklığı azaltırken, karar vericilerin daha sağlam ve bilgilere dayalı kararlar almasını desteklemektedir. Wang

2025 yılında yurtdışı yenilenebilir enerji yatırımlarındaki belirsizlikleri değerlendirmek amacıyla Bulanık ANP yöntemiyle risk faktörlerini analiz ederek yatırım kararlarını optimize etmeye yönelik stratejik içgörüler sundu [60]. Kamali ve ark. 2025 yılında sağlık alanında genişletilmiş gerçeklik (XR) sistemlerinin mühendislik tasarımı perspektifinden seçiminde etkili faktörleri belirlemek ve önceliklendirmek amacıyla, Tedarik Zinciri Operasyonları Referans (SCOR) modeli temelli olarak iki farklı Bulanık ANP yaklaşımının karşılaştırmalı analizini sunarak güvenilirlik, yanıt verme ve maliyet gibi temel unsurların önemini ortaya koydu [61]. Chen ve ark.2025 yılında orman yangını risklerinin bölgesel düzeyde etkin biçimde değerlendirilmesi amacıyla Bulanık ANP ve rastgele orman algoritması kullanarak, Wuyishan Milli Parkı'nda yangın risk alanlarını yüksek doğrulukla belirleyip yönetim stratejilerine bilimsel bir destek sağladı [62].

Liao ve ark. 2018 yılında çok kriterli karar verme problemlerinde kriterler arası karşılıklı bağımlılıkları ele almak üzere Sezgisel Bulanık Sayılarla ifade edilen tercih ilişkileri aracılığıyla Sezgisel Bulanık ANP yöntemini geliştirerek, önceliklerin tutarsız yargılardan dahi türetilebildiği esnek bir karar destek çerçevesi sundu [63]. Yang ve ark. 2020 yılında aralık değerli sezgisel bulanık ortamlarda çok kriterli karar verme problemlerini çözmek amacıyla, yaklaşık çarpımsal tutarlılığa dayalı yeni bir tercih ilişkisi ve öncelik türetme yöntemi geliştirerek, Aralık Değerli Sezgisel Bulanık ANP çerçevesini ortaya koydu ve sayısal bir örnekle geçerliliğini gösterdi [64]. Shariatmadari ve ark. 2022 yılında üniversitelerdeki araştırma gruplarının verimliliğini daha doğru değerlendirmek amacıyla, kriterler arası bağımlılıkları sezgisel bulanık analitik ağ süreci ile analiz ederek elde edilen ağırlıkları ağ veri zarflama analizi modeline entegre eden hibrit bir yöntem sunmakta ve bu yaklaşımın, klasik veri zarflama analizine kıyasla daha anlamlı ve ayrıntılı sıralamalar sağladığını ortaya koydu [65].

Abdel-Basset ve ark. 2018 yılında sürdürülebilir tedarikçi seçimi problemlerini çözmek amacıyla, kriterler arası bağımlılıkları ANP ile değerlendirip, belirsiz ve tutarsız bilgileri aralık değerli nötrosofik kümelerle ele alan ve alternatifleri TOPSIS yöntemiyle sıralayan bütünleşik birçok kriterli karar verme çerçevesi sundu [66]. Zaied ve ark. 2019 yılında nötrosofik mantık ilkelerini ANP ile birleştirerek, karar verme sürecinde daha kapsamlı bir yaklaşım sundu [67]. Bu yöntem, belirsizlik ve

kesin olmayan bilgilerin ifade edilmesinde nötrsofik mantıksal operatörleri kullanarak, karar verme sürecini daha esnek ve etkili hale getirmiştir. Slamaave ark. 2021 yılında hizmet odaklı mimari ve mikro hizmet mimarisi arasında geçiş kararı için nötrosofik ANP tabanlı bir yol haritası sunarak, bilgi sistemi evriminde mimari seçim sürecini tutarsızlık ve kriter bağımlılıkları ışığında ampirik analizlerle destekledi [68]. Edalatpanah ve ark. 2025 yılında rüzgar türbini tedarikçilerini değerlendirmek ve en uygun olanları seçmek amacıyla, karar alma sürecinde maliyet ve teknik yeterlilik gibi kritik faktörleri önceliklendiren, nötrosofik bulanık ortamda geliştirilmiş hibrit DEMATEL-ANP tabanlı yenilikçi bir karar destek çerçevesi sundu [69]. Çelikbilek 2025 yılında yenilenebilir enerji kaynaklarını değerlendirmek ve en uygun seçeneği belirlemek amacıyla, belirsizliği etkili biçimde yöneten nötrosofik DEMATEL-ANP-VIKOR tabanlı bütünleşik birçok kriterli karar verme yaklaşımı sundu [70].

Bu kitabın ikinci bölümünde bulanık küme [1] ve bulanık graf [37], sezgisel bulanık küme [5] ve sezgisel bulanık graf [40], tek değerli nötrosofik küme [10] ve tek değerli nötrosofik graf [43], aralık nötrosofik küme [14] ve aralık nötrosofik graf [44], nötrosofik dörtlü küme [18] ve genelleştirilmiş küme değerli nötrosofik dörtlü küme [19], aralık genelleştirilmiş küme değerli nötrosofik dörtlü kümeler [22] ve aralık genelleştirilmiş küme değerli nötrosofik dörtlü graflar [48], tek değerli dört parçalı nötrosofik küme [24] ve tek değerli dört parçalı nötrosofik graf [50],aralık değerli dört parçalı nötrosofik küme [27] ve aralık değerli dört parçalı nötrosofik graf [51],nötrosofik beşli küme [30], aralık nötrosofik beşli küme [31] ve genelleştirilmiş küme değerli nörtosofik beşli küme [33] tanımlarına yer verildi ve bu yapıların temel özellikleri ayrıntılı bir şekilde incelendi. Bunun yanı sıra, Klasik ANP yöntemi [55] tanıtılarak adımları incelendi. Üçüncü bölümde tek değerli nötrosofik beşli graflar [54], aralık genelleştirilmiş küme değerli nötrosofik beşli kümeler [34] ve operatörleri [35] aralık genelleştirilmiş küme değerli nötrosofik beşli graf [34] tanımları verildi ve özellikleri incelendi. Dördüncü bölümde aralık genelleştirilmiş küme değerli nötrosofik beşli graflar üzerinde ANP yöntemi adımları ayrıntılı olarak tanımlandı. Aralık genelleştirilmiş küme değerli nötrosofik beşli grafların ikli karşılaştırma matrislerinin oluşturulmasındaki rolü ve avantajları vurgulandı. Ardından yöntemin partikteki uygulanabilirliğini göstermek amacıyla bir örnek uygulama gerçekleştirildi. Bu uygulamada bir yapının depreme dayanaıklılığını etkileyen üç ana kriter (doğru tasarım, kaliteli malzeme ve uygulama, sismik güçlendirme), Türkiye'nin yedi farklı

bölgesinden seçilen binalar üzerinden analiz edilerek kriterler arasındali karşılıklı etkileri ve bağımlılıklarını değerlendirdi. Beşinci ve son bölümde ise çalışma süresince elde edilen bulgular ve geliştirilen yöntemsel yaklaşımın katkıları özetlendi; yöntemin karar verme süreçlerine sağladığı objektiflik, belirsizlikle başa çıkabilme yeteneği ve çok kriterli karar verme modellerine sunduğu esneklik bakımından avantajları tartışıldır. Ayrıca, gelecekte yapılacak çalışmalara yönelik öneriler verildi.

BÖLÜM 2
GENEL BİLGİLER

Bu bölümde, bulanık küme [1] ve bulanık graf [37], sezgisel bulanık küme [5] ve sezgisel bulanık graf [40], tek değerli nötrosofik küme [10] ve tek değerli nötrosofik graf [43], aralık nötrosofik küme [14] ve aralık nötrosofik graf [44], nötrosofik dörtlü küme [18] ve genelleştirilmiş küme değerli nötrosofik dörtlü küme [19], aralık genelleştirilmiş küme değerli nötrosofik dörtlü kümeler [22] ve aralık genelleştirilmiş küme değerli nötrosofik dörtlü graflar [48], tek değerli dört parçalı nötrosofik küme [24] ve TDDPNG ler [50], ADDPNK [27] ve ADDPNG ler [51], nötrosofik beşli küme [30], aralık nötrosofik beşli küme [31] ve GKDNBK [33] kavramlarına ilişkin tanımlara yer verildi ve bu yapıların temel özellikleri ayrıntılı bir şekilde incelendi. Bunun yanı sıra, Klasik ANP yöntemi [55] tanıtıldı ve adımları incelendi.

2.1 Bulanık Küme ve Bulanık Graf

Tanım 2.1.1 [1] X boştan farklı bir küme olsun. $\forall x \in X$ için

$0 \leq \mu_D(x) \leq 1$ olmak üzere $\mu_D: X \to [0,1]$ fonksiyonu ile bir bulanık küme;

$$D = \{\langle x, \mu_D(x)\rangle : x \in X\}$$

kümesi ile verilir. Burada $\mu_D(x)$, $x \in X$ in D kümesine ait olma derecesidir.

X kümesi, $\emptyset$ küme ve D kümesi sırasıyla

$X = \{\langle x, 1\rangle : x \in X\}$, $\emptyset = \{\langle x, 0\rangle : x \in X\}$ ve $D = \{\langle x, \mu_D(x)\rangle : x \in X\}$ şeklinde ifade edilir.

Tanım 2.1.2 [37] X boştan farklı bir küme,

$$\mu_D: X \to [0,1] \text{ ve } \omega_D: X \to [0,1]$$

birer fonksiyon olsun. Eğer her $x, y \in X$ için

$$\omega_D(x,y) \leq \min\{\mu_D(x), \mu_D(y)\}$$

ise $G = (\mu_D, \omega_D)$ ikilisine X üzerinde bir bulanık graf denir. Burada $\mu_D$ve ω_D sırasıyla bulanık grafın düğümlerini ve bulanık grafın yollarını ifade eder.

2.2 Sezgisel Bulanık Küme ve Sezgisel Bulanık Graf

Tanım 2.2.1 [5] X boştan farklı sonlu bir küme olsun. $\forall x \in X$ için $0 \leq \mu_D(x) + \vartheta_D(x) \leq 1$ olmak üzere $\mu_D: X \to [0,1]$ ve $\vartheta_D: X \to [0,1]$ fonksiyonları ile bir sezgisel bulanık küme;

$$D = \{\langle x, \mu_D(x), \vartheta_D(x)\rangle : x \in X\}$$

kümesi ile verilir. Burada $\mu_D(x)$, $x \in X$ in D kümesine ait olma derecesi ve $\vartheta_D(x)$, $x \in X$ in D kümesine ait olmama derecesidir.

$$D = \{\langle x, \mu_D(x), \vartheta_D(x)\rangle : x \in X\}$$

bir sezgisel bulanık küme olmak üzere $\forall x \in X$ için $\pi_D(x)$ belirsizlik (kararsızlık) derecesi

$$\pi_D(x) = 1 - \mu_D(x) - \vartheta_D(x)$$

şeklinde tanımlanır.

Tanım 2.2.2 [40] $G = (V, E)$ bir sezgisel bulanık graf olsun. $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ için $\mu_1: V \to [0,1]$ ve $\vartheta_1: V \to [0,1]$ $v_i \in V$ öğesinin sırasıyla üyelik ve üye olmama derecesini gösterir. $\forall v_i \in V$ için $(i = 1, 2, \dots, n)$

$$0 \leq \mu_D(x) + \vartheta_D(x) \leq 1$$

olur. $E \subset V \times V$ öyle ki $\mu_2: V \times V \to [0,1]$ için $\mu_2(v_i, v_j) \leq \min\{\mu_1(v_i), \mu_1(v_j)\}$ ve $\vartheta_2(v_i, v_j) \leq \max\{\vartheta_1(v_i), \vartheta_1(v_j)\}$

$$\forall v_i, v_j \in V \text{ için } \quad 0 \leq \mu_2(v_i, v_j) + \vartheta_2(v_i, v_j) \leq 1$$

olur. Burada $(v_i, \mu_{1ij}, \vartheta_{1ij})$, v_i düğümlerinin üyelik derecesini ve üye olmama derecesini gösterir. $(e_{ij}, \mu_{2ij}, \vartheta_{2ij})$, V üzerinde $e_{ij} = (v_i, v_j)$ yol bağıntısının üyelik derecesini ve üye olmama derecesini gösterir.

2.3 Tek Değerli Nötrosofik Küme ve Tek Değerli Nötrosofik Graflar

Tanım 2.3.1 [10] X bir evrensel küme olsun. $\forall a_{S_i} \in A$,

$$0 \leq T_{a_{S_i}} + I_{a_{S_i}} + F_{a_{S_i}} \leq 3$$

olmak üzere,

$$T_{\cdot S_i}: A \to [0,1]\ ,\ I_{\cdot S_i}: A \to [0,1] \text{ ve } F_{\cdot S_i}: A \to [0,1]$$

fonksiyonları ile A üzerinde bir S tek değerli nötrosofik küme;

$$S = \left\{< a_{S_i}, T_{a_{S_i}}, I_{a_{S_i}}, F_{a_{S_i}} >:\ a_{S_i} \in A, i = 1,2, \dots, n\right\}$$

şeklinde tanımlanır. Burada $T_{a_{S_i}}, I_{a_{S_i}}$ ve $F_{a_{S_i}}$sırasıyla $a_{S_i} \in A$ nın doğruluk, kararsızlık ve yanlışlık derecesidir.

Tanım 2.3.2 [43] $\mathcal{G} = (\mathcal{G}', \mathcal{K}, \mathcal{L})$ üçlüsü aşağıdaki koşulları sağlarsa $\mathcal{G}\ ye\ \mathcal{G}'$ üzerinde bir tek değerli nötrosofik graf denir.

i. $\mathcal{G}' = (\mathcal{X}, \mathcal{Y})$ ikilisi bir basit graf.

ii. $\mathcal{K} = \left\{< a_{\mathcal{K}_i}, T_{a_{\mathcal{K}_i}}, I_{a_{\mathcal{K}_i}}, F_{a_{\mathcal{K}_i}} >:\ a_{\mathcal{K}_i} \in A, i = 1,2, \dots, n\right\}$, $\mathcal{X}$ üzerinde bir tek değerli değerli nötrosofik kümedir ve $\mathcal{G}$ grafının düğümlerinin kümesini temsil etmektedir.

iii. $\mathcal{L} = \{< \left(a_{\mathcal{K}_i}, a_{\mathcal{K}_j}\right), T_{\left(a_{\mathcal{K}_i}, a_{\mathcal{K}_j}\right)}, I_{\left(a_{\mathcal{K}_i}, a_{\mathcal{K}_j}\right)}, F_{\left(a_{\mathcal{K}_i}, a_{\mathcal{K}_j}\right)} >: \left(a_{\mathcal{K}_i}, a_{\mathcal{K}_j}\right) \in A \times A,$

$i, j = 1,2, \dots, n\}$, $\mathcal{Y}$ üzerinde bir tek değerli nötrosofik kümedir ve $\mathcal{G}$ grafının yollarının kümesini temsil etmektedir.

iv. Her $\left(a_{\mathcal{K}_i}, a_{\mathcal{K}_j}\right) \in \mathcal{L}$ için $\mathcal{G}$ nin düğümleri ve yolları arasında aşağıdaki eşitsizlikler sağlanır.

$$T_{\left(a_{\mathcal{K}_i}, a_{\mathcal{K}_j}\right)} \leq min\left\{T_{a_{\mathcal{K}_i}}, T_{a_{\mathcal{K}_j}}\right\}$$

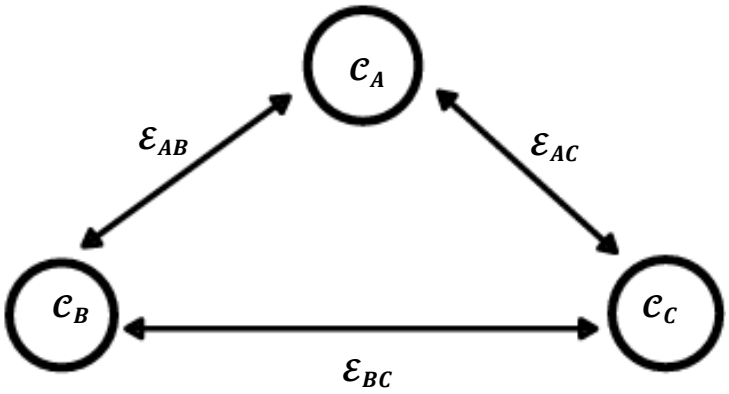
$$I_{\left(a_{\mathcal{K}_i}, a_{\mathcal{K}_j}\right)} \geq max\left\{I_{a_{\mathcal{K}_i}}, I_{a_{\mathcal{K}_j}}\right\}$$

$$F_{\left(a_{\mathcal{K}_i}, a_{\mathcal{K}_j}\right)} \geq max\left\{F_{a_{\mathcal{K}_i}}, F_{a_{\mathcal{K}_j}}\right\}$$

Örnek 2.3.3 X bir evrensel küme olsun.

$$A = \{< x, 0.8,0.6,0,4 >; x\epsilon X\}$$
$$B = \{< x, 0.5,0.3,0.7 >; x\epsilon X\}$$
$$C = \{< x, 0.6,0.8,0.5 >; x\epsilon X\}$$
$$\mathcal{E}_{AB} = \{< x, 0.4,0.6,0.7 >; x\epsilon X\}$$
$$\mathcal{E}_{AC} = \{< x, 0.5,0.9,0.6 >; x\epsilon X\}$$
$$\mathcal{E}_{BC} = \{< x, 0.4,0.8,0.9 >; x\epsilon X\}$$

tek değerli nötrosofik kümeler olsun. A, B ve C kümelerinin $\mathcal{G}$ tek değerli nötrosofik grafı Şekil 2.1 de verilmiştir. Burada A, B ve C kümeleri $\mathcal{G}$ grafının düğümlerini $\mathcal{E}_{AB}, \mathcal{E}_{AC}$ ve $\mathcal{E}_{BC}$ kümeleri ise $\mathcal{G}$ grafının yollarını oluşturmaktadır.



Şekil 2.1 $\mathcal{G}$ tek değerli nötrosofik graf

Ayrıca,

$$0.4 \leq min\{0.8,0.5\}$$

$$0.6 \geq max\{0.6,0.3\}$$

$$0.7 \geq max\{0.4,0.7\}$$

olduğundan $\mathcal{E}_{AB}$ yolu tek değerli nötrosofik graf şartlarını sağlamaktadır. Benzer şeklide diğer yollarda tek değerli nötrosofik graf şartlarını sağlamaktadır.

Tanım 2.3.4 [43] $\mathcal{G}^* = (\mathcal{K}, \mathcal{L})$ bir tek değerli nötrosofik graf olsun. Eğer tüm $\left(a_{\mathcal{K}_i}, a_{\mathcal{K}_j}\right) \in \mathcal{L}$ için $\mathcal{G}^*$ ın düğümleri ve yolları arasında aşağıdaki koşullar sağlanır ise $\mathcal{G}^*$ güçlü tek değerli nötrosofik graf olarak adlandırılır.

$$T_{\left(a_{\mathcal{K}_i}, a_{\mathcal{K}_j}\right)} = min\left\{T_{a_{\mathcal{K}_i}}, T_{a_{\mathcal{K}_j}}\right\},$$

$$I_{\left(a_{\mathcal{K}_i}, a_{\mathcal{K}_j}\right)} = max\left\{I_{a_{\mathcal{K}_i}}, I_{a_{\mathcal{K}_j}}\right\},$$

$$F_{\left(a_{\mathcal{K}_i}, a_{\mathcal{K}_j}\right)} = max\left\{F_{a_{\mathcal{K}_i}}, F_{a_{\mathcal{K}_j}}\right\}$$

2.4 Aralık Değerli Nötrosofik Küme ve Aralık Değerli Nötrosofik Graflar

Tanım 2.4.1 [14] $A \neq \emptyset$ olsun. Bir aralık değerli nötrosofik küme;

$$\mathcal{S} = \left\{< \tilde{\mathcal{S}}_{\tilde{\alpha}_m}, \left[T^L_{\tilde{\mathcal{S}}_{\tilde{\alpha}_m}}, T^U_{\tilde{\mathcal{S}}_{\tilde{\alpha}_m}}\right], \left[I^L_{\tilde{\mathcal{S}}_{\tilde{\alpha}_m}}, I^U_{\tilde{\mathcal{S}}_{\tilde{\alpha}_m}}\right], \left[F^U_{\tilde{\mathcal{S}}_{\tilde{\alpha}_m}}, F^U_{\tilde{\mathcal{S}}_{\tilde{\alpha}_m}}\right] >, \tilde{\mathcal{S}}_{\tilde{\alpha}_m} \in X, m = 1,2, \dots, n\right\}.$$

şeklinde tanımlanır.

Burada,

$$T^L_{\tilde{\mathcal{S}}}: A \to [0,1], T^U_{\tilde{\mathcal{S}}}: A \to [0,1]$$

$$I^L_{\tilde{\mathcal{S}}}: A \to [0,1], I^U_{\tilde{\mathcal{S}}}: A \to [0,1]$$

$$F^L_{\tilde{\mathcal{S}}}: A \to [0,1], F^U_{\tilde{\mathcal{S}}}: A \to [0,1]$$

sırayla doğruluk, kararsızlık ve yanlışlık fonksiyonlarının dereceleridir.

Tanım 2.4.2 [44] $G = (G^*, A, B)$ üçlüsü aşağıdaki koşulları gerçeklerse $G\ ye\ G^*$ üzerinde bir aralık değerli nötrosofik graf denir.

i. $G^* = (V, E)$ bir basit graf.

ii. $A = \left\{< A_{i_x}, \left[T^L{}_{A_{i_x}}, T^U{}_{A_{i_x}}\right], \left[I^L{}_{A_{i_x}}, I^U{}_{A_{i_x}}\right], \left[F^L{}_{A_{i_x}}, F^U{}_{A_{i_x}}\right] >: A_{i_x} \in X\right\}$,$V$ üzerinde bir aralık değerli nötrosofik kümedir ve G grafının düğümlerinin kümesini temsil etmektedir.

ii. $B = \{< \left(A_{i_x}, A_{j_x}\right), \left[T^L{}_{\left(A_{i_x}, A_{j_x}\right)}, T^U{}_{\left(A_{i_x}, A_{j_x}\right)}\right], \left[I^L{}_{\left(A_{i_x}, A_{j_x}\right)}, I^U{}_{\left(A_{i_x}, A_{j_x}\right)}\right],$

$\left[F^L{}_{\left(A_{i_x}, A_{j_x}\right)}, F^U{}_{\left(A_{i_x}, A_{j_x}\right)}\right] >: \left(A_{i_x}, A_{j_x}\right) \in X \times X\}$,E üzerinde bir aralık değerli nötrosofik kümedir ve G grafının yollarının kümesini temsil etmektedir.

iv. Her $\left(A_{i_x}, A_{j_x}\right) \in B$ için G nin düğümleri ve yolları arasında aşağıdaki eşitsizlikler sağlanır.

$$T^L{}_{\left(A_{i_x}, A_{j_x}\right)} \leq min\left\{T^L{}_{A_{i_x}}, T^L{}_{A_{j_x}}\right\},$$

$$T^U{}_{\left(A_{i_x}, A_{j_x}\right)} \leq min\left\{T^U{}_{A_{i_x}}, T^U{}_{A_{j_x}}\right\},$$

$$I^L{}_{\left(A_{i_x}, A_{j_x}\right)} \leq max\left\{I^L{}_{A_{i_x}}, I^L{}_{A_{j_x}}\right\},$$

$$I^U{}_{\left(A_{i_x}, A_{j_x}\right)} \leq max\left\{I^U{}_{A_{i_x}}, I^U{}_{A_{j_x}}\right\},$$

$$F^L{}_{\left(A_{i_x}, A_{j_x}\right)} \leq max\left\{F^L{}_{A_{i_x}}, F^L{}_{A_{j_x}}\right\},$$

$$F^U{}_{\left(A_{i_x}, A_{j_x}\right)} \leq max\left\{F^U{}_{A_{i_x}}, F^U{}_{A_{j_x}}\right\}.$$

Örnek 2.4.3 X bir evrensel küme olsun.

$$K = \{< x, [0.3,0.9], [0.1,0.5], [0.1,0.2] >; \mathrm{x}\epsilon\mathrm{X}\}$$

$$\mathrm{L} = \{< \mathrm{x}, [0.4,0.8], [0,0.2], [0.3,0.8] >; \mathrm{x}\epsilon\mathrm{X}\}$$

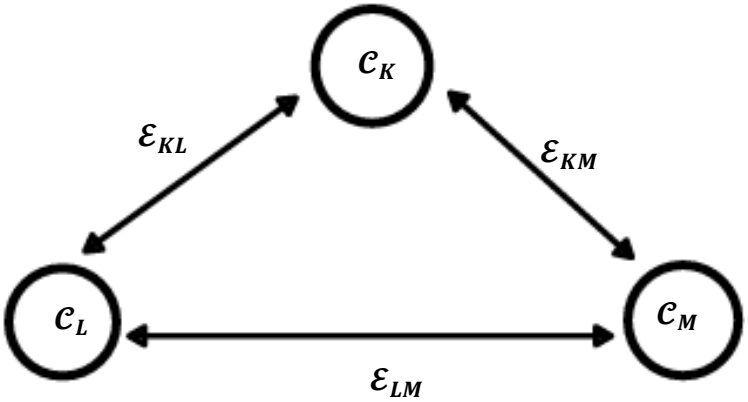
$$\mathrm{M} = \{< \mathrm{x}, [0.8,0.9], [0.1,0.5], [0.4,0.6] >; \mathrm{x}\epsilon\mathrm{X}\}$$

$$\mathcal{E}_{\mathrm{KL}} = \{< \mathrm{x}, [0.4,0.6], [0,0.1], [0.3,0.8] >; \mathrm{x}\epsilon\mathrm{X}\}$$

$$\mathcal{E}_{\mathrm{LM}} = \{< \mathrm{x}, [0.4,0.8], [0.1,0.5], [0.4,0.6] >; \mathrm{x}\epsilon\mathrm{X}\}$$

$$\mathcal{E}_{\mathrm{KM}} = \{< \mathrm{x}, [0.3,0.7], [0, 0.5], [0.4, 06] >; \mathrm{x}\epsilon\mathrm{X}\}$$

Aralık değerli nötrosofik kümeler olsun. K, L ve M kümelerinin $\mathcal{G}$ aralık değerli nötrosofik grafı Şekil 2.2 de verilmiştir. Burada K, L ve M kümeleri $\mathcal{G}$ grafının düğümlerini, $\mathcal{E}_{KL}$, $\mathcal{E}_{LM}$ ve $\mathcal{E}_{KM}$ kümeleri ise $\mathcal{G}$ grafının yollarını oluşturmaktadır.



Şekil 2.2 G aralık değerli nötrosofik graf

Ayrıca,

$0.4 \leq min\{0.3,0.4\}$, $0.6 \leq min\{0.9,0.8\}$, $\quad 0 \leq max\{0.1,0\}$, $0.1 \leq max\{0.5,0.2\}$,

$$0.3 \leq max\{0.1,0.3\},\ 0.8 \leq max\{0.2,0.8\}$$

olduğundan $\mathcal{E}_{KL}$ yolu aralık değerli nötrosofik graf şartlarını sağlamaktadır. Benzer şekilde diğer yollarda aralık değerli nötrosofik graf şartlarını sağlamaktadır.

Tanım 2.4.4 [44] $G = (A, B)$ bir aralık değerli nötrosofik graf olsun. Eğer tüm $\left(A_{i_x}, A_{j_x}\right) \in B$ için G nin düğümleri ve yolları arasında aşağıdaki koşullar sağlanır ise G bir güçlü aralık değerli nötrosofik graf olarak adlandırılır.

$$T^L{}_{\left(A_{i_x}, A_{j_x}\right)} = min\left\{T^L{}_{A_{i_x}}, T^L{}_{A_{j_x}}\right\},$$

$$T^U{}_{\left(A_{i_x}, A_{j_x}\right)} = min\left\{T^U{}_{A_{i_x}}, T^U{}_{A_{j_x}}\right\},$$

$$I^L{}_{\left(A_{i_x}, A_{j_x}\right)} = max\left\{I^L{}_{A_{i_x}}, I^L{}_{A_{j_x}}\right\},$$

$$I^U{}_{\left(A_{i_x}, A_{j_x}\right)} = max\left\{I^U{}_{A_{i_x}}, I^U{}_{A_{j_x}}\right\},$$

$$F^L{}_{\left(A_{i_x}, A_{j_x}\right)} = max\left\{F^L{}_{A_{i_x}}, F^L{}_{A_{j_x}}\right\},$$

$$F^U{}_{\left(A_{i_x}, A_{j_x}\right)} = max\left\{F^U{}_{A_{i_x}}, F^U{}_{A_{j_x}}\right\}.$$

2.5 Nötrosofik Dörtlü Küme ve Genelleştirilmiş Küme Değerli Nötrosofik Dörtlü Küme

Tanım 2.5.1[18] Bir nötrosofik dörtlü sayı

$$(a_1, a_2\mathrm{T}, a_3\mathrm{I}, a_4\mathrm{F})$$

şeklinde gösterilir. Burada; T, I ve F bileşenleri nötrosofik mantıktaki doğruluk, karasızlık ve yanlışlık fonksiyonlarıdır. Bunun yanı sıra a_1, a_2, a_3, $a_4 \in \mathbb{R}$ veya a_1, a_2, a_3, $a_4 \in \mathbb{C}$.

Ayrıca, bir nötrosofik dörtlü küme

$$\mathrm{NDK} = \{(a_1, a_2\mathrm{T}, a_3\mathrm{I}, a_4\mathrm{F}): a_1, a_2, a_3, a_4 \in \mathbb{R} \text{ veya } a_1, a_2, a_3, a_4 \in \mathbb{C}\}$$

şeklinde gösterilir. Burada, $(a_1, a_2\mathrm{T}, a_3\mathrm{I}, a_4\mathrm{F})$; bir sayıyı, fikri, objeyi vb. temsil eder. "a_1" bilinen kısım ve $(a_2\mathrm{T}, a_3\mathrm{I}, a_4\mathrm{F})$ ise bilinmeyen kısım olarak adlandırılır.

Tanım 2.5.2 [19] A boştan farklı bir küme ve P(A), A kümesinin kuvvet kümesi olsun. Bir genelleştirilmiş küme değerli nötrosofik dörtlü küme S;

$$S = \{<K^1{}_{S_1}, T_{S_1(\mathrm{a})}L^1{}_{S_1}, I_{S_1(\mathrm{a})}\, M^1{}_{S_1}, F_{S_1(\mathrm{a})}\, N^1{}_{S_1};$$

$$K^2{}_{S_2}, T_{S_2(\mathrm{a})}L^2{}_{S_2}, I_{S_2(\mathrm{a})}\, M^2{}_{S_2}, F_{S_2(\mathrm{a})}\, N^2{}_{S_2};$$

$$K^i{}_{S_i}, T_{S_i(\mathrm{a})}L^i{}_{S_i}, I_{S_i(\mathrm{a})}\, M^i{}_{S_i}, F_{S_i(\mathrm{a})}\, N^i{}_{S_i} >,$$

$$K^n{}_{S_n},\ L^n{}_{S_n},\ M^n{}_{S_n},\ N^n{}_{S_n} \in \mathrm{P(A)};\ \mathrm{n} = 1, 2, 3, \dots, \mathrm{i}\}.$$

şeklinde tanımlanır. Burada $T_{S_n(\mathrm{a})}$, $I_{S_n(\mathrm{a})}$, $F_{S_n(\mathrm{a})}$ (n = 1, 2, 3, … , i) tek değerli nötrosofik kümelerdeki T, I, F ile aynıdır.

Ayrıca, bir genelleştirilmiş küme değerli nötrosofik dörtlü sayı

$$(S^N)_1 = \{< K^1{}_{S_1}, T_{S_1(\mathrm{a})}L^1{}_{S_1}, I_{S_1(\mathrm{a})}\, M^1{}_{S_1}, F_{S_1(\mathrm{a})}\, N^1{}_{S_1} >\}$$

şeklinde gösterilir. Burada ''$K^i{}_{S_i}$'' bilinen kısım, ''$T_{S_i(\mathrm{a})}L^i{}_{S_i}, I_{S_i(\mathrm{a})}\, M^i{}_{S_i}, F_{S_i(\mathrm{a})}\, N^i{}_{S_i}$'' ise bilinmeyen kısım olarak adlandırılır.

Ayrıca,

$$S = \{(S^N)_c; c = 1,2, \dots, a\}$$

şeklinde gösterilebilir.

2.6 Aralık Genelleştirilmiş Küme Değerli Nötrosofik Dörtlü Küme ve Aralık Genelleştirilmiş Küme Değerli Nötrosofik Dörtlü Graflar

Tanım 2.6.1[22] $\mathcal{D}$ bir küme ve P($\mathcal{D}$), $\mathcal{D}$ nın kuvvet kümesi olsun. Bir aralık genelleştirilmiş küme değerli nötrosofik dörtlü küme;

$$\tilde{\mathcal{Y}} = \{< (A_{\tilde{y}_1}),(A_{\tilde{y}_1})_T[T^L{}_{\tilde{y}_1}, T^U{}_{\tilde{y}_1}], (A_{\tilde{y}_1})_I[I^L{}_{\tilde{y}_1}, I^U{}_{\tilde{y}_1}], (A_{\tilde{y}_1})_F[F^L{}_{\tilde{y}_1}, F^U{}_{\tilde{y}_1}];$$

$$(A_{\tilde{y}_2}),(A_{\tilde{y}_2})_T[T^L{}_{\tilde{y}_2}, T^U{}_{\tilde{y}_2}], (A_{\tilde{y}_2})_I[I^L{}_{\tilde{y}_2}, I^U{}_{\tilde{y}_2}],(A_{\tilde{y}_2})_F[F^L{}_{\tilde{y}_2}, F^U{}_{\tilde{y}_2}];$$

$$\dots$$

$$(A_{\tilde{y}_a}), (A_{\tilde{y}_a})_T[T^L{}_{\tilde{y}_a}, T^U{}_{\tilde{y}_a}], (A_{\tilde{y}_a})_I[I^L{}_{\tilde{y}_a}, I^U{}_{\tilde{y}_a}], (A_{\tilde{y}_a})_F[F^L{}_{\tilde{y}_a}, F^U{}_{\tilde{y}_a}] >;$$

$$(A_{\tilde{y}_c}), (A_{\tilde{y}_c})_T, (A_{\tilde{y}_c})_I, (A_{\tilde{y}_c})_F \in P(\mathcal{D}); c = 1,2,3, \dots, a\}$$

şeklinde gösterilir. Burada $T^L{}_{\tilde{y}_c}, T^U{}_{\tilde{y}_c}, I^L{}_{\tilde{y}_c}, I^U{}_{\tilde{y}_c}, F^L{}_{\tilde{y}_c}, F^U{}_{\tilde{y}_c}$ bileşenleri aralık değerli nötrosofik kümedeki doğruluk, kararsızlık ve yanlışlık fonksiyonlarının dereceleridir. Burada $(A_{\tilde{y}_c}), (A_{\tilde{y}_c})_T, (A_{\tilde{y}_c})_I, (A_{\tilde{y}_c})_F \in P(\mathcal{D})$.

Ayrıca, bir aralık genelleştirilmiş küme değerli nötrosofik dörtlü sayı

$$(\tilde{\mathcal{Y}}^N)_1 = \{< (A_{\tilde{y}_1}),(A_{\tilde{y}_1})_T[T^L{}_{\tilde{y}_1}, T^U{}_{\tilde{y}_1}], (A_{\tilde{y}_1})_I[I^L{}_{\tilde{y}_1}, I^U{}_{\tilde{y}_1}], (A_{\tilde{y}_1})_F[F^L{}_{\tilde{y}_1}, F^U{}_{\tilde{y}_1}] >\}$$

şeklinde gösterilir. Burada "$(A_{\tilde{y}_1})$'' bilinen kısım ve "$(A_{\tilde{y}_1})_T[T^L{}_{\tilde{y}_1}, T^U{}_{\tilde{y}_1}]$, $(A_{\tilde{y}_1})_I[I^L{}_{\tilde{y}_1}, I^U{}_{\tilde{y}_1}]$, $(A_{\tilde{y}_1})_F[F^L{}_{\tilde{y}_1}, F^U{}_{\tilde{y}_1}]$'' ise bilinmeyen kısım olarak adlandırılır.

Ayrıca,

$$\tilde{\mathcal{Y}} = \{(\tilde{\mathcal{Y}}^N)_c; c = 1,2, \dots, a\}$$

şeklinde gösterilebilir.

Tanım 2.6.2[48] $G = (C, D)$ çifti boş olmayan bir V kümesi üzerinde bir aralık değerli genelleştirilmiş küme değerli nötrosofik dörtlü graf olsun. Ayrıca A bir küme, $P(A)$ da A nın kuvvet kümesi olsun. Bu durumda $G = (C, D)$ aralık genelleştirilmiş küme değerli nötrosofik dörtlü grafı aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$C = \{< v_{C_i}: K_{v_{C_i}}, \left(T^l_{v_{C_i}}, T^u_{v_{C_i}}\right) L_{C_{A_i}}, \left(I^l_{v_{C_i}}, I^u_{v_{C_i}}\right) M_{v_{C_i}}, \left(F^l_{v_{C_i}}, F^u_{v_{C_i}}\right) R_{v_{C_i}} >,$$

$$v_i \in V \; K, L, M, R \in P(A)\}$$

$$D = \{< \left(v_{D_i}, v_{D_j}\right): K_{\left(v_{D_i}, v_{D_j}\right)}, \left(T^l_D(v_i, v_j), T^u_D(v_i, v_j)\right) L_{\left(v_{D_i}, v_{D_j}\right)}$$

$$\left(I^l_D(v_i, v_j), I^u_D(v_i, v_j)\right) M_{\left(v_{D_i}, v_{D_j}\right)}, \left(F^l_D(v_i, v_j), F^u_D(v_i, v_j)\right) R_{\left(v_{D_i}, v_{D_j}\right)} >,$$

$$\left(v_i, v_j\right) \in VXV, K, L, M, R \in P(A)\}, i, j = 1,2,3, \dots, n\}$$

Eğer aşağıdaki koşulla yerine getirilirse D ye C üzerine aralık genelleştirilmiş küme değerli nötrosofik dörtlü graf denir. Burada $i, j = 1,2,3, \dots, n$

$$K_{(v_{D_i}, v_{D_j})} \subset \left(K_{v_{C_i}} \cap K_{v_{C_j}}\right), L_{(v_{D_i}, v_{D_j})} \subset \left(L_{v_{C_i}} \cap L_{v_{C_j}}\right),$$

$$M_{(v_{D_i}, v_{D_j})} \supset \left(M_{v_{C_i}} \cup M_{v_{C_j}}\right), R_{(v_{D_i}, v_{D_j})} \supset \left(R_{v_{C_i}} \cup R_{v_{C_j}}\right),$$

$$T^u_D(v_i, v_j) \leq min\ \{T^u_C(v_i),\ T^u_C(v_j)\},$$

$$T^l_D(v_i, v_j) \geq max\ \{T^l_C(v_i),\ T^l_C(v_j)\},$$

$$I^u_D(v_i, v_j) \leq max\ \{I^u_C(v_i), I^u_C(v_j)\},$$

$$I^l_D(v_i, v_j) \geq min\ \{I^l_C(v_i), I^l_C(v_j)\},$$

$$F^u_D(v_i, v_j) \leq max\ \{F^u_C(v_i), F^u_C(v_j)\},$$

$$F^l_D(v_i, v_j) \geq min[F^l_C(v_i), F^l_C(v_j)\}.$$

Tanım 2.6.3[48] Bir aralık genelleştirilmiş küme değerli nötrosofik dörtlü graf $G = (C, D)$ olsun. Eğer aşağıdaki koşullar sağlanırsa $G^* = (V, E)$ grafına güçlü aralık genelleştirilmiş küme değerli nötrosofik dörtlü graf denir. Burada $i, j = 1,2,3, \dots, n$

$$K_{(v_{D_i}, v_{D_j})} = \left(K_{v_{C_i}} \cap K_{v_{C_j}}\right), L_{(v_{D_i}, v_{D_j})} = \left(L_{v_{C_i}} \cap L_{v_{C_j}}\right),$$

$$M_{(v_{D_i}, v_{D_j})} = \left(M_{v_{C_i}} \cup M_{v_{C_j}}\right), R_{(v_{D_i}, v_{D_j})} = \left(R_{v_{C_i}} \cup R_{v_{C_j}}\right),$$

$$T_D^u(v_i, v_j) = min\ \{T_C^u(v_i),\ T_C^u(v_j)\},$$

$$T_D^l(v_i, v_j) = max\ \{T_C^l(v_i),\ T_C^l(v_j)\},$$

$$I_D^u(v_i, v_j) = max\ \{I_C^u(v_i), I_C^u(v_j)\},$$

$$I_D^l(v_i, v_j) = min\ \{I_C^l(v_i), I_C^l(v_j)\},$$

$$F_D^u(v_i, v_j) = max\ \{F_C^u(v_i), F_C^u(v_j)\},$$

$$F_D^l(v_i, v_j) = min\ \{F_C^l(v_i), F_C^l(v_j)\}.$$

2.7 Tek Değerli Dört Parçalı Nötrosofik Küme ve Tek Değerli Dört Parçalı Nötrosofik Graflar

Tanım 2.7.1 [24] A bir evrensel küme olsun. $a_{s_i} \in A$ olmak üzere,

$$T_{.s_i}: A \to [0, 1]\ ,\ U_{.s_i}: A \to [0, 1], C_{.s_i}: A \to [0, 1] \text{ ve } F_{.s_i}: A \to [0, 1]$$

fonksiyonları ile X üzerinde bir S tek değerli dört parçalı nötrosofik küme;

$$S = \{< a_{S_i}, T_{a_{S_i}}, U_{a_{S_i}}, C_{a_{S_i}}, F_{a_{S_i}} >: a_{S_i} \in A, i = 1,2, \dots, n\}$$

şeklinde tanımlanır. Burada $T_{a_{S_i}}, U_{a_{S_i}}, C_{a_{S_i}}$ ve $F_{a_{S_i}}$ sırasıyla $a_{S_i} \in A$ nın doğruluk, bilinmezlik, çelişki ve yanlışlık derecesidir.

Tanım 2.7.2 [50] A, n elemanlı bir küme olsun.

Aşağıdaki koşullar sağlanırsa $\mathcal{G} = (\mathcal{K}, \mathcal{L})$ bir TDDPNG dır.

$i.$ $\mathcal{K} = \{< a_{\mathcal{K}_i}, T_{a_{\mathcal{K}_i}}, U_{a_{\mathcal{K}_i}}, C_{a_{\mathcal{K}_i}}, F_{a_{\mathcal{K}_i}} >: a_{\mathcal{K}_i} \in A, i = 1,2, \dots, n\}$, K üzerinde bir tek değerli dört parçalı nötrosofik kümedir ve $\mathcal{G}$ grafının düğümlerinin kümesini temsil etmektedir.

