

ÇOKLU GENELLEŞTİRİLMİŞ KÜME DEĞERLİ NÖTROSOFİK DÖRTLÜ KÜMELER VE SAYILAR

Kübra Arıti ŞİĞVA

Editör: Prof. Dr. Memet ŞAHİN

Kübra Arıti ŞİĞVA

**ÇOKLU GENELLEŞTİRİLMİŞ KÜME
DEĞERLİ NÖTROSOFİK DÖRTLÜ
KÜMELER VE SAYILAR**

Editör: Prof. Dr. Memet ŞAHİN

Multiple Generalized Neutrosophic Quadruple Sets and Numbers

This study consists of 5 chapters. In the first chapter, discusses the historical development of neutrosophic sets and numbers. In the second chapter provides definitions of neutrosophic sets, single-valued and multi-valued neutrosophic sets, their basic properties, and their generalized structures. The third chapter defines multi-valued generalized set-valued neutrosophic quadruple sets and numbers. The properties of multi-valued generalized set-valued neutrosophic quadruple sets are given, operators are defined on these sets, and examples related to this structure are provided. The fourth chapter defines multi-interval generalized set-valued neutrosophic quadruple sets and numbers and gives their properties. Operators were defined on multi-interval generalized set-valued neutrosophic quadruple sets, and examples related to this structure were provided. In the fifth chapter, the results obtained from the study were presented.

Kübra Arıti ŞİĞVA

**ÇOKLU GENELLEŞTİRİLMİŞ
KÜME DEĞERLİ NÖTROSOFİK
DÖRTLÜ KÜMELER
VE SAYILAR**

Editör: Prof. Dr. Memet ŞAHİN

**Neutrosophic Science International Association (NSIA)
Publishing House**

Division of Mathematics and Sciences
University of New Mexico
705 Gurley Ave., Gallup Campus
NM 87301, United States of America

University of Guayaquil
Av. Kennedy and Av. Delta
“Dr. Salvador Allende” University Campus
Guayaquil 090514, Ecuador

<https://fs.unm.edu/NSIA/>
<https://neutrosophic.org/nsia-publishing-house/>

ISBN 978-1-59973-872-7

ÖNSÖZ

Bu kitap Prof. Dr. Memet ŞAHİN danışmanlığında Gaziantep Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü'nde tamamlamış olduğum “**ÇOKLU GENELLEŞTİRİLMİŞ KÜME DEĞERLİ NÖTROSOFİK DÖRTLÜ KÜMELER VE SAYILAR**” isimli yüksek lisans tezinden üretilmiştir.

Bu çalışma süresince tüm bilgilerini benimle paylaşmaktan kaçınmayan, ve çalışmada büyük emeği olan, Gaziantep Üniversitesi öğretim üyelerinden danışman hocam, sayın Prof. Dr. Memet ŞAHİN'e sonsuz minnet ve teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca, çalışmamı hazırlarken her zaman yanımda olan, bana daima destek veren, sevgileri ve fedakârlıklarıyla bugünlere gelmemde büyük pay sahibi olan kıymetli annem, babam ve biricik kardeşime sonsuz teşekkür ederim.

Kübra Arıti ŞİĞVA

Gaziantep, 2025

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ.....	I
İÇİNDEKİLER	II
SEMBOLLER LİSTESİ.....	IV
KISALTMALAR LİSTESİ.....	VI
BÖLÜM 1 GİRİŞ	1
BÖLÜM 2 GENEL BİLGİLER.....	6
2.1 Nötrosifik Küme, Tek Değerli Nötrosifik Küme ve Tek Değerli Nötrosifik Kümelerin Özellikleri	7
2.2 Çok Değerli Nötrosifik Küme	8
2.3 Aralık Değerli Nötrosifik Küme.....	9
2.4 Nötrosifik Dörtlü Sayı	9
2.5 Nötrosifik Dörtlü Küme	10
2.6 Küme Değerli Nötrosifik Dörtlü Sayı ve Küme Değerli Nötrosifik Dörtlü Küme.....	10
2.7 Küme Değerli Nötrosifik Dörtlü Sayı ve Kümelerde Operatörler	11
2.8 Genelleştirilmiş Küme Değerli Nötrosifik Dörtlü Sayı ve Genelleştirilmiş Küme Değerli Nötrosifik Dörtlü Küme	11

2.9 Aralık Genelleştirilmiş Küme Değerli Nötrosifik Dörtlü Küme ve Aralık Genelleştirilmiş Küme Değerli Nötrosifik Dörtlü Sayı	12
BÖLÜM 3 ÇOKLU GENELLEŞTİRİLMİŞ KÜME DEĞERLİ NÖTROSOFİK DÖRTLÜ KÜMELER VE SAYILAR	14
3.1 ÇokluGenelleştirilmiş Küme Değerli Nötrosifik Dörtlü Küme	14
3.2 Çoklu Genelleştirilmiş Küme Değerli Nötrosifik Dörtlü Sayı	15
3.3 Çoklu Genelleştirilmiş Küme Değerli Nötrosifik Dörtlü Kümeler için Operatörler	22
3.4 Çoklu Genelleştirilmiş Küme Değerli Nötrosifik Dörtlü Kümelerin Özellikleri.....	27
BÖLÜM 4 ÇOKLU ARALIK GENELLEŞTİRİLMİŞ KÜME DEĞERLİ NÖTROSOFİK DÖRTLÜ KÜMELER VE SAYILAR	64
4.1 Çoklu Aralık Genelleştirilmiş Küme Değerli Nötrosifik Dörtlü Kümeler ve Sayılar	64
4.2 Çoklu Aralık Genelleştirilmiş Küme Değerli Nötrosifik Dörtlü Kümelerin Özellikleri	71
4.3 Çoklu Aralık Genelleştirilmiş Küme Değerli Nötrosifik Dörtlü Kümeler için Operatörler	74
4.4 Çoklu Aralık Genelleştirilmiş Nötrosifik Dörtlü Kümelerde Özellikler	81
BÖLÜM 5 SONUÇLAR	84
KAYNAKLAR	85
ÖZGEÇMİŞ.....	90

SEMBOLLER LİSTESİ

d_i	Kümenin i 'ninci elemanını temsil eden d indisi
$T_A(d)$	d nin A kümesine ait doğruluk derecesi
$I_A(d)$	d nin A kümesine ait kararsızlık derecesi
$F_A(d)$	d nin A kümesine ait yanlışlık derecesi
$\leq$	Küçük eşit
$\geq$	Büyük eşit
$\cap$	Kesişim işlemi
$\cup$	Birleşim işlemi
$\setminus$	Fark işlemi
$\subseteq$	Alt küme
$\in$	Eleman
$\supseteq$	Kapsar
$\not\subseteq$	Alt kümesi veya eşit değil
MNq	Çoklu genelleştirilmiş küme değerli nôtrosofik küme
$T_{S_{d_1}^n}(d_1)$	Çoklu genelleştirilmiş küme değerli nôtrosofik kümede doğruluk değeri
$I_{S_{d_1}^n}(d_1)$	Çoklu genelleştirilmiş küme değerli nôtrosofik kümede kararsızlık değeri
$F_{S_{d_1}^n}(d_1)$	Çoklu genelleştirilmiş küme değerli nôtrosofik kümede yanlışlık değeri
$\tilde{\cup}_A$	Çoklu genelleştirilmiş küme değerli nôtrosofik kümelerde ortalama birleşim işlemi
$\tilde{\cap}_A$	Çoklu genelleştirilmiş küme değerli nôtrosofik kümelerde ortalama kesişim işlemi

$\mathfrak{U}_0$	Çoklu genelleştirilmiş küme değerli nôtrosofik kümelerde iyimser birleşim işlemi
$\mathfrak{N}_0$	Çoklu genelleştirilmiş küme değerli nôtrosofik kümelerde iyimser kesişim işlemi
$\mathfrak{U}_P$	Çoklu genelleştirilmiş küme değerli nôtrosofik kümelerde kötümser birleşim işlemi
$\mathfrak{N}_P$	Çoklu genelleştirilmiş küme değerli nôtrosofik kümelerde kötümser kesişim işlemi
$\mathcal{H}$	Çoklu aralık genelleştirilmiş küme değerli nôtrosofik küme
$\left(\mathbf{T}_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n\right)^L$	Çoklu aralık genelleştirilmiş küme değerli nôtrosofik dörtlü kümelerde doğruluk değerinin alt sınırı
$\left(\mathbf{T}_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n\right)^U$	Çoklu aralık genelleştirilmiş küme değerli nôtrosofik dörtlü kümelerde doğruluk değerinin üst sınırı
$\left(\mathbf{I}_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^n\right)^L$	Çoklu aralık genelleştirilmiş küme değerli nôtrosofik dörtlü kümelerde kararsızlık değerinin alt sınırı
$\left(\mathbf{I}_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^n\right)^U$	Çoklu aralık genelleştirilmiş küme değerli nôtrosofik dörtlü kümelerde kararsızlık değerinin üst sınırı
$\left(\mathbf{F}_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^n\right)^L$	Çoklu aralık genelleştirilmiş küme değerli nôtrosofik dörtlü kümelerde yanlışlık değerinin alt sınırı
$\left(\mathbf{F}_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^n\right)^U$	Çoklu aralık genelleştirilmiş küme değerli nôtrosofik dörtlü kümelerde yanlışlık değerinin üst sınırı

KISALTMALAR LİSTESİ

TDNS	Tek değerli nütrosofik sayı
TDNK	Tek değerli nütrosofik küme
ÇDNS	Çok değerli nütrosofik sayı
ÇDNK	Çok değerli nütrosofik küme
NDS	Nütrosofik dörtlü sayı
NDK	Nütrosofik Dörtlü küme
ÇGNK	Çoklu genelleştirilmiş nütrosofik küme
GNDS	Genelleştirilmiş nütrosofik dörtlü sayı
GNDK	Genelleştirilmiş Nütrosofik Dörtlü küme
KDNDS	Küme değerli nütrosofik dörtlü sayı
KDNDK	Küme değerli nütrosofik dörtlü küme
GKDNDS	Genelleştirilmiş küme değerli nütrosofik dörtlü sayı
GKDNDK	Genelleştirilmiş küme değerli nütrosofik dörtlü küme
ÇGKDNDS	Çoklu Genelleştirilmiş Küme Değerli Nütrosofik Dörtlü sayı
ÇGKDNDK	Çoklu genelleştirilmiş küme değerli nütrosofik dörtlü küme
ÇAGKDNDS	Çoklu Aralık Genelleştirilmiş Küme Değerli Nütrosofik Dörtlü sayı
ÇAGKDNDK	Çoklu aralık genelleştirilmiş küme değerli nütrosofik dörtlü küme

BÖLÜM 1

GİRİŞ

Klasik mantık sistemleri, bir önermenin yalnızca “doğru” ya da “yanlış” olarak değerlendirildiği ikili bir yapı üzerine kuruludur. Ancak gerçek dünya problemleri, çoğu zaman bu kesin sınıflandırmalarla ifade edilemeyecek düzeyde belirsizlik içermektedir. Bu durumu aşmak amacıyla Zadeh (1965) tarafından geliştirilen bulanık mantık yaklaşımı, doğruluk değerlerinin 0 ile 1 arasında sürekli bir aralıkta yer almasına imkân tanıyarak klasik mantığın keskinliğini aşmayı hedeflemiştir [1]. Bulanık mantık, üyelik derecesi kavramını temel alarak insan düşünce yapısını daha gerçekçi biçimde modellemeyi hedeflemekte; bu sayede karar verme, kontrol sistemleri, yapay zekâ ve veri analizi gibi birçok alanda geniş uygulama alanı bulmaktadır [2].