$ii.$ $\mathcal{L} = \{< \left(a_{\mathcal{K}_i}, a_{\mathcal{K}_j}\right), T_{\left(a_{\mathcal{K}_i}, a_{\mathcal{K}_j}\right)}, U_{\left(a_{\mathcal{K}_i}, a_{\mathcal{K}_j}\right)}, C_{\left(a_{\mathcal{K}_i}, a_{\mathcal{K}_j}\right)}, F_{\left(a_{\mathcal{K}_i}, a_{\mathcal{K}_j}\right)} >:$

$\left(a_{\mathcal{K}_i}, a_{\mathcal{K}_j}\right) \in A \times A, i, j = 1,2, \dots, n\}$, E_n üzerinde bir tek değerli dört parçalı nötrosofik kümedir ve $\mathcal{G}$ grafının yollarının kümesini temsil etmektedir.

$iii.$ Her $\left(a_{\mathcal{K}_i}, a_{\mathcal{K}_j}\right) \in \mathcal{R}$ için G nin düğümleri ve yolları arasında aşağıdaki eşitsizlikler sağlanır.

$$T_{\left(a_{\mathcal{K}_i}, a_{\mathcal{K}_j}\right)} \leq min\left\{T_{a_{\mathcal{K}_i}}, T_{a_{\mathcal{K}_j}}\right\},$$

$$U_{\left(a_{\mathcal{K}_i}, a_{\mathcal{K}_j}\right)} \leq max\left\{U_{a_{\mathcal{K}_i}}, U_{a_{\mathcal{K}_j}}\right\},$$

$$C_{\left(a_{\mathcal{K}_i}, a_{\mathcal{K}_j}\right)} \leq min\left\{C_{a_{\mathcal{K}_i}}, C_{a_{\mathcal{K}_j}}\right\},$$

$$F_{\left(a_{\mathcal{K}_i}, a_{\mathcal{K}_j}\right)} \leq max\left\{F_{a_{\mathcal{K}_i}}, F_{a_{\mathcal{K}_j}}\right\}.$$

Tanım 2.7.3 [50] $\mathcal{G}^* = (\mathcal{K}, \mathcal{L})$ çifti TDDPNG olsun. Eğer her $\left(a_{\mathcal{K}_i}, a_{\mathcal{K}_j}\right) \in \mathcal{L}$ için $\mathcal{G}^*$ grafının düğümleri ve yolları arasında aşağıdaki eşitlikler sağlanır ise GTDDPNG olarak adlandırılır.

$$T_{\left(a_{\mathcal{K}_i}, a_{\mathcal{K}_j}\right)} = min\left\{T_{a_{\mathcal{K}_i}}, T_{a_{\mathcal{K}_j}}\right\},$$

$$U_{\left(a_{\mathcal{K}_i}, a_{\mathcal{K}_j}\right)} = max\left\{U_{a_{\mathcal{K}_i}}, U_{a_{\mathcal{K}_j}}\right\}$$

$$C_{\left(a_{\mathcal{K}_i}, a_{\mathcal{K}_j}\right)} = min\left\{C_{a_{\mathcal{K}_i}}, C_{a_{\mathcal{K}_j}}\right\},$$

$$F_{\left(a_{\mathcal{K}_i}, a_{\mathcal{K}_j}\right)} = max\left\{F_{a_{\mathcal{K}_i}}, F_{a_{\mathcal{K}_j}}\right\}.$$

2.8 Aralık Değerli Dört Parçalı Nötrosofik Küme ve Aralık Değerli Dört Parçalı Nötrosofik Graflar

Tanım 2.8.1 [27] A, boştan farklı bir küme olsun. Bir ADDPNK

$$N = \{<a: [T^L{}_N, T^U{}_N], [U^L{}_N, U^U{}_N], [C^L{}_N, C^U{}_N], [F^L{}_N, F^U{}_N], >, a \in A\}$$

şeklinde tanımlanır. Burada, $[T^L{}_N, T^U{}_N]$, $[I^L{}_N, I^U{}_N]$ ve $[F^L{}_N, F^U{}_N]$ birer aralık ve

$T^L{}_N$:A → [0,1], $T^U{}_N$:A → [0,1] doğruluk fonksiyonları

$U^L{}_N$:A → [0,1], $U^U{}_N$:A → [0,1] bilinmezlik fonksiyonları

$C^L{}_N$:A → [0,1], $C^U{}_N$:A → [0,1] çelişki fonksiyonları

$F^L{}_N$:A → [0,1], $F^U{}_N$:A → [0,1] yanlışlık fonksiyonlarıdır.

Tanım 2.8.2 [51] $G = (G^*, D, M)$ üçlüsüne aşağıdaki koşulları sağlarsa G,G^* üzerinde bir ADDPNG denir.

i. $G^* = (K, L)$ bir basit graf olsun.

ii. $D = \{< D_{i_x}, \left[T^L{}_{D_{i_x}}, T^U{}_{D_{i_x}}\right], \left[C^L{}_{D_{i_x}}, C^U{}_{D_{i_x}}\right], \left[U^L{}_{D_{i_x}}, U^U{}_{D_{i_x}}\right], \left[F^L{}_{D_{i_x}}, F^U{}_{D_{i_x}}\right] >;$

$D_{i_x} \in X, i = 1,2, \dots, n\}$,K üzerinde ADDPNK ve G grafının düğümlerini temsil etmektedir.

ii. $M = \{< (D_{i_x}, D_{j_x}), \left[T^L{}_{(D_{i_x}, D_{j_x})}, T^U{}_{(D_{i_x}, D_{j_x})}\right], \left[C^L{}_{(D_{i_x}, D_{j_x})}, C^U{}_{(D_{i_x}, D_{j_x})}\right],$

$\left[U^L{}_{(D_{i_x}, D_{j_x})}, U^U{}_{(D_{i_x}, D_{j_x})}\right], \left[F^L{}_{(D_{i_x}, D_{j_x})}, F^U{}_{(D_{i_x}, D_{j_x})}\right], >; \left(D_{i_x}, D_{j_x}\right) \in X \times X,$

$i, j = 1,2, \dots, n\}$, L üzerinde ADDPNK ve G grafının yollarının kümesini temsil etmektedir.

iii. $\forall (D_{i_x}, D_{j_x}) \in M$ için G nin düğümleri ve yolları arasında aşağıdaki eşitsizlikler sağlanır.

$$T^L{}_{(D_{i_x}, D_{j_x})} \leq min\left\{T^L{}_{D_{i_x}}, T^L{}_{D_{j_x}}\right\},$$

$$T^U{}_{(D_{i_x},D_{j_x})} \leq min\left\{T^U{}_{D_{i_x}}, T^U{}_{D_{j_x}}\right\},$$

$$C^L{}_{(D_{i_x},D_{j_x})} \leq min\left\{C^L{}_{D_{i_x}}, C^L{}_{D_{j_x}}\right\},$$

$$C^U{}_{(D_{i_x},D_{j_x})} \leq min\left\{C^U{}_{D_{i_x}}, C^U{}_{D_{j_x}}\right\},$$

$$U^L{}_{(D_{i_x},D_{j_x})} \leq max\left\{U^L{}_{D_{i_x}}, U^L{}_{D_{j_x}}\right\},$$

$$U^U{}_{(D_{i_x},D_{j_x})} \leq max\left\{U^U{}_{D_{i_x}}, U^U{}_{D_{j_x}}\right\},$$

$$F^L{}_{(D_{i_x},D_{j_x})} \leq max\left\{F^L{}_{D_{i_x}}, F^L{}_{D_{j_x}}\right\},$$

$$F^U{}_{(D_{i_x},D_{j_x})} \leq max\left\{F^U{}_{D_{i_x}}, F^U{}_{D_{j_x}}\right\}.$$

Tanım 2.8.3 [51] $G = (D, M)$ bir ADDPNG olsun. Eğer tüm $(D_{i_x}, D_{j_x}) \in M$ için düğümler ve yollar arasında aşağıdaki koşulları sağlanırsa G bir GADDPNG olarak adlandırılır.

$$T^L{}_{(D_{i_x},D_{j_x})} = min\left\{T^L{}_{D_{i_x}}, T^L{}_{D_{j_x}}\right\},$$

$$T^U{}_{(D_{i_x},D_{j_x})} = min\left\{T^U{}_{D_{i_x}}, T^U{}_{D_{j_x}}\right\},$$

$$C^L{}_{(D_{i_x},D_{j_x})} = min\left\{C^L{}_{D_{i_x}}, C^L{}_{D_{j_x}}\right\},$$

$$C^U{}_{(D_{i_x},D_{j_x})} = min\left\{C^U{}_{D_{i_x}}, C^U{}_{D_{j_x}}\right\},$$

$$U^L{}_{(D_{i_x},D_{j_x})} = max\left\{U^L{}_{D_{i_x}}, U^L{}_{D_{j_x}}\right\},$$

$$U^U{}_{(D_{i_x},D_{j_x})} = max\left\{U^U{}_{D_{i_x}}, U^U{}_{D_{j_x}}\right\},$$

$$F^L{}_{(D_{i_x},D_{j_x})} = max\left\{F^L{}_{D_{i_x}}, F^L{}_{D_{j_x}}\right\},$$

$$F^U{}_{(D_{i_x},D_{j_x})} \leq max\left\{F^U{}_{D_{i_x}}, F^U{}_{D_{j_x}}\right\}.$$

2.9 Nötrosofik Beşli Küme ve Küme Değerli Nötrosofik Beşli Küme

Tanım 2.9.1 [30] Bir nötrosofik beşli sayı**,**

$$(b_1, b_2\mathrm{T}, b_3\mathrm{U}, b_4\mathrm{C}, b_5\mathrm{F})$$

şeklinde gösterilir. Burada; T, U, C ve F bileşenleri dört parçalı nötrosofik mantıktaki doğruluk, bilinmezlik, çelişki ve yanlışlık fonksiyonlarıdır. Bunun yanı sıra b_1, b_2, b_3, $b_4, b_5 \in \mathbb{R}$ veya b_1, b_2, b_3, b_4, $b_5 \in \mathbb{C}$.

Ayrıca, bir nötrosofik beşli küme

$$\mathrm{NBK} = \{(b_1, b_2\mathrm{T}, b_3\mathrm{U}, b_4\mathrm{C}, b_5\mathrm{F}):b_1, b_2, b_3, b_4, b_5 \in \mathbb{R} \text{ veya } b_1, b_2, b_3, b_4, b_5 \in \mathbb{C}\}$$

şeklinde gösterilir. Burada, $(b_1, b_2\mathrm{T}, b_3\mathrm{U}, b_4\mathrm{C}, b_5\mathrm{F})$; bir sayıyı, fikri, objeyi vb. temsil eder. "b_1" bilinen kısım ve $(b_2\mathrm{T}, b_3\mathrm{U}, b_4\mathrm{C}, b_5\mathrm{F})$ ise bilinmeyen kısım olarak adlandırılır.

Tanım 2.9.2 [30] Boştan farklı bir A kümesi için P(A) kuvvet kümesi olsun. Bir küme değerli nötrosofik beşli sayı

$$(\mathcal{A}, \mathcal{A}_T\mathrm{T}, \mathcal{A}_U\mathrm{U}, \mathcal{A}_C\mathrm{C}, \mathcal{A}_F\mathrm{F})$$

şeklinde gösterilir. Burada; T, U, C ve F sırasıyla dört parçalı nötrosofik mantıktaki doğruluk, bilinmezlik, çelişki ve yanlışlık fonksiyonlarıdır. Bunun yanı sıra $\mathcal{A}$, $\mathcal{A}_T$, $\mathcal{A}_U$, $\mathcal{A}_C, \mathcal{A}_F \in \mathrm{P(A)}$. Ayrıca, bir küme değerli nötrosofik beşli küme $\mathcal{D}$;

$$\mathcal{D}=\{(\mathcal{A}, \mathcal{A}_T\mathrm{T}, \mathcal{A}_U\mathrm{U}, \mathcal{A}_C\mathrm{C}, \mathcal{A}_F\mathrm{F}): \mathcal{A}_T, \mathcal{A}_U, \mathcal{A}_C, \mathcal{A}_F \in \mathrm{P(A)}\}$$

şeklinde tanımlanır. Burada, "$\mathcal{A}$" bilinen kısım ve ''$\mathcal{A}_T\mathrm{T}$, $\mathcal{A}_U\mathrm{U}$,$\mathcal{A}_C\mathrm{C}$,$\mathcal{A}_F\mathrm{F}$'' ise bilinmeyen kısım olarak adlandırılır.

2.10 Aralık Nötrosofik Beşli Küme ve Aralık Küme Değerli Nötrosofik Beşli Küme

Tanım 2.10.1 [31] Bir aralık nötrosofik beşli sayı**,**

$$(b_1, b_2[T^l, T^u], b_3[U^l, U^u], b_4[C^l, C^u], b_5[F^l, F^u])$$

şeklinde gösterilir. Burada; T^u, T^l,U^u, U^l, C^u, C^l, F^u, F^l bileşenleri aralık dört parçalı nötrosofik mantıktaki doğruluk, bilinmezlik, çelişki ve yanlışlık fonksiyonlarıdır. Bunun yanı sıra b_1, b_2, b_3, b_4, $b_5 \in \mathbb{R}$ veya b_1, b_2, b_3, b_4, $b_5 \in \mathbb{C}$.

Ayrıca, bir aralık nötrosofik beşli küme

$$\mathrm{B} = \{(b_1, b_2[T^l, T^u], b_3[U^l, U^u], b_4[C^l, C^u], b_5[F^l, F^u]): b_1, b_2, b_3, b_4, b_5 \in \mathbb{R} \text{ veya } b_1, b_2, b_3, b_4, b_5 \in \mathbb{C}\}$$

şeklinde gösterilir. Burada,

$$(b_1, b_2[T^l, T^u], b_3[U^l, U^u], b_4[C^l, C^u], b_5[F^l, F^u])$$

bir sayıyı, fikri, objeyi vb. temsil eder. Ayrıca burada "b_1" bilinen kısım ve ''$(b_2[T^l, T^u],\ b_3[U^l, U^u],\ b_4[C^l, C^u],\ b_5[F^l, F^u])$'' ise bilinmeyen kısım olarak adlandırılır.

Tanım 2.10.2 [31] $\mathcal{N}$ bir küme ve $\mathrm{P}(\mathcal{N})$, $\mathcal{N}$ kümesinin kuvvet kümesi olsun. Bir aralık küme değerli nötrosofik beşli sayı

$$\tilde{\mathcal{R}}_N = (\breve{\mathcal{P}}, \breve{\mathcal{P}}_T[T^L, T^U], \breve{\mathcal{P}}_U[U^L, U^U], \breve{\mathcal{P}}_C[C^L, C^U], \breve{\mathcal{P}}_F[F^L, F^U])$$

şeklinde gösterilir. Burada T^L, T^U,U^L, U^U, C^L, C^U, F^L, F^U bileşenleri aralık dört parçalı nötrosofik mantıktaki doğruluk, bilinmezlik, çelişki ve yanlışlık fonksiyonlarıdır. Bunun yanı sıra $\breve{\mathcal{P}}$, $\breve{\mathcal{P}}_T$, $\breve{\mathcal{P}}_U$, $\breve{\mathcal{P}}_C$, $\breve{\mathcal{P}}_F \in \mathrm{P}(\mathcal{N})$.

Ayrıca, bir aralık küme değerli nötrosofik beşli küme

$$\tilde{\mathcal{R}} = \{(\breve{\mathcal{P}}, \breve{\mathcal{P}}_T[T^L, T^U], \breve{\mathcal{P}}_U[U^L, U^U], \breve{\mathcal{P}}_C[C^L, C^U], \breve{\mathcal{P}}_F[F^L, F^U]):$$

$$\breve{\mathcal{P}}, \breve{\mathcal{P}}_T, \breve{\mathcal{P}}_U, \breve{\mathcal{P}}_C, \breve{\mathcal{P}}_F \in \mathrm{P}(\mathcal{N})\}$$

şeklinde gösterilir. Burada,

$$(\breve{\mathcal{P}}, \breve{\mathcal{P}}_T[T^L, T^U], \breve{\mathcal{P}}_U[U^L, U^U], \breve{\mathcal{P}}_C[C^L, C^U], \breve{\mathcal{P}}_F[F^L, F^U])$$

bir sayıyı, fikri, objeyi vb. temsil eder. Ayrıca burada "$\breve{\mathcal{P}}$" bilinen kısım ve ''$(\breve{\mathcal{P}}_T[T^L, T^U],\ \breve{\mathcal{P}}_U[U^L, U^U],\ \breve{\mathcal{P}}_C[C^L, C^U],\ \breve{\mathcal{P}}_F[F^L, F^U])$'' ise bilinmeyen kısım olarak adlandırılır.

2.11 Genelleştirilmiş Küme Değerli Nötrosofik Beşli Küme

Tanım 2.11.1 [33] Boştan farklı bir A kümesi için P(A) kuvvet kümesi olsun. Bir GKDNBK;

$\mathcal{K}$={<$A_{\mathcal{K}_1}, A_{T\mathcal{K}_1}T_{A_{Q_1}}, A_{U\mathcal{K}_1}U_{A_{\mathcal{K}_1}}, A_{C\mathcal{K}_1}C_{A_{\mathcal{K}_1}}, A_{F\mathcal{K}_1}F_{A_{\mathcal{K}_1}}$;

$A_{\mathcal{K}}, A_{T\mathcal{K}_2}T_{A_{\mathcal{K}_2}}, A_{U\mathcal{K}_2}U_{A_{\mathcal{K}_2}}, A_{C\mathcal{K}_2}C_{A_{\mathcal{K}_2}}, A_{F\mathcal{K}_2}F_{A_{\mathcal{K}_2}}$;

...

$A_{\mathcal{K}_i}, A_{T\mathcal{K}_i}T_{A_{\mathcal{K}_i}}, A_{U\mathcal{K}_i}U_{A_{\mathcal{K}_i}}, A_{C\mathcal{K}_i}C_{A_{\mathcal{K}_i}}, A_{F\mathcal{K}_i}F_{A_{\mathcal{K}_i}}$;

$A_{\mathcal{K}_n},\ A_{T\mathcal{K}_n}, A_{U\mathcal{K}_n},\ A_{C\mathcal{K}_n},\ A_{F\mathcal{K}_n} \in P(A); n = 1,2,3, \dots, i\}$

şeklinde tanımlanır. Burada $T_{A_{\mathcal{K}_n}}, U_{A_{\mathcal{K}_n}}, C_{A_{\mathcal{K}_n}}, F_{A_{\mathcal{K}_n}}$ dört parçalı nötrosofik kümelerdeki T, U, C ve F değerleri ile aynıdır. Ayrıca, $A_{\mathcal{K}_n},\ A_{T\mathcal{K}_n}, A_{U\mathcal{K}_n},\ A_{C\mathcal{K}_n},\ A_{F\mathcal{K}_n} \in P(A)$.

Ayrıca bir genelleştirilmiş küme değerli nötrosofik beşli sayı

$$(\mathcal{K}^N)_1 = \{< A_{\mathcal{K}_1}, A_{T\mathcal{K}_1}T_{A_{Q_1}}, A_{U\mathcal{K}_1}U_{A_{\mathcal{K}_1}}, A_{C\mathcal{K}_1}C_{A_{\mathcal{K}_1}}, A_{F\mathcal{K}_1}F_{A_{\mathcal{K}_1}} >\}$$

şeklinde gösterilir. Burada ‘‘$A_{\mathcal{K}_1}$’’ bilinen kısım ve ‘‘$A_{T\mathcal{K}_1}T_{A_{Q_1}}$, $A_{U\mathcal{K}_1}U_{A_{\mathcal{K}_1}}$, $A_{C\mathcal{K}_1}C_{A_{\mathcal{K}_1}}, A_{F\mathcal{K}_1}F_{A_{\mathcal{K}_1}}$’’ ise bilinmeyen kısım olarak adlandırılır.

Ayrıca,

$$\mathcal{K} = \{(\mathcal{K}^N)_n; n = 1,2, \dots, i\}$$

şekilde gösterilebilir.

Örnek 2.11.2 $A = \{a, b, c, d, e\}$ bir küme olsun.

$$Q = \{< \{a, b, d\}, \{c\}0.8, \{a\}0.5, \{c, d\}0.7, \{e\}0.6;$$

$$\{c, e\}, \{b, e\}0.1, \{d\}0.4, \{a, c, d\}0.3, \{b\}0.2 >\}$$

Bir genelleştirilmiş küme değerli nötrosofik beşli kümedir. Ayrıca,

$$(Q_N)_1 = \{< \{a, b, d\}, \{c\}0.8, \{a\}0.5, \{c, d\}0.7, \{e\}0.6 >\}$$

ve

$$(Q_N)_2 = \{< \{c, e\}, \{b, e\}0.1, \{d\}0.4, \{a, c, d\}0.3, \{b\}0.2 >\}$$

iki genelleştirilmiş küme değerli nötrosofik beşli sayıdır ve

$$Q = \{(Q_N)_1, (Q_N)_2\}$$

şeklinde gösterilebilir.

2.12 Klasik ANP Metodu

Tanım 2.12.1 [55]: ANP yöntemi 4 adımdan oluşmaktadır.

1. Adım: Karar verme problemi belirlenir. Karar verme problemi, bir ana hedef, bu hedefe ulaşmak için kriterler, alt kriterler ve alternatiflerden oluşan bir ağ olarak yapılandırılmalıdır.

2. Adım: Kriterler arasında ikili karşılaştırmalar yapılır.

Kriterlerin ve alternatiflerin ağırlıklarını hesaplamak için Saaty 1-9 ölçeği kullanılarak karşılaştırma matrisleri oluşturulmalıdır. Saaty 1-9 ölçeği Tablo 2.1 de verilmektedir.

Tablo 2.1 Saaty 1-9 ölçeği

Önem Derecesi	Tanım	Açıklama
1	Eşit Önemde	İki kriterde eşit derecede öneme sahiptir.
3	Biraz Önemli	Deneyimler ve yargılar bir kriteri diğerine karşı biraz önemli kılmaktadır.
5	Fazla önemli	Deneyimler ve yargılar bir kriteri diğerine karşı güçlü şekilde önemli kılmaktadır.
7	Çok Fazla Önemli	Kriter diğerine göre çok güçlü şekilde üstündür.
9	Son derece Önemli	Elde edilen bilgiler ve deneyimler bir kriterin diğerine göre çok büyük oranda üstün olduğunu belirtmektedir.
2,4,6,8	Ara Önem Dereceleri	Ara rakamlar gerektiğinde kullanılabilir.

3. Adım: Karşılaştırma matrislerin tutarlılık oranının (CR) hesaplanır.

Her bir karşılaştırma matrisi için 0 < CR ≤ 0, 1 olmalıdır.

$$CR = \frac{CI}{RI}, CI = \frac{\lambda_{max} - n}{n - 1}$$

Burada CR tutarlılık oranı, CI tutarlılık indeksi, RI rastgele tutarlılık indeksi, λ_{max} karşılaştırma matrisinin en büyük öz değeri ve n kriter sayısıdır. Rastgele tutarlılık indeksi değerleri ise Tablo 2.2 de verildi.

Tablo 2.2 RI rastgele indeks tablosu

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
RI	0	0	0,58	0,90	1,12	1,24	1,32	1,41	1,45

4. Adım: Süper matris oluşturmak için öz vektörler hesaplanır.

Öz vektörler her bir kriterin iç bağımlılıklarının karşılaştırma matrisi oluşturulur ve kriterlerin ağırlıkları hesaplanır. Bu ağırlıklar kullanılarak öz vektörler hesaplanır.

5. Adım: Süper matris oluşturulur.

Ağırlıklı bir süper matris elde etmek için bir Süper matris normalleştirilir

6. Adım: Süper matris ve yerel ağırlık matrisi çarpılır.

7. Adım: Son olarak, ağırlık değerlerine bağlı olarak en iyi kriteri seçilir.

BÖLÜM 3
ARALIK GENELLEŞTİRİLMİŞ KÜME DEĞERLİ NÖTROSOFİK BEŞLİ KÜMELER VE NÖTROSOFİK BEŞLİ SAYILAR İÇİN GRAFLAR

Bu bölümde, AGKDNBK tanımı [34] ve bu yapıya ilişkin özellikleri [35] ayrıntılı şekilde verildi. Ayrıca TDNBG [54] ve GTDNBG [54], AGKDNBG [34]ve GAGKDNBG [54] tanımları verildi. Ayrıca bu tanımlar örneklerle desteklenmiştir ve ilgili yapıların birbirleriyle olan ilişkileri incelendi. İncelemeler sonucunda, TDNBG ın TDDPNG ın genel bir hali olduğu gösterildi. Her GTDNBG bir TDNBG olduğu, ancak tersi her zaman doğru olmadığı gösterildi. Benzer şekilde AGKDNBG ın ADDPNG ın genel bir hali olduğu gösterildi. Her GTDNBG ın bir AGKDNBG olduğu, ancak tersi her zaman doğru olmadığı incelendi.

3.1 Aralık Genelleştirilmiş Küme Değerli Nötrosofik Beşli Küme ve Özellikleri

Tanım 3.1.1 [34] $\mathcal{N} \neq \emptyset$ ve P($\mathcal{N}$), $\mathcal{N}$ kümesinin kuvvet kümesi olsun. Bir AGKDNBK

$$\begin{aligned}\tilde{\mathcal{R}} = \{< & \breve{\mathcal{P}}_{1_{\tilde{\mathcal{R}}_1}}, \breve{\mathcal{P}}_{1_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_1}}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}], \breve{\mathcal{P}}_{1_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_1}}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}], \breve{\mathcal{P}}_{1_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_1}}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}], \\ & \breve{\mathcal{P}}_{1_{F_{\tilde{\mathcal{R}}_1}}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}]; \\ & \breve{\mathcal{P}}_{2_{\tilde{\mathcal{R}}_2}}, \breve{\mathcal{P}}_{2_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_2}}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}], \breve{\mathcal{P}}_{2_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_2}}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}], \breve{\mathcal{P}}_{2_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_2}}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}], \\ & \breve{\mathcal{P}}_{2_{F_{\tilde{\mathcal{R}}_2}}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}]; \\ & \dots \\ & \breve{\mathcal{P}}_{s_{\tilde{\mathcal{R}}_s}}, \breve{\mathcal{P}}_{s_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_s}}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}], \breve{\mathcal{P}}_{s_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_s}}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}], \breve{\mathcal{P}}_{s_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_s}}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}], \\ & \breve{\mathcal{P}}_{s_{F_{\tilde{\mathcal{R}}_s}}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}] >, \breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{F_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}} \in P(\mathcal{N}); \\ & l = 1,2,3, \dots, s\}\end{aligned}$$

şeklinde gösterilir. Burada $T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}$,$T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}$,$U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}$, $U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}$, $C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}$, $C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}$, $F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}$, $F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}$ bileşenleri aralık nötrosofik beşli kümelerdeki doğruluk derecesi, bilinmezlik derecesi, çelişki derecesi ve yanlışlık derecesidir.

Ayrıca bir AGKDNBS

$$\left(\tilde{\mathcal{R}}_N\right)_1 = \{< \breve{\mathcal{P}}_{1_{\tilde{\mathcal{R}}_1}}, \breve{\mathcal{P}}_{1_{T\tilde{\mathcal{R}}_1}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}], \breve{\mathcal{P}}_{1_{U\tilde{\mathcal{R}}_1}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}], \breve{\mathcal{P}}_{1_{C\tilde{\mathcal{R}}_1}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}], \breve{\mathcal{P}}_{1_{F\tilde{\mathcal{R}}_1}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}] >\}$$

şeklide gösterilir. Burada

$$\text{“}\breve{\mathcal{P}}_{1_{\tilde{\mathcal{R}}_1}}\text{”}$$

bilinen kısım ve

$$\text{‘‘}\breve{\mathcal{P}}_{1_{T\tilde{\mathcal{R}}_1}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}], \breve{\mathcal{P}}_{1_{U\tilde{\mathcal{R}}_1}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}], \breve{\mathcal{P}}_{1_{C\tilde{\mathcal{R}}_1}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}], \breve{\mathcal{P}}_{1_{F\tilde{\mathcal{R}}_1}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}]\text{’’}$$

ise bilinmeyen kısım olarak adlandırılır.

Ayrıca, şu şekilde gösterilebilir

$$\tilde{\mathcal{R}} = \{\left(\tilde{\mathcal{R}}_N\right)_l : l = 1,2, \dots, s\}.$$

Örnek 3.1.2: $A = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ bir küme olsun.

$$Q = \{< \{a, b, h\}, \{c, e, g\}[0,0.8], \{a, h\}[0.2,0.5], \{c, d, h\}[0.5,0.7], \{e\}[0.6,0.9];$$

$$\{f, h\}, \{b, e, h\}[0.1,0.6], \{g\}[0.3,0.4], \{a, c, d\}[0.5,0.8], \{h\}[0.2,0.3] >\}$$

Bir AGKDNBK’dir. Ayrıca,

$$(Q_N)_1 = \{\{a, b, h\}, \{c, e, g\}[0,0.8], \{a, h\}[0.2,0.5], \{c, d, h\}[0.5,0.7], \{e\}[0.6,0.9]\}$$

ve

$$(Q_N)_2 = \{\{f, h\}, \{b, e, h\}[0.1,0.6], \{g\}[0.3,0.4], \{a, c, d\}[0.5,0.8], \{h\}[0.2,0.3]\}$$

iki AGKDNBS ve

$$Q = \{(Q_N)_1, (Q_N)_2\}$$

şeklinde gösterilebilir. Burada $(Q_N)_1$ AGKDNBS için

$\{a, b, d, f, h\}$ kümesi bilinen kısım

$\{c, e, g, h\}$ kümesi [0,0.8] aralığında doğruluk değerine sahiptir

$\{a, h\}$ kümesi [0.2,0.5] aralığında bilinmezlik değerine sahiptir

$\{c, d, f, h\}$ kümesi [0.5,0.7] aralığında çelişki değerine sahiptir ve

$\{e\}$ kümesi [0.6,0.9] aralığında yanlışlık değerine sahiptir.

Tanım 3.1.3 [35]

$$\tilde{\mathcal{R}} = \{< \breve{\mathcal{P}}_{1_{\tilde{\mathcal{R}}_1}}, \breve{\mathcal{P}}_{1_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_1}}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}], \breve{\mathcal{P}}_{1_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_1}}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}], \breve{\mathcal{P}}_{1_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_1}}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}],$$
$$\breve{\mathcal{P}}_{1_{F_{\tilde{\mathcal{R}}_1}}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}];$$
$$\breve{\mathcal{P}}_{2_{\tilde{\mathcal{R}}_2}}, \breve{\mathcal{P}}_{2_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_2}}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}], \breve{\mathcal{P}}_{2_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_2}}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}], \breve{\mathcal{P}}_{2_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_2}}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}],$$
$$\breve{\mathcal{P}}_{2_{F_{\tilde{\mathcal{R}}_2}}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}];$$
$$\ldots$$
$$\breve{\mathcal{P}}_{s_{\tilde{\mathcal{R}}_s}}, \breve{\mathcal{P}}_{s_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_s}}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}], \breve{\mathcal{P}}_{s_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_s}}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}], \breve{\mathcal{P}}_{s_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_s}}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}],$$
$$\breve{\mathcal{P}}_{s_{F_{\tilde{\mathcal{R}}_s}}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}] >, \breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{F_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}} \in P(\mathcal{N});$$
$$l = 1,2,3, \ldots, s\}$$

ve

$$\tilde{\mathcal{H}} = \{< \breve{\mathcal{P}}_{1_{\tilde{\mathcal{H}}_1}}, \breve{\mathcal{P}}_{1_{T_{\tilde{\mathcal{H}}_1}}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_1}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_1}], \breve{\mathcal{P}}_{1_{U_{\tilde{\mathcal{H}}_1}}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_1}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_1}], \breve{\mathcal{P}}_{1_{C_{\tilde{\mathcal{H}}_1}}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_1}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_1}],$$
$$\breve{\mathcal{P}}_{1_{F_{\tilde{\mathcal{H}}_1}}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_1}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_1}];$$
$$\breve{\mathcal{P}}_{2_{\tilde{\mathcal{H}}_2}}, \breve{\mathcal{P}}_{2_{T_{\tilde{\mathcal{H}}_2}}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_2}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_2}], \breve{\mathcal{P}}_{2_{U_{\tilde{\mathcal{H}}_2}}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_2}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_2}], \breve{\mathcal{P}}_{2_{C_{\tilde{\mathcal{H}}_2}}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_2}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_2}],$$
$$\breve{\mathcal{P}}_{2_{F_{\tilde{\mathcal{H}}_2}}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_2}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_2}];$$
$$\ldots$$
$$\breve{\mathcal{P}}_{s_{\tilde{\mathcal{H}}_s}}, \breve{\mathcal{P}}_{s_{T_{\tilde{\mathcal{H}}_s}}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_s}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_s}], \breve{\mathcal{P}}_{s_{U_{\tilde{\mathcal{H}}_s}}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_s}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_s}], \breve{\mathcal{P}}_{s_{C_{\tilde{\mathcal{H}}_s}}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_s}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_s}],$$
$$\breve{\mathcal{P}}_{s_{F_{\tilde{\mathcal{H}}_s}}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_s}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_s}] >, \breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{U_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{F_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}} \in P(\mathcal{N});$$
$$l = 1,2,3, \ldots, s\}$$

iki AGKDNBK olsun.

i. $\tilde{\mathcal{H}}$, $\tilde{\mathcal{R}}$ nin alt kümesidir ($\tilde{\mathcal{R}} \subset' \tilde{\mathcal{H}}$) ancak ve ancak

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{R}}_l}} \subset \breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}} \subset \breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}} \subset \breve{\mathcal{P}}_{l_{U_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}},$$
$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}} \subset \breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{F_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}} \subset \breve{\mathcal{P}}_{l_{F_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}},$$
$$T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} \leq T^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} \leq T^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l},$$
$$U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} \geq U^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} \geq U^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l},$$
$$C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} \geq C^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} \geq C^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l},$$
$$F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} \geq F^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} \geq F^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}.$$

ii. $\tilde{\mathcal{R}}$ eşit $\tilde{\mathcal{H}}$ dır. ($\tilde{\mathcal{R}} =' \tilde{\mathcal{H}}$) ancak ve ancak

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{R}}_l}} = \breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}} = \breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}} = \breve{\mathcal{P}}_{l_{U_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}},$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}} = \breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{F_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}} = \breve{\mathcal{P}}_{l_{F_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}},$$

$$T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} = T^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} = T^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l},$$

$$U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} = U^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} = U^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l},$$

$$C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} = C^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} = C^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l},$$

$$F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} = F^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} = F^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}.$$

Tanım 3.1.4 [35]:

$$(\tilde{\mathcal{R}}_N)_1 = \{< \breve{\mathcal{P}}_{1_{\tilde{\mathcal{R}}_1}}, \breve{\mathcal{P}}_{1_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_1}}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}], \breve{\mathcal{P}}_{1_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_1}}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}], \breve{\mathcal{P}}_{1_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_1}}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}], \breve{\mathcal{P}}_{1_{F_{\tilde{\mathcal{R}}_1}}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}] >\}$$

bir AGKDNBS olsun. AGKDNBS lar için skor ve kesinlik fonksiyonları

$$S_D((\mathcal{R}_N)_1) = \frac{\left| s\left(\breve{\mathcal{P}}_{1_{\tilde{\mathcal{R}}_1}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{1_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_1}}}\right) - s\left(\breve{\mathcal{P}}_{1_{\tilde{\mathcal{R}}_1}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{1_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_1}}}\right) - s\left(\breve{\mathcal{P}}_{1_{\tilde{\mathcal{R}}_1}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{1_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_1}}}\right) - s\left(\breve{\mathcal{P}}_{1_{\tilde{\mathcal{R}}_1}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{1_{F_{\tilde{\mathcal{R}}_1}}}\right)\right|}{s\left(\breve{\mathcal{P}}_{1_{\tilde{\mathcal{R}}_1}}\right)} +$$

$$\frac{\left|T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1} - U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1} - C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1} - F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}\right|}{3} - \frac{\left|T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1} - U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1} - C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1} - F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}\right|}{3} + 1$$

$$K_D((\mathcal{R}_N)_1) = \frac{s\left(\frac{\breve{\mathcal{P}}_{1_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_1}}}}{\breve{\mathcal{P}}_{1_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_1}}}}\right) + s\left(\frac{\breve{\mathcal{P}}_{1_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_1}}}}{\breve{\mathcal{P}}_{1_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_1}}}}\right) + s\left(\frac{\breve{\mathcal{P}}_{1_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_1}}}}{\breve{\mathcal{P}}_{1_{F_{\tilde{\mathcal{R}}_1}}}}\right)}{2.s\left(\breve{\mathcal{P}}_{1_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_1}}}\right)} + T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1} + T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}$$

şeklinde tanımlanır. Burada $s\left(\breve{\mathcal{P}}_{1_{\tilde{\mathcal{R}}_1}}\right)$ fonksiyonu $\breve{\mathcal{P}}_{1_{\tilde{\mathcal{R}}_1}}$ kümesinin eleman sayısını, $s\left(\breve{\mathcal{P}}_{1_{\tilde{\mathcal{R}}_1}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{1_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_1}}}\right)$, $\breve{\mathcal{P}}_{1_{\tilde{\mathcal{R}}_1}}$ ve $\breve{\mathcal{P}}_{1_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_1}}}$ kümelerinin kesişiminin eleman sayısını, $s\left(\breve{\mathcal{P}}_{1_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_1}}} / \breve{\mathcal{P}}_{1_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_1}}}\right)$ ise $\breve{\mathcal{P}}_{1_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_1}}}$ ve $\breve{\mathcal{P}}_{1_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_1}}}$ kümelerinin farkının eleman sayısını verir.

Tanım 3.1.5 [35]:

$$\tilde{\mathcal{R}} = \{< \breve{\mathcal{P}}_{1_{\tilde{\mathcal{R}}_1}}, \breve{\mathcal{P}}_{1_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_1}}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}], \breve{\mathcal{P}}_{1_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_1}}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}], \breve{\mathcal{P}}_{1_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_1}}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}],$$
$$\breve{\mathcal{P}}_{1_{F_{\tilde{\mathcal{R}}_1}}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}];$$
$$\breve{\mathcal{P}}_{2_{\tilde{\mathcal{R}}_2}}, \breve{\mathcal{P}}_{2_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_2}}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}], \breve{\mathcal{P}}_{2_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_2}}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}], \breve{\mathcal{P}}_{2_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_2}}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}],$$
$$\breve{\mathcal{P}}_{2_{F_{\tilde{\mathcal{R}}_2}}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}];$$

...

$\breve{\mathcal{P}}_{s_{\tilde{\mathcal{R}}_s}}, \breve{\mathcal{P}}_{s_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_s}}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}], \breve{\mathcal{P}}_{s_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_s}}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}], \breve{\mathcal{P}}_{s_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_s}}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}],$

$\breve{\mathcal{P}}_{s_{F_{\tilde{\mathcal{R}}_s}}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}] >, \breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{F_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}} \in P(\mathcal{N});$

$l = 1,2,3, \dots, s\}$

ve

$\tilde{\mathcal{H}} = \{< \breve{\mathcal{P}}_{1_{\tilde{\mathcal{H}}_1}}, \breve{\mathcal{P}}_{1_{T_{\tilde{\mathcal{H}}_1}}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_1}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_1}], \breve{\mathcal{P}}_{1_{U_{\tilde{\mathcal{H}}_1}}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_1}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_1}], \breve{\mathcal{P}}_{1_{C_{\tilde{\mathcal{H}}_1}}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_1}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_1}],$

$\breve{\mathcal{P}}_{1_{F_{\tilde{\mathcal{H}}_1}}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_1}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_1}];$

$\breve{\mathcal{P}}_{2_{\tilde{\mathcal{H}}_2}}, \breve{\mathcal{P}}_{2_{T_{\tilde{\mathcal{H}}_2}}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_2}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_2}], \breve{\mathcal{P}}_{2_{U_{\tilde{\mathcal{H}}_2}}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_2}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_2}], \breve{\mathcal{P}}_{2_{C_{\tilde{\mathcal{H}}_2}}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_2}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_2}],$

$\breve{\mathcal{P}}_{2_{F_{\tilde{\mathcal{H}}_2}}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_2}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_2}];$

...

$\breve{\mathcal{P}}_{s_{\tilde{\mathcal{H}}_s}}, \breve{\mathcal{P}}_{s_{T_{\tilde{\mathcal{H}}_s}}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_s}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_s}], \breve{\mathcal{P}}_{s_{U_{\tilde{\mathcal{H}}_s}}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_s}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_s}], \breve{\mathcal{P}}_{s_{C_{\tilde{\mathcal{H}}_s}}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_s}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_s}],$

$\breve{\mathcal{P}}_{s_{F_{\tilde{\mathcal{H}}_s}}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_s}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_s}] >, \breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{U_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{F_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}} \in P(\mathcal{N});$

$l = 1,2,3, \dots, s\}$

iki AGKDNBK olsun.

i. $\tilde{\mathcal{R}}$ ve $\tilde{\mathcal{H}}$ için "ortalama ∪'' işlemi aşağıdaki şekilde tanımlanır;

$\tilde{\mathcal{R}} \cup_O' \tilde{\mathcal{H}} = \{< \breve{\mathcal{P}}_{1_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}}, \breve{\mathcal{P}}_{1_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}], \breve{\mathcal{P}}_{1_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}],$

$\breve{\mathcal{P}}_{1_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}], \breve{\mathcal{P}}_{1_{F_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}];$

$\breve{\mathcal{P}}_{2_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}}, \breve{\mathcal{P}}_{2_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}], \breve{\mathcal{P}}_{2_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}],$

$\breve{\mathcal{P}}_{2_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}], \breve{\mathcal{P}}_{2_{F_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}];$

...