Atanassov, sezgisel bulanık kümeler (SBK) kuramını sistematik bir şekilde ele alarak bu alandaki temel yapı taşlarını ortaya koymuştur [3]. Klasik bulanık kümelere alternatif olarak geliştirilen SBK, bir elemanın bir kümeye ait olma derecesi ile ait olmama derecesini ayrı ayrı tanımlayarak belirsizliği daha kapsamlı biçimde modellemektedir. Atanassov’un çalışmasında, SBK’lerin temel tanımı, bu kümeler üzerinde gerçekleştirilebilecek cebirsel işlemler, topolojik yapılar ve mantıksal genellemeler detaylı biçimde sunulmuştur. Bu yaklaşım, özellikle yüksek derecede kararsızlık içeren sistemlerin modellenmesinde daha yüksek çözümleyici güce sahiptir. Klasik bulanık kümelere kıyasla daha fazla bilgi içeren SBK’ler, bir elemanın kümeye ait olma (μ), ait olmama (ν) ve kararsızlık (π) derecelerini birlikte tanımlayan ($\pi=1-\mu-\nu$) üçlü bir yapı sunar [4].

Xu ve Yager, sezgisel bulanık kümeler bağlamında klasik ağırlıklı geometrik ve sıralı ağırlıklı geometrik operatörlerin daha esnek ve kapsamlı versiyonlarını

geliştirerek, üyelik, üyelik dışılık ve kararsızlık bilgilerini dikkate alan operatörler tanımlamıştır. Geliştirilen operatörlerin matematiksel özellikleri analiz edilmiş ve çok kriterli karar verme problemlerine uygulanan örneklerle etkinlikleri gösterdiler [5]. Ye, sezgisel bulanık entropi kavramını kullanarak çok kriterli bulanık karar verme problemlerinde belirsizliğin daha etkin ölçülmesini amaçlamıştır. Çalışmasında, sezgisel bulanık entropiye dayalı yeni bir karar verme yöntemi geliştirilmiş ve kriter ağırlıklarının belirlenmesinde entropi ölçütü esas alınmıştır. Geliştirilen yöntem, çeşitli uygulama örnekleri ile test etmiştir [6]. Özellikle, belirsizliğin sistematik olarak modellenmesi gereken durumlarda, sezgisel bulanık yaklaşımlar daha güvenilir analizler sağlamaktadır.

Son yıllarda, sezgisel bulanık küme ile birlikte, tip-2 bulanık mantık, Pisagor bulanık kümeler, nütrosifik mantık gibi daha ileri yapıların da geliştirilmesi, bulanıklık ve kararsızlık kavramlarının farklı yönlerden ele alınmasını mümkün kılmıştır. Bu gelişmeler, bulanık mantık yaklaşımlarının hem kuramsal hem de uygulamalı yönlerini zenginleştirmiştir [7].

Smarandache, 1998 yılında, bulanık küme teorisinin genişletilmiş bir yaklaşımı olarak nütrosifik küme kavramını ortaya koymuştur. [8]. Nütrosifik bir yapı genellikle (T, I, F) biçiminde temsil edilir. Bu gösterimde T üyelik derecesi, F üye olmama derecesi ve I ise kararsızlık derecesi olarak tanımlanır ve bu üç bileşen birbirinden bağımsız olarak verilir. Uluçay, Şahin ve Hassan tarafından geliştirilen Genelleştirilmiş Nütrosifik Yumuşak Uzman Küme modeli, çok kriterli karar verme problemlerine uygulanarak bu yaklaşımın pratik değerini ortaya koydu [43]. Söz konusu çalışma, mühendislikten sağlık hizmetlerine, veri madenciliğinden siber güvenliğe kadar pek çok alanda nütrosifik yapıların karar destek sistemlerine entegrasyonuna ilişkin önemli bir örnek teşkil etmektedir. Şahin ve arkadaşları, nütrosifik sayılar için metrik ve normlu uzayları tanımlamışlardır [9]. Miranda ve arkadaşları, Peru Merkez Ulusal Üniversitesi ormancılık mühendisliği öğrencilerine yönelik yerel bilgi temelli bir eğitim programının etkinliğini nütrosifik iki küme kullanarak ölçmüşlerdir [10]. Alqazzaz ve Sallam, nütrosifik ağlar ile ağaç-yumuşak kümeleri kullanarak sürdürülebilir atık değerlendirmesini incelemişlerdir [11]. Jdid ve Smarandache, karar verme süreçlerinde beklenen fırsat kaybı kriteri riski altında nütrosifik yaklaşımlar üzerine çalışmışlardır [12]. Bedirhanoğlu ve Atlas, bulanık

nötrosofik çok amaçlı optimizasyon tekniğiyle üretim planlaması yapmışlardır [13]. Chen ve arkadaşları, lisans düzeyindeki öğretim kalitesini değerlendirmek için nötrosofik Z-sayı kümeleri için logaritmik benzerlik ölçüm yöntemleri geliştirmişlerdir [14]. El-Massry ve ekibi, gizemli koşullar altında bitki hastalıklarını tanılamada yapay zekâ tekniklerinin nötrosofik teoriyle desteklenmesini sağlamışlardır [15]. Vergara ve arkadaşları, Ekvador'da çocuk işçiliği, kayıt dışılık ve yoksulluk konularını anlamlı biçimde analiz edebilmek için lojistik regresyon, belirsiz likert ölçekleri ve benzerlik ölçüleri kullanmışlardır [16]. Surya ve arkadaşları, fiyat bağımlı talep içeren bozulabilir ürünler için bir nötrosofik envanter sistemi geliştirmişlerdir [17]. Obbineni ve arkadaşları, ruh sağlığı hizmetlerinde klinik karar verme süreçleri için nötrosofik bilişsel haritaları birleştiren birleşik bir öğrenme yaklaşımı önermişlerdir [18]. Farag ve arkadaşları, biyoinformatik algoritmalar ile nötrosofik teorinin entegrasyonu üzerine çalışmışlardır [19]. Salama ve ekibi, tıbbi görüntü kalitesi artırımı, lösemi tespiti ve sınıflandırılması üzerine nötrosofik bulanık alan ve çok düzeyli iyileştirme dönüşümleri kullanarak karşılaştırmalı bir çalışma yapmışlardır [20]. El-Henawy ve arkadaşları, sınıflandırıcıların dengesiz zorluklarında etkilenen kriterlerin modellenmesi için ağaç yumuşak kümeleri tabanlı çalışmalarda, nötrosofik teorinin kararsızlık doğasından faydalanmışlardır [21]. Ram ve arkadaşları, nötrosofik otomatalar, ters nötrosofik otomatalar ve çift nötrosofik otomatalar arasındaki çeşitli özellikleri ve ilişkileri inceleyerek nötrosofik otomatalarla ilgili kategorik kavramları tanıtmışlardır [22]. Salama ve arkadaşları, ASCII kod sistemine yönelik dijital veri kodlama ve çözme işlemleri için yeni ve verimli bir nötrosofik kodlama ve çözme algoritması önermişlerdir [23]. Son zamanlarda, Şahin ve arkadaşları 2023 yılında dörtlü nötrosofik teori ve uygulamaları üzerine çalışmalar ve tanımlar yapmışlardır [24]. Chatterjee ve arkadaşları, 2015 yılında çok-değerli nötrosofik kümeyi (ÇDNK) tanımlamışlardır [25]. Peng, J.J. ve arkadaşları ÇDNK işlemlerini tanımlamış, bir karşılaştırma yöntemi geliştirmiş ve çok kriterli karar verme problemleri için bir yaklaşım önermişlerdir [26]. Peng, H.G. ve arkadaşları , doğruluk üyeliği, kararsızlık üyeliği ve yanlışlık üyeliği bileşenlerinin her birinin 0 ile 1 arasında değer aralığına sahip olmasına izin veren ÇDNK yapısını tanımlamışlardır [27]. Smarandache, 2015 yılında nötrosofik dörtlü kümeyi (NDK) tanımlamıştır [28]. Genel olarak bir nötrosofik dörtlü sayı (k, lT, mI, nF) şeklindedir $(k, l, m, n \in R \text{ veya } C)$. Bu gösterimdeki T, I ve F bileşenleri nötrosofik mantıktaki bileşenlerdir. Ancak

nötrosofik sayılardan farklı olarak, NDK bilinen bir parça (k) ve bilinmeyen bir parça (lT, mI, nF) içerir. Dolayısıyla NDK, aynı zamanda nötrosofik sayılarda kapsayan yeni bir küme türüdür. Şahin ve Kargın, 2019 yılında küme değerli nötrosofik dörtlü sayılar (KDNDs) tanımlamışlardır [29]. Nötrosofik dörtlü sayılardan farklı olarak, bu yapıda k, l, m, n reel veya kompleks sayı yerine birer küme olarak alınır. Yani bir KDNDs, A kümesi üzerinde (K, LT, MI, NF) biçimindedir ($K, L, M, N \in P(A)$, burada $P(A)$ A kümesinin kuvvet kümesidir). 2020 yılında Şahin ve arkadaşları, genelleştirilmiş küme değerli nötrosofik dörtlü sayıları (GKDNDs) tanımlamışlardır [30]. Bu yeni yapı sayesinde NDK teorisi uygulama alanlarına açılmıştır. 2021 yılında Kargın ve arkadaşları, nötrosofik dörtlü sayılara dayalı genelleştirilmiş Hamming benzerlik ölçüsünü tanımlamış ve bunu hukuk bilimlerine uygulamışlardır [31]. 2022 yılında Şahin ve Kargın, aralıklı genelleştirilmiş küme değerli nötrosofik dörtlü kümeleri tanımlamışlardır [32]. Bu yapı, aralıklı nötrosofik kümeler ile genelleştirilmiş küme değerli nötrosofik dörtlü kümelerin birleşimi ile elde edilmiştir. Şahin ve arkadaşları 2022 yılında Pisagor nötrosofik dörtlü sayılar ve küme değerli Pisagor nötrosofik dörtlü sayılar tanımlamışlardır [33]. 2023 yılında Kargın ve Şahin, küme değerli nötrosofik dörtlü sayılara dayalı nötrosofik üçlü normlu uzaylar tanımlamışlardır [34]. Aynı yıl Şahin ve arkadaşları aralıklı genelleştirilmiş küme değerli nötrosofik dörtlü çizgeleri tanımlamışlardır [35]. 2023 yılında Şahin ve Kargın, aralıklı genelleştirilmiş küme değerli Pisagor nötrosofik dörtlü sayıları tanımlamışlardır [36]. Birinci bölümde, nötrosofik kümelerin ve sayıların tarihsel gelişimi [8] ele alınmış, bu yapıların klasik küme ve mantık teorilerinden nasıl evrildiği açıklanmıştır. Ayrıca çalışmanın amacı, kapsamı ve literatüre katkısı hakkında genel bilgiler verilmiştir. İkinci bölümde; nötrosofik küme [8], tek değerli [25] ve çok değerli nötrosofik kümeler [26], nötrosofik dörtlü sayılar ve dörtlü kümeler [28], küme değerli nötrosofik dörtlü sayılar ve kümeler [29] ile genelleştirilmiş küme değerli yapılara ilişkin tanımlar ve bu yapıların temel özellikleri [30] detaylı olarak verilmiştir. Bu bölümde ayrıca, söz konusu yapılarda kullanılan üyelik, anti-üyelik, kararsızlık ve bilinen-bilinmeyen kısımlara dair açıklamalar [12] sunularak teorik altyapı oluşturulmuştur. Üçüncü bölümde, çoklu genelleştirilmiş küme değerli nötrosofik dörtlü kümeler [37] ve çoklu genelleştirilmiş küme değerli nötrosofik dörtlü sayılar [37] tanımlanmış, bu yapıların temel özellikleri sistematik şekilde incelenmiştir. Tanımlanan yeni yapılarla ilgili çeşitli örneklere yer verilmiş, mevcut nötrosofik yapıların genişletilmesi hedeflenmiştir.

Dördüncü bölümde, çoklu aralık genelleştirilmiş küme değerli nütrosifik dörtlü kümeler (ÇAGKDNDK) [38] ve çoklu aralık genelleştirilmiş küme değerli nütrosifik dörtlü sayılar (ÇAGKDNDs) [38] üzerinde yapılan işlemler ele alınmıştır. Bu kapsamda iyimser birleşim, kötümser birleşim, ortalama birleşim, iyimser kesişim, kötümser kesişim ve ortalama kesişim gibi işlemler tanımlanmış ve günlük hayattan alınan örnek ile kümeler üzerinde uygulamalar gerçekleştirilmiştir [38]. Böylece tanımlanan işlemlerin uygulanabilirliği gösterilmiştir. Beşinci bölümde, çalışmada geliştirilen çoklu ve çoklu aralık genelleştirilmiş küme değerli yapılar ile bu yapılar üzerinde tanımlanan işlemlerin sonuçları değerlendirilmiştir. Elde edilen bulguların mevcut literatüre katkısı tartışılmış ve gelecekte bu yapılar üzerinde yapılabilecek çalışmalar için öneriler sunulmuştur.

BÖLÜM 2

GENEL BİLGİLER

Bu bölümde, klasik küme kuramı ve bulanık mantığın [1] daha geliştirilmiş bir hali olan nôtrosifik küme tanımı ele alınmış ve bu kümenin temel bileşenleri olan doğruluk, kararsızlık ve yanlışlık dereceleri [8] ayrıntılı biçimde açıklanmıştır. Ardından, her bir eleman için yalnızca tek bir değerle tanımlanan TDNK [25] tanımlanmış ve bu yapıların temel matematiksel özellikleri verilmiştir. Bu yapılar geliştirilerek, her bir bileşenin çoklu değerlerle ifade edildiği ÇDNK [26] elde edilerek, böylece daha karmaşık ve çok yönlü bilgi temsiline olanak tanınmıştır. Kararsızlıkların aralıklar üzerinden modellenmesini mümkün kılan aralık nôtrosifik küme [40] yapısı ile sürekli değişen sistemlerin ifadesi sağlanmıştır. Daha sonra, doğruluk, kararsızlık ve yanlışlık bileşenlerine dördüncü bir öge eklenerek oluşturulan NDS [24] ve bu sayıların küme yapısına entegre edilmiş hâli olan NDK [41] tanımlanmıştır. Bu yapılar, daha ayrıntılı ve zengin bilgi temsilleri için kullanılabilir. Ardından, her bileşenin bir küme olarak tanımlandığı KDNDK [34] kavramsallaştırılmıştır. Bu bölümde ayrıca, bu tür yapılarda kullanılan temel işlemler tanıtarak KDNDK ve kümelerde operatörler [30] sunulmuştur. Bu yapıların genellenmiş biçimleri olarak, hem bileşen hem de değer düzeyinde daha esnek bir tanım sunan GKDNDK ile GKDNDK tanımı verildi. Son olarak, kararsızlıkların ve küme değerlerinin birlikte aralıklarla ifade edildiği aralık genelleştirilmiş küme değerli nôtrosifik dörtlü kümeler ve aralık genelleştirilmiş küme değerli nôtrosifik dörtlü sayılar [42] tanıtarak, sistemlerin çok yönlü ve esnek biçimde modellenmesine imkân tanıyan gelişmiş bir çerçeve sunulmuştur.

2.1 Nötrosofik Küme, Tek Değerli Nötrosofik Küme ve Tek Değerli Nötrosofik Kümelerin Özellikleri

Tanım 2.1.1 [8] $X \neq \emptyset$ bir küme olsun. $\forall x \in X$,

$$0^- \leq T_A(x) + I_A(x) + F_A(x) \leq 3^+$$

olmak üzere, $T_K: X \rightarrow]^-0, 1^+[$, $I_K: X \rightarrow]^-0, 1^+[$ ve $F_K: X \rightarrow]^-0, 1^+[$ fonksiyonları ile X üzerinde bir K nötrosofik küme;

$$K = \{\langle x, T_K(x), I_K(x), F_K(x) \rangle : x \in X\}$$

şeklinde tanımlanır. Burada $T_K(x), I_K(x)$ ve $F_K(x)$ sırasıyla $x \in X$ 'in doğruluk, kararsızlık ve yanlışlık derecesidir.

Tanım 2.1.2 [39] X evrensel bir küme olsun. $\forall x \in X$,

$$0 \leq T_A(x) + I_A(x) + F_A(x) \leq 3$$

olmak üzere,

$$T_K: X \rightarrow [0,1], I_K: X \rightarrow [0,1] \text{ ve } F_K: X \rightarrow [0,1]$$

fonksiyonları ile X üzerinde bir K tek değerli nötrosofik küme (TDNK);

$$K = \{\langle x, T_K(x), I_K(x), F_K(x) \rangle : x \in X\}$$

kümesi ile tanımlanır. Burada $T_K(x), I_K(x)$ ve $F_K(x)$ sırasıyla $x \in X$ 'in doğruluk, kararsızlık ve yanlışlık derecesidir.

Tanım 2.1.3 [39] $X \neq \emptyset$ bir küme

$$K = \{\langle x, T_K(x), I_K(x), F_K(x) \rangle : x \in X\} \text{ ve } L = \{\langle x, T_L(x), I_L(x), F_L(x) \rangle : x \in X\}$$

X üzerinde iki TDNK olmak üzere $K \subseteq L$ işlemi

$$K \subseteq L \Leftrightarrow T_K(x) \leq T_L(x), I_K(x) \geq I_L(x) \text{ ve } F_K(x) \geq F_L(x), \forall x \in X$$

Tanım 2.1.4 [39] $X \neq \emptyset$ bir küme

$$K = \{\langle x, T_K(x), I_K(x), F_K(x) \rangle : x \in X\} \text{ ve } L = \{\langle x, T_L(x), I_L(x), F_L(x) \rangle : x \in X\}$$

X de iki TDNK olsun.

a) $K \cap L$ işlemi;

$$K \cap L = \{x, \min\{T_K(x), T_L(x)\}, \max\{I_K(x), I_L(x)\}, \max\{F_K(x), F_L(x)\}\}$$

şeklinde tanımlanır.

a) $K \cup L$ işlemi;

$$K \cup L = \{x, \max\{T_K(x), T_L(x)\}, \min\{I_K(x), I_L(x)\}, \min\{F_K(x), F_L(x)\}\}$$

şeklinde tanımlanır.

Tanım 2.1.5 [39] $X \neq \emptyset$ bir küme

$$K = \{\langle x, T_K(x), I_K(x), F_K(x) \rangle : x \in X\} \text{ ve } L = \{\langle x, T_L(x), I_L(x), F_L(x) \rangle : x \in X\}$$

X de iki TDNK olsun.

$K \setminus L$ işlemi;

$$K \setminus L = \{x, \max\{T_K(x), T_L(x)\}, \min\{I_K(x), I_L(x)\}, \min\{F_K(x), F_L(x)\}\}$$

şeklinde tanımlanır.

Tanım 2.1.6 [39] $X \neq \emptyset$ bir küme

$$K = \{\langle x, T_K(x), I_K(x), F_K(x) \rangle : x \in X\}$$

X üzerinde bir TDNK olsun. K kümesinin komplementi

$$K^C = \{\langle x, F_K(x), 1 - I_K(x), T_K(x) \rangle : x \in X\}$$

şeklinde tanımlanır.