$\breve{\mathcal{P}}_{s_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}}, \breve{\mathcal{P}}_{s_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}], \breve{\mathcal{P}}_{s_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}],$

$\breve{\mathcal{P}}_{s_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}], \breve{\mathcal{P}}_{s_{F_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}] >,$

$\breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{F_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}}} \in P(\mathcal{N}); l = 1,2,3, \dots, s\}$

Burada,

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}} \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}}\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{U\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{U\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{U\tilde{\mathcal{H}}_l}}\right)$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{C\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{C\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{C\tilde{\mathcal{H}}_l}}\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{F\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{F\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{F\tilde{\mathcal{H}}_l}}\right)$$

$$T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \frac{T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + T^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \frac{T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + T^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2},$$

$$U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \frac{U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + U^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \frac{U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + U^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2},$$

$$C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \frac{C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + C^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \frac{C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + C^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2},$$

$$F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \frac{F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + F^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \frac{F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + F^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2}.$$

ii. $\mathcal{R}$ ve $\mathcal{H}$ için "ortalama $\cap$ '' işlemi aşağıdaki şekilde tanımlanır;

$$\tilde{\mathcal{R}} \cap'_O \tilde{\mathcal{H}} = \{< \breve{\mathcal{P}}_{1_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}}, \breve{\mathcal{P}}_{1_{T\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}], \breve{\mathcal{P}}_{1_{U\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}],$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{1_{C\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}], \breve{\mathcal{P}}_{1_{F\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}];$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{2_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}}, \breve{\mathcal{P}}_{2_{T\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}], \breve{\mathcal{P}}_{2_{U\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}],$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{2_{C\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}], \breve{\mathcal{P}}_{2_{F\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}];$$

...

$$\breve{\mathcal{P}}_{s_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}}, \breve{\mathcal{P}}_{s_{T\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}], \breve{\mathcal{P}}_{s_{U\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}],$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{s_{C\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}], \breve{\mathcal{P}}_{s_{F\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}] >,$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{T\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{U\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{C\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{F\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}} \in P(\mathcal{N}); l = 1,2,3, \dots, s\}$$

Burada,

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{T\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{T\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{T\tilde{\mathcal{H}}_l}}\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{U\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{U\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{U\tilde{\mathcal{H}}_l}}\right)$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{C\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{C\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{C\tilde{\mathcal{H}}_l}}\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{F\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{F\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{F\tilde{\mathcal{H}}_l}}\right),$$

$$T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \frac{T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + T^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \frac{T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + T^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2},$$

$$U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \frac{U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + U^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \frac{U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + U^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2},$$

$$C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \frac{C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + C^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \frac{C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + C^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2},$$

$$F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \frac{F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + F^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \frac{F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + F^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2}.$$

Örnek 3.1.6 : $\acute{A} = \{\acute{n}, \acute{t}, \acute{r}, \acute{s}, \acute{f}, \acute{k}, \acute{b}, \acute{l}\}$ bir küme olsun,

$\hat{\mathcal{X}} = \{< \{\acute{n}, \acute{t}, \acute{s}, \acute{k}, \acute{l}\}, \{\acute{r}, \acute{f}, \acute{b}, \acute{l}\}[0,0.8], \{\acute{n}, \acute{l}\}[0.2,0.5], \{\acute{r}, \acute{s}, \acute{k}, \acute{l}\}[0.5,0.7],$

$\{\acute{f}\}[0.6,0.9]; \{\acute{k}, l\}, \{\acute{t}, \acute{f}, \acute{l}\}[0.1,0.6], \{\acute{b}\}[0.3,0.4], \{\acute{n}, \acute{r}, \acute{s}\}[0.1,0,8], \{\acute{l}\}[0.1,0.3] >\}$

ve

$\hat{\mathcal{Z}} = \{< \{\acute{n}, \acute{t}, \acute{r}, \acute{l}\}, \{\acute{n}, \acute{f}, \acute{l}\}[0.1,0.6], \{\acute{s}, \acute{l}\}[0.3,0.8], \{\acute{n}, \acute{r}, \acute{f}\}[0.3,0.6], \{\acute{t}, \acute{f}\}[0.3,0.7];$

$\{\acute{f}, \acute{k}\}, \{\acute{r}, \acute{s}, \acute{f}, \acute{l}\}[0.5,0.6], \{\acute{t}, \acute{r}, \acute{b}\}[0.5,0.9], \{\acute{n}, \acute{t}, \acute{s}, \acute{l}\}[0.4,0.6], \{\acute{l}, \acute{k}\}[0.3,0.8] >\}$

iki AGKDNBK olsun. Böylece

i. $\hat{\mathcal{X}} \cup'_O \hat{\mathcal{Z}} = \{< \{\acute{n}, \acute{t}, \acute{r}, \acute{s}, \acute{l}, \acute{k}\}, \{\acute{n}, \acute{r}, \acute{f}, \acute{b}, \acute{l}\}[0.05,0.7], \{\acute{n}, \acute{s}, \acute{l}\}[0.25,0.65],$

$\{\acute{n}, \acute{r}, \acute{s}, \acute{l}, \acute{f}, \acute{k}\}[0.4,0.65], \{\acute{t}, \acute{f}\}[0.45,0.8]; \{\acute{f}, \acute{k}, \acute{l}\}, \{\acute{t}, \acute{r}, \acute{s}, \acute{f}, \acute{l}\}[0.3,0.6],$

$\{\acute{t}, \acute{r}, \acute{b}\}[0.4,0.65], \{\acute{n}, \acute{t}, \acute{r}, \acute{s}, \acute{l}\}[0.25,0.7], \{\acute{l}, \acute{k}\}[0.2,0.55] >\}$

ii. $\hat{\mathcal{X}} \cap'_O \hat{\mathcal{Z}} = \{< \{\acute{n}, \acute{t}, \acute{l}\}, \{\acute{f}, \acute{l}\}[0.05,0.7], \{\acute{l}\}[0.25,0.65], \{\acute{r}\}[0.4,0.65],$

$\{\acute{f}\}[0.45,0.8]; \{\acute{k}\}, \{\acute{f}, \acute{l}\}[0.3,0.6], \{\acute{b}\}[0.4,0.65], \{\acute{n}, \acute{s}\}[0.25,0.7], \{\acute{l}\}[0.2,0.55] >\}$

Tanım 3.1.7 [35]:

$\tilde{\mathcal{R}} = \{< \breve{\mathcal{P}}_{1_{\tilde{\mathcal{R}}_1}}, \breve{\mathcal{P}}_{1_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_1}}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}], \breve{\mathcal{P}}_{1_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_1}}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}], \breve{\mathcal{P}}_{1_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_1}}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}],$

$\breve{\mathcal{P}}_{1_{F_{\tilde{\mathcal{R}}_1}}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}];$

$\breve{\mathcal{P}}_{2_{\tilde{\mathcal{R}}_2}}, \breve{\mathcal{P}}_{2_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_2}}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}], \breve{\mathcal{P}}_{2_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_2}}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}], \breve{\mathcal{P}}_{2_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_2}}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}],$

$\breve{\mathcal{P}}_{2_{F_{\tilde{\mathcal{R}}_2}}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}];$

...

$\breve{\mathcal{P}}_{s_{\tilde{\mathcal{R}}_s}}, \breve{\mathcal{P}}_{s_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_s}}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}], \breve{\mathcal{P}}_{s_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_s}}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}], \breve{\mathcal{P}}_{s_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_s}}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}],$

$\breve{\mathcal{P}}_{s_{F_{\tilde{\mathcal{R}}_s}}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}] >, \breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{F_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}} \in P(\mathcal{N});$

$l = 1,2,3, \dots, s\}$

ve

$$\widetilde{\mathcal{H}} = \{< \breve{\mathcal{P}}_{1_{\widetilde{\mathcal{H}}_1}}, \breve{\mathcal{P}}_{1_{T_{\widetilde{\mathcal{H}}_1}}}[T^L{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_1}, T^U{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_1}], \breve{\mathcal{P}}_{1_{U_{\widetilde{\mathcal{H}}_1}}}[U^L{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_1}, U^U{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_1}], \breve{\mathcal{P}}_{1_{C_{\widetilde{\mathcal{H}}_1}}}[C^L{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_1}, C^U{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_1}],$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{1_{F_{\widetilde{\mathcal{H}}_1}}}[F^L{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_1}, F^U{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_1}];$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{2_{\widetilde{\mathcal{H}}_2}}, \breve{\mathcal{P}}_{2_{T_{\widetilde{\mathcal{H}}_2}}}[T^L{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_2}, T^U{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_2}], \breve{\mathcal{P}}_{2_{U_{\widetilde{\mathcal{H}}_2}}}[U^L{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_2}, U^U{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_2}], \breve{\mathcal{P}}_{2_{C_{\widetilde{\mathcal{H}}_2}}}[C^L{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_2}, C^U{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_2}],$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{2_{F_{\widetilde{\mathcal{H}}_2}}}[F^L{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_2}, F^U{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_2}];$$

$$\ldots$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{s_{\widetilde{\mathcal{H}}_s}}, \breve{\mathcal{P}}_{s_{T_{\widetilde{\mathcal{H}}_s}}}[T^L{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_s}, T^U{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_s}], \breve{\mathcal{P}}_{s_{U_{\widetilde{\mathcal{H}}_s}}}[U^L{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_s}, U^U{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_s}], \breve{\mathcal{P}}_{s_{C_{\widetilde{\mathcal{H}}_s}}}[C^L{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_s}, C^U{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_s}],$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{s_{F_{\widetilde{\mathcal{H}}_s}}}[F^L{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_s}, F^U{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_s}] >, \breve{\mathcal{P}}_{l_{\widetilde{\mathcal{H}}_l}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\widetilde{\mathcal{H}}_l}}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{U_{\widetilde{\mathcal{H}}_l}}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\widetilde{\mathcal{H}}_l}}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{F_{\widetilde{\mathcal{H}}_l}}} \in P(\mathcal{N});$$

$$l = 1,2,3, \ldots, s\}$$

iki AGKDNBK olsun.

i. $\widetilde{\mathcal{R}}$ ve $\widetilde{\mathcal{H}}$ için " iyimser ∪'' işlemi aşağıdaki şekilde tanımlanır;

$$\widetilde{\mathcal{R}} \cup_i' \widetilde{\mathcal{H}} = \{< \breve{\mathcal{P}}_{1_{\widetilde{\mathcal{R}}_1\widetilde{\mathcal{H}}_1}}, \breve{\mathcal{P}}_{1_{T_{\widetilde{\mathcal{R}}_1\widetilde{\mathcal{H}}_1}}}[T^L{}_{\widetilde{\mathcal{R}}_1\widetilde{\mathcal{H}}_1}, T^U{}_{\widetilde{\mathcal{R}}_1\widetilde{\mathcal{H}}_1}], \breve{\mathcal{P}}_{1_{U_{\widetilde{\mathcal{R}}_1\widetilde{\mathcal{H}}_1}}}[U^L{}_{\widetilde{\mathcal{R}}_1\widetilde{\mathcal{H}}_1}, U^U{}_{\widetilde{\mathcal{R}}_1\widetilde{\mathcal{H}}_1}],$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{1_{C_{\widetilde{\mathcal{R}}_1\widetilde{\mathcal{H}}_1}}}[C^L{}_{\widetilde{\mathcal{R}}_1\widetilde{\mathcal{H}}_1}, C^U{}_{\widetilde{\mathcal{R}}_1\widetilde{\mathcal{H}}_1}], \breve{\mathcal{P}}_{1_{F_{\widetilde{\mathcal{R}}_1\widetilde{\mathcal{H}}_1}}}[F^L{}_{\widetilde{\mathcal{R}}_1\widetilde{\mathcal{H}}_1}, F^U{}_{\widetilde{\mathcal{R}}_1\widetilde{\mathcal{H}}_1}];$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{2_{\widetilde{\mathcal{R}}_2\widetilde{\mathcal{H}}_2}}, \breve{\mathcal{P}}_{2_{T_{\widetilde{\mathcal{R}}_2\widetilde{\mathcal{H}}_2}}}[T^L{}_{\widetilde{\mathcal{R}}_2\widetilde{\mathcal{H}}_2}, T^U{}_{\widetilde{\mathcal{R}}_2\widetilde{\mathcal{H}}_2}], \breve{\mathcal{P}}_{2_{U_{\widetilde{\mathcal{R}}_2\widetilde{\mathcal{H}}_2}}}[U^L{}_{\widetilde{\mathcal{R}}_2\widetilde{\mathcal{H}}_2}, U^U{}_{\widetilde{\mathcal{R}}_2\widetilde{\mathcal{H}}_2}],$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{2_{C_{\widetilde{\mathcal{R}}_2\widetilde{\mathcal{H}}_2}}}[C^L{}_{\widetilde{\mathcal{R}}_2\widetilde{\mathcal{H}}_2}, C^U{}_{\widetilde{\mathcal{R}}_2\widetilde{\mathcal{H}}_2}], \breve{\mathcal{P}}_{2_{F_{\widetilde{\mathcal{R}}_2\widetilde{\mathcal{H}}_2}}}[F^L{}_{\widetilde{\mathcal{R}}_2\widetilde{\mathcal{H}}_2}, F^U{}_{\widetilde{\mathcal{R}}_2\widetilde{\mathcal{H}}_2}];$$

$$\ldots$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{s_{\widetilde{\mathcal{R}}_s\widetilde{\mathcal{H}}_s}}, \breve{\mathcal{P}}_{s_{T_{\widetilde{\mathcal{R}}_s\widetilde{\mathcal{H}}_s}}}[T^L{}_{\widetilde{\mathcal{R}}_s\widetilde{\mathcal{H}}_s}, T^U{}_{\widetilde{\mathcal{R}}_s\widetilde{\mathcal{H}}_s}], \breve{\mathcal{P}}_{s_{U_{\widetilde{\mathcal{R}}_s\widetilde{\mathcal{H}}_s}}}[U^L{}_{\widetilde{\mathcal{R}}_s\widetilde{\mathcal{H}}_s}, U^U{}_{\widetilde{\mathcal{R}}_s\widetilde{\mathcal{H}}_s}],$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{s_{C_{\widetilde{\mathcal{R}}_s\widetilde{\mathcal{H}}_s}}}[C^L{}_{\widetilde{\mathcal{R}}_s\widetilde{\mathcal{H}}_s}, C^U{}_{\widetilde{\mathcal{R}}_s\widetilde{\mathcal{H}}_s}], \breve{\mathcal{P}}_{s_{F_{\widetilde{\mathcal{R}}_s\widetilde{\mathcal{H}}_s}}}[F^L{}_{\widetilde{\mathcal{R}}_s\widetilde{\mathcal{H}}_s}, F^U{}_{\widetilde{\mathcal{R}}_s\widetilde{\mathcal{H}}_s}] >,$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{\widetilde{\mathcal{R}}_l\widetilde{\mathcal{H}}_l}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\widetilde{\mathcal{R}}_l\widetilde{\mathcal{H}}_l}}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{U_{\widetilde{\mathcal{R}}_l\widetilde{\mathcal{H}}_l}}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\widetilde{\mathcal{R}}_l\widetilde{\mathcal{H}}_l}}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{F_{\widetilde{\mathcal{R}}_l\widetilde{\mathcal{H}}_l}}} \in P(\mathcal{N}); l = 1,2,3, \ldots, s\}$$

Burada,

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{\widetilde{\mathcal{R}}_l\widetilde{\mathcal{H}}_l}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{\widetilde{\mathcal{R}}_l}} \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{\widetilde{\mathcal{H}}_l}}\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\widetilde{\mathcal{R}}_l\widetilde{\mathcal{H}}_l}}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\widetilde{\mathcal{R}}_l}}} \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\widetilde{\mathcal{H}}_l}}}\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{U_{\widetilde{\mathcal{R}}_l\widetilde{\mathcal{H}}_l}}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{U_{\widetilde{\mathcal{R}}_l}}} \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{U_{\widetilde{\mathcal{H}}_l}}}\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\widetilde{\mathcal{R}}_l\widetilde{\mathcal{H}}_l}}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\widetilde{\mathcal{R}}_l}}} \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\widetilde{\mathcal{H}}_l}}}\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{F_{\widetilde{\mathcal{R}}_l\widetilde{\mathcal{H}}_l}}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{F_{\widetilde{\mathcal{R}}_l}}} \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{F_{\widetilde{\mathcal{H}}_l}}}\right),$$

$$T^L{}_{\widetilde{\mathcal{R}}_l\widetilde{\mathcal{H}}_l} = \max\left\{T^L{}_{\widetilde{\mathcal{R}}_l}, T^L{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_l}\right\}, T^U{}_{\widetilde{\mathcal{R}}_l\widetilde{\mathcal{H}}_l} = \max\left\{T^U{}_{\widetilde{\mathcal{R}}_l}, T^U{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_l}\right\},$$

$$U^L{}_{\widetilde{\mathcal{R}}_l\widetilde{\mathcal{H}}_l} = \min\left\{U^L{}_{\widetilde{\mathcal{R}}_l}, U^L{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_l}\right\}, U^U{}_{\widetilde{\mathcal{R}}_l\widetilde{\mathcal{H}}_l} = \min\left\{U^U{}_{\widetilde{\mathcal{R}}_l}, U^U{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_l}\right\},$$

$$C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \min\{C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}, C^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}\}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \min\{C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}\},$$

$$F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \min\{F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}, F^L{}_{\mathcal{H}_l}\}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \min\{F^U{}_{\mathcal{R}_l}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}\}.$$

ii. $\tilde{\mathcal{R}}$ ve $\tilde{\mathcal{H}}$ için " iyimser ∩'' işlemi aşağıdaki şekilde tanımlanır;

$$\tilde{\mathcal{R}} \cap_i' \tilde{\mathcal{H}} = \{< \breve{\mathcal{P}}_{1_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}}, \breve{\mathcal{P}}_{1_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}], \breve{\mathcal{P}}_{1_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}],$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{1_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}], \breve{\mathcal{P}}_{1_{F_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}];$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{2_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}}, \breve{\mathcal{P}}_{2_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}], \breve{\mathcal{P}}_{2_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}],$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{2_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}], \breve{\mathcal{P}}_{2_{F_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}];$$

...

$$\breve{\mathcal{P}}_{s_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}}, \breve{\mathcal{P}}_{s_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}], \breve{\mathcal{P}}_{s_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}],$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{s_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}], \breve{\mathcal{P}}_{s_{F_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}] >,$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{F_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}}} \in P(\mathcal{N}); l = 1,2,3, \dots, s\}$$

Burada,

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}}\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{U_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}}\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}}\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{F_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{F_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{F_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}}\right),$$

$$T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \max\{T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}, T^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}\}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \max\{T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}\},$$

$$U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \min\{U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}, U^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}\}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \min\{U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}\},$$

$$C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \min\{C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}, C^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}\}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \min\{C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}\},$$

$$F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \min\{F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}, F^L{}_{\mathcal{H}_l}\}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \min\{F^U{}_{\mathcal{R}_l}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}\}.$$

Örnek 3.1.8: $\acute{A} = \{\acute{n}, \acute{t}, \acute{r}, \acute{s}, \acute{f}, \acute{k}, \acute{b}, \acute{l}\}$ bir küme olsun,

$$\hat{\mathcal{X}} = \{< \{\acute{n}, \acute{t}, \acute{s}, \acute{k}, \acute{l}\}, \{\acute{r}, \acute{f}, \acute{b}, \acute{l}\}[0,0.8], \{\acute{n}, \acute{l}\}[0.2,0.5], \{\acute{r}, \acute{s}, \acute{k}, \acute{l}\}[0.5,0.7],$$

$$\{\acute{f}\}[0.6,0.9]; \{\acute{k}, l\}, \{\acute{t}, \acute{f}, \acute{l}\}[0.1,0.6], \{\acute{b}\}[0.3,0.4], \{\acute{n}, \acute{r}, \acute{s}\}[0.1,0,8], \{\acute{l}\}[0.1,0.3] >\}$$

ve

$\hat{\mathcal{Z}} = \{< \{\acute{n}, \acute{t}, \acute{r}, \acute{l}\}, \{\acute{n}, \acute{f}, \acute{l}\}[0.1,0.6], \{\acute{s}, \acute{l}\}[0.3,0.8], \{\acute{n}, \acute{r}, \acute{f}\}[0.3,0.6], \{\acute{t}, \acute{f}\}[0.3,0.7];$

$\{\acute{f}, \acute{k}\}, \{\acute{r}, \acute{s}, \acute{f}, \acute{l}\}[0.5,0.6], \{\acute{t}, \acute{r}, \acute{b}\}[0.5,0.9], \{\acute{n}, \acute{t}, \acute{s}, \acute{l}\}[0.4,0.6], \{\acute{l}, \acute{k}\}[0.3,0.8] >\}$

iki AGKDNBK olsun. Böylece

i. $\hat{\mathcal{X}} \cup_{\mathrm{i}}' \hat{\mathcal{Z}} = \{< \{\acute{n}, \acute{t}, \acute{r}, \acute{s}, \acute{l}, \acute{k}\}, \{\acute{n}, \acute{r}, \acute{f}, \acute{b}, \acute{l}\}[0.1,0.8], \{\acute{n}, \acute{s}, \acute{l}\}[0.2,0.5], \{\acute{n}, \acute{r}, \acute{s}, \acute{l}, \acute{f}, \acute{k}\}$

$[0.3,0.6], \{\acute{t}, \acute{f}\}[0.3,0.7]; \{\acute{f}, \acute{k}, \acute{l}\}, \{\acute{t}, \acute{r}, \acute{s}, \acute{f}, \acute{l}\}[0.5,0.6], \{\acute{t}, \acute{r}, \acute{b}\}[0.3,0.4],$

$\{\acute{n}, \acute{t}, \acute{r}, \acute{s}, \acute{l}\}[0.1,0.6], \{\acute{l}, \acute{k}\}[0.1,0.3] >\}$

ii. $\hat{\mathcal{X}} \cap_{\mathrm{i}}' \hat{\mathcal{Z}} = \{< \{\acute{n}, \acute{t}, \acute{l}\}, \{\acute{f}, \acute{l}\}[0.1,0.8], \{\acute{l}\}[0.2,0.5], \{\acute{r}\}[0.3,0.6], \{\acute{f}\}[0.3,0.7];$

$\{\acute{k}\}, \{\acute{f}, \acute{l}\}[0.5,0.6], \{\acute{b}\}[0.3,0.4], \{\acute{n}, \acute{s}\}[0.1,0.6], \{\acute{l}\}[0.1,0.3] >\}$

Tanım 3.1.9 [35]:

$\tilde{\mathcal{R}} = \{< \breve{\mathcal{P}}_{1_{\tilde{\mathcal{R}}_1}}, \breve{\mathcal{P}}_{1_{T\tilde{\mathcal{R}}_1}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}], \breve{\mathcal{P}}_{1_{U\tilde{\mathcal{R}}_1}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}], \breve{\mathcal{P}}_{1_{C\tilde{\mathcal{R}}_1}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}],$

$\breve{\mathcal{P}}_{1_{F\tilde{\mathcal{R}}_1}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}];$

$\breve{\mathcal{P}}_{2_{\tilde{\mathcal{R}}_2}}, \breve{\mathcal{P}}_{2_{T\tilde{\mathcal{R}}_2}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}], \breve{\mathcal{P}}_{2_{U\tilde{\mathcal{R}}_2}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}], \breve{\mathcal{P}}_{2_{C\tilde{\mathcal{R}}_2}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}],$

$\breve{\mathcal{P}}_{2_{F\tilde{\mathcal{R}}_2}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}];$

...

$\breve{\mathcal{P}}_{s_{\tilde{\mathcal{R}}_s}}, \breve{\mathcal{P}}_{s_{T\tilde{\mathcal{R}}_s}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}], \breve{\mathcal{P}}_{s_{U\tilde{\mathcal{R}}_s}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}], \breve{\mathcal{P}}_{s_{C\tilde{\mathcal{R}}_s}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}],$

$\breve{\mathcal{P}}_{s_{F\tilde{\mathcal{R}}_s}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}] >, \breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{T\tilde{\mathcal{R}}_l}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{U\tilde{\mathcal{R}}_l}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{C\tilde{\mathcal{R}}_l}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{F\tilde{\mathcal{R}}_l}} \in P(\mathcal{N});$

$l = 1,2,3, \dots, s\}$

ve

$\tilde{\mathcal{H}} = \{< \breve{\mathcal{P}}_{1_{\tilde{\mathcal{H}}_1}}, \breve{\mathcal{P}}_{1_{T\tilde{\mathcal{H}}_1}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_1}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_1}], \breve{\mathcal{P}}_{1_{U\tilde{\mathcal{H}}_1}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_1}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_1}], \breve{\mathcal{P}}_{1_{C\tilde{\mathcal{H}}_1}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_1}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_1}],$

$\breve{\mathcal{P}}_{1_{F\tilde{\mathcal{H}}_1}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_1}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_1}];$

$\breve{\mathcal{P}}_{2_{\tilde{\mathcal{H}}_2}}, \breve{\mathcal{P}}_{2_{T\tilde{\mathcal{H}}_2}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_2}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_2}], \breve{\mathcal{P}}_{2_{U\tilde{\mathcal{H}}_2}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_2}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_2}], \breve{\mathcal{P}}_{2_{C\tilde{\mathcal{H}}_2}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_2}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_2}],$

$\breve{\mathcal{P}}_{2_{F\tilde{\mathcal{H}}_2}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_2}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_2}];$

...

$\breve{\mathcal{P}}_{s_{\tilde{\mathcal{H}}_s}}, \breve{\mathcal{P}}_{s_{T\tilde{\mathcal{H}}_s}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_s}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_s}], \breve{\mathcal{P}}_{s_{U\tilde{\mathcal{H}}_s}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_s}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_s}], \breve{\mathcal{P}}_{s_{C\tilde{\mathcal{H}}_s}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_s}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_s}],$

$\breve{\mathcal{P}}_{s_{F\tilde{\mathcal{H}}_s}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_s}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_s}] >, \breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{T\tilde{\mathcal{H}}_l}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{U\tilde{\mathcal{H}}_l}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{C\tilde{\mathcal{H}}_l}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{F\tilde{\mathcal{H}}_l}} \in P(\mathcal{N});$

$l = 1,2,3, \dots, s\}$

iki AGKDNBK olsun.

i. $\tilde{\mathcal{R}}$ ve $\tilde{\mathcal{H}}$ için "kötümser ∪'' işlemi aşağıdaki şekilde tanımlanır;

$$\tilde{\mathcal{R}} \cup'_K \tilde{\mathcal{H}} = \{< \breve{\mathcal{P}}_{1_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}}, \breve{\mathcal{P}}_{1_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}], \breve{\mathcal{P}}_{1_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}],$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{1_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}], \breve{\mathcal{P}}_{1_{F_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}];$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{2_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}}, \breve{\mathcal{P}}_{2_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}], \breve{\mathcal{P}}_{2_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}],$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{2_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}], \breve{\mathcal{P}}_{2_{F_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}];$$

...

$$\breve{\mathcal{P}}_{s_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}}, \breve{\mathcal{P}}_{s_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}], \breve{\mathcal{P}}_{s_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}],$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{s_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}], \breve{\mathcal{P}}_{s_{F_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}] >,$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{F_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}}} \in P(\mathcal{N}); l = 1,2,3,\dots,s\}$$

Burada,

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}} \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}}\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}} \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{U_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}}\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}} \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}}\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{F_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{F_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}} \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{F_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}}\right),$$

$$T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \min\{T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}, T^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}\}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \min\{T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}\},$$

$$U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \max\{U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}, U^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}\}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \max\{U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}\},$$

$$C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \max\{C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}, C^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}\}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \max\{C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}\},$$

$$F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \max\{F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}, F^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}\}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \max\{F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}\}.$$

ii. $\tilde{\mathcal{R}}$ ve $\tilde{\mathcal{H}}$ için " kötümser ∩'' işlemi aşağıdaki şekilde tanımlanır

$$\tilde{\mathcal{R}} \cap'_K \tilde{\mathcal{H}} = \{< \breve{\mathcal{P}}_{1_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}}, \breve{\mathcal{P}}_{1_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}], \breve{\mathcal{P}}_{1_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}],$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{1_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}], \breve{\mathcal{P}}_{1_{F_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1\tilde{\mathcal{H}}_1}];$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{2_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}}, \breve{\mathcal{P}}_{2_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}], \breve{\mathcal{P}}_{2_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}],$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{2_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}], \breve{\mathcal{P}}_{2_{F_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2\tilde{\mathcal{H}}_2}];$$

...

$$\breve{\mathcal{P}}_{s_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}}, \breve{\mathcal{P}}_{s_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}], \breve{\mathcal{P}}_{s_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}],$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{s_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}], \breve{\mathcal{P}}_{s_{F_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s\tilde{\mathcal{H}}_s}] >,$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{F_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}}} \in P(\mathcal{N}); l = 1,2,3, \dots, s\}$$

Burada,

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}}\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{U_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}}\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}}\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{F_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{F_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{F_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}}\right),$$

$$T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \min\{T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}, T^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}\}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \min\{T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}\},$$

$$U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \max\{U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}, U^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}\}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \max\{U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}\},$$

$$C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \max\{C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}, C^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}\}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \max\{C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}\},$$

$$F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \max\{F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}, F^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}\}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \max\{F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}\}.$$

Örnek 3.1.10 $\acute{A} = \{\acute{n}, \acute{t}, \acute{r}, \acute{s}, \acute{f}, \acute{k}, \acute{b}, \acute{l}\}$ bir küme olsun,

$$\widehat{\mathcal{X}} = \{< \{\acute{n}, \acute{t}, \acute{s}, \acute{k}, \acute{l}\}, \{\acute{r}, \acute{f}, \acute{b}, \acute{l}\}[0,0.8], \{\acute{n}, \acute{l}\}[0.2,0.5], \{\acute{r}, \acute{s}, \acute{k}, \acute{l}\}[0.5,0.7],$$
$$\{\acute{f}\}[0.6,0.9]; \{\acute{k}, l\}, \{\acute{t}, \acute{f}, \acute{l}\}[0.1,0.6], \{\acute{b}\}[0.3,0.4], \{\acute{n}, \acute{r}, \acute{s}\}[0.1,0,8], \{\acute{l}\}[0.1,0.3] >\}$$

ve

$$\hat{\mathcal{Z}} = \{< \{\acute{n}, \acute{t}, \acute{r}, \acute{l}\}, \{\acute{n}, \acute{f}, \acute{l}\}[0.1,0.6], \{\acute{s}, \acute{l}\}[0.3,0.8], \{\acute{n}, \acute{r}, \acute{f}\}[0.3,0.6], \{\acute{t}, \acute{f}\}[0.3,0.7];$$
$$\{\acute{f}, \acute{k}\}, \{\acute{r}, \acute{s}, \acute{f}, \acute{l}\}[0.5,0.6], \{\acute{t}, \acute{r}, \acute{b}\}[0.5,0.9], \{\acute{n}, \acute{t}, \acute{s}, \acute{l}\}[0.4,0.6], \{\acute{l}, \acute{k}\}[0.3,0.8] >\}$$

iki AGKDNBK olsun. Böylece

i. $\widehat{\mathcal{X}} \cup'_K \hat{\mathcal{Z}} = \{< \{\acute{n}, \acute{t}, \acute{r}, \acute{s}, \acute{l}, \acute{k}\}, \{\acute{n}, \acute{r}, \acute{f}, \acute{b}, \acute{l}\}[0,0.6], \{\acute{n}, \acute{s}, \acute{l}\}[0.3,0.8],$
$\{\acute{n}, \acute{r}, \acute{s}, \acute{l}, \acute{f}, \acute{k}\}[0.5,0.7], \{\acute{t}, \acute{f}\}[0.6,0.9]; \{\acute{f}, \acute{k}, \acute{l}\}, \{\acute{t}, \acute{r}, \acute{s}, \acute{f}, \acute{l}\}[0.1,0.6],$
$\{\acute{t}, \acute{r}, \acute{b}\}[0.5,0.9], \{\acute{n}, \acute{t}, \acute{r}, \acute{s}, \acute{l}\}[0.4,0.8], \{\acute{l}, \acute{k}\}[0.3,0.8] >\}$

ii. $\widehat{\mathcal{X}} \cap'_K \hat{\mathcal{Z}} = \{< \{\acute{n}, \acute{t}, \acute{l}\}, \{\acute{f}, \acute{l}\}[0,0.6], \{\acute{l}\}[0.3,0.8], \{\acute{r}\}[0.5,0.7], \{\acute{f}\}[0.6,0.9];$
$\{\acute{k}\}, \{\acute{f}, \acute{l}\}[0.1,0.6], \{\acute{b}\}[0.5,0.9], \{\acute{n}, \acute{s}\}[0.4,0.8], \{\acute{l}\}[0.3,0.8] >\}$

Özellikler 3.1.11 [35]:

$\tilde{\mathcal{R}} = \{< \breve{\mathcal{P}}_{1_{\tilde{\mathcal{R}}_1}}, \breve{\mathcal{P}}_{1_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_1}}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}], \breve{\mathcal{P}}_{1_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_1}}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}], \breve{\mathcal{P}}_{1_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_1}}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}],$

$\breve{\mathcal{P}}_{1_{F_{\tilde{\mathcal{R}}_1}}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}];$

$\breve{\mathcal{P}}_{2_{\tilde{\mathcal{R}}_2}}, \breve{\mathcal{P}}_{2_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_2}}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}], \breve{\mathcal{P}}_{2_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_2}}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}], \breve{\mathcal{P}}_{2_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_2}}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}],$

$\breve{\mathcal{P}}_{2_{F_{\tilde{\mathcal{R}}_2}}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}];$

...

$\breve{\mathcal{P}}_{s_{\tilde{\mathcal{R}}_s}}, \breve{\mathcal{P}}_{s_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_s}}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}], \breve{\mathcal{P}}_{s_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_s}}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}], \breve{\mathcal{P}}_{s_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_s}}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}],$

$\breve{\mathcal{P}}_{s_{F_{\tilde{\mathcal{R}}_s}}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}] >, \breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{F_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}} \in P(\mathcal{N});$

$l = 1,2,3, \dots, s\}$

$\tilde{\mathcal{H}} = \{< \breve{\mathcal{P}}_{1_{\tilde{\mathcal{H}}_1}}, \breve{\mathcal{P}}_{1_{T_{\tilde{\mathcal{H}}_1}}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_1}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_1}], \breve{\mathcal{P}}_{1_{U_{\tilde{\mathcal{H}}_1}}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_1}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_1}], \breve{\mathcal{P}}_{1_{C_{\tilde{\mathcal{H}}_1}}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_1}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_1}],$

$\breve{\mathcal{P}}_{1_{F_{\tilde{\mathcal{H}}_1}}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_1}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_1}];$

$\breve{\mathcal{P}}_{2_{\tilde{\mathcal{H}}_2}}, \breve{\mathcal{P}}_{2_{T_{\tilde{\mathcal{H}}_2}}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_2}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_2}], \breve{\mathcal{P}}_{2_{U_{\tilde{\mathcal{H}}_2}}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_2}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_2}], \breve{\mathcal{P}}_{2_{C_{\tilde{\mathcal{H}}_2}}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_2}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_2}],$

$\breve{\mathcal{P}}_{2_{F_{\tilde{\mathcal{H}}_2}}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_2}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_2}];$

...

$\breve{\mathcal{P}}_{s_{\tilde{\mathcal{H}}_s}}, \breve{\mathcal{P}}_{s_{T_{\tilde{\mathcal{H}}_s}}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_s}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_s}], \breve{\mathcal{P}}_{s_{U_{\tilde{\mathcal{H}}_s}}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_s}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_s}], \breve{\mathcal{P}}_{s_{C_{\tilde{\mathcal{H}}_s}}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_s}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_s}],$

$\breve{\mathcal{P}}_{s_{F_{\tilde{\mathcal{H}}_s}}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_s}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_s}] >, \breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{U_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{F_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}} \in P(\mathcal{N});$

$l = 1,2,3, \dots, s\}$

ve

$\tilde{\mathcal{G}} = \{< \breve{\mathcal{P}}_{1_{\tilde{\mathcal{G}}_1}}, \breve{\mathcal{P}}_{1_{T_{\tilde{\mathcal{G}}_1}}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{G}}_1}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{G}}_1}], \breve{\mathcal{P}}_{1_{U_{\tilde{\mathcal{G}}_1}}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{G}}_1}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{G}}_1}], \breve{\mathcal{P}}_{1_{C_{\tilde{\mathcal{G}}_1}}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{G}}_1}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{G}}_1}],$

$\breve{\mathcal{P}}_{1_{F_{\tilde{\mathcal{G}}_1}}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{G}}_1}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{G}}_1}];$

$\breve{\mathcal{P}}_{2_{\tilde{\mathcal{G}}_2}}, \breve{\mathcal{P}}_{2_{T_{\tilde{\mathcal{G}}_2}}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{G}}_2}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{G}}_2}], \breve{\mathcal{P}}_{2_{U_{\tilde{\mathcal{G}}_2}}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{G}}_2}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{G}}_2}], \breve{\mathcal{P}}_{2_{C_{\tilde{\mathcal{G}}_2}}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{G}}_2}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{G}}_2}],$

$\breve{\mathcal{P}}_{2_{F_{\tilde{\mathcal{G}}_2}}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{G}}_2}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{G}}_2}];$

...

$\breve{\mathcal{P}}_{s_{\tilde{\mathcal{G}}_s}}, \breve{\mathcal{P}}_{s_{T_{\tilde{\mathcal{G}}_s}}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{G}}_s}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{G}}_s}], \breve{\mathcal{P}}_{s_{U_{\tilde{\mathcal{G}}_s}}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{G}}_s}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{G}}_s}], \breve{\mathcal{P}}_{s_{C_{\tilde{\mathcal{G}}_s}}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{G}}_s}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{G}}_s}],$

$\breve{\mathcal{P}}_{s_{F_{\tilde{\mathcal{G}}_s}}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{G}}_s}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{G}}_s}] >, \breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{U_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{F_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}} \in P(\mathcal{N}); l = 1,2,3, \dots, s\}$

üç AGKDNBK olsun. Tanım 3.1.3, Tanım 3.1.5, Tanım 3.1.7 ve Tanım 3.1.9 dan

a. i. $\left(\tilde{\mathcal{R}} \cup'_O \tilde{\mathcal{H}}\right) =' \left(\tilde{\mathcal{H}} \cup'_O \tilde{\mathcal{R}}\right)$

ii. $\left(\tilde{\mathcal{R}} \cup'_{\mathrm{i}} \tilde{\mathcal{H}}\right) =' \left(\tilde{\mathcal{H}} \cup'_{\mathrm{i}} \tilde{\mathcal{R}}\right)$

iii. $\left(\tilde{\mathcal{R}} \cup'_K \tilde{\mathcal{H}}\right) =' \left(\mathcal{H} \cup'_K \tilde{\mathcal{R}}\right)$

İspat:

i. Tanım 3.1.5 den $\left(\tilde{\mathcal{R}} \cup'_O \tilde{\mathcal{H}}\right)$ için

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}} \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}}\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}} \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{U_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}}\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}} \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}}\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{F_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{F_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}} \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{F_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}}\right),$$

$$T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \frac{T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + T^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \frac{T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + T^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2},$$

$$U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \frac{U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + U^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \frac{U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + U^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2},$$

$$C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \frac{C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + C^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \frac{C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + C^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2},$$

$$F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \frac{F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + F^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \frac{F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + F^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2} \tag{1}$$

elde edilir ve Tanım 3.1.5 den $\left(\tilde{\mathcal{H}} \cup'_O \tilde{\mathcal{R}}\right)$ için

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{R}}_l}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{H}}_l}} \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{R}}_l}}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}} \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}}\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{U_{\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{R}}_l}}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{U_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}} \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}}\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{R}}_l}}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}} \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}}\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{F_{\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{R}}_l}}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{F_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}} \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{F_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}}\right),$$

$$T^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{R}}_l} = \frac{T^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l} + T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}{2}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{R}}_l} = \frac{T^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l} + T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}{2},$$

$$U^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{R}}_l} = \frac{U^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l} + U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}{2}, \quad U^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{R}}_l} = \frac{U^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l} + U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}{2},$$

$$C^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{R}}_l} = \frac{C^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l} + C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}{2}, \quad C^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{R}}_l} = \frac{C^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l} + C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}{2},$$

$$F^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{R}}_l} = \frac{F^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l} + F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}{2}, \quad F^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{R}}_l} = \frac{F^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l} + F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}{2} \tag{2}$$

elde edilir ve Tanım 3.1.3, (1) ve (2) den

$$(\mathcal{R} \cup'_O \mathcal{H}) =' (\mathcal{H} \cup'_O \mathcal{R})$$

eşitliği elde edilir.

{ii, iii} ispatları i ye benzer şekilde yapılır.

b. i. $(\mathcal{R} \cap'_O \mathcal{H}) =' (\mathcal{H} \cap'_O \mathcal{R})$

ii. $(\mathcal{R} \cap'_{\text{i}} \mathcal{H}) =' (\mathcal{H} \cap'_{\text{i}} \mathcal{R})$

iii. $(\mathcal{R} \cap'_K \mathcal{H}) =' (\mathcal{H} \cap'_K \mathcal{R})$

İspat:

i. Tanım 3.1.5 den $(\mathcal{R} \cap'_O \mathcal{H})$ için

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{T\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{T\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{T\tilde{\mathcal{H}}_l}}\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{U\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{U\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{U\tilde{\mathcal{H}}_l}}\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{C\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{C\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{C\tilde{\mathcal{H}}_l}}\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{F\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{F\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{F\tilde{\mathcal{H}}_l}}\right),$$

$$T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \frac{T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + T^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \frac{T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + T^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2},$$

$$U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \frac{U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + U^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \frac{U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + U^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2},$$

$$C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \frac{C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + C^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \frac{C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + C^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2},$$

$$F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \frac{F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + F^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \frac{F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + F^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2} \tag{3}$$

elde edilir ve Tanım 3.1.5 den $(\tilde{\mathcal{H}} \cap'_O \tilde{\mathcal{R}})$ için

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{R}}_l}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{H}}_l}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{T\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{R}}_l}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{T\tilde{\mathcal{H}}_l}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{T\tilde{\mathcal{R}}_l}}\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{U\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{R}}_l}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{U\tilde{\mathcal{H}}_l}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{U\tilde{\mathcal{R}}_l}}\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\widetilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{R}}_l}}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\widetilde{\mathcal{H}}_l}}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}}\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{F_{\widetilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{R}}_l}}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{F_{\widetilde{\mathcal{H}}_l}}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{F_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}}\right),$$

$$T^L{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{R}}_l} = \frac{T^L{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_l} + T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}{2}, \quad T^U{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{R}}_l} = \frac{T^U{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_l} + T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}{2},$$

$$U^L{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{R}}_l} = \frac{U^L{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_l} + U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}{2}, \quad U^U{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{R}}_l} = \frac{U^U{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_l} + U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}{2},$$

$$C^L{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{R}}_l} = \frac{C^L{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_l} + C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}{2}, \quad C^U{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{R}}_l} = \frac{C^U{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_l} + C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}{2},$$

$$F^L{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{R}}_l} = \frac{F^L{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_l} + F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}{2}, \quad F^U{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{R}}_l} = \frac{F^U{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_l} + F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}{2} \tag{4}$$

elde edilir. Tanım 3.1.3, (3) ve (4) den

$$\left(\tilde{\mathcal{R}} \cap'_O \widetilde{\mathcal{H}}\right) =' \left(\widetilde{\mathcal{H}} \cap'_O \tilde{\mathcal{R}}\right)$$

eşitliği elde edilir.