2.2 Çok Değerli Nötrosofik Küme

Tanım 2.2.1 [8] E evrensel küme olmak üzere E kümesi üzerinde B ÇDNK aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$\forall x_j \in E$ ve $i = 1, \dots, p$ ve $j = 1, \dots, n$ için

$$B = \{ \langle x_j, (T_B^1(x_j), T_B^2(x_j), \dots, T_B^p(x_j)), (I_B^1(x_j), I_B^2(x_j), \dots, I_B^p(x_j)), (F_B^1(x_j), F_B^2(x_j), \dots, F_B^p(x_j)) \rangle : x_j \in E \}$$

Burada,

$$\begin{aligned} T_B^1(x_j), T_B^2(x_j), \dots, T_B^p(x_j) &: E \rightarrow [0,1], \\ I_B^1(x_j), I_B^2(x_j), \dots, I_B^p(x_j) &: E \rightarrow [0,1], \\ F_B^1(x_j), F_B^2(x_j), \dots, F_B^p(x_j) &: E \rightarrow [0,1] \end{aligned}$$

öyle ki,

$$0 \leq T_B^i(x_j) + I_B^i(x_j) + F_B^i(x_j) \leq 3$$

Burada;

$$(T_B^1(x_j), T_B^2(x_j), \dots, T_B^p(x_j)), (I_B^1(x_j), I_B^2(x_j), \dots, I_B^p(x_j)) \text{ ve} \\ (F_B^1(x_j), F_B^2(x_j), \dots, F_B^p(x_j))$$

sırasıyla doğruluk derecesi, kararsızlık derecesi ve yanlışlık derecesidir.

2.3 Aralık Değerli Nötrosofik Küme

Tanım 2.3.1 [10] A bir evrensel küme olsun. N aralık değerli nötrosofik kümesi aşağıdaki gibi tanımlanır;

$$N = \left\{ \langle a: [T_{N(a)}^L, T_{N(a)}^U], [I_{N(a)}^L, I_{N(a)}^U], [F_{N(a)}^L, F_{N(a)}^U] \rangle, a \in X, \right\}.$$

şeklinde tanımlanır.

Burada,

$$T_N^L: A \rightarrow [0, 1], T_N^U: A \rightarrow [0, 1] \text{ doğruluk fonksiyonu}$$

$$I_N^L: A \rightarrow [0, 1], I_N^U: A \rightarrow [0, 1] \text{ kararsızlık fonksiyonu}$$

$$F_N^L: A \rightarrow [0, 1], F_N^U: A \rightarrow [0, 1] \text{ yanlışlık fonksiyonu}$$

şeklinde tanımlanır.

2.4 Nötrosofik Dörtlü Sayı

Tanım 2.4.1 [28] Bir nötrosofik dörtlü sayı

$$(a_1, a_2T, a_3I, a_4F)$$

şeklinde gösterilir. Burada; T, I ve F bileşenleri nütrosifik mantıktaki doğruluk, kararsızlık ve yanlışlık fonksiyonlarıdır. Bunun yanı sıra $a_1, a_2, a_3, a_4 \in \mathbb{R}$ veya $a_1, a_2, a_3, a_4 \in \mathbb{C}$.

2.5 Nütrosifik Dörtlü Küme

Tanım 2.5.1 [28] Bir nütrosifik dörtlü küme

$$\text{NDK} = \{(a_1, a_2T, a_3I, a_4F): a_1, a_2, a_3, a_4 \in \mathbb{R} \text{ veya } a_1, a_2, a_3, a_4 \in \mathbb{C}\}$$

şeklinde gösterilir. Burada, (a_1, a_2T, a_3I, a_4F) ; bir sayıyı, fikri, objeyi vb. temsil eder.

$$“a_1”$$

bilinen kısım ve

$$(a_2T, a_3I, a_4F)$$

ise bilinmeyen kısım olarak adlandırılır. Bundan dolayı nütrosifik dörtlü kümeler nütrosifik kümelerden daha genel bir yapıya sahiptir.

2.6 Küme Değerli Nütrosifik Dörtlü Sayı ve Küme Değerli Nütrosifik Dörtlü Küme

Tanım 2.6.1 [29] N bir küme ve $P(N)$, N nin kuvvet kümesi olsun. Bir KDNDK,

$$(\overline{NQ_1}, \overline{NQ_2}T, \overline{NQ_3}I, \overline{NQ_4}F)$$

formunda gösterilir. Burada T, I ve F sırasıyla nütrosifik teoriye üyelik derecesi, kararsızlık derecesi, yanlışlık derecesidir. Ayrıca, $\overline{NQ_1}, \overline{NQ_2}, \overline{NQ_3}, \overline{NQ_4} \in P(N)$.

Ayrıca bir KDNDK

$$N_q = \{(\overline{NQ_1}, \overline{NQ_2}T, \overline{NQ_3}I, \overline{NQ_4}F): \overline{NQ_1}, \overline{NQ_2}, \overline{NQ_3}, \overline{NQ_4} \in P(N)\}$$

Burada, Nütrosifik dörtlü kümelere benzer şekilde,

$$“\overline{NQ_1}”$$

bilinen kısım olarak adlandırılır ve

$$(\overline{NQ}_2T, \overline{NQ}_3I, \overline{NQ}_4F)$$

bilinmeyen kısım olarak adlandırılır.

2.7 Küme Değerli Nötrosifik Dörtlü Sayı ve Kümelerde Operatörler

Tanım 2.7.1 [29] N bir küme ve $P(N)$, N nin kuvvet kümesi olsun.

$$\overline{NQA} = (\overline{NQA}_1, \overline{NQA}_2T, \overline{NQA}_3I, \overline{NQA}_4F) \text{ ve}$$

$$\overline{NQB} = (\overline{NQB}_1, \overline{NQB}_2T, \overline{NQB}_3I, \overline{NQB}_4F)$$

KDNDS olsun. Küme teorisinde birleşim, kesişim, fark işlemlerini tanımlarız, öyle ki

$$\begin{aligned} \overline{NQA} \cup \overline{NQB} &= ((\overline{NQA}_1 \cup \overline{NQB}_1), (\overline{NQA}_2 \cup \overline{NQB}_2)T, (\overline{NQA}_3 \cup \overline{NQB}_3)I, \\ &(\overline{NQA}_4 \cup \overline{NQB}_4)F) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{NQA} \cap \overline{NQB} &= ((\overline{NQA}_1 \cap \overline{NQB}_1), (\overline{NQA}_2 \cap \overline{NQB}_2)T, (\overline{NQA}_3 \cap \overline{NQB}_3)I, \\ &(\overline{NQA}_4 \cap \overline{NQB}_4)F) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{NQA} \setminus \overline{NQB} &= ((\overline{NQA}_1 \setminus \overline{NQB}_1), (\overline{NQA}_2 \setminus \overline{NQB}_2)T, (\overline{NQA}_3 \setminus \overline{NQB}_3)I, \\ &(\overline{NQA}_4 \setminus \overline{NQB}_4)F) \end{aligned}$$

2.8 Genelleştirilmiş Küme Değerli Nötrosifik Dörtlü Sayı ve Genelleştirilmiş Küme Değerli Nötrosifik Dörtlü Küme

Tanım 2.8.1 [30] X bir küme ve $P(X)$, X ' in kuvvet kümesi olsun. A GKDMDS formunun bir kümesi

$$G_{S_i} = \{(A_{S_i}, B_{S_i}T_{S_i}, C_{S_i}I_{S_i}, D_{S_i}F_{S_i}): A_{S_i}, B_{S_i}, C_{S_i}, D_{S_i} \in P(X); i = 1, 2, 3, \dots, n\}$$

Burada T_i, I_i ve F_i her zamanki nötrosifik mantık araçlarına bir GKDNDS tarafından tanımlanan

$$G_{N_i} = (A_{S_i}, B_{S_i}T_{S_i}, C_{S_i}I_{S_i}, D_{S_i}F_{S_i}).$$

NDS olduğu gibi, bir sayı, bir fikir, bir nesne vb. olabilen bir varlığı temsil eden bir GNDS($A_{S_i}, B_{S_i}T_{S_i}, C_{S_i}I_{S_i}, D_{S_i}F_{S_i}$) için;

$$“A_{S_i}”$$

bilinen kısım olarak adlandırılır ve

$$“(B_{S_i}T_{S_i}, C_{S_i}I_{S_i}, D_{S_i}F_{S_i})”$$

bilinmeyen kısım olarak adlandırılır.

Ayrıca şunu da gösterebiliriz GKDNDs oluşan GKDNDK

$$G_{S_i} = \{G_{N_i}; i = 1, 2, \dots, n\}.$$

2.9 Aralık Genelleştirilmiş Küme Değerli Nötrosofik Dörtlü Küme ve Aralık Genelleştirilmiş Küme Değerli Nötrosofik Dörtlü Sayı

Tanım 2.9.1 [32] Abir küme ve $P(A)$, A nın kuvvet kümesi olsun. Q aralık genelleştirilmiş küme değerli nötrosofik dörtlü küme;

$$Q = \{< L^1_{Q_1}, \widehat{IG}q^1_{1Q_1} [T^L_{Q_1(a)}, T^U_{Q_1(a)}], \widehat{IG}q^1_{2Q_1} [I^L_{Q_1(a)}, I^U_{Q_1(a)}],$$

$$\widehat{IG}q^1_{3Q_1} [F^L_{Q_1(a)}, F^U_{Q_1(a)}];$$

$$L^2_{Q_2}, \widehat{IG}q^2_{1Q_2} [T^L_{Q_2(a)}, T^U_{Q_2(a)}], \widehat{IG}q^2_{2Q_2} [I^L_{Q_2(a)}, I^U_{Q_2(a)}],$$

$$\widehat{IG}q^2_{3Q_2} [F^L_{Q_2(a)}, F^U_{Q_2(a)}];$$

...

$$L^3_{Q_3}, \widehat{IG}q^3_{1Q_3} [T^L_{Q_3(a)}, T^U_{Q_3(a)}], \widehat{IG}q^3_{2Q_3} [I^L_{Q_3(a)}, I^U_{Q_3(a)}],$$

$$\widehat{IG}q^3_{3Q_3} [F^L_{Q_3(a)}, F^U_{Q_3(a)}]; >;$$

$$L^n_{Q_n}, \widehat{IG}q^n_{1Q_n}, \widehat{IG}q^n_{2Q_n}, \widehat{IG}q^n_{3Q_n} \in P(A); n = 1, 2, 3, \dots, i\}$$

şeklinde tanımlanır.

Ayrıca,

$$Q^Q_1 = \{< L^1_{Q_1}, \widehat{IG}q^1_{1Q_1} [T^L_{Q_1(a)}, T^U_{Q_1(a)}], \widehat{IG}q^1_{2Q_1} [I^L_{Q_1(a)}, I^U_{Q_1(a)}], \\ \widehat{IG}q^1_{3Q_1} [F^L_{Q_1(a)}, F^U_{Q_1(a)}] >\}$$

aralık genişletilmiş küme değerli nütrosifik dörtlü sayı olarak adlandırılır.

Burada,

$$“L^1_{Q_1}”$$

bilinen kısım,

$$“\widehat{IG}q^1_{1Q_1} [T^L_{Q_1(a)}, T^U_{Q_1(a)}], \widehat{IG}q^1_{2Q_1} [I^L_{Q_1(a)}, I^U_{Q_1(a)}], \\ \widehat{IG}q^1_{3Q_1} [F^L_{Q_1(a)}, F^U_{Q_1(a)}]”$$

ise bilinmeyen kısım olarak adlandırılır.

Ayrıca, aralık nütrosifik kümelerde olduğu gibi

$$T^L_{Q_n(a)}: A \rightarrow [0, 1], T^U_{Q_n(a)}: A \rightarrow [0, 1] \text{ doğruluk fonksiyonu}$$

$$I^L_{Q_n(a)}: A \rightarrow [0, 1], I^U_{Q_n(a)}: A \rightarrow [0, 1] \text{ kararsızlık fonksiyonu}$$

$$F^L_{Q_n(a)}: A \rightarrow [0, 1], F^U_{Q_n(a)}: A \rightarrow [0, 1] \text{ yanlışlık fonksiyonu}$$

şeklinde tanımlanır.

Ayrıca,

$$Q = \{Q^Q_n; n = 1, 2, \dots, i\}$$

şeklinde gösterilir.

BÖLÜM 3

ÇOKLU GENELLEŞTİRİLMİŞ KÜME DEĞERLİ NÖTROSOFİK DÖRTLÜ KÜMELER VE SAYILAR

Bu bölümde, ÇDNS ve NDS genelleştirilmiş hali olarak, ÇGKDNDK ve kümeler tanımlanmış ve temel özellikleri verilmiştir [37]. Böylece ÇDNK ile NDK birlikte kullanıldığı yeni bir yapı elde edilmiştir. Ayrıca ÇGKDNDK için iyimser birleşme, kötümser birleşme, ortalama birleşme, kötümser kesişim, iyimser kesişim, ortalama kesişim operatörleri tanımlanmıştır[37].

3.1 ÇokluGenelleştirilmiş Küme Değerli Nötrosofik Dörtlü Küme

Tanım 3.1.1 [37] E evrensel küme ve P(E) E nin kuvvet kümesi olsun. E kümesi üzerinde MNq ÇGKDNDK şu şekilde tanımlanır

$$\begin{aligned}
 MNq = \{ & (\mathcal{M}q_{1(d_i)}^1, \mathcal{M}q_{1(d_i)}^2, \mathcal{M}q_{1(d_i)}^3, \dots, \mathcal{M}q_{1(d_i)}^n), \\
 & (\mathcal{M}q_{2(d_i)}^1, \mathcal{M}q_{2(d_i)}^2, \mathcal{M}q_{2(d_i)}^3, \dots, \mathcal{M}q_{2(d_i)}^n) (T_{\mathcal{M}q_{2(d_i)}}^1, T_{\mathcal{M}q_{2(d_i)}}^2, T_{\mathcal{M}q_{2(d_i)}}^3, \dots, T_{\mathcal{M}q_{2(d_i)}}^n), \\
 & (\mathcal{M}q_{3(d_i)}^1, \mathcal{M}q_{3(d_i)}^2, \mathcal{M}q_{3(d_i)}^3, \dots, \mathcal{M}q_{3(d_i)}^n) (I_{\mathcal{M}q_{2(d_i)}}^1, I_{\mathcal{M}q_{2(d_i)}}^2, I_{\mathcal{M}q_{2(d_i)}}^3, \dots, I_{\mathcal{M}q_{2(d_i)}}^n), \\
 & (\mathcal{M}q_{4(d_i)}^1, \mathcal{M}q_{4(d_i)}^2, \mathcal{M}q_{4(d_i)}^3, \dots, \mathcal{M}q_{4(d_i)}^n) (F_{\mathcal{M}q_{2(d_i)}}^1, F_{\mathcal{M}q_{2(d_i)}}^2, F_{\mathcal{M}q_{2(d_i)}}^3, \dots, F_{\mathcal{M}q_{2(d_i)}}^n) \Big): \\
 & \mathcal{M}q_{1(d_i)}^n, \mathcal{M}q_{2(d_i)}^n, \mathcal{M}q_{3(d_i)}^n, \mathcal{M}q_{4(d_i)}^n \in P(E) \}.
 \end{aligned}$$

Burada

$$i=1, \dots, j; n=1, \dots, p$$

$$T_{\mathcal{M}q_2}^1, T_{\mathcal{M}q_2}^2, T_{\mathcal{M}q_2}^3, \dots, T_{\mathcal{M}q_2}^n: E \rightarrow [0, 1],$$

$$I_{\mathcal{M}q_2}^1, I_{\mathcal{M}q_2}^2, I_{\mathcal{M}q_2}^3, \dots, I_{\mathcal{M}q_2}^n: E \rightarrow [0, 1],$$

$$F_{\mathcal{M}q_2}^1, F_{\mathcal{M}q_2}^2, F_{\mathcal{M}q_2}^3, \dots, F_{\mathcal{M}q_2}^n: E \rightarrow [0, 1],$$

$$0 \leq T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n + I_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n + F_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n \leq 3$$

ve

$$T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^1, T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^2, T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^3, \dots, T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n,$$

$$I_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^1, I_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^2, I_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^3, \dots, I_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n,$$

$$F_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^1, F_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^2, F_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^3, \dots, F_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n$$

$i=1; n=1, \dots, p$ için sırasıyla doğruluk dereceleri, kararsızlık dereceleri, yanlışlık dereceleridir.

Not 3.1.2 [37] Tanım 2.2.1 ve Tanım 2.8.1 den, ÇGKDNK'ler hem ÇDNK hem de GKDNK koşullarını sağlar. Ayrıca, ÇGKDNK de p kümenin eleman sayısı ve n her bir elemanın bileşen sayısıdır.

3.2 Çoklu Genelleştirilmiş Küme Değerli Nötrosifik Dörtlü Sayı

Tanım 3.1.1 [37] E evrensel küme ve $P(E)$ E nin kuvvet kümesi olsun.

$$\begin{aligned} MNq = \{ & \langle (\mathcal{M}q_{1(d_i)}^1, \mathcal{M}q_{1(d_i)}^2, \mathcal{M}q_{1(d_i)}^3, \dots, \mathcal{M}q_{1(d_i)}^n), \\ & (\mathcal{M}q_{2(d_i)}^1, \mathcal{M}q_{2(d_i)}^2, \mathcal{M}q_{2(d_i)}^3, \dots, \mathcal{M}q_{2(d_i)}^n) (T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^1, T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^2, T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^3, \dots, T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n), \\ & (\mathcal{M}q_{3(d_i)}^1, \mathcal{M}q_{3(d_i)}^2, \mathcal{M}q_{3(d_i)}^3, \dots, \mathcal{M}q_{3(d_i)}^n) (I_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^1, I_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^2, I_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^3, \dots, I_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n), \\ & (\mathcal{M}q_{4(d_i)}^1, \mathcal{M}q_{4(d_i)}^2, \mathcal{M}q_{4(d_i)}^3, \dots, \mathcal{M}q_{4(d_i)}^n) (F_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^1, F_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^2, F_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^3, \dots, F_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n) \rangle : \\ & \mathcal{M}q_{1(d_i)}^n, \mathcal{M}q_{2(d_i)}^n, \mathcal{M}q_{3(d_i)}^n, \mathcal{M}q_{4(d_i)}^n \in P(E) \} \end{aligned}$$

bir ÇGKDNK olsun. Bir ÇGKDNDS MNq şu şekilde tanımlanır

$$\begin{aligned}
MNq_1 = & \left\{ \left(\mathcal{M}q_{1_{S_{d_1}^1}}, \mathcal{M}q_{1_{S_{d_1}^2}}, \dots, \mathcal{M}q_{1_{S_{d_1}^n}} \right), \right. \\
& \left(\mathcal{M}q_{2_{S_{d_1}^1}}, \mathcal{M}q_{2_{S_{d_1}^2}}, \dots, \mathcal{M}q_{2_{S_{d_1}^n}} \right) \left(T_{S_{d_1}^1}(d_1), T_{S_{d_1}^2}(d_1), \dots, T_{S_{d_1}^n}(d_1) \right), \\
& \left(\mathcal{M}q_{3_{S_{d_1}^1}}, \mathcal{M}q_{3_{S_{d_1}^2}}, \dots, \mathcal{M}q_{3_{S_{d_1}^n}} \right) \left(I_{S_{d_1}^1}(d_1), I_{S_{d_1}^2}(d_1), \dots, I_{S_{d_1}^n}(d_1) \right), \\
& \left. \left(\mathcal{M}q_{4_{S_{d_1}^1}}, \mathcal{M}q_{4_{S_{d_1}^2}}, \dots, \mathcal{M}q_{4_{S_{d_1}^n}} \right) \left(F_{S_{d_1}^1}(d_1), F_{S_{d_1}^2}(d_1), \dots, F_{S_{d_1}^n}(d_1) \right) \right\}
\end{aligned}$$

Burada $d_i = 1, \dots, m$; $i=1$; $n=1, \dots, p$. Her d_i farklı bir gözlem, ölçüm veya değerlendirme fonksiyonunu temsil eder.