{ii, iii} ispatları i ye benzer şekilde yapılır.

c. i. $\tilde{\mathcal{R}} \cup'_O \left(\widetilde{\mathcal{H}} \cup'_O \tilde{\mathcal{G}}\right) =' \left(\tilde{\mathcal{R}} \cup'_O \widetilde{\mathcal{H}}\right) \cup'_O \tilde{\mathcal{G}}$ ancak ve ancak

$$T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} = T^L{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l} \quad , \quad T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} = T^U{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}$$

$$U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} = U^L{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l} \quad , \quad U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} = U^U{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}$$

$$C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} = C^L{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l} \quad , \quad C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} = C^U{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}$$

$$F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} = F^L{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l} \quad , \quad F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} = F^U{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}$$

ii. $\tilde{\mathcal{R}} \cup'_{\text{i}} (\widetilde{\mathcal{H}} \cup'_{\text{i}} \tilde{\mathcal{G}}) =' (\tilde{\mathcal{R}} \cup'_{\text{i}} \widetilde{\mathcal{H}}) \cup'_{\text{i}} \tilde{\mathcal{G}}$

iii. $\tilde{\mathcal{R}} \cup'_K (\widetilde{\mathcal{H}} \cup'_K \tilde{\mathcal{G}}) =' (\tilde{\mathcal{R}} \cup'_K \widetilde{\mathcal{H}}) \cup'_K \tilde{\mathcal{G}}$

İspat:

i. Tanım 3.1.5 den dolayı $\tilde{\mathcal{R}} \cup'_O (\widetilde{\mathcal{H}} \cup'_O \tilde{\mathcal{G}})$ için

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{R}}_l\widetilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cup (\breve{\mathcal{P}}_{l_{\widetilde{\mathcal{H}}_l}} \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{G}}_l}})\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_l\widetilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l}}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}} \cup (\breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\widetilde{\mathcal{H}}_l}}} \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}})\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_l\widetilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l}}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}} \cup (\breve{\mathcal{P}}_{l_{U_{\widetilde{\mathcal{H}}_l}}} \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{U_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}})\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_l\widetilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l}}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}} \cup (\breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\widetilde{\mathcal{H}}_l}}} \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}})\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{F_{\tilde{\mathcal{R}}_l\widetilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l}}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{F_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}} \cup (\breve{\mathcal{P}}_{l_{F_{\widetilde{\mathcal{H}}_l}}} \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{F_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}})\right),$$

$$T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + \frac{T^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}+T^L{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2}}{2}, \quad T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + \frac{T^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}+T^U{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2}}{2},$$

$$U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + \frac{U^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}+U^L{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2}}{2}, \quad U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + \frac{U^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}+U^U{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2}}{2},$$

$$C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + \frac{C^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}+C^L{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2}}{2}, \quad C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + \frac{C^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}+C^U{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2}}{2},$$

$$F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + \frac{F^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}+F^L{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2}}{2}, \quad F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + \frac{F^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}+F^U{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2}}{2} \tag{5}$$

elde edilir ve Tanım 3.1.5 den $(\tilde{\mathcal{R}} \cup'_O \tilde{\mathcal{H}}) \cup'_O \tilde{\mathcal{G}}$ için

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l}} = \left(\left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}\right) \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{T\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l}} = \left((\breve{\mathcal{P}}_{l_{T\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{T\tilde{\mathcal{H}}_l}}) \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{T\tilde{\mathcal{G}}_l}}\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{U\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l}} = \left(\left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{U\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{U\tilde{\mathcal{H}}_l}}\right) \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{U\tilde{\mathcal{G}}_l}}\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{C\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l}} = \left((\breve{\mathcal{P}}_{l_{C\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{C\tilde{\mathcal{H}}_l}}) \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{C\tilde{\mathcal{G}}_l}}\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{F\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l}} = \left((\breve{\mathcal{P}}_{l_{F\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{F\tilde{\mathcal{H}}_l}}) \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{F\tilde{\mathcal{G}}_l}}\right),$$

$$T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{\frac{T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}+T^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2} + T^L{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2}, \quad T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{\frac{T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}+T^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2} + T^U{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2},$$

$$U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{\frac{U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}+U^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2} + U^L{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2}, \quad U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{\frac{U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}+U^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2} + U^U{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2},$$

$$C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{\frac{C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}+C^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2} + C^L{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2}, \quad C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{\frac{C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}+C^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2} + C^U{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2},$$

$$F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{\frac{F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}+F^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2} + F^L{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2}, \quad F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{\frac{F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}+F^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2} + F^U{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2} \tag{6}$$

elde edilir ve Tanım 3.1.3 , (5) ve (6) dan

$$\tilde{\mathcal{R}} \cup'_O \left(\tilde{\mathcal{H}} \cup'_O \tilde{\mathcal{G}}\right) =' \left(\tilde{\mathcal{R}} \cup'_O \tilde{\mathcal{H}}\right) \cup'_O \tilde{\mathcal{G}}$$

eşitliği elde edilir.

{ii, iii} ispatları i ye benzer şekilde yapılır.

d. **i.** $\tilde{\mathcal{R}} \cap'_O (\tilde{\mathcal{H}} \cap'_O \tilde{\mathcal{G}}) =' (\tilde{\mathcal{R}} \cap'_O \tilde{\mathcal{H}}) \cap'_O \tilde{\mathcal{G}}$ ancak ve ancak

$T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} = T^L{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}$, $T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} = T^U{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}$

$U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} = U^L{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}$, $U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} = U^U{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}$

$C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} = C^L{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}$, $C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} = C^U{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}$

$F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} = F^L{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}$, $F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} = F^U{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}$

ii. $\tilde{\mathcal{R}} \cap'_{\text{i}} (\tilde{\mathcal{H}} \cap'_{\text{i}} \tilde{\mathcal{G}}) =' (\tilde{\mathcal{R}} \cap'_{\text{i}} \tilde{\mathcal{H}}) \cap'_{\text{i}} \tilde{\mathcal{G}}$

iii. $\tilde{\mathcal{R}} \cap'_K (\tilde{\mathcal{H}} \cap'_K \tilde{\mathcal{G}}) =' (\tilde{\mathcal{R}} \cap'_K \tilde{\mathcal{H}}) \cap'_K \tilde{\mathcal{G}}$

İspat:

i. Tanım 3.1.5 den $\mathcal{R} \cap'_O (\mathcal{H} \cap'_O \mathcal{G})$ için

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cap (\breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{H}}_l}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{G}}_l}})\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{T\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{T\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cap (\breve{\mathcal{P}}_{l_{T\tilde{\mathcal{H}}_l}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{T\tilde{\mathcal{G}}_l}})\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{U\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{U\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cap \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{U\tilde{\mathcal{H}}_l}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{U\tilde{\mathcal{G}}_l}}\right)\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{C\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{C\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cap (\breve{\mathcal{P}}_{l_{C\tilde{\mathcal{H}}_l}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{C\tilde{\mathcal{G}}_l}})\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{F\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{F\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cap (\breve{\mathcal{P}}_{l_{F\tilde{\mathcal{H}}_l}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{F\tilde{\mathcal{G}}_l}})\right),$$

$$T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + \frac{T^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l} + T^L{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2}}{2}, \quad T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + \frac{T^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l} + T^U{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2}}{2},$$

$$U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + \frac{U^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l} + U^L{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2}}{2}, \quad U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + \frac{U^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l} + U^U{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2}}{2},$$

$$C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + \frac{C^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l} + C^L{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2}}{2}, \quad C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + \frac{C^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l} + C^U{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2}}{2},$$

$$F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + \frac{F^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l} + F^L{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2}}{2}, \quad F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + \frac{F^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l} + F^U{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2}}{2} \qquad (7)$$

elde edilir ve Tanım 3.1.5 den $(\tilde{\mathcal{R}} \cap'_O \tilde{\mathcal{H}}) \cap'_O \tilde{\mathcal{G}}$ için

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l}} = \left((\breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}) \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{T\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l}} = \left((\breve{\mathcal{P}}_{l_{T\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{T\tilde{\mathcal{H}}_l}}) \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{T\tilde{\mathcal{G}}_l}}\right)$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{U\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l}} = \left((\breve{\mathcal{P}}_{l_{U\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{U\tilde{\mathcal{H}}_l}}) \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{U\tilde{\mathcal{G}}_l}}\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l}}} = \left((\breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}}) \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}}\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{F_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l}}} = \left((\breve{\mathcal{P}}_{l_{F_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{F_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}}) \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{F_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}}\right),$$

$$T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{\frac{T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}+T^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2} + T^L{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{\frac{T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}+T^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2} + T^U{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2},$$

$$U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{\frac{U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}+U^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2} + U^L{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{\frac{U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}+U^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2} + U^U{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2},$$

$$C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{\frac{C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}+C^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2} + C^L{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{\frac{C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}+C^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2} + C^U{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2},$$

$$F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{\frac{F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}+F^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2} + F^L{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{\frac{F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}+F^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2} + F^U{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2} \qquad (8)$$

elde edilir. Tanım 3.1.3 , (7) ve (8) den

$$\tilde{\mathcal{R}} \cap'_O (\tilde{\mathcal{H}} \cap'_O \tilde{\mathcal{G}}) =' (\tilde{\mathcal{R}} \cap'_O \tilde{\mathcal{H}}) \cap'_O \tilde{\mathcal{G}}$$

eşitliği elde edilir.

{ii, iii} ispatları i ye benzer şekilde yapılır.

e. **i.** $\tilde{\mathcal{R}} \cap'_O (\tilde{\mathcal{H}} \cup'_O \tilde{\mathcal{G}}) =' (\tilde{\mathcal{R}} \cap'_O \tilde{\mathcal{H}}) \cup'_O (\tilde{\mathcal{R}} \cap'_O \tilde{\mathcal{G}})$

ii. $\tilde{\mathcal{R}} \cap'_{\text{ı}} (\tilde{\mathcal{H}} \cup'_{\text{ı}} \tilde{\mathcal{G}}) =' (\tilde{\mathcal{R}} \cap'_{\text{ı}} \tilde{\mathcal{H}}) \cup'_{\text{ı}} (\tilde{\mathcal{R}} \cap'_{\text{ı}} \tilde{\mathcal{G}})$

iii. $\tilde{\mathcal{R}} \cap'_K (\tilde{\mathcal{H}} \cup'_K \tilde{\mathcal{G}}) =' (\tilde{\mathcal{R}} \cap'_K \tilde{\mathcal{H}}) \cup'_K (\tilde{\mathcal{R}} \cap'_K \tilde{\mathcal{G}})$

İspat:

i. Tanım 3.1.5 den $\tilde{\mathcal{R}} \cap'_O (\tilde{\mathcal{H}} \cup'_O \tilde{\mathcal{G}})$ için

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cap \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{H}}_l}} \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}\right)\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l}}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}} \cap \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}} \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}}\right)\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l}}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}} \cap \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{U_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}} \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{U_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}}\right)\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l}}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}} \cap \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}} \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}}\right)\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{F_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l}}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{F_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}} \cap \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{F_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}} \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{F_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}}\right)\right),$$

$$T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + \frac{T^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}+T^L{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2}}{2}, \quad T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + \frac{T^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}+T^U{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2}}{2},$$

$$U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + \frac{U^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}+U^L{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2}}{2}, \quad U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + \frac{U^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}+U^U{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2}}{2},$$

$$C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + \frac{C^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}+C^L{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2}}{2}, \quad C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + \frac{C^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}+C^U{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2}}{2},$$

$$F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + \frac{F^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}+F^L{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2}}{2}, \quad F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + \frac{F^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}+F^U{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2}}{2} \qquad (9)$$

elde edilir ve Tanım 3.1.5 den $(\tilde{\mathcal{R}} \cap'_O \tilde{\mathcal{H}}) \cup'_O (\tilde{\mathcal{R}} \cap'_O \tilde{\mathcal{G}})$ için

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l}} = \left(\left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}\right) \cup \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}\right)\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{T\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l}} = \left(\left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{T\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{T\tilde{\mathcal{H}}_l}}\right) \cup \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{T\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{T\tilde{\mathcal{G}}_l}}\right)\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{U\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l}} = \left(\left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{U\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{U\tilde{\mathcal{H}}_l}}\right) \cup \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{U\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{U\tilde{\mathcal{G}}_l}}\right)\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{C\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l}} = \left(\left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{C\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{C\tilde{\mathcal{H}}_l}}\right) \cup \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{C\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{C\tilde{\mathcal{G}}_l}}\right)\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{F\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l}} = \left(\left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{F\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{F\tilde{\mathcal{H}}_l}}\right) \cup \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{F\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{F\tilde{\mathcal{G}}_l}}\right)\right),$$

$$T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{\frac{T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}+T^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2} + \frac{T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}+T^L{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2}}{2}, \quad T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{\frac{T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}+T^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2} + \frac{T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}+T^U{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2}}{2},$$

$$U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{\frac{U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}+U^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2} + \frac{U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}+U^L{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2}}{2}, \quad U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{\frac{U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}+U^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2} + \frac{U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}+U^U{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2}}{2},$$

$$C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{\frac{C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}+C^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2} + \frac{C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}+C^L{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2}}{2}, \quad C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{\frac{C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}+C^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2} + \frac{C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}+C^U{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2}}{2},$$

$$F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{\frac{F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}+F^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2} + \frac{F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}+F^L{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2}}{2}, \quad F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{\frac{F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}+F^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2} + \frac{F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}+F^U{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2}}{2} \qquad (10)$$

elde edilir. Tanım 3.1.3 , (9) ve (10) dan

$$\tilde{\mathcal{R}} \cap'_O (\tilde{\mathcal{H}} \cup'_O \tilde{\mathcal{G}}) =' (\tilde{\mathcal{R}} \cap'_O \tilde{\mathcal{H}}) \cup'_O (\tilde{\mathcal{R}} \cap'_O \tilde{\mathcal{G}})$$

eşitliği elde edilir.

{ii, iii} ispatları i ye benzer şekilde yapılır.

f. **i.** $\tilde{\mathcal{R}} \cup'_O (\tilde{\mathcal{H}} \cap'_O \tilde{\mathcal{G}}) =' (\tilde{\mathcal{R}} \cup'_O \tilde{\mathcal{H}}) \cap'_O (\tilde{\mathcal{R}} \cup'_O \tilde{\mathcal{G}})$

ii. $\tilde{\mathcal{R}} \cup'_{\text{i}} (\tilde{\mathcal{H}} \cap'_{\text{i}} \tilde{\mathcal{G}}) =' (\tilde{\mathcal{R}} \cup'_{\text{i}} \tilde{\mathcal{H}}) \cap'_{\text{i}} (\tilde{\mathcal{R}} \cup'_{\text{i}} \tilde{\mathcal{G}})$

iii. $\tilde{\mathcal{R}} \cup'_K (\tilde{\mathcal{H}} \cap'_K \tilde{\mathcal{G}}) =' (\tilde{\mathcal{R}} \cup'_K \tilde{\mathcal{H}}) \cap'_K (\tilde{\mathcal{R}} \cup'_K \tilde{\mathcal{G}})$

İspat:

i. Tanım 3.1.5 den $\tilde{\mathcal{R}} \cup'_O (\tilde{\mathcal{H}} \cap'_O \tilde{\mathcal{G}})$ için

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{R}}_l \tilde{\mathcal{H}}_l \tilde{\mathcal{G}}_l}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cup \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{H}}_l}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}\right)\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_l \tilde{\mathcal{H}}_l \tilde{\mathcal{G}}_l}}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}} \cup \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}}\right)\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_l \tilde{\mathcal{H}}_l \tilde{\mathcal{G}}_l}}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}} \cup \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{U_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{U_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}}\right)\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_l \tilde{\mathcal{H}}_l \tilde{\mathcal{G}}_l}}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}} \cup \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}}\right)\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{F_{\tilde{\mathcal{R}}_l \tilde{\mathcal{H}}_l \tilde{\mathcal{G}}_l}}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{F_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}} \cup \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{F_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{F_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}}\right)\right),$$

$$T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l \tilde{\mathcal{H}}_l \tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + \frac{T^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l} + T^L{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2}}{2}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l \tilde{\mathcal{H}}_l \tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + \frac{T^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l} + T^U{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2}}{2},$$

$$U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l \tilde{\mathcal{H}}_l \tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + \frac{U^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l} + U^L{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2}}{2}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l \tilde{\mathcal{H}}_l \tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + \frac{U^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l} + U^U{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2}}{2},$$

$$C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l \tilde{\mathcal{H}}_l \tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + \frac{C^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l} + C^L{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2}}{2}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l \tilde{\mathcal{H}}_l \tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + \frac{C^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l} + C^U{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2}}{2},$$

$$F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l \tilde{\mathcal{H}}_l \tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + \frac{F^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l} + F^L{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2}}{2}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l \tilde{\mathcal{H}}_l \tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + \frac{F^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l} + F^U{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2}}{2} \qquad (11)$$

elde edilir ve Tanım 3.1.5 den $(\tilde{\mathcal{R}} \cup'_O \tilde{\mathcal{H}}) \cap'_O (\tilde{\mathcal{R}} \cup'_O \tilde{\mathcal{G}})$ için

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{R}}_l \tilde{\mathcal{H}}_l \tilde{\mathcal{G}}_l}} = \left(\left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}\right) \cap \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}\right)\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_l \tilde{\mathcal{H}}_l \tilde{\mathcal{G}}_l}}} = \left(\left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}} \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}}\right) \cap \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}} \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}}\right)\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_l \tilde{\mathcal{H}}_l \tilde{\mathcal{G}}_l}}} = \left(\left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}} \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{U_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}}\right) \cap \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}} \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{U_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}}\right)\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_l \tilde{\mathcal{H}}_l \tilde{\mathcal{G}}_l}}} = \left(\left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}} \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}}\right) \cap \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}} \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}}\right)\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{F\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l}} = \left(\left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{F\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{F\tilde{\mathcal{H}}_l}}\right) \cap \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{F\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{F\tilde{\mathcal{G}}_l}}\right)\right),$$

$$T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{\frac{T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}+T^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2} + \frac{T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}+T^L{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2}}{2}, \quad T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{\frac{T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}+T^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2} + \frac{T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}+T^U{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2}}{2},$$

$$U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{\frac{U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}+U^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2} + \frac{U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}+U^L{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2}}{2}, \quad U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{\frac{U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}+U^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2} + \frac{U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}+U^U{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2}}{2},$$

$$C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{\frac{C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}+C^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2} + \frac{C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}+C^L{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2}}{2}, \quad C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{\frac{C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}+C^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2} + \frac{C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}+C^U{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2}}{2},$$

$$F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{\frac{F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}+F^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2} + \frac{F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}+F^L{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2}}{2}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l\tilde{\mathcal{G}}_l} = \frac{\frac{F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}+F^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2} + \frac{F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}+F^U{}_{\tilde{\mathcal{G}}_l}}{2}}{2} \quad (12)$$

elde edilir. Tanım 3.1.3 , (11) ve (12) dan

$$\tilde{\mathcal{R}} \cup'_O \left(\tilde{\mathcal{H}} \cap'_O \tilde{\mathcal{G}}\right) =' \left(\tilde{\mathcal{R}} \cup'_O \tilde{\mathcal{H}}\right) \cap'_O \left(\tilde{\mathcal{R}} \cup'_O \tilde{\mathcal{G}}\right)$$

eşitliği elde edilir.

{ii, iii} ispatları i ye benzer şekilde yapılır.

g. Eğer $\tilde{\mathcal{R}} =' \tilde{\mathcal{H}}$ ise

i. $\left(\tilde{\mathcal{R}} \cup'_O \tilde{\mathcal{H}}\right) =' \left(\tilde{\mathcal{R}} \cup'_{\text{i}} \tilde{\mathcal{H}}\right) =' \left(\tilde{\mathcal{R}} \cup'_K \tilde{\mathcal{H}}\right)$

ii. $\left(\tilde{\mathcal{R}} \cap'_O \tilde{\mathcal{H}}\right) =' \left(\tilde{\mathcal{R}} \cap'_{\text{i}} \tilde{\mathcal{H}}\right) =' \left(\tilde{\mathcal{R}} \cap'_K \tilde{\mathcal{H}}\right)$

İspat:

i. Tanım 3.1.3, Tanım 3.1.5, Tanım 3.1.7, Tanım 3.1.9 ve $\tilde{\mathcal{R}} =' \tilde{\mathcal{H}}$ olduğundan

$$T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \min\{T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}, T^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}\} = \frac{T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + T^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2} = \max\{T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}, T^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}\}$$

$$T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \min\{T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}\} = \frac{T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + T^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2} = \max\{T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}\}$$

$$U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \max\{U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}, U^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}\} = \frac{U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + U^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2} = \min\{U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}, U^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}\}$$

$$U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \max\{U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}\} = \frac{U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + U^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2} = \min\{U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}\}$$

$$C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \max\{C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}, C^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}\} = \frac{C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + C^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2} = \min\{C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}, C^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}\}$$

$$C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \max\{C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}\} = \frac{C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + C^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2} = \min\{C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}\}$$

$$F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \max\{F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}, F^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}\} = \frac{F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + F^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2} = \min\{F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}, F^L{}_{\mathcal{H}_l}\}$$

$$F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} = \max\{F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}\} = \frac{F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + F^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}{2} = \min\{F^U{}_{\mathcal{R}_l}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}\} \qquad (13)$$

elde edilir. Ayrıca,

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{T\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{T\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{T\tilde{\mathcal{H}}_l}}\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{U\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{U\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{U\tilde{\mathcal{H}}_l}}\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{C\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{C\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{C\tilde{\mathcal{H}}_l}}\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{F\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{F\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cup \breve{\mathcal{P}}_{l_{F\tilde{\mathcal{H}}_l}}\right) \qquad (14)$$

olduğundan. (13) , (14) ve Tanım 3.1.3 den

$$(\mathcal{R} \cup'_O \mathcal{H}) =' (\mathcal{R} \cup'_{\text{i}} \mathcal{H}) =' (\mathcal{R} \cup'_K \mathcal{H})$$

eşitliği elde edilir.

{ii} ispatı i ye benzer şekilde yapılır.

Teorem 3.1.12 [35]

$\tilde{\mathcal{R}} = \{< \breve{\mathcal{P}}_{1_{\tilde{\mathcal{R}}_1}}, \breve{\mathcal{P}}_{1_{T\tilde{\mathcal{R}}_1}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}], \breve{\mathcal{P}}_{1_{U\tilde{\mathcal{R}}_1}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}], \breve{\mathcal{P}}_{1_{C\tilde{\mathcal{R}}_1}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}],$

$\breve{\mathcal{P}}_{1_{F\tilde{\mathcal{R}}_1}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}];$

$\breve{\mathcal{P}}_{2_{\tilde{\mathcal{R}}_2}}, \breve{\mathcal{P}}_{2_{T\tilde{\mathcal{R}}_2}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}], \breve{\mathcal{P}}_{2_{U\tilde{\mathcal{R}}_2}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}], \breve{\mathcal{P}}_{2_{C\tilde{\mathcal{R}}_2}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}],$

$\breve{\mathcal{P}}_{2_{F\tilde{\mathcal{R}}_2}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}];$

...

$\breve{\mathcal{P}}_{s_{\tilde{\mathcal{R}}_s}}, \breve{\mathcal{P}}_{s_{T\tilde{\mathcal{R}}_s}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}], \breve{\mathcal{P}}_{s_{U\tilde{\mathcal{R}}_s}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}], \breve{\mathcal{P}}_{s_{C\tilde{\mathcal{R}}_s}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}],$

$\breve{\mathcal{P}}_{s_{F\tilde{\mathcal{R}}_s}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}];>, \breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{T\tilde{\mathcal{R}}_l}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{U\tilde{\mathcal{R}}_l}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{C\tilde{\mathcal{R}}_l}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{F\tilde{\mathcal{R}}_l}} \in P(\mathcal{N});$

$l = 1,2,3, \dots, s\}$

ve

$\tilde{\mathcal{H}} = \{< \breve{\mathcal{P}}_{1_{\tilde{\mathcal{H}}_1}}, \breve{\mathcal{P}}_{1_{T\tilde{\mathcal{H}}_1}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_1}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_1}], \breve{\mathcal{P}}_{1_{U\tilde{\mathcal{H}}_1}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_1}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_1}], \breve{\mathcal{P}}_{1_{C\tilde{\mathcal{H}}_1}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_1}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_1}],$

$\breve{\mathcal{P}}_{1_{F\tilde{\mathcal{H}}_1}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_1}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_1}];$

$\breve{\mathcal{P}}_{2_{\tilde{\mathcal{H}}_2}}, \breve{\mathcal{P}}_{2_{T\tilde{\mathcal{H}}_2}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_2}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_2}], \breve{\mathcal{P}}_{2_{U\tilde{\mathcal{H}}_2}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_2}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_2}], \breve{\mathcal{P}}_{2_{C\tilde{\mathcal{H}}_2}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_2}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_2}],$

$\breve{\mathcal{P}}_{2_{F\tilde{\mathcal{H}}_2}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_2}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_2}];$

...

$\breve{\mathcal{P}}_{s_{\widetilde{\mathcal{H}}_s}}, \breve{\mathcal{P}}_{s_{T_{\widetilde{\mathcal{H}}_s}}}[T^L{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_s}, T^U{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_s}], \breve{\mathcal{P}}_{s_{U_{\widetilde{\mathcal{H}}_s}}}[U^L{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_s}, U^U{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_s}], \breve{\mathcal{P}}_{s_{C_{\widetilde{\mathcal{H}}_s}}}[C^L{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_s}, C^U{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_s}],$

$\breve{\mathcal{P}}_{s_{F_{\widetilde{\mathcal{H}}_s}}}[F^L{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_s}, F^U{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_s}];>, \breve{\mathcal{P}}_{l_{\widetilde{\mathcal{H}}_l}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\widetilde{\mathcal{H}}_l}}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{U_{\widetilde{\mathcal{H}}_l}}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{C_{\widetilde{\mathcal{H}}_l}}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{F_{\widetilde{\mathcal{H}}_l}}} \in P(\mathcal{N});$

$l = 1,2,3, \dots, s\}$

iki AGKDNBK olsun.

i. $(\tilde{\mathcal{R}} \cap'_K \widetilde{\mathcal{H}}) \subset' (\tilde{\mathcal{R}} \cap'_O \widetilde{\mathcal{H}}) \subset' (\tilde{\mathcal{R}} \cap'_{\text{İ}} \widetilde{\mathcal{H}})$

ii. $(\tilde{\mathcal{R}} \cup'_K \widetilde{\mathcal{H}}) \subset' (\tilde{\mathcal{R}} \cup'_O \widetilde{\mathcal{H}}) \subset' (\tilde{\mathcal{R}} \cup'_{\text{İ}} \widetilde{\mathcal{H}})$

iii. $(\tilde{\mathcal{R}} \cap'_K \widetilde{\mathcal{H}}) \subset' (\tilde{\mathcal{R}} \cup'_K \widetilde{\mathcal{H}})$

$(\tilde{\mathcal{R}} \cap'_{\text{İ}} \widetilde{\mathcal{H}}) \subset' (\tilde{\mathcal{R}} \cup'_{\text{İ}} \widetilde{\mathcal{H}})$

$(\tilde{\mathcal{R}} \cap'_K \widetilde{\mathcal{H}}) \subset' (\tilde{\mathcal{R}} \cup'_K \widetilde{\mathcal{H}})$

İspat:

i. Tanım 3.1.3, Tanım 3.1.5, Tanım 3.1.7 ve Tanım 3.1.9 dan

$$\min\{T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}, T^L{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_l}\} \leq \frac{T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + T^L{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_l}}{2} \leq \max\{T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}, T^L{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_l}\}$$

$$\min\{T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}, T^U{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_l}\} \leq \frac{T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + T^U{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_l}}{2} \leq \max\{T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}, T^U{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_l}\}$$

$$\max\{U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}, U^L{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_l}\} \geq \frac{U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + U^L{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_l}}{2} \geq \min\{U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}, U^L{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_l}\}$$

$$\max\{U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}, U^U{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_l}\} \geq \frac{U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + U^U{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_l}}{2} \geq \min\{U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}, U^U{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_l}\}$$

$$\max\{C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}, C^L{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_l}\} \geq \frac{C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + C^L{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_l}}{2} \geq \min\{C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}, C^L{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_l}\}$$

$$\max\{C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}, C^U{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_l}\} \geq \frac{C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + C^U{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_l}}{2} \geq \min\{C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}, C^U{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_l}\}$$

$$\max\{F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}, F^L{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_l}\} \geq \frac{F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + F^L{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_l}}{2} \geq \min\{F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}, F^L{}_{\mathcal{H}_l}\}$$

$$\max\{F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l}, F^U{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_l}\} \geq \frac{F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} + F^U{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_l}}{2} \geq \min\{F^U{}_{\mathcal{R}_l}, F^U{}_{\widetilde{\mathcal{H}}_l}\} \qquad (15)$$

elde edilir.

Ayrıca,

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{R}}_l \widetilde{\mathcal{H}}_l}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{\widetilde{\mathcal{H}}_l}}\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_l \widetilde{\mathcal{H}}_l}}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{T_{\widetilde{\mathcal{H}}_l}}}\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_l \widetilde{\mathcal{H}}_l}}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{U_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{U_{\widetilde{\mathcal{H}}_l}}}\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{C\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{C\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{C\tilde{\mathcal{H}}_l}}\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{F\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{F\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{F\tilde{\mathcal{H}}_l}}\right) \tag{16}$$

olduğundan. Böylece (15),(16) ve Tanım 3.1.3 den

$$\left(\tilde{\mathcal{R}} \cap'_K \tilde{\mathcal{H}}\right) \subset' \left(\tilde{\mathcal{R}} \cap'_O \tilde{\mathcal{H}}\right) \subset' \left(\tilde{\mathcal{R}} \cap'_{\text{i}} \tilde{\mathcal{H}}\right)$$

elde edilir.

{ii, iii} ispatları i'ye benzer şekilde yapılır.

Teorem 3.1.13 [35]

$\tilde{\mathcal{R}} = \{< \breve{\mathcal{P}}_{1_{\tilde{\mathcal{R}}_1}}, \breve{\mathcal{P}}_{1_{T\tilde{\mathcal{R}}_1}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}], \breve{\mathcal{P}}_{1_{U\tilde{\mathcal{R}}_1}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}], \breve{\mathcal{P}}_{1_{C\tilde{\mathcal{R}}_1}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}],$

$\breve{\mathcal{P}}_{1_{F\tilde{\mathcal{R}}_1}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_1}];$

$\breve{\mathcal{P}}_{2_{\tilde{\mathcal{R}}_2}}, \breve{\mathcal{P}}_{2_{T\tilde{\mathcal{R}}_2}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}], \breve{\mathcal{P}}_{2_{U\tilde{\mathcal{R}}_2}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}], \breve{\mathcal{P}}_{2_{C\tilde{\mathcal{R}}_2}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}],$

$\breve{\mathcal{P}}_{2_{F\tilde{\mathcal{R}}_2}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_2}];$

...

$\breve{\mathcal{P}}_{s_{\tilde{\mathcal{R}}_s}}, \breve{\mathcal{P}}_{s_{T\tilde{\mathcal{R}}_s}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}], \breve{\mathcal{P}}_{s_{U\tilde{\mathcal{R}}_s}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}], \breve{\mathcal{P}}_{s_{C\tilde{\mathcal{R}}_s}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}],$

$\breve{\mathcal{P}}_{s_{F\tilde{\mathcal{R}}_s}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_s}];>, \breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{R}}_l}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{T\tilde{\mathcal{R}}_l}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{U\tilde{\mathcal{R}}_l}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{C\tilde{\mathcal{R}}_l}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{F\tilde{\mathcal{R}}_l}} \in P(\mathcal{N});$

$l = 1,2,3, \dots, s\}$

ve

$\tilde{\mathcal{H}} = \{< \breve{\mathcal{P}}_{1_{\tilde{\mathcal{H}}_1}}, \breve{\mathcal{P}}_{1_{T\tilde{\mathcal{H}}_1}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_1}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_1}], \breve{\mathcal{P}}_{1_{U\tilde{\mathcal{H}}_1}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_1}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_1}], \breve{\mathcal{P}}_{1_{C\tilde{\mathcal{H}}_1}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_1}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_1}],$

$\breve{\mathcal{P}}_{1_{F\tilde{\mathcal{H}}_1}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_1}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_1}];$

$\breve{\mathcal{P}}_{2_{\tilde{\mathcal{H}}_2}}, \breve{\mathcal{P}}_{2_{T\tilde{\mathcal{H}}_2}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_2}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_2}], \breve{\mathcal{P}}_{2_{U\tilde{\mathcal{H}}_2}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_2}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_2}], \breve{\mathcal{P}}_{2_{C\tilde{\mathcal{H}}_2}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_2}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_2}],$

$\breve{\mathcal{P}}_{2_{F\tilde{\mathcal{H}}_2}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_2}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_2}];$

...

$\breve{\mathcal{P}}_{s_{\tilde{\mathcal{H}}_s}}, \breve{\mathcal{P}}_{s_{T\tilde{\mathcal{H}}_s}}[T^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_s}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_s}], \breve{\mathcal{P}}_{s_{U\tilde{\mathcal{H}}_s}}[U^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_s}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_s}], \breve{\mathcal{P}}_{s_{C\tilde{\mathcal{H}}_s}}[C^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_s}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_s}],$

$\breve{\mathcal{P}}_{s_{F\tilde{\mathcal{H}}_s}}[F^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_s}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_s}];>, \breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{T\tilde{\mathcal{H}}_l}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{U\tilde{\mathcal{H}}_l}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{C\tilde{\mathcal{H}}_l}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{F\tilde{\mathcal{H}}_l}} \in P(\mathcal{N});$

$l = 1,2,3, \dots, s\}$

iki AGKDNBK ve $(\tilde{\mathcal{R}} \subset' \tilde{\mathcal{H}})$ olsun. Öyleyse aşağıdakiler sağlanır.

i. $\tilde{\mathcal{R}} \subset' (\tilde{\mathcal{R}} \cap'_O \tilde{\mathcal{H}}) \subset' \tilde{\mathcal{H}}$

$\tilde{\mathcal{R}} \subset' \left(\tilde{\mathcal{R}} \cap'_{\text{i}} \tilde{\mathcal{H}}\right) =' \tilde{\mathcal{H}}$

$\tilde{\mathcal{R}} =' (\tilde{\mathcal{R}} \cap'_K \tilde{\mathcal{H}}) \subset' \tilde{\mathcal{H}}$

ii. $\tilde{\mathcal{R}} \subset' (\tilde{\mathcal{R}} \cup'_O \tilde{\mathcal{H}}) \subset' \tilde{\mathcal{H}}$

$\tilde{\mathcal{R}} \subset' \left(\tilde{\mathcal{R}} \cup'_{\text{i}} \tilde{\mathcal{H}}\right) =' \tilde{\mathcal{H}}$

$\tilde{\mathcal{R}} =' (\tilde{\mathcal{R}} \cup'_K \tilde{\mathcal{H}} \ \subset' \tilde{\mathcal{H}}$

İspat:

i. Tanım 3.1.3 den

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{R}}_l}} \subset \breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}} \subset \breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{T\tilde{\mathcal{R}}_l}} \subset \breve{\mathcal{P}}_{l_{T\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}} \subset \breve{\mathcal{P}}_{l_{T\tilde{\mathcal{H}}_l}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{U\tilde{\mathcal{R}}_l}} \subset \breve{\mathcal{P}}_{l_{U\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}} \subset \breve{\mathcal{P}}_{l_{U\tilde{\mathcal{H}}_l}}$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{C\tilde{\mathcal{R}}_l}} \subset \breve{\mathcal{P}}_{l_{C\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}} \subset \breve{\mathcal{P}}_{l_{C\tilde{\mathcal{H}}_l}}, \breve{\mathcal{P}}_{l_{F\tilde{\mathcal{R}}_l}} \subset \breve{\mathcal{P}}_{l_{F\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}} \subset \breve{\mathcal{P}}_{l_{F\tilde{\mathcal{H}}_l}}$$

$$T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} \leq T^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} \leq T^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}, \ T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} \leq T^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} \leq T^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}$$

$$U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} \geq U^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} \geq U^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}, \ \ U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} \geq U^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} \geq U^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}$$

$$C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} \geq C^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} \geq C^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} \geq C^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} \geq C^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}$$

$$F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} \geq F^L{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} \geq F^L{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l}, \ F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l} \geq F^U{}_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l} \geq F^U{}_{\tilde{\mathcal{H}}_l} \tag{17}$$

elde edilir. Tanım 3.1.3 den

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{\tilde{\mathcal{H}}_l}}\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{T\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{T\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{T\tilde{\mathcal{H}}_l}}\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{U\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{U\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{U\tilde{\mathcal{H}}_l}}\right)$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{C\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{C\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{C\tilde{\mathcal{H}}_l}}\right),$$

$$\breve{\mathcal{P}}_{l_{F\tilde{\mathcal{R}}_l\tilde{\mathcal{H}}_l}} = \left(\breve{\mathcal{P}}_{l_{F\tilde{\mathcal{R}}_l}} \cap \breve{\mathcal{P}}_{l_{F\tilde{\mathcal{H}}_l}}\right) \tag{18}$$

elde edilir. Ayrıca, Teorem 3.1.12 deki (i) kanıtından; (15) koşulları, Tanım 3.1.3, Tanım 3.1.5, Tanım 3.1.7, Tanım 3.1.9 ve (18) den

$$\tilde{\mathcal{R}} \subset' (\tilde{\mathcal{R}} \cap'_O \tilde{\mathcal{H}}) \subset' \tilde{\mathcal{H}}$$

$$\tilde{\mathcal{R}} \subset' \left(\tilde{\mathcal{R}} \cap'_{\text{i}} \tilde{\mathcal{H}}\right) =' \tilde{\mathcal{H}}$$

$$\tilde{\mathcal{R}} =' \left(\tilde{\mathcal{R}} \cap'_K \tilde{\mathcal{H}}\right) \subset' \tilde{\mathcal{H}}$$

elde edilir.

{ii} ispatı i ye benzer şekilde yapılır.

3.2 Tek Değerli Nötrosofik Beşli Graf

Tanım 3.2.1 [54]: Boştan farklı bir A kümesi için P(A) kuvvet kümesi olsun.

$$\mathcal{S} = \{<\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}: Q_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}}, Q_{T\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}} T_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}}, Q_{U\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}} U_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}}, Q_{C\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}} C_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}}, Q_{F\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}} F_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}} >; \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m} \in A;$$

$$Q_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}}, Q_{T\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}}, Q_{U\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}}, Q_{C\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}}, Q_{F\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}} \in P(A); m = 1,2, \dots, n\}$$

ve

$$\mathcal{E} = \{<(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}, \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}): Q_{(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m},\ \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k})}, Q_{T(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m},\ \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k})} T_{(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m},\ \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k})}, Q_{U(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m},\ \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k})} U_{(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m},\ \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k})},$$

$$Q_{C(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m},\ \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k})} C_{(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m},\ \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k})}, Q_{F(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m},\ \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k})} F_{(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m},\ \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k})} >;$$

$$(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}, \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}) \in A \times A;\ Q_{(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m},\ \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k})}, Q_{T(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m},\ \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k})}, Q_{U(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m},\ \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k})},$$

$$Q_{C(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m},\ \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k})}, Q_{F(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m},\ \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k})} \in P(A);\ m, k = 1,2, \dots, n\}$$

GKDNBK'ler aşağıdaki koşulları sağlarsa $\mathcal{G}^B = (\mathcal{S}, \mathcal{E})$ çiftine TDNBG denir.

$$Q_{(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m},\ \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k})} \subset \left(Q_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}} \cap Q_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}}\right),$$

$$Q_{T(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m},\ \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k})} \subset \left(Q_{T\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}} \cap Q_{T\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}}\right)$$

$$Q_{U(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m},\ \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k})} \subset \left(Q_{U\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}} \cup Q_{U\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}}\right),$$

$$Q_{C(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m},\ \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k})} \subset \left(Q_{C\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}} \cup Q_{C\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}}\right)$$

$$Q_{F(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m},\ \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k})} \subset \left(Q_{F\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}} \cup Q_{F\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}}\right)$$

$$T_{(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m},\ \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k})} \leq \min\left\{T_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}}, T_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}}\right\},$$

$$U_{(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m},\ \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k})} \geq \max\left\{U_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}}, U_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}}\right\}$$

$$C_{(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m},\ \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k})} \geq \max\left\{C_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}}, C_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}}\right\},$$

$$F_{(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m},\ \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k})} \geq \max\left\{F_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}}, F_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}}\right\}.$$

Burada $\mathcal{S}$, $\mathcal{G}^B$ grafının düğümlerinin kümesini ve $\mathcal{E}$, $\mathcal{G}^B$ grafının yollarının kümesini temsil etmektedir.

Örnek 3.2.2 $E = \{x, y, z, t, p, r\}$ bir küme olsun.

$A = \{< \{x, z, p\}, \{y, t, p, r\}0.8, \{x, y, t, p\}0.6, \{x, z, r\}0,4, \{z, t, p, r\}0.2 >\}$

$B = \{< \{x, y\}, \{y, p, r\}0.5, \{x, t, r\}0.3, \{z, t\}0.7, \{p, r\}0.2 >\}$

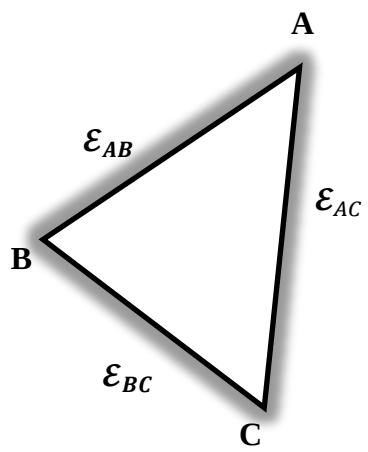
$C = \{< \{x, y, z, t, r\}, \{y, z, t, p\}0.6, \{z, p, r\}0.8, \{t, p, r\}0.5, \{x, y, z, p\}0.4 >\}$

$\mathcal{E}_{AB} = \{< \{x\}, \{y, r\}0.4, \{x, y, t, p, r\}0.6, \{x, t, r\}0.7, \{z, t, r\}0.3 >\}$

$\mathcal{E}_{AC} = \{< \{z\}, \{y\}0.5, \{x, y, z, t\}0.9, \{x, p, r\}0.6, \{x, t, r\}0.4 >\}$

$\mathcal{E}_{BC} = \{< \{x\}, \{y, p\}0.4, \{z, t, p, r\}0.8, \{t, p\}0.9, \{x, y, z\}0.5 >\}$

genelleştirilmiş küme değerli nötrosofik beşli sayılar olsunlar. Burada A,B ve C sayıları $\mathcal{G}^B$ grafının düğümlerini $\mathcal{E}_{AB}$, $\mathcal{E}_{AC}$ ve $\mathcal{E}_{BC}$ sayıları ise $\mathcal{G}^B$ grafının yollarını temsil etmektedir. $\mathcal{G}^B$ TDNBG Şekil 3.1 de verilmektedir.



Şekil 3.1 $\mathcal{G}^B$ grafı

Ayrıca

$$\{x\} \subset (\{x, z, p\} \cap \{x, y\}), \{y, r\} \subset (\{y, t, p, r\} \cap \{y, p, r\})$$

$$\{x, y, t, p, r\} \subset (\{x, y, t, p\} \cup \{x, t, r\}), \{x, t, r\} \subset (\{x, z, r\} \cup \{z, t\})$$

$$\{z, t, r\} \subset (\{z, t, p, r\} \cup \{p, r\})$$

$$0.4 \leq \min\{0.8,0.5\},\ 0.6 \geq \max\{0.6,0.3\}$$

$$0.7 \geq \max\{0.4,0.7\},\ 0.3 \geq \max\{0.2,0.2\}$$

olduğundan $\mathcal{E}_{AB}$ yolu TDNBG şartlarını sağlamaktadır. Benzer şekilde diğer yollarda TDNBG şartlarını sağlamaktadırlar.

Önerme 3.2.3 [54] TDNBG ler, TDDPNG nin genel bir halidir.

İspat: $\mathcal{G}^B = (\mathcal{S}, \mathcal{E})$ TDNBG olsun. Eğer bu graftan $Q_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}}$, $Q_{T_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}}}$, $Q_{U_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}}}$, $Q_{C_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}}}$, $Q_{F_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}}}$ ve $Q_{(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m},\ \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k})}$,$Q_{T(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m},\ \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k})}$,$Q_{U(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m},\ \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k})}$,$Q_{C(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m},\ \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k})}$,$Q_{F(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m},\ \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k})}$ ifadeleri çıkarılırsa , $\mathcal{G}^B = (\mathcal{S}, \mathcal{E})$ çifti TDDPNG olur. Çünkü TDDPNG de düğüm ve yollar için sadece doğruluk, çelişki, bilinmezlik ve yanlışlık fonksiyonları bulunur.