NDS de olduğu gibi, bir ÇGNDS bir sayı, bir fikir, bir nesne vb. olabilen bir varlığı temsil eder. Böylece

$$\left(\mathcal{M}q_{1_{S_{d_1}^1}}, \mathcal{M}q_{1_{S_{d_1}^2}}, \dots, \mathcal{M}q_{1_{S_{d_1}^n}} \right)$$

bilinen kısım olarak adlandırılır ve

$$\begin{aligned}
& \left(\mathcal{M}q_{2_{S_{d_1}^1}}, \mathcal{M}q_{2_{S_{d_1}^2}}, \dots, \mathcal{M}q_{2_{S_{d_1}^n}} \right) \left(T_{S_{d_1}^1}(d_1), T_{S_{d_1}^2}(d_1), \dots, T_{S_{d_1}^n}(d_1) \right), \\
& \left(\mathcal{M}q_{3_{S_{d_1}^1}}, \mathcal{M}q_{3_{S_{d_1}^2}}, \dots, \mathcal{M}q_{3_{S_{d_1}^n}} \right) \left(I_{S_{d_1}^1}(d_1), I_{S_{d_1}^2}(d_1), \dots, I_{S_{d_1}^n}(d_1) \right), \\
& \left(\mathcal{M}q_{4_{S_{d_1}^1}}, \mathcal{M}q_{4_{S_{d_1}^2}}, \dots, \mathcal{M}q_{4_{S_{d_1}^n}} \right) \left(F_{S_{d_1}^1}(d_1), F_{S_{d_1}^2}(d_1), \dots, F_{S_{d_1}^n}(d_1) \right)
\end{aligned}$$

bilinmeyen kısım olarak adlandırılır.

ÇGKDNDK şu şekilde de gösterilebilir

$$MNq = \{MNq_i; i = 1, 2, \dots, j\}.$$

Örnek 3.2.2 [37]

M= {Biyoloji, Coğrafya, Din Kültürü, Edebiyat, Geometri,

İngilizce, Kimya, Matematik}

kümesi, bir ay içinde çalışılan farklı ders kitaplarını temsil etsin. Bir öğrencinin bir ay içinde ardışık dört haftası için H_1, H_2, H_3, H_4 GKDNDK tarafından çözülen dersleri temsil eder. Ayrıca, burada $MNq_{n_1}, MNq_{n_2}, MNq_{n_3}, MNq_{n_4}$ ve MNq_{n_5} sırasıyla Pazartesi, Salı, Çarşamba, Perşembe ve Cuma günleri soru çözülen derslerin ÇGKDNDK gösterimi olsun.

$$H_1 = \{Pazartesi_1 = \{\{\text{Matematik, Geometri}\}, \{\text{Din Kültürü, Edebiyat}\} (0.3),$$

$$\{\text{İngilizce, Coğrafya}\} (0.5), \{\text{Biyoloji}\} (0.1)\}$$

$$Salı_1 = \{\{\text{İngilizce}\}, \{\text{Kimya, Edebiyat}\} (0.2), \{\text{Matematik, Geometri}\} (0.6),$$

$$\{\text{Din kültürü, Biyoloji}\} (0.3)\}$$

$$\text{Çarşamba}_1 = \{\{\text{Biyoloji, Coğrafya, İngilizce}\}, \{\text{Edebiyat}\} (0.3),$$

$$\{\text{Geometri, Din Kültürü}\} (0.5), \{\text{Matematik}\} (0.2)\}$$

$$\text{Perşembe}_1 = \{\{\text{Matematik}\}, \{\text{Edebiyat, Biyoloji}\} (0.3),$$

$$\{\text{Din Kültürü, İngilizce}\} (0.4), \{\text{Coğrafya}\} (0.3)\}$$

$$\text{Cuma}_1 = \{\{\text{Geometri, İngilizce}\}, \{\text{Coğrafya, Matematik}\} (0.6),$$

$$\{\text{Kimya, Din Kültürü}\} (0.2), \{\text{Edebiyat, Biyoloji}\} (0.3)\}\}$$

$$H_2 = \{Pazartesi_2 = \{\{\text{Din Kültürü, Edebiyat}\}, \{\text{Kimya}\} (0.2),$$

$$\{\text{Matematik, Geometri}\} (0.5), \{\text{Coğrafya, Biyoloji}\} (0.3)\}$$

$$Salı_2 = \{\{\text{İngilizce, Matematik}\}, \{\text{Coğrafya, Geometri}\} (0.4),$$

$$\{\text{Din Kültürü}\} (0.3), \{\text{Edebiyat, Kimya}\} (0.3)\}$$

$$\text{Çarşamba}_2 = \{\{\text{Coğrafya, İngilizce}\}, \{\text{Edebiyat, Matematik}\} (0.5),$$

$$\{\text{Geometri, Din Kültürü}\} (0.3), \{\text{Biyoloji}\} (0.2)\}$$

$$\text{Perşembe}_2 = \{\{\text{Geometri, Matematik}\}, \{\text{Coğrafya, Kimya, Biyoloji}\} (0.7),$$

$$\{\text{Din Kültürü}\} (0.2), \{\text{İngilizce}\} (0.1)\}$$

$$Cuma_2 = \{ \{ \text{Kimya} \}, \{ \text{Matematik} \} (0.3), \{ \text{Biyoloji}, \text{Edebiyat} \} (0.4),$$

$$\{ \text{Din Kültürü}, \text{İngilizce} \} (0.3) \}$$

$$H_3 = \{ Pazartesi_3 = \{ \{ \text{Matematik} \}, \{ \text{Geometri} \} (0.1),$$

$$\{ \text{Kimya}, \text{Din Kültürü} \} (0.3), \{ \text{Edebiyat}, \text{Coğrafya} \} (0.3) \}$$

$$Salı_3 = \{ \{ \text{Din Kültürü}, \text{Geometri} \}, \{ \text{İngilizce} \} (0.3), \{ \text{Kimya} \} (0.1),$$

$$\{ \text{Edebiyat}, \text{Coğrafya}, \text{Matematik} \} (0.6) \}$$

$$Çarşamba_3 = \{ \{ \text{Edebiyat}, \text{Kimya}, \text{Biyoloji} \},$$

$$\{ \text{Matematik}, \text{Geometri} \} (0.5), \{ \text{Din Kültürü} \} (0.2), \{ \text{İngilizce} \} (0.3) \}$$

$$Perşembe_3 = \{ \{ \text{Kimya} \}, \{ \text{Matematik}, \text{Geometri} \} (0.5),$$

$$\{ \text{Din Kültürü} \} (0.3), \{ \text{Biyoloji} \} (0.3) \}$$

$$Cuma_3 = \{ \{ \text{İngilizce} \}, \{ \text{Edebiyat}, \text{Geometri} \} (0.3),$$

$$\{ \text{Kimya}, \text{Din Kültürü} \} (0.1), \{ \text{Coğrafya}, \text{Matematik}, \text{Biyoloji} \} (0.6) \}$$

$$H_4 = \{ Pazartesi_4 = \{ \{ \text{İngilizce}, \text{Geometri} \}, \{ \text{Kimya}, \text{Edebiyat} \} (0.4),$$

$$\{ \text{Biyoloji} \} (0.4), \{ \text{Matematik}, \text{Coğrafya} \} (0.3) \}$$

$$Salı_4 = \{ \{ \text{Biyoloji}, \text{Matematik}, \text{Geometri} \}, \{ \text{Edebiyat} \} (0.1),$$

$$\{ \text{Kimya} \} (0.7), \{ \text{Coğrafya}, \text{İngilizce}, \text{Kimya} \} (0.2) \}$$

$$Çarşamba_4 = \{ \{ \text{Coğrafya} \}, \{ \text{Geometri}, \text{Kimya}, \text{Biyoloji} \} (0.8),$$

$$\{ \text{İngilizce}, \text{Matematik} \} (0.1), \{ \text{Din Kültürü} \} (0.1) \}$$

$$Perşembe_4 = \{ \{ \text{Matematik}, \text{Kimya}, \text{Geometri} \}, \{ \text{Edebiyat} \} (0.2),$$

$$\{ \text{Coğrafya}, \text{Din Kültürü} \} (0.5), \{ \text{Biyoloji} \} (0.3) \}$$

$$Cuma_4 = \{ \{ \text{Geometri} \}, \{ \text{İngilizce}, \text{Matematik} \} (0.5),$$

$$\{\text{Kimya}, \text{Din Kültürü}\}(0.3), \{\text{Edebiyat}, \text{Biyoloji}\}(0.2)\}$$

$$\text{MNq}_{n_1} = \{(\text{Matematik}, \text{Geometri}), \{\text{Din Kültürü}, \text{Edebiyat}\}, \{\text{Matematik},$$

$$\{\text{ ngilizce}, \text{Coğrafiya}\}), (\{\text{Din Kültürü}, \text{Edebiyat}\}, \{\text{Kimya}\}, \{\text{Geometri}\},$$

$$\{\text{Kimya}, \text{Edebiyat}\})$$

$$(0.3, 0.2, 0.1, 0.4),$$

$$(\{\text{ ngilizce}, \text{Coğrafiya}\}, \{\text{Matematik}, \text{Geometri}\}, \{\text{Kimya}, \text{Din Kültürü}\}, \{\text{Biyoloji}\})$$

$$(0.5, 0.5, 0.3, 0.4),$$

$$(\{\text{Biyoloji}\}, \{\text{Coğrafiya}, \text{Biyoloji}\}, \{\text{Edebiyat}, \text{Coğrafiya}\}, \{\text{Matematik}, \text{Coğrafiya}\})$$

$$(0.1, 0.3, 0.3, 0.3)\}$$

$$\text{MNq}_{n_2} = \{(\{\text{ ngilizce}\}, \{\text{ ngilizce}, \text{Matematik}\}, \{\text{Din Kültürü}, \text{Geometri}\},$$

$$\{\text{Biyoloji}, \text{Matematik}, \text{Geometri}\}), (\{\text{Kimya}, \text{Edebiyat}\}, \{\text{Coğrafiya}, \text{Geometri}\},$$

$$\{\text{ ngilizce}\}, \{\text{Edebiyat}\})$$

$$(0.2, 0.4, 0.3, 0.1),$$

$$(\{\text{Matematik}, \text{Geometri}\}, \{\text{Din Kültürü}\}, \{\text{Kimya}\}, \{\text{Kimya}\})$$

$$(0.6, 0.3, 0.1, 0.7),$$

$$(\{\text{Din Kültürü}, \text{Biyoloji}\}, \{\text{Edebiyat}, \text{Kimya}\}, \{\text{Edebiyat}, \text{Coğrafiya}, \text{Matematik}\},$$

$$\{\text{Coğrafiya}, \text{ ngilizce}, \text{Kimya}\})$$

$$(0.3, 0.3, 0.6, 0.2)\}$$

$$\text{MNq}_{n_3} = \{(\text{Biyoloji}, \text{Coğrafiya}, \text{ ngilizce}\}, \{\text{Coğrafiya}, \text{ ngilizce}\},$$

$$\{\text{Edebiyat}, \text{Kimya}, \text{Biyoloji}\}, \{\text{Coğrafiya}\}), (\{\text{Edebiyat}\}, \{\text{Edebiyat}, \text{Matematik}\},$$

$$\{\text{Matematik}, \text{Geometri}\}, \{\text{Geometri}, \text{Kimya}, \text{Biyoloji}\})$$

(0.3,0.5,0.5,0.8),

({Geometri,Din Kültürü},{Geometri,Din Kültürü},{Din Kültürü},

{İngilizce,Matematik}))

(0.5,0.3,0.2,0.1),

({Matematik},{Biyoloji},{İngilizce},{DinKültürü})

(0.2,0.2,0.3,0.1)}

$MNq_{n_4} = \{(\{Geometri,Matematik\},\{Kimya\},\{Coğrafya,İngilizce,Kimya\},$

$\{Matematik,Kimya,Geometri\}),(\{Edebiyat,Biyoloji\},\{Coğrafya,Kimya,Biyoloji\},$

$\{Matematik,Geometri\},\{Edebiyat\})$

(0.3,0.7,0.5,0.2),

({Din Kültürü,İngilizce},{Din Kültürü},{Din Kültürü},{Coğrafya,Din Kültürü})

(0.4,0.2,0.3,0.5),

({Coğrafya},{İngilizce},{Biyoloji},{Biyoloji})

(0.3,0.1,0.3,0.3)}

$MNq_{n_5} = \{(\{Geometri,İngilizce\},\{Kimya\},\{İngilizce\},\{Geometri\}),$

$\{Coğrafya,Matematik\},\{Matematik\},\{Edebiyat,Geometri\},\{İngilizce,Matematik\})$

(0.6,0.3,0.3,0.5),

({Kimya,Din Kültürü},{Biyoloji,Edebiyat},{Kimya,Din Kültürü},

{Kimya,Din Kültürü})

(0.2,0.4,0.1,0.3),

({Edebiyat,Biyoloji},{Din Kültürü,İngilizce},{Coğrafya,Matematik,Biyoloji},

{Edebiyat,Biyoloji})

(0.3,0.3,0.6,0.2)}

Burada, MNq_n ÇGKDNDK sayesinde, MNq_{n_1} , MNq_{n_2} , MNq_{n_3} , MNq_{n_4} ve MNq_{n_5} kümeleri tek bir küme olarak ifade edilmiştir.

Tanım 3.2.3 [37]

$$\begin{aligned} \mathcal{M}q^{MNq} = \{ & \langle (\mathcal{M}q_{1(d_i)}^1, \mathcal{M}q_{1(d_i)}^2, \mathcal{M}q_{1(d_i)}^3, \dots, \mathcal{M}q_{1(d_i)}^n), \\ & (\mathcal{M}q_{2(d_i)}^1, \mathcal{M}q_{2(d_i)}^2, \mathcal{M}q_{2(d_i)}^3, \dots, \mathcal{M}q_{2(d_i)}^n) (T_{\mathcal{M}q_{2(d_i)}}^1, T_{\mathcal{M}q_{2(d_i)}}^2, T_{\mathcal{M}q_{2(d_i)}}^3, \dots, T_{\mathcal{M}q_{2(d_i)}}^n), \\ & (\mathcal{M}q_{3(d_i)}^1, \mathcal{M}q_{3(d_i)}^2, \mathcal{M}q_{3(d_i)}^3, \dots, \mathcal{M}q_{3(d_i)}^n) (I_{\mathcal{M}q_{2(d_i)}}^1, I_{\mathcal{M}q_{2(d_i)}}^2, I_{\mathcal{M}q_{2(d_i)}}^3, \dots, I_{\mathcal{M}q_{2(d_i)}}^n), \\ & (\mathcal{M}q_{4(d_i)}^1, \mathcal{M}q_{4(d_i)}^2, \mathcal{M}q_{4(d_i)}^3, \dots, \mathcal{M}q_{4(d_i)}^n) (F_{\mathcal{M}q_{2(d_i)}}^1, F_{\mathcal{M}q_{2(d_i)}}^2, F_{\mathcal{M}q_{2(d_i)}}^3, \dots, F_{\mathcal{M}q_{2(d_i)}}^n) \rangle : \\ & \mathcal{M}q_{1(d_i)}^n, \mathcal{M}q_{2(d_i)}^n, \mathcal{M}q_{3(d_i)}^n, \mathcal{M}q_{4(d_i)}^n \in P(E) \} \end{aligned}$$

ve

$$\begin{aligned} \mathcal{P}q^{MNq} = \{ & \langle (\mathcal{P}q_{1(d_i)}^1, \mathcal{P}q_{1(d_i)}^2, \mathcal{P}q_{1(d_i)}^3, \dots, \mathcal{P}q_{1(d_i)}^n), \\ & (\mathcal{P}q_{2(d_i)}^1, \mathcal{P}q_{2(d_i)}^2, \mathcal{P}q_{2(d_i)}^3, \dots, \mathcal{P}q_{2(d_i)}^n) (T_{\mathcal{P}q_{2(d_i)}}^1, T_{\mathcal{P}q_{2(d_i)}}^2, T_{\mathcal{P}q_{2(d_i)}}^3, \dots, T_{\mathcal{P}q_{2(d_i)}}^n), \\ & (\mathcal{P}q_{3(d_i)}^1, \mathcal{P}q_{3(d_i)}^2, \mathcal{P}q_{3(d_i)}^3, \dots, \mathcal{P}q_{3(d_i)}^n) (I_{\mathcal{P}q_{2(d_i)}}^1, I_{\mathcal{P}q_{2(d_i)}}^2, I_{\mathcal{P}q_{2(d_i)}}^3, \dots, I_{\mathcal{P}q_{2(d_i)}}^n), \\ & (\mathcal{P}q_{4(d_i)}^1, \mathcal{P}q_{4(d_i)}^2, \mathcal{P}q_{4(d_i)}^3, \dots, \mathcal{P}q_{4(d_i)}^n) (F_{\mathcal{P}q_{2(d_i)}}^1, F_{\mathcal{P}q_{2(d_i)}}^2, F_{\mathcal{P}q_{2(d_i)}}^3, \dots, F_{\mathcal{P}q_{2(d_i)}}^n) \rangle : \\ & \mathcal{P}q_{1(d_i)}^n, \mathcal{P}q_{2(d_i)}^n, \mathcal{P}q_{3(d_i)}^n, \mathcal{P}q_{4(d_i)}^n \in P(E) \} \end{aligned}$$

iki ÇGKDNDK olsun.

i. Eğer aşağıdaki koşullar sağlanırsa, $\mathcal{M}q^{MNq}$ nin $\mathcal{P}q^{MNq}$ nin alt kümesi olduğunu söyleriz ve $\mathcal{M}q^{MNq} \subset \mathcal{P}q^{MNq}$ olarak gösteririz.

$$\mathcal{M}q_{1(d_i)}^n \subset \mathcal{P}q_{1(d_i)}^n$$

$$\mathcal{M}q_{2(d_i)}^n \subset \mathcal{P}q_{2(d_i)}^n$$

$$\mathcal{M}q_{3(d_i)}^n \subset \mathcal{P}q_{3(d_i)}^n$$

$$\mathcal{M}q_{4(d_i)}^n \subset \mathcal{P}q_{4(d_i)}^n$$

ve

$$T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n \leq T_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n$$

$$I_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n \geq I_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n$$

$$F_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n \geq F_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n$$

i=1,...,j; n=1,...,p.

ii. Eğer aşağıdaki koşullar sağlanırsa, $\mathcal{M}q^{MNq}\mathcal{P}q^{MNq}$ ye eşittir ve $\mathcal{M}q^{MNq} = \mathcal{P}q^{MNq}$ olarak gösterilir.

$$\mathcal{M}q_{1(d_i)}^n = \mathcal{P}q_{1(d_i)}^n$$

$$\mathcal{M}q_{2(d_i)}^n = \mathcal{P}q_{2(d_i)}^n$$

$$\mathcal{M}q_{3(d_i)}^n = \mathcal{P}q_{3(d_i)}^n$$

$$\mathcal{M}q_{4(d_i)}^n = \mathcal{P}q_{4(d_i)}^n$$

ve

$$T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n = T_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n$$

$$I_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n = I_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n$$

$$F_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n = F_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n$$

i=1,...,j; n=1,...,p.

3.3 Çoklu Genelleştirilmiş Küme Değerli Nötrosofik Dörtlü Kümeler için operatörler

Tanım 3.3.1 [37]

$$\begin{aligned} \mathcal{M}q^{MNq} = \{ & \langle (\mathcal{M}q_{1(d_i)}^1, \mathcal{M}q_{1(d_i)}^2, \mathcal{M}q_{1(d_i)}^3, \dots, \mathcal{M}q_{1(d_i)}^n), \\ & (\mathcal{M}q_{2(d_i)}^1, \mathcal{M}q_{2(d_i)}^2, \mathcal{M}q_{2(d_i)}^3, \dots, \mathcal{M}q_{2(d_i)}^n) (T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^1, T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^2, T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^3, \dots, T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n), \\ & (\mathcal{M}q_{3(d_i)}^1, \mathcal{M}q_{3(d_i)}^2, \mathcal{M}q_{3(d_i)}^3, \dots, \mathcal{M}q_{3(d_i)}^n) (I_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^1, I_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^2, I_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^3, \dots, I_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n), \\ & (\mathcal{M}q_{4(d_i)}^1, \mathcal{M}q_{4(d_i)}^2, \mathcal{M}q_{4(d_i)}^3, \dots, \mathcal{M}q_{4(d_i)}^n) (F_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^1, F_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^2, F_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^3, \dots, F_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n) \rangle : \\ & \mathcal{M}q_{1(d_i)}^n, \mathcal{M}q_{2(d_i)}^n, \mathcal{M}q_{3(d_i)}^n, \mathcal{M}q_{4(d_i)}^n \in P(E) \} \end{aligned}$$

ve

$$\begin{aligned}
\mathcal{P}q^{MNq} = & \{ \langle (\mathcal{P}q_{1(d_i)}^1, \mathcal{P}q_{1(d_i)}^2, \mathcal{P}q_{1(d_i)}^3, \dots, \mathcal{P}q_{1(d_i)}^n), \\
& (\mathcal{P}q_{2(d_i)}^1, \mathcal{P}q_{2(d_i)}^2, \mathcal{P}q_{2(d_i)}^3, \dots, \mathcal{P}q_{2(d_i)}^n) \rangle (T_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^1, T_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^2, T_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^3, \dots, T_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n), \\
& (\mathcal{P}q_{3(d_i)}^1, \mathcal{P}q_{3(d_i)}^2, \mathcal{P}q_{3(d_i)}^3, \dots, \mathcal{P}q_{3(d_i)}^n) \rangle (I_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^1, I_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^2, I_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^3, \dots, I_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n), \\
& (\mathcal{P}q_{4(d_i)}^1, \mathcal{P}q_{4(d_i)}^2, \mathcal{P}q_{4(d_i)}^3, \dots, \mathcal{P}q_{4(d_i)}^n) \rangle (F_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^1, F_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^2, F_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^3, \dots, F_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n) \rangle \rangle: \\
& \mathcal{P}q_{1(d_i)}^n, \mathcal{P}q_{2(d_i)}^n, \mathcal{P}q_{3(d_i)}^n, \mathcal{P}q_{4(d_i)}^n \in P(E) \}
\end{aligned}$$

iki ÇGKDNDK olsun.