Ancak TDDPNG de, düğümler ve yollar arasındaki bilinmezlik, çelişki ve yanlışlık fonksiyonları için eşitsizlikler

$$U_{(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m},\ \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k})} \leq max\left\{U_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}}, U_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}}\right\}$$

$$C_{(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m},\ \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k})} \leq min\left\{C_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}}, C_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}}\right\}$$

$$F_{(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m},\ \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k})} \leq max\left\{F_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}}, F_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}}\right\}$$

şeklinde tanımlanırken, TDNBG de, düğümler ve yollar arasındaki bilinmezlik, çelişki ve yanlışlık fonksiyonları için eşitsizlikler

$$U_{(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m},\ \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k})} \geq \max\left\{U_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}}, U_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}}\right\}$$

$$C_{(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m},\ \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k})} \geq \max\left\{C_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}}, C_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}}\right\}$$

$$F_{(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m},\ \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k})} \geq \max\left\{F_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}}, F_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}}\right\}$$

şeklinde tanımlanmaktadır.

Tanım 3.2.4 [54] Boştan farklı A bir küme için P(A) kuvvet kümesi olsun.

$$\mathcal{S} = \{<\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_i}: Q_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_i}}, Q_{T_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_i}}} T_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_i}}, Q_{U_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_i}}} U_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_i}}, Q_{C_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_i}}} C_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_i}}, Q_{F_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_i}}} F_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_i}} >; \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_i} \in A;$$
$$Q_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_i}}, Q_{T_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_i}}}, Q_{U_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_i}}}, Q_{C_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_i}}}, Q_{F_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_i}}} \in P(A); i = 1,2, \dots, n\}$$

ve

$$\mathcal{E} = \{<(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}, \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}): Q_{(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m},\ \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k})}, Q_{T(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}, \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k})} T_{(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_i}, \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_j})}, Q_{U(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_i}, \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_j})} U_{(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_i}, \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_j})},$$
$$Q_{C(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_i}, \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_j})} C_{(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_i}, \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_j})}, Q_{F(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}, \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k})} F_{(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}, \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k})} >; (\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}, \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}) \in A \times A;$$
$$Q_{(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}, \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k})}, Q_{T(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}, \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k})}, Q_{U(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}, \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k})}, Q_{C(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}, \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k})}, Q_{F(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}, \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k})} \in P(A);$$
$$m, k = 1,2, \dots, n\}$$

GKDNBK ler aşağıdaki koşulları sağlarsa $\mathcal{G}^{B^*} = (\tilde{\mathcal{S}}, \mathcal{E})$ çiftine GTDNBG denir.

$$Q_{\left(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m},\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}\right)} = \left(Q_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}} \cap Q_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}}\right),$$

$$Q_{T\left(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m},\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}\right)} = \left(Q_{T\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}} \cap Q_{T\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}}\right),$$

$$Q_{U\left(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m},\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}\right)} = \left(Q_{U\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}} \cup Q_{U\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}}\right),$$

$$Q_{C\left(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m},\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}\right)} = \left(Q_{C\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}} \cup Q_{C\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}}\right),$$

$$Q_{F\left(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m},\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}\right)} = \left(Q_{F\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}} \cup Q_{F\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}}\right),$$

$$T_{\left(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_i},\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_j}\right)} = \min\left\{T_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_i}}, T_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_j}}\right\},$$

$$U_{\left(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_i},\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_j}\right)} = \max\left\{U_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_i}}, U_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_j}}\right\},$$

$$C_{\left(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m},\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}\right)} = \max\left\{C_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}}, C_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}}\right\},$$

$$F_{\left(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m},\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}\right)} = \max\left\{F_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}}, F_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}}\right\}$$

Burada $\mathcal{S}$, $\mathcal{G}^{B^*}$grafının düğümlerinin kümesini ve $\mathcal{E}$, $\mathcal{G}^{B^*}$ grafının yollarının kümesini temsil etmektedir.

Örnek 3.2.5 $X = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ bir küme olsun.

$K = \{< \{a, c, e\}, \{a, b, d, f\}0.9, \{e, f\}0.5, \{a, d, g\}0.4, \{b, c, g\}0.2 >\}$

$L = \{< \{a, b, e\}, \{f, g\}0.6, \{a, c, d, e\}0.4, \{c, f\}0.2, \{b, f\}0.1 >\}$

$M = \{< \{e, f, g\}, \{e, f, g\}0.7, \{b, f\}0.6, \{a, b\}0.5, \{a, d, e\}0.3 >\}$

$N = \{< \{a, d, f\}, \{a, b, e, f\}0.8, \{a, b, g\}0.7, \{a, c, e, g\}0.3, \{a, c\}0.4 >\}$

$\mathcal{E}_{KL} = \{< \{a, e\}, \{f\}0.6, \{a, c, d, e, f\}0.5, \{a, c, d, f, g\}0.4, \{b, c, f, g\}0.2 >\}$

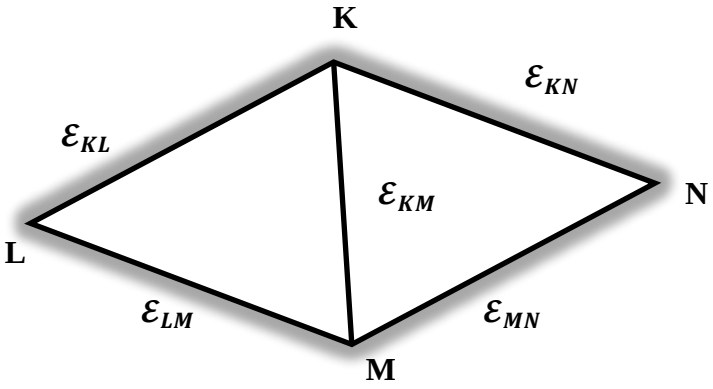
$\mathcal{E}_{LM} = \{< \{e\}, \{f, g\}0.6, \{a, b, c, d, e, f\}0.6, \{a, b, c, f\}0.5, \{a, b, d, e, f\}0.3 >\}$

$\mathcal{E}_{MN} = \{< \{f\}, \{e, f\}0.7, \{a, b, f, g\}0.7, \{a, b, c, e, g\}0.5, \{a, c, d, e\}0.4 >\}$

$\mathcal{E}_{KN} = \{< \{a\}, \{a, b, f\}0.8, \{a, b, e, f, g\}0.7, \{a, c, d, e, g\}0.4, \{a, b, c, g\}0.4 >\}$

$\mathcal{E}_{KM} = \{< \{e\}, \{f\}0.7, \{b, e, f\}0.6, \{a, b, d, g\}0.5, \{a, b, c, d, e, g\}0.3 >\}$

genelleştirilmiş küme değerli nötrosofik beşli sayılar olsun. Burada K,L,M ve N sayıları $\mathcal{G}^{B^*}$grafının düğümlerini $\mathcal{E}_{KL}, \mathcal{E}_{LM}, \mathcal{E}_{MN}, \mathcal{E}_{KN}$ ve $\mathcal{E}_{KM}$ sayıları $\mathcal{G}^{B^*}$ grafının yollarını temsil etmektedir. GTDNBG $\mathcal{G}^{B^*}$ Şekil 3.2 de verilmektedir.



Şekil 3.2 $\mathcal{G}^{B^*}$ grafı

Ayrıca

$$\{a,e\} = (\{a,c,e\} \cap \{a,b,e\}), \{f\} = (\{a,b,d,f\} \cap \{f,g\})$$

$$\{a,c,d,e,f\} = (\{e,f\} \cup \{a,c,d,e\}), \{a,c,d,f,g\} = (\{a,d,g\} \cup \{c,f\})$$

$$\{b,c,f,g\} = (\{b,c,g\} \cup \{b,f\})$$

$$0.6 = \min\{0.9,0.6\}, 0.5 = \max\{0.5,0.4\}$$

$$0.4 = \max\{0.4,0.2\}, 0.2 = \max\{0.2,0.1\}$$

olduğundan $\mathcal{E}_{KL}$ yolu GTDNBG şartlarını sağlamaktadır. Benzer şekilde diğer yollarda GTDNBG şartlarını sağlamaktadırlar.

Teorem 3.2.6 [54] Her GTDNBG, bir TDNBG'dir. Ancak bunun tersi her zaman doğru değildir.

İspat: $\mathcal{G}^B = (\tilde{\mathcal{S}}, \mathcal{E})$ çifti bir TDNBG olsun. Tanım 3.2.1 den $\mathcal{G}^B = (\tilde{\mathcal{S}}, \mathcal{E})$ grafının yolları ve düğümleri arasında aşağıdaki şartlar sağlanır:

$$Q_{\left(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}, \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}\right)} \subset \left(Q_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}} \cap Q_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}}\right),$$

$$Q_{T\left(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}, \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}\right)} \subset \left(Q_{T\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}} \cap Q_{T\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}}\right),$$

$$Q_{U\left(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}, \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}\right)} \subset \left(Q_{U\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}} \cup Q_{U\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}}\right),$$

$$Q_{C\left(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}, \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}\right)} \subset \left(Q_{C\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}} \cup Q_{C\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}}\right)$$

$$Q_{F\left(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}, \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}\right)} \subset \left(Q_{F\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}} \cup Q_{F\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}}\right)$$

$$T_{\left(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}, \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}\right)} \leq \min\left\{T_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}}, T_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}}\right\},$$

$$U_{\left(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}, \tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}\right)} \geq \max\left\{U_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}}, U_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}}\right\}$$

$$C_{\left(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m},\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}\right)} \geq \max\left\{C_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}}, C_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}}\right\},$$

$$F_{\left(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m},\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}\right)} \geq \max\left\{F_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}}, F_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}}\right\} \tag{19}$$

Ayrıca $\mathcal{G}^{B^*} = (\tilde{\mathcal{S}}, \mathcal{E})$ çifti GTDNBG olsun. Tanım 3.2.4 den $\mathcal{G}^{B^*} = (\tilde{\mathcal{S}}, \mathcal{E})$ grafının yolları ve düğümleri arasında aşağıdaki şartlar sağlanır:

$$Q_{\left(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m},\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}\right)} = \left(Q_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}} \cap Q_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}}\right),$$

$$Q_{T\left(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m},\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}\right)} = \left(Q_{T\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}} \cap Q_{T\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}}\right)$$

$$Q_{U\left(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m},\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}\right)} = \left(Q_{U\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}} \cup Q_{U\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}}\right),$$

$$Q_{C\left(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m},\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}\right)} = \left(Q_{C\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}} \cup Q_{C\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}}\right)$$

$$Q_{F\left(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m},\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}\right)} = \left(Q_{F\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}} \cup Q_{F\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}}\right)$$

$$T_{\left(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m},\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}\right)} = \min\left\{T_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}}, T_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}}\right\},$$

$$U_{\left(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m},\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}\right)} = \max\left\{U_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}}, U_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}}\right\}$$

$$C_{\left(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m},\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}\right)} = \max\left\{C_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}}, C_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}}\right\},$$

$$F_{\left(\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m},\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}\right)} = \max\left\{F_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_m}}, F_{\tilde{\alpha}_{\tilde{s}_k}}\right\}. \tag{20}$$

(19) ve (20) den görüleceği üzere her GTDNBG, bir TDNBG'tır. Ancak bunun tersini her zaman doğru değildir.

Örneğin, Örnek 3.2.2 deki $\mathcal{G}^B$ TDNBG ele alalım. $\mathcal{G}^B$ grafının A ve B düğümleri arasındaki $\mathcal{E}_{AB}$ yolunda

$$\{y, r\} \neq (\{y, t, p, r\} \cap \{y, p, r\})$$

olduğundan $\mathcal{G}^B$ TDNBG, GTDNBG şartlarını sağlamamaktadır. Dolayısıyla her TDNBG bir GTDNBG olmak zorunda değildir.

3.3 Aralık Genelleştirilmiş Küme Değerli Nötrosofik Beşli Graf

Tanım 3.3.1 [34]X boştan farklı bir küme ve $P(X)$, X in kuvvet kümesi olsun.

$$\mathcal{K} = \{< \widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m} : (A_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}), \left(A_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}\right)_T \left[T^L{}_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}, T^U{}_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}\right], \left(A_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}\right)_U \left[U^L{}_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}, U^U{}_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}\right],$$

$$\left(A_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}\right)_C \left[C^L{}_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}, C^U{}_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}\right], \left(A_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}\right)_F \left[F^L{}_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}, F^U{}_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}\right] >; \widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m} \in \mathcal{X};$$

$$\left(A_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}\right), \left(A_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}\right)_T, \left(A_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}\right)_U, \left(A_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}\right)_C, \left(A_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}\right)_F \in P(X); m = 1,2, \dots, n\}$$

ve

$$\mathcal{R} = \{< (\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}, \widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}) : \left(A_{(\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}, \widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}\right), \left(A_{(\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}, \widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}\right)_T \left[T^L{}_{(\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}, \widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}, T^U{}_{(\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}, \widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}\right],$$

$$\left(A_{(\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}, \widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}\right)_U \left[U^L{}_{(\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}, \widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}, U^U{}_{(\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}, \widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}\right], \left(A_{(\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}, \widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}\right)_C \left[C^L{}_{(\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}, \widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}, C^U{}_{(\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}, \widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}\right],$$

$$\left(A_{(\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}, \widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}\right)_F \left[F^L{}_{(\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}, \widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}, F^U{}_{(\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}, \widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}\right] >; (\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}, \widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}) \in \mathcal{X} \times \mathcal{X};$$

$$\left(A_{(\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}, \widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}\right), \left(A_{(\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}, \widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}\right)_T, \left(A_{(\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}, \widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}\right)_U, \left(A_{(\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}, \widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}\right)_C, \left(A_{(\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}, \widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}\right)_F \in P(X);$$

$m, n = 1,2,3, \dots, n\}$

AGKDNBK leri aşağıdaki koşulları yerine getirilirse $G_B = (\mathcal{K}, \mathcal{R})$ çiftine AGKDNBG denir.

$$\left(A_{(\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}, \widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}\right) \subset \left((A_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}) \cap (A_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}})\right), \left(A_{(\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}, \widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}\right)_T \subset \left((A_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}})_T \cap (A_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}})_T\right)$$

$$\left(A_{(\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}, \widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}\right)_U \subset \left((A_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}})_U \cup (A_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}})_U\right), \left(A_{(\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}, \widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}\right)_C \subset \left((A_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}})_C \cup (A_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}})_C\right)$$

$$\left(A_{(\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}, \widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}\right)_F \subset \left((A_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}})_F \cup (A_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}})_F\right)$$

$$T^L{}_{(\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}, \widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})} \leq \min\left\{T^L{}_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}, T^L{}_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}}\right\},$$

$$T^U{}_{(\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}, \widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})} \leq \min\left\{T^U{}_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}, T^U{}_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}}\right\}$$

$$U^L{}_{(\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}, \widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})} \geq \max\{U^L{}_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}, U^L{}_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}}\},$$

$$U^U{}_{(\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}, \widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})} \geq \max\{U^U{}_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}, U^U{}_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}}\}$$

$$C^L{}_{(\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}, \widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})} \geq \max\{C^L{}_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}, C^L{}_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}}\},$$

$$C^U{}_{(\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}, \widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})} \geq \max\{C^U{}_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}, C^U{}_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}}\}$$

$$F^L{}_{(\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}, \widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})} \geq \max\{F^L{}_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}, F^L{}_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}}\},$$

$$F^U{}_{(\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}, \widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})} \geq \max\{F^U{}_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}, F^U{}_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}}\}$$

Burada $\mathcal{K}$, G_B grafının düğümlerinin kümesini ve $\mathcal{R}$, G_B grafının yollarının kümesini temsil etmektedir.

Örnek 3.3.2 $X = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j\}$ bir küme olsun.

$K = \{< \{a, c, d\}, \{b, e, f\}[0.3,0.9], \{g, h, i, j\}[0.1,0.5], \{b\}[0.7,0.8], \{a, e\}[0.1,0.2] >\}$

$L = \{< \{a, d, e, f\}, \{b, c\}[0.4,0.8], \{a, h, i, j\}[0,0.2], \{b, d, e\}[0.5,0.6],$

$\{c, d, e, f\}[0.3,0.8] >\}$

$M = \{< \{e, f, g, h\}, \{c, d, e, g\}[0.8,0.9\}, \{h, j\}[0.1,0.5], \{d, e, f, i\}[0.4,0.7],$

$\{a, f\}[0.4,0.6] >\}$

$N = \{< \{f, h\}, \{d, e, f\}[0.5,0.7], \{h, i\}[0.3,0.7], \{b, e, j\}[0.3,0.5],$

$\{a, f, h, i, j\}[0.5,0.7] >\}$

$O = \{< \{a, c, f, h\}, \{e, f, i\}[0.2,0.6], \{h, i, j\}[0.4,0.6], \{b, e, f\}[0,0.3],$

$\{a, e, f, h\}[0.2,0.5\} >\}$

$\mathcal{R}_{KL} = \{< \{a, d\}, \{b\}[0.2,0.8], \{a, g, h, j\}[0.1,0.5], \{d, e\}[0.7,0.8],$

$\{a, c, d, e, f\}[0.3,0.8] >\}$

$\mathcal{R}_{LM} = \{< \{e\}, \{c\}[0.3,0.7], \{a, h, i\}[0.1,0.6], \{b, d, f\}[0.5,0.8], \{a, d, e\}[0.4,0.9] >\}$

$\mathcal{R}_{MN} = \{< \{f, h\}, \{d\}[0.4,0.6], \{h, i, j\}[0.3,0.7], \{b, d, e\}[0.5,0.8], \{a, i, j\}[0.5,0.7] >\}$

$\mathcal{R}_{NO} = \{< \{h\}, \{e\}[0.1,0.5], \{i, j\}[0.4,0.7], \{b, f, j\}[0.3,0.5], \{e, i, j\}[0.6,0.9] >\}$

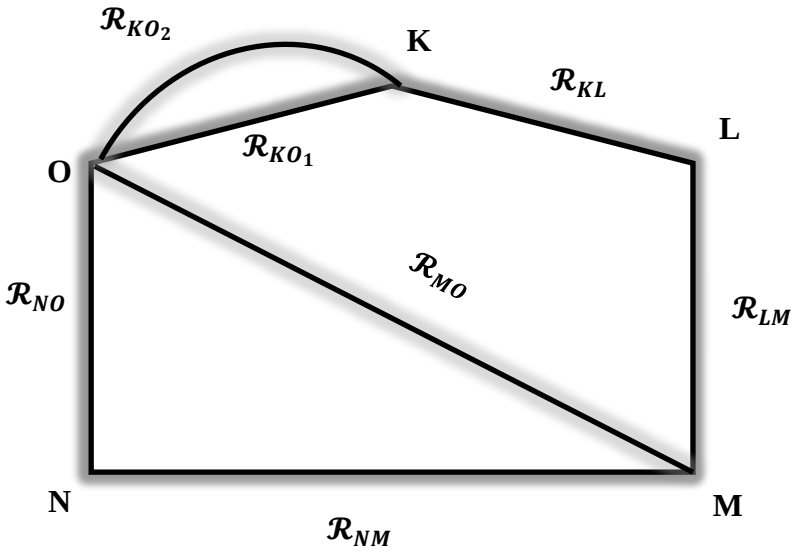
$\mathcal{R}_{(KO)_1} = \{< \{a, c\}, \{f\}[0.1,0.5], \{g, h\}[0.4,0.6], \{b, e\}[0.7,0.9], \{f, h\}[0.3,0.5] >\}$

$\mathcal{R}_{(KO)_2} = \{< \{a, c\}, \{e\}[0,0.2], \{i, j\}[0.5,0.8], \{b, e, f\}[0.8,1], \{a, e, f, h\}[0.2,0.5] >\}$

$\mathcal{R}_{MO} = \{< \{f, h\}, \{e\}[0.1,0.4], \{h, i, j\}[0.4,0.6], \{b, d, e\}[0.5,0.7],$

$\{a, e, f, h\}[0.4,0.7] >\}$

AGKDNBS lar olsun. Burada K,L,M,N ve O sayıları G_B grafının düğümlerini $\mathcal{R}_{KL}, \mathcal{R}_{LM}, \mathcal{R}_{MN}, \mathcal{R}_{NO}, \mathcal{R}_{(KO)_1}, \mathcal{R}_{(KO)_2}$ ve $\mathcal{R}_{MO}$ sayıları G_B grafının yollarını temsil etmektedir. G_B AGKDNBG Şekil 3.3 de verilmiştir.



Şekil 3.3 G_B grafı

Ayrıca

$$\{a,d\} \subset (\{a,c,d\} \cap \{a,d,e,f\}), \{b\} \subset (\{b,e,f\} \cap \{b,c\})$$

$$\{a,g,h,j\} \subset (\{g,h,i,j\} \cup \{a,h,i,j\}), \{d,e\} \subset (\{b\} \cup \{b,d,e\})$$

$$\{a,c,d,e,f\} \subset (\{a,e\} \cup \{c,d,e,f\})$$

$$0.2 \leq \min\{0.3,0.4\},\ 0.8 \leq \min\{0.9,0.8\}$$

$$0.1 \geq \max\{0.1,0\},\ 0.5 \leq \max\{0.5,0.2\}$$

$$0.7 \geq \max\{0.7,0.5\},\ 0.8 \leq \max\{0.8,0.6\}$$

$$0.3 \geq \max\{0.1,0.3\},\ 8 \leq \max\{0.2,0.8\}$$

olduğundan $\mathcal{R}_{KL}$ yolu AGKDNBG şartlarını sağlamaktadır. Benzer şekilde diğer yollarda AGKDNBG şartlarını sağlamaktadırlar.

Önerme 3.3.3 [34] AGKDNBG, ADDPNG'lerin genel bir halidir.

İspat: $G = (\mathcal{K}, \mathcal{R})$ AGKDNBG olsun. Eğer bu graftan $\left(A_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}\right)$, $\left(A_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}\right)_T$, $\left(A_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}\right)_U$, $\left(A_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}\right)_C$, $(A_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}})_F$ ve $\left(A_{(\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m},\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}\right)$, $\left(A_{(\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m},\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}\right)_T$, $\left(A_{(\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m},\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}\right)_U$, $\left(A_{(\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m},\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}\right)_C$, $\left(A_{(\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m},\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}\right)_F$ ifadeleri çıkarılırsa $G_B = (\mathcal{K}, \mathcal{R})$ çifti ADDPNG

olur. Çünkü ADDPNG lerde, düğüm ve yollar için doğruluk, bilinmezlik, çelişki ve yanlışlık fonksiyonları bulunur.

Ancak ADDPNG lerde, düğümler ve yollar arasındaki bilinmezlik, çelişki ve yanlışlık fonksiyonları için eşitsizlikler

$$U^L{}_{(\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m},\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})} \leq max\left\{U^L{}_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}, U^L{}_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}}\right\},$$

$$U^U{}_{(\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m},\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})} \leq max\left\{U^U{}_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}}\right\}$$

$$C^L{}_{(\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m},\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})} \leq min\left\{C^L{}_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}, C^L{}_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}}\right\},$$

$$C^U{}_{(\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m},\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})} \leq min\left\{C^U{}_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}}\right\}$$

$$F^L{}_{(\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m},\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})} \leq max\left\{F^L{}_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}, F^L{}_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}}\right\},$$

$$F^U{}_{(\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m},\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})} \leq max\left\{F^U{}_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}}\right\}$$

şeklinde tanımlanırken, AGKDNBG lerde, düğümler ve yollar arasında bilinmezlik, çelişki ve yanlışlık fonksiyonları için eşitsizlikler

$$U^L{}_{(\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m},\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})} \geq \max\{U^L{}_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}, U^L{}_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}}\},$$

$$U^U{}_{(\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m},\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})} \geq \max\{U^U{}_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}}\}$$

$$C^L{}_{(\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m},\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})} \geq \max\{C^L{}_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}, C^L{}_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}}\},$$

$$C^U{}_{(\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m},\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})} \geq \max\{C^U{}_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}}\}$$

$$F^L{}_{(\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m},\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})} \geq \max\{F^L{}_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}, F^L{}_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}}\},$$

$$F^U{}_{(\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m},\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})} \geq \max\{F^U{}_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}}\}$$

şeklinde tanımlanmaktadır.

Tanım 3.3.4 [34] Boştan farklı bir X kümesi için P(X), X nin kuvvet kümesi olsun.

$$\mathcal{K} = \{< \tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m} : (A_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}), \left(A_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}\right)_T \left[T^L{}_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}\right], \left(A_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}\right)_U \left[U^L{}_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}\right],$$

$$\left(A_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}\right)_C \left[C^L{}_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}\right], \left(A_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}\right)_F \left[F^L{}_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}\right] >; \tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m} \in \mathcal{X};$$

$$\left(A_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}\right), \left(A_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}\right)_T, \left(A_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}\right)_U, \left(A_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}\right)_C, \left(A_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}\right)_F \in P(X); m = 1,2,\dots,n\}$$

ve

$$\mathcal{R} = \{< (\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}, \tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}) : \left(A_{(\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m},\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}\right), \left(A_{(\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m},\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}\right)_T \left[T^L{}_{(\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m},\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}, T^U{}_{(\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m},\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}\right],$$

$$\left(A_{(\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m},\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}\right)_U \left[U^L{}_{(\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m},\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}, U^U{}_{(\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m},\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}\right], \left(A_{(\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m},\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}\right)_C \left[C^L{}_{(\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m},\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}, C^U{}_{(\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m},\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}\right],$$

$$\left(A_{(\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m},\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}\right)_F \left[F^L{}_{(\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m},\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}, F^U{}_{(\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m},\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}\right] >; (\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}, \tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}) \in \mathcal{X} \times \mathcal{X};$$

$\left(A_{(\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m},\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}\right),\left(A_{(\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m},\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}\right)_T,\left(A_{(\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m},\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}\right)_U,\left(A_{(\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m},\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}\right)_C,\left(A_{(\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m},\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}\right)_F \in P(X);$

$m,n = 1,2,3,\dots,n\}$

GKDNBK ler olsun Bu kümeler aşağıdaki koşulları sağlarsa $G_B{}^* = (\mathcal{K},\mathcal{R})$ çifti GAGKDNBG olarak adlandırılır.

$$\left(A_{(\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m},\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}\right) = \left((A_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}) \cap (A_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}})\right),$$

$$\left(A_{(\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m},\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}\right)_T = \left((A_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}})_T \cap (A_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}})_T\right)$$

$$\left(A_{(\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m},\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}\right)_U = \left((A_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}})_U \cup (A_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}})_U\right),$$

$$\left(A_{(\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m},\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}\right)_C = \left((A_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}})_C \cup (A_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}})_C\right)$$

$$\left(A_{(\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m},\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}\right)_F = \left((A_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}})_F \cup (A_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}})_F\right)$$

$$T^L{}_{(\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m},\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})} = \min\left\{T^L{}_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}, T^L{}_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}}\right\},$$

$$T^U{}_{(\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m},\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})} = \min\left\{T^U{}_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}, T^U{}_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}}\right\}$$

$$U^L{}_{(\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m},\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})} = \max\{U^L{}_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}, U^L{}_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}}\},$$

$$U^U{}_{(\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m},\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})} = \max\{U^U{}_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}, U^U{}_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}}\}$$

$$C^L{}_{(\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m},\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})} = \max\{C^L{}_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}, C^L{}_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}}\},$$

$$C^U{}_{(\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m},\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})} = \max\{C^U{}_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}, C^U{}_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}}\}$$

$$F^L{}_{(\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m},\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})} = \max\{F^L{}_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}, F^L{}_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}}\},$$

$$F^U{}_{(\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m},\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})} = \max\{F^U{}_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}, F^U{}_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}}\}$$

Burada $\mathcal{K}, G_B{}^*$grafının düğümlerin kümesini ve $\mathcal{R}, G_B{}^*$ grafının yolların kümesini temsil etmektedir.

Örnek 3.3.5 $\mathcal{H} = \{x,y,z,t,p,r,s\}$ bir küme olsun.

$A = \{< \{x,y,s\},\{x,t,r\}[0.1,0.8],\{p,s\}[0.4,0.6],\{z,t,r,s\}[0.3,0.5],$
$\{x,t,p,s\}[0.2,0.7] >\}$

$B = \{< \{x,t,s\},\{y,p,r\}[0,0.7],\{t,s\}[0.2,0,8],\{z,p,r\}[0.2,0.6],$
$\{x,y,r,s\}[0.4,0.6] >\}$

$C = \{< \{t,r\},\{x,p,s\}[0.3,0.9],\{z,t,r\}[0.5,0.7],\{x,z,r,s\}[0.4,0.8],$
$\{y,p,s\}[0.1,0.8] >\}$

$D = \{< \{y,t,p,r\},\{x,r\}[0.4,0.5],\{x,z\}[0.6,0.9],\{p,r,s\}[0.5,0.9],$
$\{y,r,s\}[0.3,0.5] >\}$

$\mathcal{R}_{AB} = \{< \{x,s\},\{r\}[0,0.7],\{t,p,s\}[0.4,0.8],\{z,t,p,r,s\}[0.3,0.6],$
$\{x,y,t,p,r,s\}[0.4,0.7\} >\}$

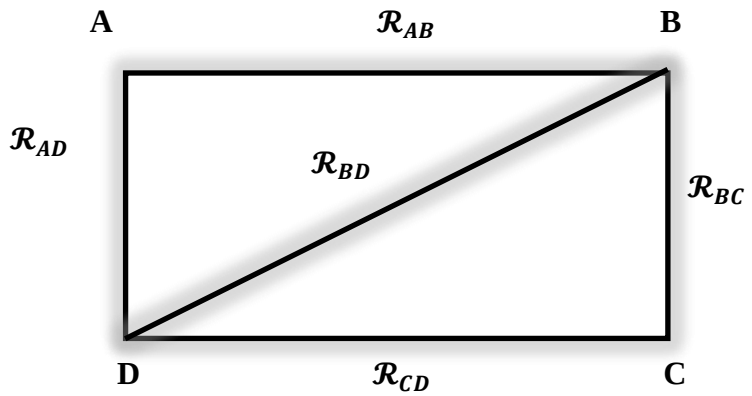
$\mathcal{R}_{BC} = \{< \{t\},\{p\}[0,0.7],\{z,t,r,s\}[0.5,0.8],\{x,z,p,r,s\}[0.4,0.8],$
$\{x,y,p,r,s\}[0.4,0.8] >\}$

$\mathcal{R}_{CD} = \{< \{t,r\},\{x\}[0.3,0.5],\{x,z,t,r\}[0.6,0.9],\{x,z,p,r,s\}[0.5,0.9],$
$\{y,p,r,s\}[0.3,0.8] >\}$

$\mathcal{R}_{AD} = \{\emptyset,\{x,r\}[0.1,0.5],\{x,z,p,s\}[0.6,0.9],\{z,t,p,r,s\}[0.5,0.9],$
$\{x,y,t,p,r,s\}[0.3,0.7] >\}$

$\mathcal{R}_{BD} = \{< \{t\},\{r\}[0,0.5],\{x,z,t,s\}[0.6,0.9],\{z,p,r,s\}[0.5,0.9],$
$\{x,y,r,s\}[0.4,0.6] >\}$

AGKDNBS olsun. A,B,C ve D sayıları ${G_B}^*$ grafın düğümlerini $\mathcal{R}_{AB}, \mathcal{R}_{BC}, \mathcal{R}_{CD}, \mathcal{R}_{AD}$ ve $\mathcal{R}_{BD}$ sayıları ise G_B grafının yollarını temsil etmektedir.${G_B}^*$ GAGKDNBG Şekil 3.4 de verilmiştir.



Şekil 3.4 ${G_B}^*$ grafı

Ayrıca

$$\{x,s\} = (\{x,y,s\} \cap \{x,t,s\}), \{r\} = (\{x,t,r\} \cap \{y,p,r\})$$

$$\{t,p,s\} = (\{p,s\} \cup \{t,s\}), \{z,t,p,r,s\} = (\{z,t,r,s\} \cup \{z,p,r\})$$

$$\{x,y,t,p,r,s\} = (\{x,t,p,s\} \cup \{x,y,r,s\})$$

$$0 = \min\{0.1,0\} \quad 0.7 = \min\{0.8,0.7\}$$

$$0.4 = \max\{0.4,0.2\} \quad 0.8 = \max\{0.6,0.8\}$$

$$0.3 = \max\{0.3,0.2\} \quad 0.6 = \max\{0.5,0.6\}$$

$$0.4 = \max\{0.2,0.4\} \quad 0.7 = \max\{0.7,0.6\}$$

olduğundan $\mathcal{R}_{AB}$ yolu GAGKDNBG şartlarını sağlamaktadır. Benzer şekilde diğer yollarda GAGKDNBG şartlarını sağlamaktadırlar.

Teorem 3.3.6 [34] Her GAGKDNBG bir AGKDNBG'dir. Ancak tersi her zaman doğru değildir.

İspat: $G = (\mathcal{K}, \mathcal{R})$ çifti bir AGKDNBG olsun. Tanım 3.3.1 den $G = (\mathcal{K}, \mathcal{R})$ grafı aşağıdaki şartları sağlar:

$$\left(A_{(\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}, \tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}\right) \subset \left((A_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}) \cap (A_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}})\right),$$

$$\left(A_{(\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}, \tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}\right)_T \subset \left((A_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}})_T \cap (A_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}})_T\right)$$

$$\left(A_{(\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}, \tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}\right)_U \subset \left((A_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}})_U \cup (A_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}})_U\right),$$

$$\left(A_{(\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}, \tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}\right)_C \subset \left((A_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}})_C \cup (A_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}})_C\right)$$

$$\left(A_{(\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}, \tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}\right)_F \subset \left((A_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}})_F \cup (A_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}})_F\right)$$

$$T^L{}_{(\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}, \tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})} \leq \min\left\{T^L{}_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}, T^L{}_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}}\right\},$$

$$T^U{}_{(\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}, \tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})} \leq \min\left\{T^U{}_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}}\right\}$$

$$U^L{}_{(\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}, \tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})} \geq \max\{U^L{}_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}, U^L{}_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}}\},$$

$$U^U{}_{(\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}, \tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})} \geq \max\{U^U{}_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}, U^U{}_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}}\}$$

$$C^L{}_{(\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}, \tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})} \geq \max\{C^L{}_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}, C^L{}_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}}\},$$

$$C^U{}_{(\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}, \tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})} \geq \max\{C^U{}_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}, C^U{}_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}}\}$$

$$F^L{}_{(\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}, \tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})} \geq \max\{F^L{}_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}, F^L{}_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}}\},$$

$$F^U{}_{(\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}, \tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})} \geq \max\{F^U{}_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}, F^U{}_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}}\}. \tag{21}$$

Ayrıca, $G^* = (\mathcal{K}, \mathcal{R})$ çifti de bir GAGKDNBG olsun. Tanım 3.3.4 den $G^* = (\mathcal{K}, \mathcal{R})$ grafı aşağıdaki şartları sağlar:

$$\left(A_{(\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}, \tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}\right) = \left((A_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}) \cap (A_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}})\right),$$

$$\left(A_{(\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}, \tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}\right)_T = \left((A_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}})_T \cap (A_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}})_T\right)$$

$$\left(A_{(\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}, \tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}\right)_U = \left((A_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}})_U \cup (A_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}})_U\right),$$

$$\left(A_{(\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}, \tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}\right)_C = \left((A_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}})_C \cup (A_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}})_C\right)$$

$$\left(A_{(\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}, \tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})}\right)_F = \left((A_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}})_F \cup (A_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}})_F\right)$$

$$T^L{}_{(\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}, \tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})} = \min\left\{T^L{}_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}, T^L{}_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}}\right\},$$

$$T^U{}_{(\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}, \tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})} = \min\left\{T^U{}_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}, T^U{}_{\tilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}}\right\}$$

$$U^L{}_{(\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m},\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})} = \max\{U^L{}_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}, U^L{}_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}}\},$$

$$U^U{}_{(\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m},\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})} = \max\{U^U{}_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}, U^U{}_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}}\}$$

$$C^L{}_{(\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m},\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})} = \max\{C^L{}_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}, C^L{}_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}}\},$$

$$C^U{}_{(\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m},\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})} = \max\{C^U{}_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}, C^U{}_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}}\}$$

$$F^L{}_{(\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m},\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})} = \max\{F^L{}_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}, F^L{}_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}}\},$$

$$F^U{}_{(\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m},\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n})} = \max\{F^U{}_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_m}}, F^U{}_{\widetilde{\mathcal{K}}_{\tilde{\alpha}_n}}\}. \tag{22}$$

(21) ve (22) den görüleceği üzere her GAGKDNBG bir AGKDNBG'dir. Ancak, bunun tersi her zaman doğru değildir.

Örneğin, Örnek 3.3.2 deki G_B AGKDNBG yi ele alalım. M ve N düğümleri arasındaki $\mathcal{R}_{MN}$ yolunda

$$\{a, g, h, j\} \neq (\{g, h, i, j\} \cup \{a, h, i, j\})$$

olduğundan G_B AGKDNBG bir GAGKDNBG değildir. Dolayısıyla, her AGKDNBG, GAGKDNBG olmak zorunda değildir.

BÖLÜM 4
ARALIK GENELLEŞTİRİLMİŞ KÜME DEĞERLİ NÖTROSOFİK BEŞLİ GRAFLAR İÇİN ANP METODU

Bu bölümde karar verme sürecindeki belirsizlikleri, çelişkileri ve karşılıklı bağımlılıkları daha doğru biçimde modelleyebilmek amacıyla, AGKDNBG lar temel alınarak geliştirilmiş ANP yöntemine dayalı bir çerçeve sunulmuştur. Söz konusu yöntem, karar kriterleri arasındaki karmaşık ilişkileri ve alternatiflerin çok boyutlu değerlendirilmesini destekleyecek şekilde yapılandırılmıştır. Böylece, uzmanın değerlendirmesine göre hangi kriterin diğer kriterler üzerinde ne ölçüde etkili olduğu grafiksel olarak modellenmiş ve analiz sürecine dâhil edilmiştir. Böylece uzman görüşlerinin yapısal ilişkilere dayalı olarak modellenmesini sağlamakta ve çok kriterli karar verme sürecinin daha nesnel bir temele oturtulmasına katkı sunmaktadır. Yöntemin uygulanmasına ilişkin adımlar, hem kuramsal temeller hem de sayısal işlem sırasına göre sistematik biçimde açıklanmış ve karar vericilere belirsizliğin hâkim olduğu ortamlarda daha sağlam ve güvenilir sonuçlara ulaşmaları için metodolojik bir yol haritası sunulmuştur.

4.1 Aralık Genelleştirilmiş Küme Değerli Nötrosofik Beşli Graflar için ANP Metodu

Tanım 4.1.1: Aralık genelleştirilmiş küme değerli nötrosofik beşli graflara dayalı ANP yönteminin adımları aşağıdaki gibidir.

1.Adım: Çok kriterli karar verme problemi, belirli bir amaca yönelik olarak tanımlanır ve bu amaca ulaşmak için birden fazla kriter ile alternatiflerin sistematik bir şekilde değerlendirilmesini gerektirir. Bu süreçte, hedefe ulaşmak üzere kriterler, alt kriterler ve alternatifler belirlenir.

Aşama 1.1: Alanında deneyimli olan uzmanlar seçilir.

$$\mathcal{K} = \{\widehat{k_1}, \widehat{k_2}, \dots, \widehat{k_\sigma}\}$$

uzmanlar kümesi olsun.

Aşama 1.2: Problem çalışmamız kapsamında ana kriterler belirlenir.

$$\mathcal{T} = \{\widetilde{t_1}, \widetilde{t_2}, \dots, \widetilde{t_\omega}\}$$

ana kriterler kümesi olsun.

Aşama 1.3: Her bir kriterin alt kriterleri belirlenir.

$$\widetilde{t_\omega} = \{\widetilde{t_{\omega 1}}, \widetilde{t_{\omega 2}}, \dots, \widetilde{t_{\omega\alpha}}\}$$

alt kriterler kümesi olsun.

Burada her bir alt kriter bir ağırlık değerine sahiptir. Örneğin $\widetilde{t_\omega}$ kriterinin

$\widetilde{t_{\omega 1}}$ alt kriterinin ağırlık değeri $\mathcal{W}_{\omega 1}$

$\widetilde{t_{\omega 2}}$ alt kriterinin ağırlık değeri $\mathcal{W}_{\omega 2}$

...

$\widetilde{t_{\omega\alpha}}$ alt kriterinin ağırlık değeri $\mathcal{W}_{\omega\alpha}$

olarak belirlenir.

Aşama 1.4: Problem çalışmamız kapsamında kullanılacak alternatifler belirlenir.

$$\mathcal{R} = \{\widetilde{\mathcal{R}_1}, \widetilde{\mathcal{R}_2}, \dots, \widetilde{\mathcal{R}_\delta}\}$$

alternatifler kümesi olsun.

Burada her bir alternatif, problem çalışmamız kapsamında tanımlanan kriter ve alt kriterler doğrultusunda, sahip olduğu niteliklere göre tanımlanır. Örneğin $\widetilde{\mathcal{R}_1}$ alternatifi

$$\widetilde{\mathcal{R}_1} = \left((\widetilde{t_{11}}, \dots, \widetilde{t_{1\alpha}}), \dots, (\widetilde{t_\omega}, \dots, \widetilde{t_{\omega\alpha}})\right)$$

biçiminde ifade edilir.

2.Adım: İlgili kriterler arasında ikili karşılaştırma matrisleri oluşturulur. Oluşturulacak olan bu matrislerde sütundaki kriterler etkileyen kriterler, satırdaki kriterler ise etkilenen kriterlerdir.

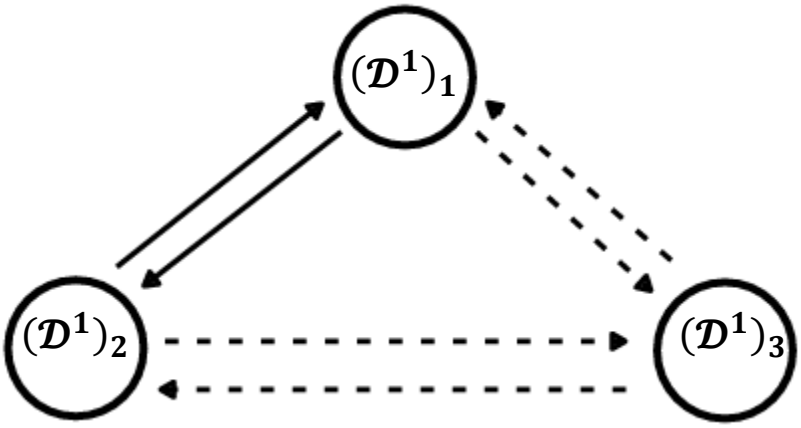
Aşama 2.1: Her bir uzman için Şekil 4.1 deki gibi bir graf yapısı oluşturulur. Bu graflarda, her bir kriter graf yapımızın bir düğümünü oluşturmaktadır ve her bir düğümü bir AGKDNBS lar olarak belirlenir. Bu sayılarda doğruluk, belirsizlik, çelişki ve yanlışlık değerleri birer aralık olarak tanımlandığından, karar verme süreçlerinde uzmanler görüşlerini tek bir değer olarak ifade etmek yerine birer aralık olarak ifade edilirler. Ayrıca, Klasik ANP yönteminde yer alan Saaty 1-9 ölçeğinin kullanarak tek bir değer yerine, AGKDNBS lar ile ifade edildiğinden kararların daha objektif ve güvenilir olmasını sağlar.

Her bir uzman için oluşturulan graflarda düğümler

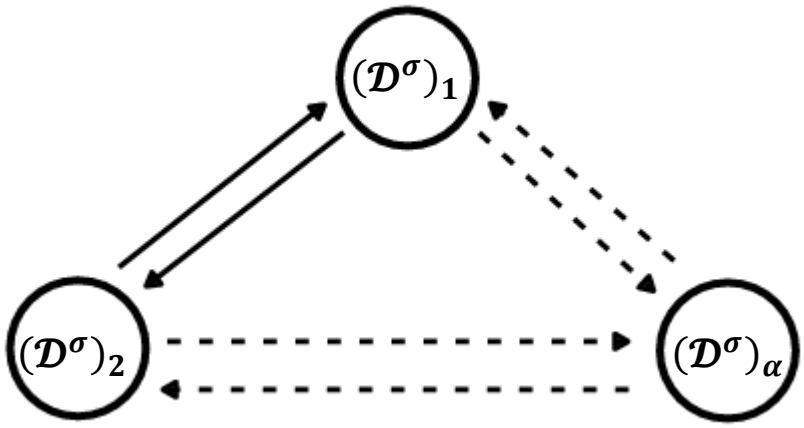
$$(\mathcal{D}^{\mathrm{t}})_{\mathrm{l}} = \{< \left(\widehat{\mathcal{D}}^{1}{}_{\breve{m}_{\ell_1}}\right), \left(\widehat{\mathcal{D}}^{1}{}_{\breve{m}_{\ell_1}}\right)_{\mathrm{T}} [\mathrm{T}_{\breve{m}_{\ell_1}}{}^{L}, \mathrm{T}_{\breve{m}_{\ell_1}}{}^{U}], \left(\widehat{\mathcal{D}}^{1}{}_{\breve{m}_{\ell_1}}\right)_{\mathrm{U}} [\mathrm{U}_{\breve{m}_{\ell_1}}{}^{L}, \mathrm{U}_{\breve{m}_{\ell_1}}{}^{U}],$$

$$\left(\widehat{\mathcal{D}}^{1}{}_{\breve{m}_{\ell_1}}\right)_{\mathrm{C}} \left[\mathrm{C}_{\breve{m}_{\ell_1}}{}^{L}, \mathrm{C}_{\breve{m}_{\ell_1}}{}^{U}\right], \left(\widehat{\mathcal{D}}^{1}{}_{\breve{m}_{\ell_1}}\right)_{\mathrm{F}} [\mathrm{F}_{\breve{m}_{\ell_1}}{}^{L}, \mathrm{F}_{\breve{m}_{\ell_1}}{}^{U}] >\} t = 1,2, \dots, \sigma; l = 1,2, \dots, \omega$$

şeklindedir. Burada σ uzman sayısını, ω ise kriter sayısının ifade etmektedir. Örneğin, $(\mathcal{D}^1)_1$ AGKDNBS, 1.uzmanın grafında 1.kriter hakkındaki görüşünü ifade etmektedir. Ayrıca, $\widehat{\mathcal{k}_1}$ uzmanı için ve $\widehat{\mathcal{k}_\sigma}$ uzmanı için oluşturulan düğümlerin yer aldığı graflar Şekil 4.1 ve Şekil 4.2 de verildi.

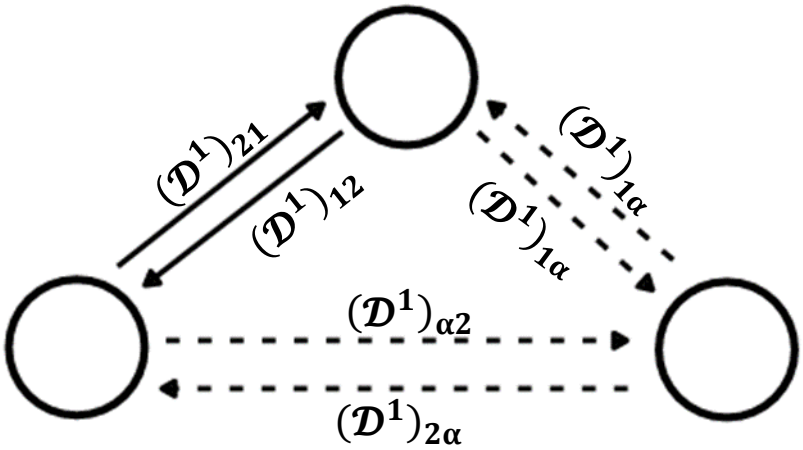


Şekil 4.1 $\widehat{\mathcal{k}_1}$ uzmanının grafının düğümleri

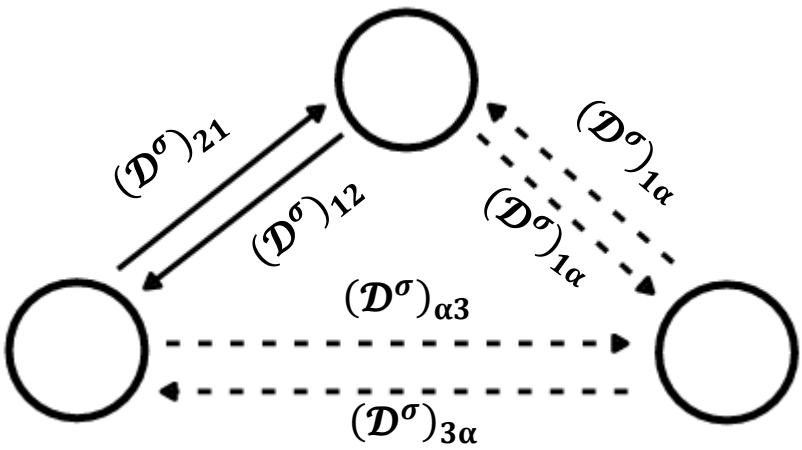


Şekil 4.2 $\widehat{\mathcal{k}_{\sigma}}$ uzmanının grafının düğümleri

Aşama 2.2: Uzmanların belirlediği düğümler kullanılarak oluşturulan yollar ile her bir uzman için yolların gösterildiği bir graf oluşturulur. $\widehat{\mathcal{k}_1}$ ve $\widehat{\mathcal{k}_{\sigma}}$ uzmanları için yollarını gösteren graflar Şekil 4.3 ve Şekil 4.4 de verilmiştir.



Şekil 4.3 $\widehat{\mathcal{k}_1}$ uzmanının grafının yolları



Şekil 4.4 $\widehat{\mathcal{k}_{\sigma}}$ uzmanının grafının yolları

Aşama 2.3: Her bir uzmanın düğümlerden oluşan grafı kullanılarak, ilgili uzmanın grafının yolları belirlenir. Bu yollar, etkileyen düğümden etkilenen düğüme doğru yönlendirilmiş olup, graftaki etkilerin yönünü yansıtmaktadır. Örneğin, $(\mathcal{D}^1)_{a\mathcal{b}}$ yolu $(\mathcal{D}^1)_a$ düğümünün $(\mathcal{D}^1)_{\mathcal{b}}$ düğümü üzerindeki etkisini göstermektedir.

$\widehat{\mathcal{k}_1}$ uzmanının grafında $(\mathcal{D}^1)_a$ ve $(\mathcal{D}^1)_{\mathcal{b}}$ düğümleri arasındaki $(\mathcal{D}^1)_{a\mathcal{b}}$ yolu

$$(\mathcal{D}^1)_{a\mathcal{b}} = \{< \left(\widehat{\mathcal{D}}^1{}_{\breve{m}_{\ell_{a\mathcal{b}}}}\right), \left(\widehat{\mathcal{D}}^1{}_{\breve{m}_{\ell_{a\mathcal{b}}}}\right)_{\mathrm{T}} [\mathrm{T}_{\breve{m}_{\ell_{a\mathcal{b}}}}{}^{L}, \mathrm{T}_{\breve{m}_{\ell_{a\mathcal{b}}}}{}^{U}], \left(\widehat{\mathcal{D}}^1{}_{\breve{m}_{\ell_{a\mathcal{b}}}}\right)_{\mathrm{U}}$$

$$[\mathrm{U}_{\breve{m}_{\ell_{a\mathcal{b}}}}{}^{L}, \mathrm{U}_{\breve{m}_{\ell_{a\mathcal{b}}}}{}^{U}], \left(\widehat{\mathcal{D}}^1{}_{\breve{m}_{\ell_{a\mathcal{b}}}}\right)_{\mathrm{C}} [\mathrm{C}_{\breve{m}_{\ell_{a\mathcal{b}}}}{}^{L}, \mathrm{C}_{\breve{m}_{\ell_{a\mathcal{b}}}}{}^{U}], \left(\widehat{\mathcal{D}}^1{}_{\breve{m}_{\ell_{a\mathcal{b}}}}\right)_{\mathrm{F}} [\mathrm{F}_{\breve{m}_{\ell_{a\mathcal{b}}}}{}^{L}, \mathrm{F}_{\breve{m}_{\ell_{a\mathcal{b}}}}{}^{U}] >\}$$

dır. $(\mathcal{D}^1)_{a\mathcal{b}}$ yolu

$$\left(\widehat{\mathcal{D}^1{}_{\breve{m}_{\ell_{a\mathcal{b}}}}}\right) = \cap_{\sum w_a \geq 0,5} \left(\left(\widehat{\mathcal{D}}^1{}_{\breve{m}_{\ell_a}}\right) \cap \left(\widehat{\mathcal{D}}^1{}_{\breve{m}_{\ell_{\mathcal{b}}}}\right)\right),$$

$$\left(\widehat{\mathcal{D}^1{}_{\breve{m}_{\ell_{a\mathcal{b}}}}}\right)_{\mathrm{T}} = \cap_{\sum w_a \geq 0,5} \left(\left(\widehat{\mathcal{D}}^1{}_{\breve{m}_{\ell_a}}\right)_{\mathrm{T}} \cap \left(\widehat{\mathcal{D}}^1{}_{\breve{m}_{\ell_{\mathcal{b}}}}\right)_{\mathrm{T}}\right),$$

$$\left(\widehat{\mathcal{D}^1{}_{\breve{m}_{\ell_{a\mathcal{b}}}}}\right)_{\mathrm{U}} = \cup_{\sum w_a \geq 0,5} \left(\left(\widehat{\mathcal{D}}^1{}_{\breve{m}_{\ell_a}}\right)_{\mathrm{U}} \cup \left(\widehat{\mathcal{D}}^1{}_{\breve{m}_{\ell_{\mathcal{b}}}}\right)_{\mathrm{U}}\right),$$

$$\left(\widehat{\mathcal{D}^1{}_{\breve{m}_{\ell_{a\mathcal{b}}}}}\right)_{\mathrm{C}} = \cup_{\sum w_a \geq 0,5} \left(\left(\widehat{\mathcal{D}}^1{}_{\breve{m}_{\ell_a}}\right)_{\mathrm{C}} \cup \left(\widehat{\mathcal{D}}^1{}_{\breve{m}_{\ell_{\mathcal{b}}}}\right)_{\mathrm{C}}\right),$$

$$\left(\widehat{\mathcal{D}^1{}_{\breve{m}_{\ell_{a\mathcal{b}}}}}\right)_{\mathrm{F}} = \cup_{\sum w_a \geq 0,5} \left(\left(\widehat{\mathcal{D}}^1{}_{\breve{m}_{\ell_a}}\right)_{\mathrm{F}} \cup \left(\widehat{\mathcal{D}}^1{}_{\breve{m}_{\ell_{\mathcal{b}}}}\right)_{\mathrm{F}}\right)$$

ve

$$\mathrm{T}_{\breve{m}_{\ell_{ab}}}{}^{\mathrm{L}} = \begin{cases} \mathrm{T}_{\breve{m}_{\ell_a}}{}^{\mathrm{L}} \times \dfrac{\mathrm{s}\left(\left(\widehat{\mathcal{D}^1}_{\breve{m}_{\ell_{ab}}}\right)_{\mathrm{T}}\right)}{\mathrm{s}\left(\left(\widehat{\mathcal{D}^1}_{\breve{m}_{\ell_a}}\right)_{\mathrm{T}}\right)}, & \mathrm{T}_{\breve{m}_{\ell_a}}{}^{\mathrm{L}} \times \dfrac{\mathrm{s}\left(\left(\widehat{\mathcal{D}^1}_{\breve{m}_{\ell_{ab}}}\right)_{\mathrm{T}}\right)}{\mathrm{s}\left(\left(\widehat{\mathcal{D}^1}_{\breve{m}_{\ell_a}}\right)_{\mathrm{T}}\right)} \leq \min\{\mathrm{T}_{\breve{m}_{\ell_a}}{}^{\mathrm{L}}, \mathrm{T}_{\breve{m}_{\ell_b}}{}^{\mathrm{L}}\} \\ \min\left\{\mathrm{T}_{\breve{m}_{\ell_a}}{}^{\mathrm{L}}, \mathrm{T}_{\breve{m}_{\ell_b}}{}^{\mathrm{L}}\right\}, & \mathrm{T}_{\breve{m}_{\ell_a}}{}^{\mathrm{L}} \times \dfrac{\mathrm{s}\left(\left(\widehat{\mathcal{D}^1}_{\breve{m}_{\ell_{ab}}}\right)_{\mathrm{T}}\right)}{\mathrm{s}\left(\left(\widehat{\mathcal{D}^1}_{\breve{m}_{\ell_a}}\right)_{\mathrm{T}}\right)} > \min\{\mathrm{T}_{\breve{m}_{\ell_a}}{}^{\mathrm{L}}, \mathrm{T}_{\breve{m}_{\ell_b}}{}^{\mathrm{L}}\} \end{cases}$$

$$\mathrm{T}_{\breve{m}_{\ell_{ab}}}{}^{\mathrm{U}} = \begin{cases} \mathrm{T}_{\breve{m}_{\ell_a}}{}^{\mathrm{U}} \times \dfrac{\mathrm{s}\left(\left(\widehat{\mathcal{D}^1}_{\breve{m}_{\ell_{ab}}}\right)_{\mathrm{T}}\right)}{\mathrm{s}\left(\left(\widehat{\mathcal{D}^1}_{\breve{m}_{\ell_a}}\right)_{\mathrm{T}}\right)}, & \mathrm{T}_{\breve{m}_{\ell_a}}{}^{\mathrm{U}} \times \dfrac{\mathrm{s}\left(\left(\widehat{\mathcal{D}^1}_{\breve{m}_{\ell_{ab}}}\right)_{\mathrm{T}}\right)}{\mathrm{s}\left(\left(\widehat{\mathcal{D}^1}_{\breve{m}_{\ell_a}}\right)_{\mathrm{T}}\right)} \leq \min\{\mathrm{T}_{\breve{m}_{\ell_a}}{}^{\mathrm{U}}, \mathrm{T}_{\breve{m}_{\ell_b}}{}^{\mathrm{U}}\} \\ \min\left\{\mathrm{T}_{\breve{m}_{\ell_a}}{}^{\mathrm{U}}, \mathrm{T}_{\breve{m}_{\ell_b}}{}^{\mathrm{L}}\right\}, & \mathrm{T}_{\breve{m}_{\ell_a}}{}^{\mathrm{U}} \times \dfrac{\mathrm{s}\left(\left(\widehat{\mathcal{D}^1}_{\breve{m}_{\ell_{ab}}}\right)_{\mathrm{T}}\right)}{\mathrm{s}\left(\left(\widehat{\mathcal{D}^1}_{\breve{m}_{\ell_a}}\right)_{\mathrm{T}}\right)} > \min\{\mathrm{T}_{\breve{m}_{\ell_a}}{}^{\mathrm{U}}, \mathrm{T}_{\breve{m}_{\ell_b}}{}^{\mathrm{U}}\} \end{cases}$$

$$\mathrm{U}_{\breve{m}_{\ell_{ab}}}{}^{\mathrm{L}} = \begin{cases} \mathrm{U}_{\breve{m}_{\ell_a}}{}^{\mathrm{L}} \times \dfrac{\mathrm{s}\left(\left(\widehat{\mathcal{D}^1}_{\breve{m}_{\ell_{ab}}}\right)_{\mathrm{U}}\right)}{\mathrm{s}\left(\left(\widehat{\mathcal{D}^1}_{\breve{m}_{\ell_a}}\right)_{\mathrm{U}}\right)}, & \mathrm{U}_{\breve{m}_{\ell_a}}{}^{\mathrm{L}} \times \dfrac{\mathrm{s}\left(\left(\widehat{\mathcal{D}^1}_{\breve{m}_{\ell_{ab}}}\right)_{\mathrm{U}}\right)}{\mathrm{s}\left(\left(\widehat{\mathcal{D}^1}_{\breve{m}_{\ell_a}}\right)_{\mathrm{U}}\right)} \geq \max\{\mathrm{U}_{\breve{m}_{\ell_a}}{}^{\mathrm{L}}, \mathrm{U}_{\breve{m}_{\ell_b}}{}^{\mathrm{L}}\} \\ \max\left\{\mathrm{U}_{\breve{m}_{\ell_a}}{}^{\mathrm{L}}, \mathrm{U}_{\breve{m}_{\ell_b}}{}^{\mathrm{L}}\right\}, & \mathrm{U}_{\breve{m}_{\ell_a}}{}^{\mathrm{L}} \times \dfrac{\mathrm{s}\left(\left(\widehat{\mathcal{D}^1}_{\breve{m}_{\ell_{ab}}}\right)_{\mathrm{U}}\right)}{\mathrm{s}\left(\left(\widehat{\mathcal{D}^1}_{\breve{m}_{\ell_a}}\right)_{\mathrm{U}}\right)} < \max\{\mathrm{U}_{\breve{m}_{\ell_a}}{}^{\mathrm{L}}, \mathrm{U}_{\breve{m}_{\ell_b}}{}^{\mathrm{L}}\} \end{cases}$$

$$\mathrm{U}_{\breve{m}_{\ell_{ab}}}{}^{\mathrm{U}} = \begin{cases} \mathrm{U}_{\breve{m}_{\ell_a}}{}^{\mathrm{U}} \times \dfrac{\mathrm{s}\left(\left(\widehat{\mathcal{D}^1}_{\breve{m}_{\ell_{ab}}}\right)_{\mathrm{U}}\right)}{\mathrm{s}\left(\left(\widehat{\mathcal{D}^1}_{\breve{m}_{\ell_a}}\right)_{\mathrm{U}}\right)}, & \mathrm{U}_{\breve{m}_{\ell_a}}{}^{\mathrm{U}} \times \dfrac{\mathrm{s}\left(\left(\widehat{\mathcal{D}^1}_{\breve{m}_{\ell_{ab}}}\right)_{\mathrm{U}}\right)}{\mathrm{s}\left(\left(\widehat{\mathcal{D}^1}_{\breve{m}_{\ell_a}}\right)_{\mathrm{U}}\right)} \geq \max\{\mathrm{U}_{\breve{m}_{\ell_a}}{}^{\mathrm{U}}, \mathrm{U}_{\breve{m}_{\ell_b}}{}^{\mathrm{U}}\} \\ \max\left\{\mathrm{U}_{\breve{m}_{\ell_a}}{}^{\mathrm{U}}, \mathrm{U}_{\breve{m}_{\ell_b}}{}^{\mathrm{U}}\right\}, & \mathrm{U}_{\breve{m}_{\ell_a}}{}^{\mathrm{U}} \times \dfrac{\mathrm{s}\left(\left(\widehat{\mathcal{D}^1}_{\breve{m}_{\ell_{ab}}}\right)_{\mathrm{U}}\right)}{\mathrm{s}\left(\left(\widehat{\mathcal{D}^1}_{\breve{m}_{\ell_a}}\right)_{\mathrm{U}}\right)} < \max\{\mathrm{U}_{\breve{m}_{\ell_a}}{}^{\mathrm{U}}, \mathrm{U}_{\breve{m}_{\ell_b}}{}^{\mathrm{U}}\} \end{cases}$$

$$\mathrm{C}_{\breve{m}_{\ell_{ab}}}{}^{\mathrm{L}} = \begin{cases} \mathrm{C}_{\breve{m}_{\ell_a}}{}^{\mathrm{L}} \times \dfrac{\mathrm{s}\left(\left(\widehat{\mathcal{D}^1}_{\breve{m}_{\ell_{ab}}}\right)_{\mathrm{C}}\right)}{\mathrm{s}\left(\left(\widehat{\mathcal{D}^1}_{\breve{m}_{\ell_a}}\right)_{\mathrm{C}}\right)}, & \mathrm{C}_{\breve{m}_{\ell_a}}{}^{\mathrm{L}} \times \dfrac{\mathrm{s}\left(\left(\widehat{\mathcal{D}^1}_{\breve{m}_{\ell_{ab}}}\right)_{\mathrm{C}}\right)}{\mathrm{s}\left(\left(\widehat{\mathcal{D}^1}_{\breve{m}_{\ell_a}}\right)_{\mathrm{C}}\right)} \geq \max\{\mathrm{C}_{\breve{m}_{\ell_a}}{}^{\mathrm{L}}, \mathrm{C}_{\breve{m}_{\ell_b}}{}^{\mathrm{L}}\} \\ \max\left\{\mathrm{C}_{\breve{m}_{\ell_a}}{}^{\mathrm{L}}, \mathrm{C}_{\breve{m}_{\ell_b}}{}^{\mathrm{L}}\right\}, & \mathrm{C}_{\breve{m}_{\ell_a}}{}^{\mathrm{L}} \times \dfrac{\mathrm{s}\left(\left(\widehat{\mathcal{D}^1}_{\breve{m}_{\ell_{ab}}}\right)_{\mathrm{C}}\right)}{\mathrm{s}\left(\left(\widehat{\mathcal{D}^1}_{\breve{m}_{\ell_a}}\right)_{\mathrm{C}}\right)} < \max\{\mathrm{C}_{\breve{m}_{\ell_a}}{}^{\mathrm{L}}, \mathrm{C}_{\breve{m}_{\ell_b}}{}^{\mathrm{L}}\} \end{cases}$$

$$\mathrm{C}_{\breve{m}_{\ell_{ab}}}{}^{\mathrm{U}} = \begin{cases} \mathrm{C}_{\breve{m}_{\ell_a}}{}^{\mathrm{U}} \times \dfrac{\mathrm{s}\left(\left(\widehat{\mathcal{D}^1}_{\breve{m}_{\ell_{ab}}}\right)_{\mathrm{C}}\right)}{\mathrm{s}\left(\left(\widehat{\mathcal{D}^1}_{\breve{m}_{\ell_a}}\right)_{\mathrm{C}}\right)}, & \mathrm{C}_{\breve{m}_{\ell_a}}{}^{\mathrm{U}} \times \dfrac{\mathrm{s}\left(\left(\widehat{\mathcal{D}^1}_{\breve{m}_{\ell_{ab}}}\right)_{\mathrm{C}}\right)}{\mathrm{s}\left(\left(\widehat{\mathcal{D}^1}_{\breve{m}_{\ell_a}}\right)_{\mathrm{C}}\right)} \geq \max\{\mathrm{C}_{\breve{m}_{\ell_a}}{}^{\mathrm{U}}, \mathrm{C}_{\breve{m}_{\ell_b}}{}^{\mathrm{U}}\} \\ \max\left\{\mathrm{C}_{\breve{m}_{\ell_a}}{}^{\mathrm{U}}, \mathrm{C}_{\breve{m}_{\ell_b}}{}^{\mathrm{L}}\right\}, & \mathrm{C}_{\breve{m}_{\ell_a}}{}^{\mathrm{U}} \times \dfrac{\mathrm{s}\left(\left(\widehat{\mathcal{D}^1}_{\breve{m}_{\ell_{ab}}}\right)_{\mathrm{C}}\right)}{\mathrm{s}\left(\left(\widehat{\mathcal{D}^1}_{\breve{m}_{\ell_a}}\right)_{\mathrm{C}}\right)} < \max\{\mathrm{C}_{\breve{m}_{\ell_a}}{}^{\mathrm{U}}, \mathrm{C}_{\breve{m}_{\ell_b}}{}^{\mathrm{U}}\} \end{cases}$$

$$F_{\breve{m}_{\ell_{ab}}}{}^{L} = \begin{cases} F_{\breve{m}_{\ell_a}}{}^{L} \times \dfrac{s\left(\left(\widehat{\mathcal{D}^1}_{\breve{m}_{\ell_{ab}}}\right)_F\right)}{s\left(\left(\widehat{\mathcal{D}^1}_{\breve{m}_{\ell_a}}\right)_F\right)}, & F_{\breve{m}_{\ell_a}}{}^{L} \times \dfrac{s\left(\left(\widehat{\mathcal{D}^1}_{\breve{m}_{\ell_{ab}}}\right)_F\right)}{s\left(\left(\widehat{\mathcal{D}^1}_{\breve{m}_{\ell_a}}\right)_F\right)} \geq \max\{F_{\breve{m}_{\ell_a}}{}^{L}, F_{\breve{m}_{\ell_b}}{}^{L}\} \\ \max\left\{F_{\breve{m}_{\ell_a}}{}^{L}, F_{\breve{m}_{\ell_b}}{}^{L}\right\}, & F_{\breve{m}_{\ell_a}}{}^{L} \times \dfrac{s\left(\left(\widehat{\mathcal{D}^1}_{\breve{m}_{\ell_{ab}}}\right)_F\right)}{s\left(\left(\widehat{\mathcal{D}^1}_{\breve{m}_{\ell_a}}\right)_F\right)} < \max\{F_{\breve{m}_{\ell_a}}{}^{L}, F_{\breve{m}_{\ell_b}}{}^{L}\} \end{cases}$$

$$F_{\breve{m}_{\ell_{ab}}}{}^{U} = \begin{cases} F_{\breve{m}_{\ell_a}}{}^{U} \times \dfrac{s\left(\left(\widehat{\mathcal{D}^1}_{\breve{m}_{\ell_{ab}}}\right)_F\right)}{s\left(\left(\widehat{\mathcal{D}^1}_{\breve{m}_{\ell_a}}\right)_F\right)}, & F_{\breve{m}_{\ell_a}}{}^{U} \times \dfrac{s\left(\left(\widehat{\mathcal{D}^1}_{\breve{m}_{\ell_{ab}}}\right)_F\right)}{s\left(\left(\widehat{\mathcal{D}^1}_{\breve{m}_{\ell_a}}\right)_F\right)} \geq \max\{F_{\breve{m}_{\ell_a}}{}^{U}, F_{\breve{m}_{\ell_b}}{}^{U}\} \\ \max\left\{F_{\breve{m}_{\ell_a}}{}^{U}, F_{\breve{m}_{\ell_b}}{}^{L}\right\}, & F_{\breve{m}_{\ell_a}}{}^{U} \times \dfrac{s\left(\left(\widehat{\mathcal{D}^1}_{\breve{m}_{\ell_{ab}}}\right)_F\right)}{s\left(\left(\widehat{\mathcal{D}^1}_{\breve{m}_{\ell_a}}\right)_F\right)} < \max\{F_{\breve{m}_{\ell_a}}{}^{U}, F_{\breve{m}_{\ell_b}}{}^{U}\} \end{cases}$$

şeklinde belirlenir.

Benzer şekilde her bir uzmana ait graf yapısı dikkate alınarak, graf üzerinde yer alan tüm düğüm çiftleri arasındaki yollar belirlenir.

Aşama 2.4: Aşama 2.2 de oluşturulan graflar kullanılarak her bir uzmanın değerlendirmelerine dayalı olarak ayrı ayrı ikili karşılaştırma tabloları oluşturulur. Bu aşamada, uzmanın grafındaki her bir yol, bir kriterin diğerine olan etkisini temsil ettiğinden, her bir kriter çifti için sayısal karşılaştırma değerleri birer AGKDNBS olarak ifade edilir.

Yani, her bir uzman için oluşturulan karşılaştırma matrisi elemanları

$$(\mathcal{D}^{t})_{lm} = \{< \left(\widehat{\mathcal{D}}^{t}{}_{\breve{m}_{\ell_{lm}}}\right), \left(\widehat{\mathcal{D}}^{t}{}_{\breve{m}_{\ell_{lm}}}\right)_T [T_{\breve{m}_{\ell_{lm}}}{}^{L}, T_{\breve{m}_{\ell_{lm}}}{}^{U}], \left(\widehat{\mathcal{D}}^{t}{}_{\breve{m}_{\ell_{lm}}}\right)_U [U_{\breve{m}_{\ell_{lm}}}{}^{L}, U_{\breve{m}_{\ell_{lm}}}{}^{U}],$$

$$\left(\widehat{\mathcal{D}}^{t}{}_{\breve{m}_{\ell_{lm}}}\right)_C [C_{\breve{m}_{\ell_{lm}}}{}^{L}, C_{\breve{m}_{\ell_{lm}}}{}^{U}], \left(\widehat{\mathcal{D}}^{t}{}_{\breve{m}_{\ell_{lm}}}\right)_F [F_{\breve{m}_{\ell_{lm}}}{}^{L}, F_{\breve{m}_{\ell_{lm}}}{}^{U}] >\}$$

$$t = 1,2,\dots,\sigma; l,m = 1,2,\dots,\omega$$

şeklindedir. Burada σ uzman sayısını, l ve m ise elemanın karşılaştırma matrisindeki yerini ifade etmektedir. Örneğin, $(\mathcal{D}^1)_{23}$ AGKDNBS , $\widehat{\mathcal{k}_1}$ uzmanına göre $\widetilde{\mathcal{t}_2}$ kriterinin $\widetilde{\mathcal{t}_3}$ kriteri üzerindeki etkisinin göstermektedir. Ayrıca, $\widehat{\mathcal{k}_1}$ ve $\widehat{\mathcal{k}_\sigma}$ uzmanları için oluşturulan ikili karşılaştırma matrisleri Tablo 4.1 ve Tablo 4.2 de verildi.

Tablo 4.1 $\widehat{\mathcal{k}_1}$ uzmanının ikili karşılaştırma matrisi

	$\widetilde{\mathcal{t}_1}$	$\widetilde{\mathcal{t}_2}$	$\cdots$	$\widetilde{\mathcal{t}_\omega}$
$\widetilde{\mathcal{t}_1}$	1	$(\mathcal{D}^1)_{12}$	$\cdots$	$(\mathcal{D}^1)_{1\omega}$
$\widetilde{\mathcal{t}_2}$	$(\mathcal{D}^1)_{21}$	1	$\cdots$	$(\mathcal{D}^1)_{2\omega}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
$\widetilde{\mathcal{t}_\omega}$	$(\mathcal{D}^1)_{\omega 1}$	$(\mathcal{D}^1)_{\omega 2}$	$\cdots$	1

Tablo 4.2 $\widehat{\mathcal{k}_\sigma}$ uzmanının ikili karşılaştırma matrisi

	$\widetilde{\mathcal{t}_1}$	$\widetilde{\mathcal{t}_2}$	$\cdots$	$\widetilde{\mathcal{t}_\omega}$
$\widetilde{\mathcal{t}_1}$	1	$(\mathcal{D}^\sigma)_{12}$	$\cdots$	$(\mathcal{D}^\sigma)_{1\omega}$
$\widetilde{\mathcal{t}_2}$	$(\mathcal{D}^\sigma)_{21}$	1	$\cdots$	$(\mathcal{D}^\sigma)_{2\omega}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
$\widetilde{\mathcal{t}_\omega}$	$(\mathcal{D}^\sigma)_{\omega 1}$	$(\mathcal{D}^\sigma)_{\omega 2}$	$\cdots$	1

Aşama 2.5: Farklı uzmanlar tarafından elde edilen σ adet ikili karşılaştırma matrisi, Tanım 3.1.5, Tanım 3.1.7 ve Tanım 3.1.9 da AGKDNBS lar için tanımlanan ve uygulama bağlamına en uygun olan operatör seçilerek birleştirilir. Kullanılacak olan operatör çalışmanın bağlamına, kriterler arasındaki ilişkinin doğasına ve uzman görüşleri arasındaki dağılıma göre belirlenip, bilgi kaybını en aza indirecek ve tutarlılığı sağlayacak biçimde yapılmalıdır. Bu birleştirme işlemi, uzman görüşlerini bütüncül bir yapıda ifade etmek ve karar verme sürecinde ortak bir değerlendirme temeli oluşturmak amacıyla gerçekleştirilmiştir. Elde edilen ortak ikili karşılaştırma matrisi, kriterler arasındaki karşılıklı ilişkiyi yansıtmakta olup Tablo 4.3 de verilmiş olup, her bir değer, bir kriterin diğer kriter üzerindeki etkisini AGKDNBS biçiminde ifade etmektedir. Burada

$$(\mathcal{D})_{11} = 1$$

olarak alınır.

Tablo 4.3 Uzmanların ortak ikili karşılaştırma matrisi

	$\widetilde{t_1}$	$\widetilde{t_2}$	$\cdots$	$\widetilde{t_\omega}$
$\widetilde{t_1}$	1	$(\mathcal{D})_{12}$	$\cdots$	$(\mathcal{D})_{1\omega}$
$\widetilde{t_2}$	$(\mathcal{D})_{21}$	1	$\cdots$	$(\mathcal{D}^{\sigma})_{2\omega}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
$\widetilde{t_\omega}$	$(\mathcal{D})_{\omega 1}$	$(\mathcal{D})_{\omega 2}$	$\cdots$	1

Aşama 2.6: Kriterlerin net değer matrisi oluşturulur. Net değer matrisi, Tablo 4.3 de verilen uzmanların ortak ikili karşılaştırma matrisindeki her bir AGKDNBS için Tanım 3.1.4 de verilen skor ve kesinlik fonksiyonları kullanılarak elde edilir.

Ayrıca, her bir kriterin yerel ağırlığı

$$YA(\widetilde{t_\omega}) = \frac{1}{1 + \sum_{i=1}^{m} S\left((\mathcal{D}^{\sigma})_{\mathrm{ij}}\right)}, \omega, i, j \in \{1, 2, \dots, m\}$$

fonksiyonu kullanılarak hesaplanır.

Kriterin yerel ağırlığı, köşegendeki değerin sütun toplamına bölünmesiyle hesaplanır. Kriterlerin net değer matrisi ve yerel ağırlık değerleri Tablo 4.4 de verilmiştir.

Tablo 4.4 Uzmanların ortak ikili karşılaştırmalarının net değer matrisi ve yerel ağırlık değerleri

	$\widetilde{t_1}$	$\widetilde{t_2}$	$\cdots$	$\widetilde{t_\omega}$
$\widetilde{t_1}$	1	$S((\mathcal{D})_{12})$	$\cdots$	$S((\mathcal{D})_{1\omega})$
$\widetilde{t_2}$	$S((\mathcal{D})_{21})$	1	$\cdots$	$S((\mathcal{D}^{\sigma})_{2\omega})$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
$\widetilde{t_\omega}$	$S((\mathcal{D})_{\omega 1})$	$S((\mathcal{D})_{\omega 2})$	$\cdots$	1
Yerel ağırlık değeri	$YA(\widetilde{t_1})$	$YA(\widetilde{t_2})$	$\cdots$	$YA(\widetilde{t_\omega})$

Aşama 2.7: Tablo 4.4 deki kriterlerin yerel ağırlık değerleri kullanılarak

$$W_{YA} = \begin{bmatrix} YA(\widetilde{t_1}) \\ YA(\widetilde{t_2}) \\ \vdots \\ YA(\widetilde{t_\omega}) \end{bmatrix}$$

yerel ağırlık matrisi elde edilir.

3. Adım: Bu adım Tanım 2.12.1 deki Klasik ANP yönteminin 3.adımı ile aynıdır. Yani Tablo 4.4 de yer alan matrisinin tutarlılığı analiz edilerek, uzman değerlendirmelerinin karar sürecine uygunluğu ve içsel tutarlılığı test edilmiştir. Tutarlılık analizi, modelin güvenilirliğini artırmak ve elde edilen ağırlıkların geçerliliğini desteklemek amacıyla kritik bir aşama olarak uygulanmaktadır.

4.Adım: Bir süper matris oluşturmak için her bir kriterin öz vektörü hesaplanır.

Bu adım temel olarak Klasik ANP yöntemindeki adımla benzerlik göstermektedir. Ancak Klasik ANP yönteminden farklı olarak algoritmanın bu adımında AGKDNBS lar kullanılmaktadır.

Aşama 4.1. Her bir kriterin iç bağımlılıklarının değerlendirilmesi amasıyla ikili karşılaştırma matrisleri oluşturulur. Bu matrisler, ilgili kriteri içeren satır ve sütunun matristen çıkarılması yoluyla elde edilir. $\widetilde{t_l}$ kriteri için iç bağımlılıkların karşılaştırma matrisi, $\widetilde{t_l}$ kriterinin bulunduğu $l.$ satırı ve $l.$ sütunu silinerek elde edilir. $\widetilde{t_l}$ ve $\widetilde{t_\omega}$ kriterlerine göre kriterlerin iç bağımlılıkların karşılaştırma matrisleri Tablo 4.5 ve Tablo 4.6 da verilmiştir.

Tablo 4.5 $\widetilde{t_l}$ kriterine göre kriterlerin iç bağımlılıklarının ikili karşılaştırma matrisi

	$\widetilde{t_2}$	$\widetilde{t_3}$	$\cdots$	$\widetilde{t_\omega}$
$\widetilde{t_2}$	1	$(\mathcal{D})_{22}$	$\cdots$	$(\mathcal{D})_{2\omega}$
$\widetilde{t_3}$	$(\mathcal{D})_{32}$	1	$\cdots$	$(\mathcal{D}^{\sigma})_{3\omega}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
$\widetilde{t_\omega}$	$(\mathcal{D})_{\omega 2}$	$(\mathcal{D})_{\omega 3}$	$\cdots$	1

Tablo 4.6 $\widetilde{t_\omega}$ kriterine göre kriterlerin iç bağımlılıklarının ikili karşılaştırma matrisi

	$\widetilde{t_1}$	$\widetilde{t_2}$	$\cdots$	$\widetilde{t_{(\omega-1)}}$
$\widetilde{t_1}$	1	$(\mathcal{D}^\sigma)_{12}$	$\cdots$	$(\mathcal{D}^\sigma)_{1(\omega-1)}$
$\widetilde{t_2}$	$(\mathcal{D}^\sigma)_{21}$	1	$\cdots$	$(\mathcal{D}^\sigma)_{2(\omega-1)}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
$\widetilde{t_{(\omega-1)}}$	$(\mathcal{D}^\sigma)_{(\omega-1)1}$	$(\mathcal{D}^\sigma)_{(\omega-1)2}$	$\cdots$	1

Aşama 4.2. Elde edilen iç bağımlılık karşılaştırma matrisi kullanılarak, Aşama 2.3 de tanımlanan süreç izlenerek yani matristeki her bir AGKDNBS lar skor ve kesinlik değeri kullanılarak net değer matrisleri oluşturulur ve kriterlerin ağırlıkları hesaplanır. İç bağımlılıklar karşılaştırma net değer matrisi ω kriter için oluşturulmuştur. Tablo 4.7 ve Tablo 4.8 de, $\widetilde{t_1}$ ve $\widetilde{t_\omega}$ kriterleri için iç bağımlılıkların ve kriter ağırlıklarının karşılaştırılmasının net değer matrisi verilmiştir. Burada, kriterlerin ağırlıkları

$$(A(\widetilde{t_a}))_{\widetilde{t_b}} = \frac{1}{1+\sum_{j=1}^{m} S\left((\mathcal{D}^\sigma)_{\mathrm{ij}}\right)}, i,j \in \{1,2,\dots,m\}$$

fonksiyonu kullanılarak hesaplanır.

Burada, $(A(\widetilde{t_a}))_{\widetilde{t_b}}$, $\widetilde{t_b}$ kriterinin iç bağımlılığına göre $\widetilde{t_a}$ kriterinin ağırlığıdır.

Tablo 4.7 $\widetilde{t_l}$ kriterine göre kriterlerin iç bağımlılıklarının ikili karşılaştırmasının net değer matrisi ve ağırlıkları

	$\widetilde{t_2}$	$\widetilde{t_3}$	$\cdots$	$\widetilde{t_\omega}$
$\widetilde{t_2}$	1	$(\mathcal{D})_{22}$	$\cdots$	$(\mathcal{D})_{2\omega}$
$\widetilde{t_3}$	$(\mathcal{D})_{32}$	1	$\cdots$	$(\mathcal{D}^\sigma)_{3\omega}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
$\widetilde{t_\omega}$	$(\mathcal{D})_{\omega 2}$	$(\mathcal{D})_{\omega 3}$	$\cdots$	1
Ağrılıklar	$(A(\widetilde{t_2}))_{\widetilde{t_1}}$	$(A(\widetilde{t_3}))_{\widetilde{t_1}}$	$\cdots$	$(A(\widetilde{t_\omega}))_{\widetilde{t_1}}$

Tablo 4.8 $\widetilde{t_\omega}$ kriterine göre kriterlerin iç bağımlılıklarının ikili karşılaştırmasının net değer matrisi ve ağırlıkları

	$\widetilde{t_1}$	$\widetilde{t_2}$	$\cdots$	$\widetilde{t_{(\omega-1)}}$
$\widetilde{t_1}$	1	$(\mathcal{D}^\sigma)_{12}$	$\cdots$	$(\mathcal{D}^\sigma)_{1(\omega-1)}$
$\widetilde{t_2}$	$(\mathcal{D}^\sigma)_{21}$	1	$\cdots$	$(\mathcal{D}^\sigma)_{2(\omega-1)}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
$\widetilde{t_{(\omega-1)}}$	$(\mathcal{D}^\sigma)_{(\omega-1)1}$	$(\mathcal{D}^\sigma)_{(\omega-1)2}$	$\cdots$	1
Ağrılıklar	$(A(\widetilde{t_1}))_{\widetilde{t_\omega}}$	$(A(\widetilde{t_2}))_{\widetilde{t_\omega}}$	$\cdots$	$\left(A(\widetilde{t_{(\omega-1)}})\right)_{\widetilde{t_\omega}}$

Aşama 4.3. Aşama 4.2 de elde edilen ağırlık değerleri kullanılarak, her bir kriter için özvektörler oluşturulur. Bu özvektörler, kriterlerin iç bağımlılıklarının ikili karşılaştırmalarına ait net değer matrislerindeki ağırlıklar kullanılarak oluşturulur. Örneğin, Tablo 4.7 deki ağırlık değerleri kullanılarak $\widetilde{t_1}$ kriterinin özvektörü

$$V_{K_1} = \begin{bmatrix} 1 \\ (A(\widetilde{t_2}))_{\widetilde{t_1}} \\ \vdots \\ (A(\widetilde{t_\omega}))_{\widetilde{t_1}} \end{bmatrix}$$

formunda bulunur. Benzer şekilde, diğer kriterlein özvektörleri de ilgili net değer matrisleri kullanılark oluşturulur. Bu adım, kriterler arasındaki iç bağımlılıkların süper matris yapısında temsil edilebilmesi açısından kritik bir rol oynamaktadır.

Adım 5. Aşama 4.3 te elde edilen özvektörler kullanılarak, kriterler arasındaki karşılıklı bağımlılıkları yansıtan süper matrisi oluşturulur. Bu süper matris, her bir kriterin diğer kriterler üzerindeki etkisini sayısal olarak ifade eden özvektörlerin bir araya getirilmesiyle oluşturulmuştur. Böylece, karar verme sürecinde dikkate alınan kriterler arasındaki çok yönlü ilişkiler bütüncül bir yapıda temsil edilmiştir.

Aşama 5.1. Aşama 4.3 te elde edilen özvektörler ilgili kriterin bulunduğu sütuna yerleştirilerek bir süper matris elde edilir ve bu matris Tablo 4.9 da verildi.

Tablo 4.9 Süper Matris

	$\widetilde{t_1}$	$\widetilde{t_2}$	$\cdots$	$\widetilde{t_\omega}$
$\widetilde{t_1}$	1	$(A(\widetilde{t_1}))_{\widetilde{t_2}}$	$\cdots$	$(A(\widetilde{t_1}))_{\widetilde{t_\omega}}$
$\widetilde{t_2}$	$(A(\widetilde{t_2}))_{\widetilde{t_1}}$	1	$\cdots$	$(A(\widetilde{t_2}))_{\widetilde{t_\omega}}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
$\widetilde{t_\omega}$	$(A(\widetilde{t_\omega}))_{\widetilde{t_1}}$	$(A(\widetilde{t_\omega}))_{\widetilde{t_2}}$	$\cdots$	1

Aşama 5.2. Süper matris, Klasik ANP yönteminin Adım 5 de olduğu gibi normalize edilir.

Burada, matristeki her bir eleman

$$N\left((A(\widetilde{t_\iota}))_{\widetilde{t_\jmath}}\right) = \frac{(A(\widetilde{t_\iota}))_{\widetilde{t_\jmath}}}{\sum_{i=1}^{m}(A(\widetilde{t_\iota}))_{\widetilde{t_\jmath}}}, i, j \in \{1, 2, \dots, m\}$$

fonksiyonu kullanılarak normalleştirilir. Normalleştirilmiş süper matris Tablo 4.10 da verilmiştir.

Tablo 4.10 Normalleştirilmiş süper matris

	$\widetilde{t_1}$	$\widetilde{t_2}$	$\cdots$	$\widetilde{t_\omega}$
$\widetilde{t_1}$	$N\left((A(\widetilde{t_1}))_{\widetilde{t_1}}\right)$	$N\left((A(\widetilde{t_1}))_{\widetilde{t_2}}\right)$	$\cdots$	$N\left((A(\widetilde{t_1}))_{\widetilde{t_\omega}}\right)$
$\widetilde{t_2}$	$N\left((A(\widetilde{t_2}))_{\widetilde{t_1}}\right)$	$N\left((A(\widetilde{t_2}))_{\widetilde{t_2}}\right)$	$\cdots$	$N\left((A(\widetilde{t_2}))_{\widetilde{t_\omega}}\right)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
$\widetilde{t_\omega}$	$N\left((A(\widetilde{t_\omega}))_{\widetilde{t_1}}\right)$	$N\left((A(\widetilde{t_\omega}))_{\widetilde{t_2}}\right)$	$\cdots$	$N\left((A(\widetilde{t_\omega}))_{\widetilde{t_\omega}}\right)$

Adım 6. Klasik ANP yönteminin Adım 6 da olduğu gibi, kriterlerin global ağırlığını elde etmek amacıyla, Aşama 5.2 de elde edilen normalleştirilmiş süper matris, Aşama 2.4 te elde edilen yerel ağırlık matrisi ile çarpılır. Bu işem sonucunda, kriterlerin tüm ağ yapısı içindeki genel öenm düzzeyini yansıtan global ağılıklar elde edilmiştir.

$$\begin{bmatrix} N\left((A(\widetilde{t_1}))_{\widetilde{t_1}}\right) & N\left((A(\widetilde{t_1}))_{\widetilde{t_2}}\right) & \dots N\left((A(\widetilde{t_1}))_{\widetilde{t_\omega}}\right) \\ N\left((A(\widetilde{t_2}))_{\widetilde{t_1}}\right) & N\left((A(\widetilde{t_2}))_{\widetilde{t_2}}\right) & \dots N\left((A(\widetilde{t_2}))_{\widetilde{t_\omega}}\right) \\ \vdots & \vdots & \ddots \quad \vdots \\ N\left((A(\widetilde{t_\omega}))_{\widetilde{t_1}}\right) & N\left((A(\widetilde{t_\omega}))_{\widetilde{t_2}}\right) & \dots N\left((A(\widetilde{t_\omega}))_{\widetilde{t_\omega}}\right) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} YA(\widetilde{t_1}) \\ YA(\widetilde{t_2}) \\ \vdots \\ YA(\widetilde{t_\omega}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} GA(\widetilde{t_1}) \\ GA(\widetilde{t_2}) \\ \vdots \\ GA(\widetilde{t_\omega}) \end{bmatrix}$$

Adım 7. Klasik ANP yönteminin Adım 7 de olduğu gibi, karar verme sürecinde yer alan kriterlerin birbirleri üzerindeki etkilerinin belirlenmesi için Adım 6 da elde edilen global ağırlık değerleri kullanılır. Elde edilen global ağırlık değerlerine göre kriterler büyükten küçüğe sıralanmıştır; en yüksek ağırlık değerine sahip olam kriter, diğer kriterler üzerinde en fazla etkiye sahip olan kriter olarak belirlenmiştir. Diğer yandan, en düşük ağırlık değerine sahip olan kriterin, diğer kriterler üzerinde en az etkiye sahip olan kriter olarak belirlenmiştir.

4.2 Aralık Genelleştirilmiş Küme Değerli Nötrosofik Beşli Graflar için ANP Metodu Uygulaması

Uygulama 4.4.1

Bu uygulamada, hayali veriler kullanılarak bir binanın depreme dayanıklılığını etkileyen doğru tasarım, kaliteli malzeme ve uygulama, sismik güçlendirme ve koruma önlemleri gibi temel kriterler arasındaki karşılıklı ilişkiler ve bağımlılıklar incelenmiş; bu ilişkilerin modellenmesinde belirsizlik ve çelişkili bilgilerin etkin bir biçimde temsil edilebilmesi amacıyla, AGKDNBG lar üzerinde tanımlı olan ANP yöntemi kullanılmıştır. Söz konusu yöntem, ele alınan kriterler arasındaki çok boyutlu ve karşılıklı etkileşimleri dikkate alarak, karar vericilere daha bütüncül ve güvenilir bir analiz imkânı sunmaktadır. Bu bağlamda, ilgili kriterler arasındaki etki düzeyleri aralık genelleştirilmiş küme değerli nötrosofik beşli sayılar aracılığıyla modellenmiş ve elde edilen veriler, ANP süpermatris yapısı kapsamında işlenerek her bir kriterin göreli önemi belirlenmiştir. Bu yaklaşım, yapı güvenliği değerlendirmelerinde belirsizliğin doğasından kaynaklanan bilgi eksikliklerini gidererek daha sağlam ve esnek bir karar destek mekanizması sunmaktadır.

1. Adım:

Aşama 1.1: Alanında deneyimli 2 uzman seçilir.

Uzmanlardan oluşan küme $\mathcal{U} = \{\widehat{u_1}, \widehat{u_2}\}$ olsun.

Aşama 1.2: Problem çalışmamız kapsamında ana kriterler belirlenir.

Ana kriterlerden oluşan küme $\mathcal{T} = \{D, K, S\}$ olsun.

Burada,

D= Doğru Tasarım

K= Kaliteli Malzeme ve Uygulama

S=Sismik güçlendirme ve Koruma Önlemleri

Aşama 1.3: Kriterlerin alt kriterleri belirlenir.

Doğru Tasarım kriterinin alt kriterlerinin kümesi;

$D = \{d_1, d_2, d_3, d_4\}$ olmak üzere

$d_1 =$ Uygun zemin

$d_2 =$ Deprem yönetmeliğine uygunluk

$d_3 =$ Uygun taşıyıcı sistem

$d_4 =$ Yapı geometrisinin simetrik ve dengeli olması

Kaliteli Malzeme ve Uygulama kriterinin alt kriterlerinin kümesi;

$K = \{k_1, k_2, k_3, k_4\}$ olmak üzere

$k_1 =$ Yüksek donanımlı beton kullanımı

$k_2 =$ Donatı yerleşiminin projeye uygunluğu

$k_3 =$ Beton döküm ve kürleme kalitesi

$k_4 =$ Malzeme testlerinin yapılması

Sismik güçlendirme ve Koruma Önlemleri kriterinin alt kriterlerinin kümesi;

$S = \{s_1, s_2, s_3, s_4\}$ olmak üzere

s_1 = Sismik izolatör veya sönümleyici sistem kullanımı

s_2 = Taşıyıcı elemanların (kolon, perde) güçlendirilmesi

s_3 = Katlar arası rijitliğin sağlanması

s_4 = Temel-süper yapı bağlantısının güçlendirilmesi

Burada her bir alt kriter bir ağırlık değerine sahiptir. Alt kriterlerin ağırlık değeri Tablo 4.11 de verilmiştir.

Tablo 4.11 Alt kriterlerin ağırlık değerleri

Ana Kriter	Alt Kriter	Ağırlık Değeri
D	d_1	0,25
	d_2	0,35
	d_3	0,20
	d_4	0,20
K	k_1	0,30
	k_2	0,25
	k_3	0,20
	k_4	0,25
S	s_1	0,30
	s_2	0,30
	s_3	0,20
	s_4	0,20

Aşama 1.4: Problemde kullanılacak alternatifler belirlenir.

Alternatif olarak Türkiye'nin yedi bölgesinden her birini temsilen birer tane olmak üzere toplam yedi bina olarak belirlenmiştir. Böylece, ülke genelindeki bölgesel çeşitliliğin karar sürecine yansıtılması hedeflenmiştir. Belirlenen her bir bina

alternatifi, uygulamada tanımlanan alt kriterler doğrultusunda kendi özel nitelikleri ile ifade edilmiştir. Böylece her bir bina, doğru tasarım, kaliteli malzeme ve uygulama ile sismik güçlendirme ve koruma önlemleri olmak üzere üç temel ana kriterin altında yer alan alt kriterlerin bir kombinasyonuna göre tanımlanmıştır.

Alternatif binalar kümesi;

$$\mathcal{B} = \{\widetilde{\mathcal{B}_1}, \widetilde{\mathcal{B}_2}, \widetilde{\mathcal{B}_3}, \widetilde{\mathcal{B}_4}, \widetilde{\mathcal{B}_5}, \widetilde{\mathcal{B}_6}, \widetilde{\mathcal{B}_7}\}$$

olsun.

Binaları

$\widetilde{\mathcal{B}_1} = (d_2 d_4)(k_1 k_4)(s_3)$, $\widetilde{\mathcal{B}_2} = (d_2)(k_2 k_4)(s_1 s_2)$, $\widetilde{\mathcal{B}_3} = (d_1 d_3 d_4)(k_1)(s_2 s_3)$

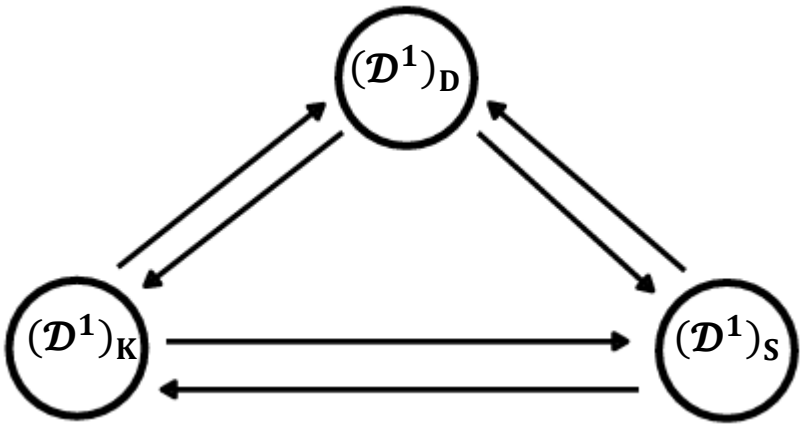
$\widetilde{\mathcal{B}_4} = (d_2 d_3 d_4)(k_1 k_2 k_4)(s_1 s_4)$, $\widetilde{\mathcal{B}_5} = (d_3)(k_2)(s_2 s_3)$, $\widetilde{\mathcal{B}_6} = (d_1 d_3)(k_3)(s_2)$

$\widetilde{\mathcal{B}_7} = (d_1 d_4)(k_2 k_4)(s_3 s_4)$

şeklinde tanımlayalım.

2.Adım: İlgili kriterlerin arasında uzmanlarla birlikte ikili karşılaştırma matrisleri oluşturulur.

Aşama 2.1: Uzmanlardan alınan bilgilerle her bir uzman için D, K ve S kriterleri düğümlerde olacak şekilde her bir uzman için bir graf yapısı oluşturuldu. $\widehat{u_1}$ ve $\widehat{u_2}$ uzmanları için oluşturulan grafları Şekil 4.5 ve Şekil 4.6 da verildi.



Şekil 4.5 $\widehat{u_1}$ uzmanının grafının düğümleri

Burada,

$$(\mathcal{D}^1)_{\mathrm{D}} = \{< \{\widetilde{\mathcal{B}_1}, \dots, \widetilde{\mathcal{B}_7}\}, \{\widetilde{\mathcal{B}_1}, \widetilde{\mathcal{B}_3}, \widetilde{\mathcal{B}_4}\}[0.80, 1], \{\widetilde{\mathcal{B}_2}\}[0.55, 0.58],$$

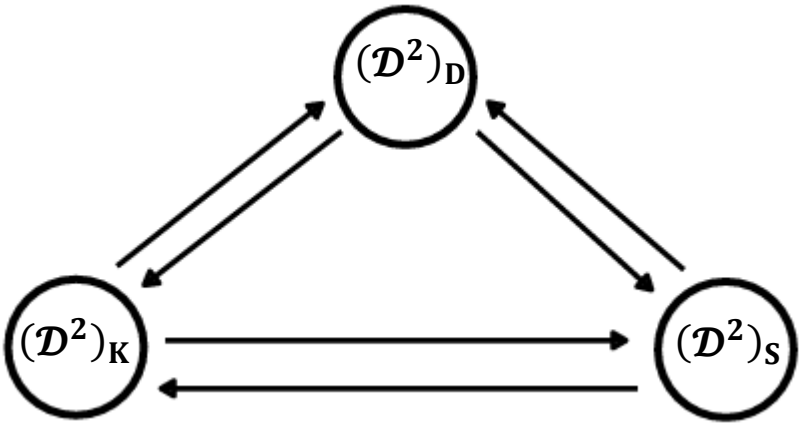
$$\{\widetilde{\mathcal{B}_5}\}[0.30\ \ 0.40], \{\widetilde{\mathcal{B}_6}, \widetilde{\mathcal{B}_7}\}[0,0.15] >\}$$

$$(\mathcal{D}^1)_{\mathrm{K}} = \{< \{\widetilde{\mathcal{B}_1}, \dots, \widetilde{\mathcal{B}_7}\}, \{\widetilde{\mathcal{B}_2}, \widetilde{\mathcal{B}_4}\}[0.70, 0.90], \{\widetilde{\mathcal{B}_1}, \widetilde{\mathcal{B}_3}\}[0.50, 0.65],$$

$$\{\widetilde{\mathcal{B}_5}\}[0.20, 0.32\ ], \{\widetilde{\mathcal{B}_6}, \widetilde{\mathcal{B}_7}\}[0.05,0.10\ ] >\}$$

$$(\mathcal{D}^1)_{\mathrm{S}} = \{< \{\widetilde{\mathcal{B}_1}, \dots, \widetilde{\mathcal{B}_7}\}, \{\widetilde{\mathcal{B}_2}, \widetilde{\mathcal{B}_4}\}[\ 0.75,1], \{\widetilde{\mathcal{B}_1}, \widetilde{\mathcal{B}_3}, \widetilde{\mathcal{B}_5}\}[0.45,0.55],$$

$$\{\widetilde{\mathcal{B}_7}\}[0.22, 0.35], \{\widetilde{\mathcal{B}_6}\}[0, 0.20] >\}$$



Şekil 4.6 $\widehat{\mathcal{U}_2}$ uzmanının grafının düğümleri

Burada,

$$(\mathcal{D}^2)_{\mathrm{D}} = \{< \{\widetilde{\mathcal{B}_1}, \dots, \widetilde{\mathcal{B}_7}\ \}, \{\widetilde{\mathcal{B}_2}, \widetilde{\mathcal{B}_5}\}[0.88,0.94], \{\widetilde{\mathcal{B}_4}, \widetilde{\mathcal{B}_7}\ \}[0.42,0.60],$$

$$\{\widetilde{\mathcal{B}_1}, \widetilde{\mathcal{B}_6}\ \}[0.68,0.73], \{\widetilde{\mathcal{B}_3}\}[0.10,0.30] >\}$$

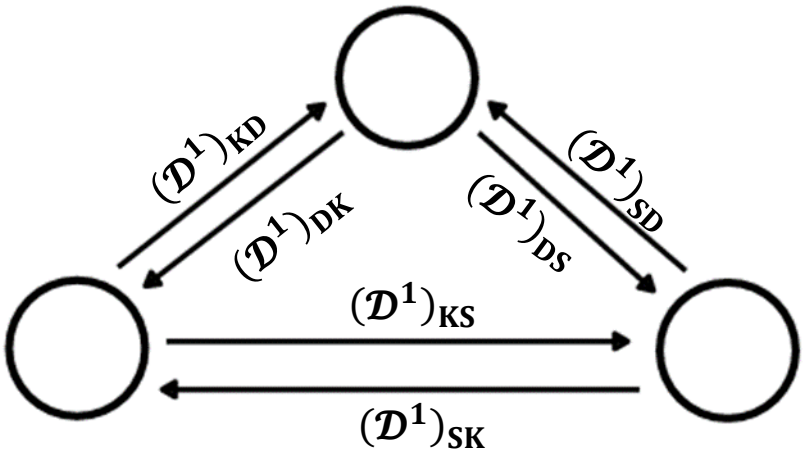
$$(\mathcal{D}^2)_{\mathrm{K}} = \{< \{\widetilde{\mathcal{B}_1}, \dots, \widetilde{\mathcal{B}_7}\ \}, \{\widetilde{\mathcal{B}_1}, \widetilde{\mathcal{B}_2}, \widetilde{\mathcal{B}_5}\ \}[0.78,0.85], \{\widetilde{\mathcal{B}_4}, \widetilde{\mathcal{B}_7}\ \}[0.48,0.55],$$

$$\{\widetilde{\mathcal{B}_6}\ \}[0.60,0.66], \{\widetilde{\mathcal{B}_3}\}[0.05,0.25] >\}$$

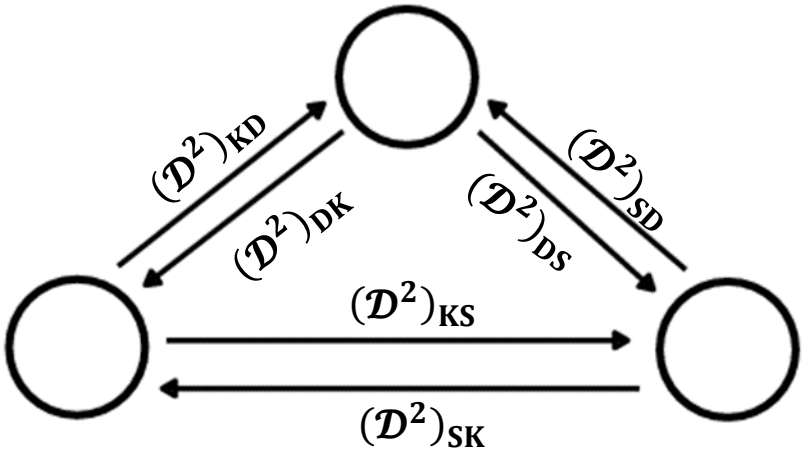
$$(\mathcal{D}^2)_{\mathrm{S}} = \{< \{\widetilde{\mathcal{B}_1}, \dots, \widetilde{\mathcal{B}_7}\ \}, \{\widetilde{\mathcal{B}_2}, \widetilde{\mathcal{B}_5}\}[0.81,0.84], \{\widetilde{\mathcal{B}_4}, \widetilde{\mathcal{B}_7}\}[0.44, 0.53],$$

$$\{\widetilde{\mathcal{B}_6}\}[0.58,0.64], \{\widetilde{\mathcal{B}_1}, \widetilde{\mathcal{B}_3}\}[0,0.20] >\}$$

Aşama 2.2: Uzmanlara ait yolları temsil eden graflar, Şekil 4.7 ve Şekil 4.8 de verildi.



Şekil 4.7 $\widehat{\mathcal{U}_1}$ uzmanının grafının yolları



Şekil 4.8 $\widehat{\mathcal{U}_2}$ uzmanının grafının yolları

Aşama 2.2: Uzman graflarının yolları Tanım 4.1.1 deki AGKDNBG dayalı ANP yönteminin Aşama 2.3 deki formüller kullanılarak belirlenir.

Şekil 4.7 deki $\widehat{\mathcal{U}_1}$ uzmanının $(\mathcal{D}^1)_{\mathrm{DK}}$ yolu

$\left(\{\widetilde{\mathcal{B}_1}, \dots, \widetilde{\mathcal{B}_7}\} \cap \{\widetilde{\mathcal{B}_1}, \dots, \widetilde{\mathcal{B}_7}\}\right) = \{\widetilde{\mathcal{B}_1}, \dots, \widetilde{\mathcal{B}_7}\}$ ancak

$$\widetilde{\mathcal{B}_1} = (d_2 d_4)(k_1 k_4)(s_3) = \sum \mathcal{W}_{d_i} = 0.35 + 0.20 = 0.55 \geq 0.50$$

$$\widetilde{\mathcal{B}_3} = (d_1 d_3 d_4)(k_1)(s_2 s_3) = \sum \mathcal{W}_{d_i} = 0.25 + 0.20 + 0.20 = 0.65 \geq 0.50$$

$$\widetilde{\mathcal{B}_4} = (d_2 d_3 d_4)(k_1 k_2 k_4)(s_1 s_4) = \sum \mathcal{W}_{d_i} = 0.35 + 0.20 + 0.20 = 0.75 \geq 0.50$$

olduğundan $\left(\widehat{\mathcal{D}}^1{}_{DK}\right) = \{\widetilde{\mathcal{B}_1}, \widetilde{\mathcal{B}_3}, \widetilde{\mathcal{B}_4}\}$ olur.

$$\left(\{\widetilde{\mathcal{B}_1}, \widetilde{\mathcal{B}_3}, \widetilde{\mathcal{B}_4}\} \cap \{\widetilde{\mathcal{B}_2}, \widetilde{\mathcal{B}_4}\}\right) = \{\widetilde{\mathcal{B}_4}\}$$

$$\widetilde{\mathcal{B}_4} = (d_2 d_3 d_4)(k_1 k_2 k_4)(s_1 s_4) = \sum \mathcal{W}_{d_i} = 0.35 + 0.20 + 0.20 = 0.75 \geq 0.50$$

olduğundan $\left(\widehat{\mathcal{D}}^1{}_{DK}\right)_{\mathrm{T}} = \{\widetilde{\mathcal{B}_4}\}$ olur.

$\left(\{\widetilde{\mathcal{B}_2}\} \cup \{\widetilde{\mathcal{B}_1}, \widetilde{\mathcal{B}_3}\}\right) = \{\widetilde{\mathcal{B}_1}, \widetilde{\mathcal{B}_2}, \widetilde{\mathcal{B}_3}\}$ ancak

$$\widetilde{\mathcal{B}_1} = (d_2 d_4)(k_1 k_4)(s_3) = \sum \mathcal{W}_{d_i} = 0.35 + 0.20 = 0.55 \geq 0.50$$

$$\widetilde{\mathcal{B}_3} = (d_1 d_3 d_4)(k_1)(s_2 s_3) = \sum \mathcal{W}_{d_i} = 0.25 + 0.20 + 0.20 = 0.65 \geq 0.50$$

olduğundan $\left(\widehat{\mathcal{D}}^1{}_{DK}\right)_{\mathrm{U}} = \{\widetilde{\mathcal{B}_1}, \widetilde{\mathcal{B}_3}\}$ olur.

$\left(\{\widetilde{\mathcal{B}_5}\} \cup \{\widetilde{\mathcal{B}_5}\}\right) = \{\widetilde{\mathcal{B}_5}\}$ ancak

$$\widetilde{\mathcal{B}_5} = (d_3)(k_2)(s_2 s_3) = \sum \mathcal{W}_{d_i} = 0.20 < 0.50$$

olduğundan $\left(\widehat{\mathcal{D}}^1{}_{DK}\right)_{\mathrm{C}} = \emptyset$ olur.

$\left(\{\widetilde{\mathcal{B}_6}, \widetilde{\mathcal{B}_7}\} \cup \{\widetilde{\mathcal{B}_6}, \widetilde{\mathcal{B}_7}\}\right) = \{\widetilde{\mathcal{B}_6}, \widetilde{\mathcal{B}_7}\}$ ancak

$$\widetilde{\mathcal{B}_6} = (d_1 d_3)(k_3)(s_2) = \sum \mathcal{W}_{d_i} = 0.25 + 0.20 = 0.45 < 0.50$$

$$\widetilde{\mathcal{B}_7} = (d_1 d_4)(k_2 k_4)(s_3 s_4) = \sum \mathcal{W}_{d_i} = 0.25 + 0.20 = 0.45 < 0.50$$

olduğundan $\left(\widehat{\mathcal{D}}^1{}_{DK}\right)_{\mathrm{F}} = \emptyset$

ve

$$T_{DK}{}^{L} = \begin{cases} 0.80 \times \frac{S(\{\widetilde{\mathcal{B}_4}\})}{S(\{\widetilde{\mathcal{B}_1},\widetilde{\mathcal{B}_3},\widetilde{\mathcal{B}_4}\})}, & 0.80 \times \frac{S(\{\widetilde{\mathcal{B}_4}\})}{S(\{\widetilde{\mathcal{B}_1},\widetilde{\mathcal{B}_3},\widetilde{\mathcal{B}_4}\})} \leq \min\{0.80, .070\} \\ \min\{0.80, .070\}, & 0.80 \times \frac{S(\{\widetilde{\mathcal{B}_4}\})}{S(\{\widetilde{\mathcal{B}_1},\widetilde{\mathcal{B}_3},\widetilde{\mathcal{B}_4}\})} > \min\{0.80, .070\} \end{cases}$$

$$= 0.26$$

$$T_{DK}{}^{U} = \begin{cases} 1 \times \frac{S(\{\widetilde{\mathcal{B}_4}\})}{S(\{\widetilde{\mathcal{B}_1},\widetilde{\mathcal{B}_3},\widetilde{\mathcal{B}_4}\})}, & 1 \times \frac{S(\{\widetilde{\mathcal{B}_4}\})}{S(\{\widetilde{\mathcal{B}_1},\widetilde{\mathcal{B}_3},\widetilde{\mathcal{B}_4}\})} \leq \min\{1, 0.90\} \\ \min\{1, 0.90\}, & 1 \times \frac{S(\{\widetilde{\mathcal{B}_4}\})}{S(\{\widetilde{\mathcal{B}_1},\widetilde{\mathcal{B}_3},\widetilde{\mathcal{B}_4}\})} > \min\{1, 0.90\} \end{cases}$$

$$= 0.3$$

$$U_{DK}{}^{L} = \begin{cases} 0.55 \times \frac{S(\{\widetilde{\mathcal{B}_1},\widetilde{\mathcal{B}_3}\})}{S(\{\widetilde{\mathcal{B}_2}\})}, & 0.55 \times \frac{S(\{\widetilde{\mathcal{B}_1},\widetilde{\mathcal{B}_3}\})}{S(\{\widetilde{\mathcal{B}_2}\})} \geq \max\{0.55, 0.50\} \\ \max\{0.55, 0.50\}, & 0.55 \times \frac{S(\{\widetilde{\mathcal{B}_1},\widetilde{\mathcal{B}_3}\})}{S(\{\widetilde{\mathcal{B}_2}\})} < \max\{0.55, 0.50\} \end{cases}$$

$$= 0.55$$

$$U_{DK}{}^{U} = \begin{cases} 0.58 \times \frac{S(\{\widetilde{\mathcal{B}_1},\widetilde{\mathcal{B}_3}\})}{S(\{\widetilde{\mathcal{B}_2}\})}, & 0.58 \times \frac{S(\{\widetilde{\mathcal{B}_1},\widetilde{\mathcal{B}_3}\})}{S(\{\widetilde{\mathcal{B}_2}\})} \geq \max\{0.58, 0.65\} \\ \max\{0.58, 0.65\}, & 0.58 \times \frac{S(\{\widetilde{\mathcal{B}_1},\widetilde{\mathcal{B}_3}\})}{S(\{\widetilde{\mathcal{B}_2}\})} < \max\{0.58, 0.65\} \end{cases}$$

$$= 0.65$$

$$C_{DK}{}^{L} = \begin{cases} 0.30 \times \frac{S(\emptyset)}{S(\{\widetilde{\mathcal{B}_5}\})}, & 0.30 \times \frac{S(\emptyset)}{S(\{\widetilde{\mathcal{B}_5}\})} \geq \max\{0.30, 0.20\} \\ \max\{0.30, 0.20\}, & 0.30 \times \frac{S(\emptyset)}{S(\{\widetilde{\mathcal{B}_5}\})} < \max\{0.30, 0.20 \end{cases}$$

$$= 0.30$$

$$C_{DK}{}^{U} = \begin{cases} 0.40 \times \frac{S(\emptyset)}{S(\{\widetilde{\mathcal{B}_5}\})}, & 0.40 \times \frac{S(\emptyset)}{S(\{\widetilde{\mathcal{B}_5}\})} \geq \max\{0.40, 0.32\} \\ \max\{0.40, 0.32\}, & 0.40 \times \frac{S(\emptyset)}{S(\{\widetilde{\mathcal{B}_5}\})} < \max\{0.40, 0.32\} \end{cases}$$

$$= 0.40$$

$$F_{DK}{}^{L} = \begin{cases} 0 \times \frac{S(\emptyset)}{S(\{\widetilde{\mathcal{B}_6},\widetilde{\mathcal{B}_7}\})}, & 0 \times \frac{S(\emptyset)}{S(\{\widetilde{\mathcal{B}_6},\widetilde{\mathcal{B}_7}\})} \geq \max\{0, 0.05\} \\ \max\{0, 0.05\}, & 0 \times \frac{S(\emptyset)}{S(\{\widetilde{\mathcal{B}_6},\widetilde{\mathcal{B}_7}\})} < \max\{0, 0.05\} \end{cases}$$

$= 0.05$

$$\mathrm{F}_{DK}{}^{\mathrm{U}} = \begin{cases} 0.15 \times \frac{\mathrm{S}(\emptyset)}{\mathrm{S}(\{\widetilde{\mathcal{B}_6}, \widetilde{\mathcal{B}_7}\})}, & 0.15 \times \frac{\mathrm{S}(\emptyset)}{\mathrm{S}(\{\widetilde{\mathcal{B}_6}, \widetilde{\mathcal{B}_7}\})} \geq \max\{0.15, 0.10\} \\ \max\{0.15, 0.10\}, & 0.15 \times \frac{\mathrm{S}(\emptyset)}{\mathrm{S}(\{\widetilde{\mathcal{B}_6}, \widetilde{\mathcal{B}_7}\})} < \max\{0.15, 0.10\} \end{cases}$$

$= 0.15$

olduğundan $(\mathcal{D}^1)_{\mathrm{DK}}$ yolunu ifade eden AGKDNBS

$$(\mathcal{D}^1)_{\mathrm{DK}} = \{< \{\widetilde{\mathcal{B}_1}, \widetilde{\mathcal{B}_3}, \widetilde{\mathcal{B}_4}\}, \{\widetilde{\mathcal{B}_4}\}[0.26, 0.3], \{\widetilde{\mathcal{B}_1}, \widetilde{\mathcal{B}_3}\}[0.55, 0.65],$$

$$\emptyset[0.30, 0.40], \emptyset[0.05, 0.15] >\}$$

olarak bulunur.

Şekil 4.7 deki $\widehat{\mathcal{U}_1}$ uzmanının $(\mathcal{D}^1)_{\mathrm{KD}}$ yolu

$(\{\widetilde{\mathcal{B}_1}, \dots, \widetilde{\mathcal{B}_7}\} \cap \{\widetilde{\mathcal{B}_1}, \dots, \widetilde{\mathcal{B}_7}\}) = \{\widetilde{\mathcal{B}_1}, \dots, \widetilde{\mathcal{B}_7}\}$ ancak

$$\widetilde{\mathcal{B}_1} = (d_2 d_4)(k_1 k_4)(s_3) = \sum \mathcal{W}_{k_i} = 0.30 + 0.25 = 0.55 \geq 0.50$$

$$\widetilde{\mathcal{B}_2} = (d_2)(k_2 k_4)(s_1 s_2) = \sum \mathcal{W}_{k_i} = 0.25 + 0.25 = 0.50 \geq 0.50$$

$$\widetilde{\mathcal{B}_4} = (d_2 d_3 d_4)(k_1 k_2 k_4)(s_1 s_4) = \sum \mathcal{W}_{k_i} = 0.30 + 0.25 + 0.25 = 0.80 \geq 0.50$$

$$\widetilde{\mathcal{B}_7} = (d_1 d_4)(k_2 k_4)(s_3 s_4) = \sum \mathcal{W}_{k_i} = 0.25 + 0.25 = 0.50 \geq 0.50$$

olduğundan $(\widehat{\mathcal{D}}^1{}_{KD}) = \{\widetilde{\mathcal{B}_1}, \widetilde{\mathcal{B}_2}, \widetilde{\mathcal{B}_4}, \widetilde{\mathcal{B}_7}\}$ olur.

$$(\{\widetilde{\mathcal{B}_2}, \widetilde{\mathcal{B}_4}\} \cap \{\widetilde{\mathcal{B}_1}, \widetilde{\mathcal{B}_3}, \widetilde{\mathcal{B}_4}\}) = \{\widetilde{\mathcal{B}_4}\}$$

$$\widetilde{\mathcal{B}_4} = (d_2 d_3 d_4)(k_1 k_2 k_4)(s_1 s_4) = \sum \mathcal{W}_{k_i} = 0.30 + 0.25 + 0.25 = 0.80 \geq 0.50$$

olduğundan $(\widehat{\mathcal{D}}^1{}_{KD})_{\mathrm{T}} = \{\widetilde{\mathcal{B}_4}\}$ olur.

$(\{\widetilde{\mathcal{B}_1}, \widetilde{\mathcal{B}_3}\} \cup \{\widetilde{\mathcal{B}_2}\}) = \{\widetilde{\mathcal{B}_1}, \widetilde{\mathcal{B}_2}, \widetilde{\mathcal{B}_3}\}$ ancak

$$\widetilde{\mathcal{B}_1} = (d_2 d_4)(k_1 k_4)(s_3) = \sum \mathcal{W}_{k_i} = 0.30 + 0.25 = 0.55 \geq 0.50$$

$$\widetilde{\mathcal{B}_2} = (d_2)(k_2 k_4)(s_1 s_2) = \sum \mathcal{W}_{k_i} = 0.25 + 0.25 = 0.50 \geq 0.50$$

olduğundan $\left(\widehat{\mathcal{D}}^1{}_{KD}\right)_{\mathrm{U}} = \{\widetilde{\mathcal{B}_1}, \widetilde{\mathcal{B}_2}\}$ olur.

$\left(\{\widetilde{\mathcal{B}_5}\} \cup \{\widetilde{\mathcal{B}_5}\}\right) = \{\widetilde{\mathcal{B}_5}\}$ ancak

$$\widetilde{\mathcal{B}_5} = (d_3)(k_2)(s_2 s_3) = \sum \mathcal{W}_{k_i} = 0.25 < 0.50$$

olduğundan $\left(\widehat{\mathcal{D}}^1{}_{KD}\right)_{\mathrm{C}} = \emptyset$ olur.

$\left(\{\widetilde{\mathcal{B}_6}, \widetilde{\mathcal{B}_7}\} \cup \{\widetilde{\mathcal{B}_6}, \widetilde{\mathcal{B}_7}\}\right) = \{\widetilde{\mathcal{B}_6}, \widetilde{\mathcal{B}_7}\}$ ancak

$$\widetilde{\mathcal{B}_6} = (d_1 d_3)(k_3)(s_2) = \sum \mathcal{W}_{k_i} = 0.20 = 0.45 < 0.50$$

$$\widetilde{\mathcal{B}_7} = (d_1 d_4)(k_2 k_4)(s_3 s_4) = \sum \mathcal{W}_{k_i} = 0.25 + 0.25 = 0.50 \geq 0.50$$

olduğundan $\left(\widehat{\mathcal{D}}^1{}_{KD}\right)_{\mathrm{F}} = \{\widetilde{\mathcal{B}_7}\}$ olur.

$$\mathrm{T}_{KD}{}^{L} = \begin{cases} 0.70 \times \frac{\mathrm{S}(\{\widetilde{\mathcal{B}_4}\})}{\mathrm{S}(\{\widetilde{\mathcal{B}_2}, \widetilde{\mathcal{B}_4}\})}, & 0.70 \times \frac{\mathrm{S}(\{\widetilde{\mathcal{B}_4}\})}{\mathrm{S}(\{\widetilde{\mathcal{B}_2}, \widetilde{\mathcal{B}_4}\})} \leq \min\{0.80, .070\} \\ \min\{0.80, .070\}, & 0.70 \times \frac{\mathrm{S}(\{\widetilde{\mathcal{B}_4}\})}{\mathrm{S}(\{\widetilde{\mathcal{B}_2}, \widetilde{\mathcal{B}_4}\})} > \min\{0.80, .070\} \end{cases}$$

$$= 0.35$$

$$\mathrm{T}_{KD}{}^{\mathrm{U}} = \begin{cases} 0.90 \times \frac{\mathrm{S}(\{\widetilde{\mathcal{B}_4}\})}{\mathrm{S}(\{\widetilde{\mathcal{B}_2}, \widetilde{\mathcal{B}_4}\})}, & 0.90 \times \frac{\mathrm{S}(\{\widetilde{\mathcal{B}_4}\})}{\mathrm{S}(\{\widetilde{\mathcal{B}_2}, \widetilde{\mathcal{B}_4}\})} \leq \min\{1, 0.90\} \\ \min\{1, 0.90\}, & 0.90 \times \frac{\mathrm{S}(\{\widetilde{\mathcal{B}_4}\})}{\mathrm{S}(\{\widetilde{\mathcal{B}_2}, \widetilde{\mathcal{B}_4}\})} > \min\{1, 0.90\} \end{cases}$$

$$= 0.45$$

$$\mathrm{U}_{KD}{}^{\mathrm{L}} = \begin{cases} 0.50 \times \frac{\mathrm{S}(\{\widetilde{\mathcal{B}_1}, \widetilde{\mathcal{B}_2}\})}{\mathrm{S}(\{\widetilde{\mathcal{B}_1}, \widetilde{\mathcal{B}_3}\})}, & 0.50 \times \frac{\mathrm{S}(\{\widetilde{\mathcal{B}_1}, \widetilde{\mathcal{B}_2}\})}{\mathrm{S}(\{\widetilde{\mathcal{B}_1}, \widetilde{\mathcal{B}_3}\})} \geq \max\{0.55, 0.50\} \\ \max\{0.55, 0.50\}, & 0.50 \times \frac{\mathrm{S}(\{\widetilde{\mathcal{B}_1}, \widetilde{\mathcal{B}_2}\})}{\mathrm{S}(\{\widetilde{\mathcal{B}_1}, \widetilde{\mathcal{B}_3}\})} < \max\{0.55, 0.50\} \end{cases}$$

$$= 0.55$$

$$\mathrm{U}_{KD}{}^{\mathrm{U}} = \begin{cases} 0.65 \times \frac{\mathrm{S}(\{\widetilde{\mathcal{B}_1},\widetilde{\mathcal{B}_2}\})}{\mathrm{S}(\{\widetilde{\mathcal{B}_1},\widetilde{\mathcal{B}_3}\})}, & 0.65 \times \frac{\mathrm{S}(\{\widetilde{\mathcal{B}_1},\widetilde{\mathcal{B}_2}\})}{\mathrm{S}(\{\widetilde{\mathcal{B}_1},\widetilde{\mathcal{B}_3}\})} \geq \max\{0.58,0.65\} \\ \max\{0.58,0.65\}, & 0.65 \times \frac{\mathrm{S}(\{\widetilde{\mathcal{B}_1},\widetilde{\mathcal{B}_2}\})}{\mathrm{S}(\{\widetilde{\mathcal{B}_1},\widetilde{\mathcal{B}_3}\})} < \max\{0.58,0.65\} \end{cases}$$

$$= 0.65$$

$$\mathrm{C}_{KD}{}^{\mathrm{L}} = \begin{cases} 0.20 \times \frac{\mathrm{S}(\emptyset)}{\mathrm{S}(\{\widetilde{\mathcal{B}_5}\})}, & 0.20 \times \frac{\mathrm{S}(\emptyset)}{\mathrm{S}(\{\widetilde{\mathcal{B}_5}\})} \geq \max\{0.30,0.20\} \\ \max\{0.30,0.20\}, & 0.20 \times \frac{\mathrm{S}(\emptyset)}{\mathrm{S}(\{\widetilde{\mathcal{B}_5}\})} < \max\{0.30,0.20 \end{cases}$$

$$= 0.30$$

$$\mathrm{C}_{KD}{}^{\mathrm{U}} = \begin{cases} 0.32 \times \frac{\mathrm{S}(\emptyset)}{\mathrm{S}(\{\widetilde{\mathcal{B}_5}\})}, & 0.32 \times \frac{\mathrm{S}(\emptyset)}{\mathrm{S}(\{\widetilde{\mathcal{B}_5}\})} \geq \max\{0.40,0.32\} \\ \max\{0.40,0.32\}, & 0.32 \times \frac{\mathrm{S}(\emptyset)}{\mathrm{S}(\{\widetilde{\mathcal{B}_5}\})} < \max\{0.40,0.32\} \end{cases}$$

$$= 0.40$$

$$\mathrm{F}_{KD}{}^{\mathrm{L}} = \begin{cases} 0 \times \frac{\mathrm{S}(\emptyset)}{\mathrm{S}(\{\widetilde{\mathcal{B}_6},\widetilde{\mathcal{B}_7}\})}, & 0 \times \frac{\mathrm{S}(\emptyset)}{\mathrm{S}(\{\widetilde{\mathcal{B}_6},\widetilde{\mathcal{B}_7}\})} \geq \max\{0,0.05\} \\ \max\{0,0.05\}, & 0 \times \frac{\mathrm{S}(\emptyset)}{\mathrm{S}(\{\widetilde{\mathcal{B}_6},\widetilde{\mathcal{B}_7}\})} < \max\{0,0.05\} \end{cases}$$

$$= 0.05$$

$$\mathrm{F}_{KD}{}^{\mathrm{U}} = \begin{cases} 0.10 \times \frac{\mathrm{S}(\emptyset)}{\mathrm{S}(\{\widetilde{\mathcal{B}_6},\widetilde{\mathcal{B}_7}\})}, & 0.10 \times \frac{\mathrm{S}(\emptyset)}{\mathrm{S}(\{\widetilde{\mathcal{B}_6},\widetilde{\mathcal{B}_7}\})} \geq max\{0.15,0.10\} \\ \max\{0.15,0.10\}, & 0.10 \times \frac{\mathrm{S}(\emptyset)}{\mathrm{S}(\{\widetilde{\mathcal{B}_6},\widetilde{\mathcal{B}_7}\})} < max\{0.15,0.10\} \end{cases}$$

$$= 0.15$$

olduğundan $(\mathcal{D}^1)_{\mathrm{DK}}$ yolunu ifade eden AGKDNBS

$$(\mathcal{D}^1)_{\mathrm{KD}} = \{< \{\widetilde{\mathcal{B}_1}, \widetilde{\mathcal{B}_2}, \widetilde{\mathcal{B}_4}, \widetilde{\mathcal{B}_7}\}, \{\widetilde{\mathcal{B}_4}\}[0.35,0.45], \{\widetilde{\mathcal{B}_1}, \widetilde{\mathcal{B}_2}\}[0.55,0.65],$$

$$\emptyset[0.30,0.40], \{\widetilde{\mathcal{B}_7}\}[0.05,0.15] >\}$$

olarak bulunur. Benzer şekilde diğer yollarda

$$(\mathcal{D}^1)_{\mathrm{DS}} = \{< \{\widetilde{\mathcal{B}_1}, \widetilde{\mathcal{B}_3}, \widetilde{\mathcal{B}_4}\}, \{\widetilde{\mathcal{B}_4}\}[0.26,0.3], \{\widetilde{\mathcal{B}_1}, \widetilde{\mathcal{B}_3}\}[0.55,0.58],$$

$$\emptyset[0.30,0.4], \emptyset[0,0.20] >\}$$

$$(\mathcal{D}^1)_{\mathrm{SD}} = \{< \{\widetilde{\mathcal{B}_2}, \widetilde{\mathcal{B}_3}, \widetilde{\mathcal{B}_4}, \widetilde{\mathcal{B}_5}\}, \{\widetilde{\mathcal{B}_2}, \widetilde{\mathcal{B}_3}, \widetilde{\mathcal{B}_4}\}[0.75,1], \{\widetilde{\mathcal{B}_2}, \widetilde{\mathcal{B}_3}, \widetilde{\mathcal{B}_5}\}[0.56,0.58],$$

$$\{\widetilde{\mathcal{B}_5}\}[0.30,0.40], \emptyset[0,0.20] >\}$$

$$(\mathcal{D}^1)_{\mathrm{KS}} = \{< \{\widetilde{\mathcal{B}_1}, \widetilde{\mathcal{B}_2}, \widetilde{\mathcal{B}_4}, \widetilde{\mathcal{B}_7}\}, \{\widetilde{\mathcal{B}_2}, \widetilde{\mathcal{B}_4}\}[0.7,0.9], \{\widetilde{\mathcal{B}_1}\}[0.50,0.66],$$

$$\{\widetilde{\mathcal{B}_7}\}[0.22,0.35], \{\widetilde{\mathcal{B}_7}\}[0.05,0.20] >\}$$

$$(\mathcal{D}^1)_{\mathrm{SK}} = \{< \{\widetilde{\mathcal{B}_2}, \widetilde{\mathcal{B}_3}, \widetilde{\mathcal{B}_4}, \widetilde{\mathcal{B}_5}\}, \{\widetilde{\mathcal{B}_2}, \widetilde{\mathcal{B}_4}\}[0.7,0.9], \{\widetilde{\mathcal{B}_3}, \widetilde{\mathcal{B}_5}\}[0.50,0.66],$$

$$\{\widetilde{\mathcal{B}_5}\}[0.22,0.35], \emptyset[0.05,0.20] >\}$$

şeklinde belirlenir.

$\widehat{\mathcal{U}_2}$ uzmanının yolları

$$(\mathcal{D}^2)_{\mathrm{DK}} = \{< \{\widetilde{\mathcal{B}_1}, \widetilde{\mathcal{B}_3}, \widetilde{\mathcal{B}_4}\}, \emptyset[0,0], \{\widetilde{\mathcal{B}_4}\}[0.48,0.60],$$

$$\{\widetilde{\mathcal{B}_1}\}[0.68,0.73], \{\widetilde{\mathcal{B}_3}\}[0.1,0.3] >\}$$

$$(\mathcal{D}^2)_{\mathrm{KD}} = \{< \{\widetilde{\mathcal{B}_1}, \widetilde{\mathcal{B}_2}, \widetilde{\mathcal{B}_4}, \widetilde{\mathcal{B}_7}\}, \{\widetilde{\mathcal{B}_2}\}[0.26,0.28], \{\widetilde{\mathcal{B}_4}, \widetilde{\mathcal{B}_7}\}[0.48,0.60],$$

$$\{\widetilde{\mathcal{B}_1}\}[0.68,0.73], [0.1,0.3] >\}$$

$$(\mathcal{D}^2)_{\mathrm{DS}} = \{< \{\widetilde{\mathcal{B}_1}, \widetilde{\mathcal{B}_3}, \widetilde{\mathcal{B}_4}\}, \emptyset[0,0], \{\widetilde{\mathcal{B}_4}\}[0.44,0.600],$$

$$\{\widetilde{\mathcal{B}_1}\}[0.68,0.73], \{\widetilde{\mathcal{B}_1}, \widetilde{\mathcal{B}_3}\}[0.1,0.30] >\}$$

$$(\mathcal{D}^2)_{\mathrm{SD}} = \{< \{\widetilde{\mathcal{B}_2}, \widetilde{\mathcal{B}_3}, \widetilde{\mathcal{B}_4}, \widetilde{\mathcal{B}_5}\}, \{\widetilde{\mathcal{B}_2}, \widetilde{\mathcal{B}_5}\}[0.81,0.84], \{\widetilde{\mathcal{B}_4}\}[0.44,0.6],$$

$$\emptyset[0.68,0.73], \{\widetilde{\mathcal{B}_3}\}[0.1,0.30] >\}$$

$$(\mathcal{D}^2)_{\mathrm{KS}} = \{< \{\widetilde{\mathcal{B}_1}, \widetilde{\mathcal{B}_2}, \widetilde{\mathcal{B}_4}, \widetilde{\mathcal{B}_7}\}, \{\widetilde{\mathcal{B}_2}\}[0.26,0.28], \{\widetilde{\mathcal{B}_4}, \widetilde{\mathcal{B}_7}\}[0.48,0.55],$$

$$\emptyset[0.60,0.66], \{\widetilde{\mathcal{B}_1}\}[0.05,0.25] >\}$$

$$(\mathcal{D}^2)_{\mathrm{SK}} = \{< \{\widetilde{\mathcal{B}_2}, \widetilde{\mathcal{B}_3}, \widetilde{\mathcal{B}_4}, \widetilde{\mathcal{B}_5}\}, \{\widetilde{\mathcal{B}_2}, \widetilde{\mathcal{B}_5}\}[0.78,0.84], \{\widetilde{\mathcal{B}_4}\}[0.48,0.55],$$

$$\emptyset[0.6,0.66], \{\widetilde{\mathcal{B}_5}\}[0.05,0.25] >\}$$

olarak belirlenir.

Aşama 2.4: Aşama 2.3 de oluşturulan graflarda yer alan yolları kullanılarak, her bir uzman için bir ikili karşılaştırma matrisi oluşturulur. $\widehat{\mathcal{U}_1}$ ve $\widehat{\mathcal{U}_2}$ uzmanları için oluşturulan ikili karşılaştırma matrisleri sırasıyla Tablo 4.12 ve Tablo 4.13 de verilmiştir.

Tablo 4.12 $\widehat{\mathcal{U}_1}$ uzmanının ikili karşılaştırma matrisi

	D	K	S
D	1	$(\mathcal{D}^1)_{\mathrm{DK}}$	$(\mathcal{D}^1)_{\mathrm{DS}}$
K	$(\mathcal{D}^1)_{\mathrm{KD}}$	1	$(\mathcal{D}^1)_{KS}$
S	$(\mathcal{D}^1)_{SD}$	$(\mathcal{D}^1)_{SK}$	1

Tablo 4.13 $\widehat{\mathcal{U}_2}$ uzmanının ikili karşılaştırma matrisi

	D	K	S
D	1	$(\mathcal{D}^2)_{\mathrm{DK}}$	$(\mathcal{D}^2)_{\mathrm{DS}}$
K	$(\mathcal{D}^2)_{\mathrm{KD}}$	1	$(\mathcal{D}^2)_{KS}$
S	$(\mathcal{D}^2)_{SD}$	$(\mathcal{D}^2)_{SK}$	1

Aşama 2.5: Farklı uzmanlar tarafından elde edilen iki ayrı ikili karşılaştırma matrisi, AGKDNBK için tanımlanmış olan Tanım 3.1.4 deki ortalama kesişim operatörü kullanılarak birleştirilmiştir. Bu işlem sonucunda, kriterler arasındaki karşılaştırmaları tek bir ikili karşılaştırma matrisi elde edilmiştir. Söz konusu ikili karşılaştırma matrisi Tablo 4.14 de yer almaktadır.

Ayrıca

$$(\mathcal{D})_{11} = 1$$

olarak alınır.

Ortalama kesişim operatörü kullanılarak $(\mathcal{D})_{\mathrm{DK}}$ AGKDNBS

$$(\mathcal{D})_{\mathrm{DK}} = (\mathcal{D}^1)_{\mathrm{DK}} \cap'_O (\mathcal{D}^2)_{\mathrm{DK}}$$

ile hesaplanmaktadır.

Burada,

$$\left(\{\widetilde{\mathcal{B}_1},\widetilde{\mathcal{B}_3},\widetilde{\mathcal{B}_4}\}\cap\{\widetilde{\mathcal{B}_1},\widetilde{\mathcal{B}_3},\widetilde{\mathcal{B}_4}\}\right)=\{\widetilde{\mathcal{B}_1},\widetilde{\mathcal{B}_3},\widetilde{\mathcal{B}_4}\},$$

$$\left(\{\widetilde{\mathcal{B}_4}\}\cap\emptyset\right)=\{\widetilde{\mathcal{B}_4}\},$$

$$\left(\{\widetilde{\mathcal{B}_1},\widetilde{\mathcal{B}_3}\}\cap\{\widetilde{\mathcal{B}_4}\}\right)=\emptyset,$$

$$\left(\emptyset\cap\{\widetilde{\mathcal{B}_1}\}\right)=\emptyset,$$

$$\left(\emptyset\cap\{\widetilde{\mathcal{B}_3}\}\right)=\emptyset$$

$$\frac{0.26+0}{2}=0.13,\frac{0.3+0}{2}=0.15$$
$$\frac{0.55+0.48}{2}=0.51,\frac{0.65+0.60}{2}=0.625$$
$$\frac{0.30+0.68}{2}=0.49,\frac{0.40+0.73}{2}=0.565$$
$$\frac{0.05+0.1}{2}=0.075,\frac{0.15+0.3}{2}=0.225$$

şeklinde bulunur. $(\mathcal{D})_{\mathrm{DK}}$ yolunu ifade eden AGKDNBS

$$(\mathcal{D})_{\mathrm{DK}}=\{<\{\widetilde{\mathcal{B}_1},\widetilde{\mathcal{B}_3},\widetilde{\mathcal{B}_4}\},\emptyset[0.13,0.15],\emptyset[0.51,0.625],$$

$$\emptyset[0.49,0.565],\emptyset[0.075,0.225]>\}$$

olarak bulunur. Benzer şekilde diğer AGKDNBS lar

$$(\mathcal{D})_{\mathrm{KD}}=\{<\{\widetilde{\mathcal{B}_1},\widetilde{\mathcal{B}_2},\widetilde{\mathcal{B}_4},\widetilde{\mathcal{B}_7}\},\emptyset[0.305,0.365],\emptyset[0.515,0.625],$$

$$\emptyset[0.49,0.55],\emptyset[0.075,0.225]>\}$$

$$(\mathcal{D})_{\mathrm{DS}}=\{<\{\widetilde{\mathcal{B}_1},\widetilde{\mathcal{B}_3},\widetilde{\mathcal{B}_4}\},\emptyset[0.13,0.15],\{\widetilde{\mathcal{B}_4}\}[0.495,0.59],$$

$$\emptyset[0.49,0.565],\emptyset[0.05,0.25]>\}$$

$$(\mathcal{D})_{\mathrm{SD}}=\{<\{\widetilde{\mathcal{B}_2},\widetilde{\mathcal{B}_3},\widetilde{\mathcal{B}_4},\widetilde{\mathcal{B}_5}\},\{\widetilde{\mathcal{B}_2}\}[0.78,0.92],\emptyset[0.5,0.59],$$

$$\emptyset[0.49,0.565],\emptyset[0.05,0.25]>\}$$

$$(\mathcal{D})_{\mathrm{KS}} = \{< \{\widetilde{B_1}, \widetilde{B_2}, \widetilde{B_4}, \widetilde{B_7}\}, \{\widetilde{B_2}\}[0.48,0.59], \emptyset[0.49,0.605],$$

$$\emptyset[0.41,0.505], \emptyset[0.05,0.225] >\}$$

$$(\mathcal{D})_{\mathrm{SK}} = \{< \{\widetilde{B_2}, \widetilde{B_3}, \widetilde{B_4}, \widetilde{B_5}\}, \{\widetilde{B_2}\}[0.74,0.87], \emptyset[0.49,0.605],$$

$$\emptyset[0.41,0.505], \emptyset[0.05,0.225] >\}$$

şeklinde bulunur. Elde edilen AGKDNBS lar, ikili karşılaştırma matrisine yerleştirilir ve bu matris Tablo 4.14 de verildi.

Tablo 4.14 Kriterlerin ortalama kesişim operatörü ile elde edilen ikili karşılaştırma matrisi

	D	K	S
D	1	$(\mathcal{D})_{\mathrm{DK}}$	$(\mathcal{D})_{\mathrm{DS}}$
K	$(\mathcal{D})_{\mathrm{KD}}$	1	$(\mathcal{D})_{KS}$
S	$(\mathcal{D})_{SD}$	$(\mathcal{D})_{SK}$	1

Aşama 2.6: Kriterlerin net değer matrisi oluşturulur.

Tanım 3.1.3 de verilen skor fonksiyonu kullanılarak, AGKDNBS lar için net değerler elde edilir.

$(\mathcal{D})_{DK}$ AGKDNBS için skor değeri

$$S((D)_{DK}) = \frac{|0-0-\ 0-0|}{3} + \frac{|0.13-0.51-0.49-0.075|}{3} - \frac{|0.15-0.625-0.565-0.225|}{3} + 1 = 0.893$$

şeklinde hesaplanır. Benzer hesaplamalar diğer AGKDNBS lar için de gerçekleştirilmiş ve elde edilen skor değerleri

$$S((D)_{KD}) = 0.913, S((D)_{DS}) = 0.8916, S((D)_{SD}) = 1.175$$

$$S((D)_{KS}) = 1.1583, S((D)_{SK}) = 1.165$$

şeklinde bulunur. Elde edilen bu skor değerleri kullanılarak net değer matrisi oluşturulmuş olup, söz konusu matris Tablo 4.15 de verilmiştir.

Ayrıca, elde edilen skor değerleri kullanılarak D kriterinin yerel ağırlığı

$$YA(D) = \frac{1}{1 + 0{,}913 + 1{,}175} = 0.323834$$

şeklinde hesaplanır. Benzer şekilde K ve S kriterlerinin yerel ağırlıkları

$$YA(K) = 0.327011, YA(S) = 0.32788$$

şeklinde hesaplanır. Kriterlerin yerel ağırlıklar da Tablo 4.15 de verilmiştir.

Tablo 4.15 Kriterlerin ortalama kesişim operatörü ile elde edilen ikili karşılaştırmalarının net değer matrisi ve yerel ağırlık değerleri

	D	K	S
D	1	0.893	0.8916
K	0.913	1	1.1583
S	1.175	1.165	1
Yerel ağırlık değeri	0.323834	0.327011	0.32788

Aşama 2.7: Kriterlerin yerel ağırlık matrisi oluşturulur.

Tablo 4.15 deki yerel ağırlıklar kullanılarak

$$W_{YA} = \begin{bmatrix} 0.323834 \\ 0.327011 \\ 0.32788 \end{bmatrix}$$

yerel ağırlık matrisi elde edilir.

3. Adım: Tanım 2.12.1 deki Klasik ANP Adım 3 de yer alan CR (tutarlılık oranı) formülleri kullanılarak Tablo 4.15 deki kriterlerin net değer matrisinin tutarlılık oranı hesaplanır.

Öncelikle, matrisin en büyük özdeğeri λ_{max}ve kriter sayısı n

$$\lambda_{max} = 3{,}0858, n = 3$$

olarak alınır. Bu değerler kullanılarak CI (tutarlılık indeksi)

$$CI = \frac{\lambda_{max} - n}{n - 1} = \frac{(3{,}0858 - 3)}{2} = 0{,}043$$

elde edilir. RI (rastsal tutarlılık indeksi) $n = 3$ için $RI = 0{,}58$ olarak alınır.

Böylece CR (tutarlılık oranı)

$$CR = \frac{0{,}043}{0{,}58} = 0{,}074$$

elde edilir. Elde edilen CR değeri $0 \leq 0{,}074 \leq 0{,}1$ aralığında bulunduğundan, net değer matrisi tutarlıdır. Matrisin tutarlı olması, uzmanların yaptığı karşılaştırmaların mantıklı ve birbiriyle uyumlu olduğunu gösterir. Bu durum, elde edilen kriter ağırlıklarının güvenilirliğini artırmakta ve karar sürecinde ulaşılan sonuçların geçerliğiğini ve uygulanabilirbiğini güçlendirir.

4.Adım: Süper matris oluşturmak için öz vektörler hesaplanır.

Aşama 4.1. D, K ve S kriterlerine göre iç bağımlılıkların karşılaştırma matrisleri Tablo 4.16, Tablo 4.17 ve Tablo 4.18 de verilmiştir.

Tablo 4.16 D kriterine göre kriterlerin iç bağımlılıklarının ikili karşılaştırma matrisi

	K	S
K	1	$(\mathcal{D})_{KS}$
S	$(\mathcal{D})_{SK}$	1

Tablo 4.17 K kriterine göre kriterlerin iç bağımlılıklarının ikili karşılaştırma matrisi

	D	S
D	1	$(\mathcal{D})_{\mathrm{DS}}$
S	$(\mathcal{D})_{SD}$	1

Tablo 4.18 S kriterine göre kriterlerin iç bağımlılıklarının ikili karşılaştırma matrisi

	D	K
D	1	$(\mathcal{D})_{\mathrm{DK}}$
K	$(\mathcal{D})_{\mathrm{KD}}$	1

Aşama 4.2. Elde edilen bu matrislerin net değer matrisleri oluşturulur.

Aşama 2.3 e benzer şekilde net değerler ve ağırlıklar hesaplanır. Kriterlere göre iç bağımlılık karşılaştırma net değer matrisleri Tablo 4.19, Tablo 4.20 ve Tablo 4.21 de verilmiştir.

Tablo 4.19 D kriterine göre kriterlerin iç bağımlılıklarının ikili karşılaştırmasının net değer matrisi ve ağırlıkları

	K	S
K	1	1,1583
S	1.165	1
Ağırlık değeri	0.461894	0.463328

Tablo 4.20 K kriterine göre kriterlerin iç bağımlılıklarının ikili karşılaştırmasının net değer matrisi ve ağırlıkları

	D	S
D	1	0.8916
S	1,175	1
Ağırlık değeri	0.45977	0.528653

Tablo 4.21 S kriterine göre kriterlerin iç bağımlılıklarının ikili karşılaştırmasının net değer matrisi ve ağırlıkları

	D	K
D	1	0.893
K	0,913	1
Ağırlık değeri	0.522739	0.528262

Aşama 4.3: Elde edilen ağırlıklar kullanılarak öz vektörler oluşturulur.

D, K ve S kriterlerinin öz vektörleri

$$V_D = \begin{bmatrix} 1{,}000 \\ 0.461894 \\ 0.463328 \end{bmatrix}, V_K = \begin{bmatrix} 0.45977 \\ 1{,}000 \\ 0.528653 \end{bmatrix}, V_S = \begin{bmatrix} 0.522739 \\ 0.528262 \\ 1{,}000 \end{bmatrix}$$

şeklinde bulunur.

5.Adım: Süper matrisi oluşturulur.

Aşama 5.1: Aşama 4.3 de elde edilen öz vektörler kullanılarak Tablo 4.22 deki süper matris oluşturulur.

Tablo 4.22 D, K ve S kriterlerinin süper matrisi

	D	K	S
D	1,000	0.45977	0.522739
K	0.461894	1,000	0.528262
S	0.463328	0.528653	1,000

Aşama 5.2: Süper matris normalleştirilir.

Tablo 4.22 de yer alan matristeki değerler kullanılarak normalleştirilir.

Tablo 4.23 D, K ve S kriterlerinin normalleştirilmiş süper matrisi

	D	K	S
D	0,519421	0,231223	0,25487
K	0,239917	0,502911	0,257563
S	0,240662	0,265865	0,487567

6.Adım: Kriterlerin global ağırlığını hesaplamak için elde edilen yerel ağırlık matrisi ile normalleştirilmiş süper matris çarpılır.

$$\begin{bmatrix} 0{,}519421 & 0{,}231223 & 0{,}25487 \\ 0{,}239917 & 0{,}502911 & 0{,}257563 \\ 0{,}240662 & 0{,}265865 & 0{,}487567 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0.323834 \\ 0.327011 \\ 0.32788 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}327385 \\ 0{,}326600 \\ 0{,}324738 \end{bmatrix}$$

7. Adım: Elde edilen global ağırlıklarla kriterler arasında etki sıralaması yapılır.

Kriterlerin elde edilen ağırlıkları Tablo 4.24 de verilmiştir.

Tablo 4.24 D, K ve S kriterlerinin global ağırlıkları

Kriterler	Global ağırlıklar
D	0,327385
K	0,326600
S	0,324738

Tablo 4.24 de görüleceği üzere depreme dayanıklı yapı inşaasında diğer kriterler üzerinde en büyük büyük etkiye sahip olan kriter 0,327385 ağırlığı ile D kriteri olduğu, bunu 0,326600 ağırlığı ile K kriteri ve 0,324738 ağırlığı ile ise S kriterinin takip etttiği görülmektedir. Ayrıca, kriterlerin iç bağımlılıklarının ana kriterlerin ağrılıklarını (0.323834, 0.327011, 0.32788) den (0,327385, 0,326600, 0,324738) değiştirmiştir. Ana kriterlerin ağırlıklarındaki bu değişiklik karar verme sürecindeki önem sıralamasında belirli bir değişikliğin olduğunu ortaya koymaktadır. Dolayısıyla yapılacak olan uygulamalarda kriterlerin iç bağımlılıklarının dikkate alınması karar verme uygulamasında daha objektif sonuçlar elde edilmesini sağlayacaktır.

Ayrıca, AGKDNBK için tanımlanan ortlama kesişim operatörü yerine iyimser birleşim operatörü kullanıldığında matrisin tutarlılık oranı $CR = 1.0582 > 0.1$ olarak hesaplanmıştır. Dolayısıyla, uygulamada iyimser birleşim operartörü kullanıldığında matris tutarlı olmadığıdan oluşturulan matrisle işlem yapılması durumunda elde edilen sonuçlar güvenilir olmayacaktır. Bu nedenle, kullanılacak operatörün seçiminde uygulama bağlamı dikkate alınmalı, tutarlılığı sağlayan ve güvenilirliği artıran operatörler tercih edilmelidir.

BÖLÜM 5
SONUÇLAR

Bu kitapta bulanık küme, sezgisel bulanık küme ve nötrosofik küme teorileri ile birlikte graf yapıları ve klasik ANP yönteminin adımları ayrıntılı şekilde ele alınmıştır. AGKDNBK ve AGKDNBG tanıtılmış; bu yapıların temel tanımları ve özellikleri kapsamlı bir şekilde incelenmiştir. Bu bağlamda, AGKDNBG üzerinde ANP yöntemi tanımlanarak, çok kriterli karar verme problemlerine yönelik yeni bir yöntem önerilmiştir.

AGKDNBK ve AGKDNBG tanımladı verildi ve temel özellikleri incelendi. Bu tanımlardan yararlanarak çok kriterli karar verme uygulamalarından biri olan ANP metodunda AGKDNBG kullanıldı. Elde edilen bu yeni yöntem, algoritmik adımlarıyla birlikte sistematik bir biçimde sunulmuş ve yöntemin uygulanabilirliğini göstermek amacıyla hayali veriler kullanılarak bir örnek uygulama gerçekleştirilmiştir. Örnek uygulamada, bir yapının depreme dayanıklılığını etkileyen başlıca kriterler olarak doğru tasarım, kaliteli malzeme ve uygulama, sismik güçlendirme ve koruma önlemleri ele alınmış ve bu kriterler arasındaki karşılıklı etkileşimler ile bağımlılıklar analiz edilmiştir. Bu metodun kullanılabilirliğini göstermek amacıyla hayali veriler kullanılarak bir binanın depreme dayanıklılığını etkileyen doğru tasarım, kaliteli malzeme ve uygulama, sismik güçlendirme ve koruma önlemleri gibi temel kriterler arasındaki karşılıklı ilişkiler ve bağımlılıklar incelenmiştir. Bu inceleme sonucunda diğer kriterler üzerinde en etkili kriterin doğru tasarım olduğu görüldü. Doğru tasarım kriterini kaliteli malzeme ve uygulma kriterinin takip ettiği ve en az etkili kriterin ise sismik güçlendirme kriteri olduğu sonucu elde edildi. Yani bir yapının depreme dayanıklılığını en çok etkileyen kriterin doğru tasarım olduğu sonucuna varıldı. Ayrıca ana kriterlerin ağırlıklarındaki değişiklik karar verme sürecindeki önem sıralamasında belirli bir değişikliğin olduğunu ortaya koymaktadır. Dolayısıyla yapılacak olan uygulamalarda kriterlerin iç bağımlılıklarının dikkate alınması karar verme uygulamasında daha objektif sonuçlar elde edilmesini sağlayacaktır. Ayrıca, klasik

ANP yönteminde yaygın olarak kullanılan Saaty'nin 1–9 ölçeği yerine, bu kitapta her bir değerlendirme bileşeni için AGKDNBG kullanılması tercih edilmiştir. Bu yöntemsel farklılık, karar verme sürecinin daha objektif ve güvenilir sonuçlar üretmesine olanak tanımakta; aynı zamanda öznel yargıların neden olabileceği belirsizliklerin etkisini azaltmaktadır. Öte yandan, uzman görüşlerinin birleştirilmesi aşamasında kullanılacak olan operatörün seçiminde uygulama bağlamı dikkate alınmalıdır. Aksi takdirde, elde edilecek net değer matrisinin tutarsız olma riski doğacak ve bu da karar sürecinin güvenilirliğini olumsuz etkileyecektir. Araştırmacılar bu kitaptan yararlanarak gerçek veriler kullanarak bu yöntemi belirsizlik içeren çok kriterli karar verme problemlerine uygulayabilir; ayrıca, çoklu genelleştirilmiş küme değerli nötrosofik beşli graflar üzerinde ANP yöntemini geliştirerek farklı uygulama alanlarına yaygınlaştırabilirler.

KAYNAKLAR

[1] Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. Information and Control., 8(3), 338-353

[2] Asif, M., Ishtiaq, U., & Argyros, I. K. (2025). Hamacher aggregation operators for pythagorean fuzzy set and its application in multi-attribute decision-making problem. Spectrum of operational research, 2(1), 27-40.

[3] Fujita, T., & Smarandache, F. (2025). Examples of fuzzy sets, hyperfuzzy sets, and superhyperfuzzy sets in climate change and the proposal of several new concepts. Climate Change Reports, 2, 1-18.

[4] Liu, Z., Zhu, S., Senapati, T., Deveci, M., Pamucar, D., & Yager, R. R. (2025). New distance measures of complex Fermatean fuzzy sets with applications in decision making and clustering problems. Information Sciences, 686, 121310.

[5] Atanassov, T. K. Intuitionistic Fuzzy Sets, Fuzzy Sets System, 1986, 20, 87–96

[6] Anh, P. V., Thuy, N. N., Cuong, T. H., & Giang, N. L. (2025). Incremental attribute reduction with α, β-level intuitionistic fuzzy sets. International Journal of Approximate Reasoning, 176, 109326.

[7] Zhou, F., & Chen, T. Y. (2025). A synergetic intuitionistic fuzzy model combining AHP, entropy, and ELECTRE for data fabric solution selection. Artificial Intelligence Review, 58(5), 137.

[8] Fahmi, A., Khan, A., Maqbool, Z., & Abdeljawad, T. (2025). Circular intuitionistic fuzzy Hamacher aggregation operators for multi-attribute decision-making. Scientific Reports, 15(1), 5618.

[9] Smarandache, F. (1998). Neutrosophy: neutrosophic probability, set, and logic: analytic synthesis & synthetic analysis.

[10] Wang, H., Smarandache, F., Zhang, Y., & Sunderraman, R. (2010). Single valued neutrosophic sets. Multispace and Multistructure.4, 410-413.

[11] Zhao, Y. (2025). Enhanced exprom methodology using superhypersoft sets for evaluating the quality of cultural industry development in the digital economy with single-valued neutrosophic sets. Neutrosophic Sets and Systems, 79(1), 19.

[12] Kahraman, C. (2025). Proportional neutrosophic sets and their AHP & TOPSIS extension. Journal of Intelligent & Fuzzy Systems, 48(1-2), 169-182.

[13] Vijaya, V., Broumi, S., & Manikandan, H. (2025). Complex Fermatean Neutrosophic Sets and their Applications in Decision Making. Neutrosophic Sets and Systems, 81, 827-839.

[14] H. Wang, F. Smarandache, Y.Q. Zhang and R. Sunderraman, Interval neutrosophic sets and logic: Theory and applications in computing, Hexis, Phoenix, AZ, 2005.

[15] Safarova, L., Muhamediyeva, D., Muminov, S., & Edalatpanah, S. A. (2025). Application of Interval Neutrosophic Logic Model for Diagnosis of Cattle Disease. Neutrosophic Sets and Systems, 83, 502-532.

[16] Ye, J. (2025). Group decision-making strategy based on aggregation operators of linguistic confidence interval neutrosophic numbers in a linguistic neutrosophic multivalued scenario. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 141, 109823.

[17] Narmadhagnanam, R., & Samuel, A. E. (2024). Cotangent similarity measure of n-valued interval neutrosophic sets for medical diagnosis. *Uncertainty Discourse and Applications*, *1*(2), 210-218.

[18] Smarandache F. (2015) Neutrosophic quadruple numbers, refined neutrosophic quadruple numbers, absorbance law, and the multiplication of neutrosophic quadruple numbers, Neutrosophic Set and Systems, 10, 96 -98

[19] Şahin, M., Kargın, A., & Kılıç, A. (2020). Generalized set valued neutrosophic quadruple sets and numbers. Quadruple Neutrosophic Theory and Applications, 1(2), 23-40.

[20] Muhiuddin, G., Smarandache, F., & Jun, Y. B. (2022). Neutrosophic quadruple ideals in neutrosophic quadruple BCI-algebras. Collected Papers. Volume IX: On Neutrosophic Theory and Its Applications in Algebra, 474.

[21] Kargın, A., Şahin, M., & Şiğva, K. A. (2024). Operators Based On Multiple Generalized Set-Valued Neutrosophic Quadruple Sets. Neutrosophic Sets and Systems, 70, 107-136.

[22] Şahin M., Kargın A., (2022). Interval Generalized Set Valued Neutrosophic Quadruple Sets and Numbers. Neutrosophic Algebraic Structures and Their Applications. Chapter Nine.

[23] Şahin, M., Kargın, A., & Yalvaç, D. (2024). Hamming Distance Measure for interval generalized set valued neutrosophic quadruple numbers. Algebraic Structures In the Universe of Neutrosophic: Analysis with Innovative Algorithmic Approaches, 33.

[24] Chatterjee, R., Majumdar, P., & Samanta, S. K. (2016). On some similarity measures and entropy on quadripartitioned single valued neutrosophic sets. Journal of Intelligent & Fuzzy Systems, 30, 2475-2485.

[25] Saeed, M. M., Hatamleh, R., AbdEl-latif, A. M., Al-Husban, A. A. H., Attaalfadeel, H. M., Fujita, T., ... & Khattak, A. M. (2025). A Breakthrough Approach to Quadri-Partitioned Neutrosophic Soft Topological Spaces. European Journal of Pure and Applied Mathematics, 18(2), 5845-5845.

[26] Anandhkumar, M., Prathap, S., Prabhu, R. A., Tharaniya, P., Thirumalai, K., & Kanimozhi, B. (2025). Determinant Theory of Quadri-Partitioned Neutrosophic Fuzzy Matrices and its Application to Multi-Criteria Decision-Making Problems. Neutrosophic Sets and Systems, 79(1), 13.

[27] Pramanik, S. (2022). Interval quadripartitoned neutrosophic sets. Neutrosophic Sets & Systems. 51.

[28] Tharini, P., Mary, C., Tharaniya, P., Prathap, S., Ramkumar, S., & Dhanavel, G. (2025). Algebraic Properties of Interval-Valued Quadri Partitioned Neutrosophic Fuzzy Matrices and their Application in Multi-Criteria Decision-Making Problem. Neutrosophic Sets and Systems, 80(1), 15.

[29] Anu P, S. (2025). Intuitionistic Quadri-Partitioned Neutrosophic Sets with Extended Operators. Neutrosophic Sets and Systems, 80(1), 25.

[30] Şahin M., Kargın A., & Doğan K. (2022) Nötrosofik Beşli Sayılar ve Küme Değerli Nötrosofik Beşli Sayılar, Başkent 3. Uluslararası Multidisipliner Bilimsel Çalışmalar Kongresi, 23-25 Eylül 2022, Ankara, Türkiye.

[31] Şahin M., Kargın A., (2022) Aralık Nötrosofik Beşli Sayılar ve Aralık Küme Değerli Nötrosofik Beşli Sayılar,5.Uluslararası Bilim ve İnovasyon Kongresi, 11 Kasım 2022, Ankara, Türkiye.

[32] Şahin M., Kargın A., (2022) Bipolar Nötrosofik Beşli Sayılar Ve Bipolar Küme Değerli Nötrosofik Beşli Sayılar, 5. Uluslararası Bilim Ve Yenilik Kongresi, 11 Kasım 2022, Ankara, Türkiye.

[33] Şahin M., Kargın A., & Doğan K.,(2023) Genelleştirilmiş Küme Değerli Nötrosofik Beşli Sayılar, 9. Ankara Uluslararası Bilimsel Araştırma Kongresi, 26 Aralık 2023,Ankara,Türkiye.

[34] Şahin M., Kargın A., & Yalvaç D. (2024) Aralık Genelleştirilmiş Küme Değerli Nötrosofik Beşli Graflar, 11. Uluslararası Uygulamalı Bilimler Kongresi, 23 Nisan 2024,Ankara,Türkiye.

[35] Şahin, M., Kargın, A., & Yalvaç, D. (2024). Some Operators For Interval Generalized Set Valued Neutrosophic Quintuple Numbers And Sets. Neutrosophic Sets and Systems, 70(1), 10.

[36] Şahin, M., Kargın, A., & Yalvaç, D. (2024). Multiple Generalized Set-Valued Neutrosophic Quintuple Sets. Algebraic Structures In The Universe Of Neutrosophic: Analysis With Innovative Algorithmic Approaches, 10.

[37] Rosenfeld, A. (1975). Fuzzy graphs, (in: Zadeh, L. A., Fu, K. S., Tanaka K., Shimura, M. Eds.) Fuzzy Sets and Their Applications to Cognitive and Decision Processes, Academic Press, New York, 77–95.

[38] Khan, S. U., Hussain, F., Senapati, T., Hussain, S., Ali, Z., Esztergár-Kiss, D., & Moslem, S. (2025). Analysis of computer communication networks based on evaluation of domination and double domination for interval-valued T-spherical fuzzy graphs and their applications in decision-making problems. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 139, 109650.

[39] Bi, X. A., Huang, Y., Shen, W., Yang, Z., Mao, Y., Xu, L., & Liu, Z. (2025). Brain-Inspired Fuzzy Graph Convolution Network for Alzheimer's Disease Diagnosis Based on Imaging Genetics Data. IEEE Transactions on Fuzzy Systems.

[40] Shannon, A., & Atanassov, K. (2006). On a generalization of intuitionistic fuzzy graphs. NIFS, 12(1), 24-29.

[41] Zamri, S. N. A., Ahmad, H., Azeem, M., & Almohsen, B. (2025). Topological numbers in uniform intuitionistic fuzzy environment and their application in neural network. Artificial Intelligence Review, 58(4), 110.

[42] Shaik, N., & Shaik, S. B. (2025). Wiener index application in intuitionistic fuzzy rough graphs for transport network flow. Scientific Reports, 15(1), 9591.

[43] Broumi S., Smarandache F., Tela M., Bakali A. (2016). Single Valued Neutrosophic Graphs. Journel Of Net Theory, (10), 86-101.

[44] Broumi, S. , M. Talea, A. Bakali, F. Smarandache, (2016). Interval Valued Neutrosophic Graphs, Critical Review, 5-33.

[45] Alqahtani, M., Kaviyarasu, M., Al-Masarwah, A., & Rajeshwari, M. (2024). Application of complex neutrosophic graphs in hospital infrastructure design. Mathematics, 12(5), 719.

[46] Akhmetshin, E., Abdullayev, I., Ilyin, A., Shakhov, D., & Khorolskaya, T. (2025). Towards Sustainable Economy: Boosting Financial Credit Risk Forecasting Using Bipolar Single-Valued Neutrosophic Graph Sets Approach. International Journal of Neutrosophic Science (IJNS), 26(2).

[47] Fujita, T., & Smarandache, F. (2025). Antipodal turiyam neutrosophic graphs. Neutrosophic Optimization and Intelligent Systems, 5, 1-13.

[48] Şahin M., Kargın A., Aslansoy İ., (2023) Aralık Genelleştirilmiş Küme Değerli Nötrosofik Dörtlü Graflar, 2. Avrasya Uluslararası Bilimsel Araştırma Ve İnovasyon Kongresi, 6 Eylül 2023, Ankara, Türkiye.

[49] Şahin M., Kargın A., Aslansoy İ., (2023) Bipolar Genelleştirilmiş Küme Değerli Nötrosofik Dörtlü Graflar, 2. Avrasya Uluslararası Bilimsel Araştırma Ve İnovasyon Kongresi, 6 Eylül 2023, Ankara, Türkiye.

[50] Hussian S.S., Durga N., Hossein R., Ganesh G. and Oscar C. (2022) New Concepts on Quadripartioned Single-Valued Neutrosophic Graph with Real-life Application, İnternational Journal Of Fuzzy Systems 24, 1515-1529.

[51] Shi X.,Kosari S., Rashmanlou H., Broumi S., Hussain S. (2023) Properties of interval-valued quadripartitioned neutrosophic graphs with real-life application. Journal of Intelligent & Fuzzy Systems 44,7683-7697.

[52] Hussain, S. S., Durga, N., Aslam, M., Muhiuddin, G., & Ghorai, G. (2024). New concepts on quadripartitioned neutrosophic competition graph with application. International Journal of Applied and Computational Mathematics, 10(2), 57.

[53] Radhika, K., Senthil, S., Kavitha, N., Jegan, R., Anandhkumar, M., & Bobin, A. (2025). Interval Valued Secondary k-Range Symmetric Quadri Partitioned Neutrosophic Fuzzy Matrices with Decision Making. Neutrosophic Sets and Systems, 78(1), 28.

[54] Şahin M., Kargın A., & Yalvaç D. (2024) Single Valued Neutrosophic Quintuple Garphs, 11th International Congress of Applied Sciences, 23.04.2024, Ankara, Türkiye.

[55] Saaty, T. L. (1986). Axiomatic Foundation Of The Analytic Hierarchy Process. Management Science, 32(7), 841-855.

[56] Jayawan, D., & Jakaria, R. B. (2025). Implementation of the ANP method to overcome delays panel box raw materials in PT. Agrivito. TEKNOSAINS: Jurnal Sains, Teknologi dan Informatika, 12(1), 161-170.

[57] Khodabandehlou, E. A., Hemmasi, A. H., Lahijanian, A., Hassani, A. H., & Mohammadi, A. (2025). Identification, Analysis and Ranking of Risks in Firemen's Occupational Accidents Using JSA and ANP Methods. Emergency Management, 14(1), 53-75.

[58] Mustajib, M. I., Ma'ruf, B., Basuki, S. S. A., Putera, E. Y., Irawan, B., Baroroh, I., ... & Dewi, D. A. (2025). Prioritizing Key Internal Strategic Factors for Long-term Competitiveness of Medium-sized Shipyards using the DEMATEL-ANP Method. Results in Engineering, 25, 103996.

[59] Mikhailov, L., & Singh, M. G. (2003). Fuzzy Analytic Network Process And İts Application To The Development Of Decision Support Systems. IEEE Transactions On Systems, Man, And Cybernetics, Part C (Applications And Reviews), 33(1), 33-41.

[60] Wang, X. (2025). Risk Assessment of China's Overseas Renewable Energy Investments Based on the Fuzzy ANP Method. Open Journal of Business and Management, 13(2), 1307-1320.

[61] Kamali Mohammadzadeh, A., Eghbalizarch, M., Jahanmahin, R., & Masoud, S. (2025). Defining the Criteria for Selecting the Right Extended Reality Systems in Healthcare Using Fuzzy Analytic Network Process. Sensors, 25(10), 3133.

[62] Chen, D., Zeng, A., He, Y., Ouyang, Y., Li, C., Tigabu, M., ... & Guo, F. (2025). Study on Small-Scale Forest Fire Risk Zoning Based on Random Forest and the Fuzzy Analytic Network Process. Forests, 16(1), 97.

[63] Liao, H., Mi, X., Xu, Z., Xu, J., & Herrera, F. (2018). Intuitionistic fuzzy analytic network process. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 26(5), 2578-2590.

[64] Yang, Y., Li, H., Zhang, Z., & Liu, X. (2020). Interval-valued intuitionistic fuzzy analytic network process. Information Sciences, 526, 102-118.

[65] Shariatmadari Serkani, E., Hosseinzadeh Lotfi, F., Najafi, E., & Ahadzadeh Namin, M. (2022). Efficiency measurement for hierarchical network systems using network DEA and intuitionistic fuzzy ANP. Scientia Iranica, 29(4), 2252-2269.

[66] Abdel-Basset, M., Mohamed, M., & Smarandache, F. (2018). A hybrid neutrosophic group ANP-TOPSIS framework for supplier selection problems. Symmetry, 10(6), 226.

[67] Zaied, A. N. H., Ismail, M., & Gamal, A. (2019). An İntegrated Of Neutrosophic-ANP Technique For Supplier Selection. Neutrosophic Sets And Systems, 27,237-244.

[68] Slamaa, A. A., El-Ghareeb, H. A., & Saleh, A. A. (2021). A roadmap for migration system-architecture decision by neutrosophic-ANP and benchmark for enterprise resource planning systems. IEEE Access, 9, 48583-48604.

[69] Edalatpanah, S. A., Sıcakyüz, Ç., Nourkhah, S. A., & Pamucar, D. (2025). Prioritizing critical success factors for wind turbine suppliers: a neutrosophic hybrid DEMATEL and ANP approach. International Journal of Environmental Science and Technology, 1-25.

[70] Çelikbilek, Y. (2025). Evaluation of the renewable energy sources with an integrated neutrosophic DEMATEL-ANP-VIKOR approach. Environmental Progress & Sustainable Energy, e14589.

This book consists of 5 chapters. In the first chapter, Fuzzy set, Intuitionistic fuzzy set, Neutrosophic set, ANP method, graphs, historical development of neutrosophic graphs were mentioned. In the second part; Fuzzy set, Fuzzy graph, Intuitionistic fuzzy set, Intuitionistic fuzzy graph, steps of ANP method, neutrosophic sets, neutrosophic graph, neutrosophic quadruple set, neutrosophic quadruple graph, neutrosophic quintuple set, interval neutrosophic quintuple set and their properties are given. In the third section; interval generalized set valued neutrosophic quintuple sets, single-valued neutrosophic quintuple graphs, interval generalized set-valued neutrosophic quintuple graphs and their basic properties are examined and examples related to this structure are given. In the fourth section, the steps of the ANP method for interval generalized set-valued neutrosophic quintuple graphs are given. An example problem solution is given to demonstrate the applicability of the developed method. In the fifth chapter, the findings are evaluated and the conclusions are presented. Furthermore, the contributions of the developed method to multi-criteria decision making problems are discussed and suggestions for future research are made.

ISBN 978-1-59973-873-4

9 781599 738734 >