i. $\mathcal{M}q^{MNq}$ ve $\mathcal{P}q^{MNq}$ için ortalama $\cup$ işlemi aşağıdaki şekilde tanımlanır;

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}q^{MNq} \cup_A \mathcal{P}q^{MNq} = & \{ \langle ((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_1^1(d_i), (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_1^2(d_i), \dots, (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_1^n(d_i)), \\
& ((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2^1(d_i), (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2^2(d_i), \dots, (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2^n(d_i)) \\
& (T_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}^1, T_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}^2, \dots, T_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}^n), \\
& ((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_3^1(d_i), (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_3^2(d_i), \dots, (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_3^n(d_i)) \\
& (I_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}^1, I_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}^2, \dots, I_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}^n), \\
& ((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_4^1(d_i), (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_4^2(d_i), \dots, (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_4^n(d_i)), \\
& (F_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}^1, F_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}^2, \dots, F_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}^n) \rangle: (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_1^n(d_i), \\
& (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2^n(d_i), (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_3^n(d_i), (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_4^n(d_i) \in P(E) \}.
\end{aligned}$$

Burada,

$$\begin{aligned}
(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_1^n(d_i) &= \mathcal{M}q_{1(d_i)}^n \cup \mathcal{P}q_{1(d_i)}^n, (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2^n(d_i) = \mathcal{M}q_{2(d_i)}^n \cup \mathcal{P}q_{2(d_i)}^n \\
(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_3^n(d_i) &= \mathcal{M}q_{3(d_i)}^n \cup \mathcal{P}q_{3(d_i)}^n, (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_4^n(d_i) = \mathcal{M}q_{4(d_i)}^n \cup \mathcal{P}q_{4(d_i)}^n
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}^n &= \frac{T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n + T_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n}{2} \\
I_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_3(d_i)}^n &= \frac{I_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n + I_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n}{2} \\
F_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_4(d_i)}^n &= \frac{F_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n + F_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n}{2}
\end{aligned}$$

i=1,...,j; n=1,...,p.

ii. $\mathcal{M}q^{MNq}$ ve $\mathcal{P}q^{MNq}$ için ortalama $\cap$ işlemi aşağıdaki şekilde tanımlanır;

$$\begin{aligned} \mathcal{M}q^{MNq} \cap_A \mathcal{P}q^{MNq} = \{ & ((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^1_1(d_i), (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^2_1(d_i), \dots, (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_1(d_i)), \\ & ((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^1_2(d_i), (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^2_2(d_i), \dots, (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_2(d_i)) \\ & (T^1_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}, T^2_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}, \dots, T^n_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}), \\ & ((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^1_3(d_i), (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^2_3(d_i), \dots, (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_3(d_i)) \\ & (I^1_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}, I^2_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}, \dots, I^n_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}), \\ & ((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^1_4(d_i), (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^2_4(d_i), \dots, (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_4(d_i)), \\ & (F^1_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}, F^2_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}, \dots, F^n_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}) : (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_1(d_i), \\ & (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_2(d_i), (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_3(d_i), (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_4(d_i) \in P(E) \}. \end{aligned}$$

Burada,

$$\begin{aligned} (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_1(d_i) &= \mathcal{M}q^n_{1(d_i)} \cap \mathcal{P}q^n_{1(d_i)}, (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_2(d_i) = \mathcal{M}q^n_{2(d_i)} \cap \mathcal{P}q^n_{2(d_i)} \\ (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_3(d_i) &= \mathcal{M}q^n_{3(d_i)} \cap \mathcal{P}q^n_{3(d_i)}, (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_4(d_i) = \mathcal{M}q^n_{4(d_i)} \cap \mathcal{P}q^n_{4(d_i)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T^n_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)} &= \frac{T^n_{\mathcal{M}q_2(d_i)} + T^n_{\mathcal{P}q_2(d_i)}}{2} \\ I^n_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_3(d_i)} &= \frac{I^n_{\mathcal{M}q_2(d_i)} + I^n_{\mathcal{P}q_2(d_i)}}{2} \\ F^n_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_4(d_i)} &= \frac{F^n_{\mathcal{M}q_2(d_i)} + F^n_{\mathcal{P}q_2(d_i)}}{2} \end{aligned}$$

i=1,...,j; n=1,...,p.

iii. $\mathcal{M}q^{MNq}$ ve $\mathcal{P}q^{MNq}$ için iyimser $\cup$ işlemi aşağıdaki şekilde tanımlanır;

$$\begin{aligned} \mathcal{M}q^{MNq} \cup_O \mathcal{P}q^{MNq} = \{ & ((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^1_1(d_i), (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^2_1(d_i), \dots, (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_1(d_i)), \\ & ((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^1_2(d_i), (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^2_2(d_i), \dots, (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_2(d_i)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (T_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}^1, T_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}^2, \dots, T_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}^n), \\
& ((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^1_3(d_i), (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^2_3(d_i), \dots, (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_3(d_i)) \\
& (I_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}^1, I_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}^2, \dots, I_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}^n), \\
& ((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^1_4(d_i), (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^2_4(d_i), \dots, (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_4(d_i)), \\
& (F_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}^1, F_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}^2, \dots, F_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}^n): (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_1(d_i), \\
& (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_2(d_i), (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_3(d_i), (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_4(d_i) \in P(E)\}.
\end{aligned}$$

Burada,

$$\begin{aligned}
(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_1(d_i) &= \mathcal{M}q^n_{1(d_i)} \cup \mathcal{P}q^n_{1(d_i)}, (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_2(d_i) = \mathcal{M}q^n_{2(d_i)} \cup \mathcal{P}q^n_{2(d_i)} \\
(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_3(d_i) &= \mathcal{M}q^n_{3(d_i)} \cup \mathcal{P}q^n_{3(d_i)}, (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_4(d_i) = \mathcal{M}q^n_{4(d_i)} \cup \mathcal{P}q^n_{4(d_i)} \\
T_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}^n &= \max\{T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n, T_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n\} \\
I_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_3(d_i)}^n &= \min\{I_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n, I_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n\} \\
F_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_4(d_i)}^n &= \min\{F_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n, F_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n\}
\end{aligned}$$

i=1,...,j; n=1,...,p.

iv. $\mathcal{M}q^{MNq}$ ve $\mathcal{P}q^{MNq}$ için iyimsiz $\cap$ işlemi aşağıdaki şekilde tanımlanır;

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}q^{MNq} \cap \mathcal{P}q^{MNq} &= \{((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^1_1(d_i), (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^2_1(d_i), \dots, (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_1(d_i)), \\
& ((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^1_2(d_i), (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^2_2(d_i), \dots, (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_2(d_i)) \\
& (T_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}^1, T_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}^2, \dots, T_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}^n), \\
& ((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^1_3(d_i), (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^2_3(d_i), \dots, (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_3(d_i)) \\
& (I_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}^1, I_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}^2, \dots, I_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}^n), \\
& ((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^1_4(d_i), (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^2_4(d_i), \dots, (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_4(d_i)), \\
& (F_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}^1, F_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}^2, \dots, F_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}^n): (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_1(d_i),
\end{aligned}$$

$$(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_2(d_i), (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_3(d_i), (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_4(d_i) \in P(E)\}.$$

Burada,

$$(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_1(d_i) = \mathcal{M}q^n_{1(d_i)} \cap \mathcal{P}q^n_{1(d_i)}, (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_2(d_i) = \mathcal{M}q^n_{2(d_i)} \cap \mathcal{P}q^n_{2(d_i)}$$

$$(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_3(d_i) = \mathcal{M}q^n_{3(d_i)} \cap \mathcal{P}q^n_{3(d_i)}, (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_4(d_i) = \mathcal{M}q^n_{4(d_i)} \cap \mathcal{P}q^n_{4(d_i)}$$

$$T^n_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)} = \max\{T^n_{\mathcal{M}q_2(d_i)}, T^n_{\mathcal{P}q_2(d_i)}\}$$

$$I^n_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_3(d_i)} = \min\{I^n_{\mathcal{M}q_2(d_i)}, I^n_{\mathcal{P}q_2(d_i)}\}$$

$$F^n_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_4(d_i)} = \min\{F^n_{\mathcal{M}q_2(d_i)}, F^n_{\mathcal{P}q_2(d_i)}\}$$

i=1,...,j; n=1,...,p.

v. $\mathcal{M}q^{MNq}$ ve $\mathcal{P}q^{MNq}$ için kötümserU işlemi aşağıdaki şekilde tanımlanır;

$$\mathcal{M}q^{MNq} \cup_P \mathcal{P}q^{MNq} = \{((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^1_1(d_i), (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^2_1(d_i), \dots, (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_1(d_i)),$$

$$((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^1_2(d_i), (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^2_2(d_i), \dots, (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_2(d_i))$$

$$(T^1_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}, T^2_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}, \dots, T^n_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}),$$

$$((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^1_3(d_i), (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^2_3(d_i), \dots, (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_3(d_i))$$

$$(I^1_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}, I^2_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}, \dots, I^n_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}),$$

$$((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^1_4(d_i), (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^2_4(d_i), \dots, (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_4(d_i)),$$

$$(F^1_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}, F^2_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}, \dots, F^n_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)})\} : (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_1(d_i),$$

$$(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_2(d_i), (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_3(d_i), (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_4(d_i) \in P(E)\}.$$

Burada,

$$(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_1(d_i) = \mathcal{M}q^n_{1(d_i)} \cup \mathcal{P}q^n_{1(d_i)}, (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_2(d_i) = \mathcal{M}q^n_{2(d_i)} \cup \mathcal{P}q^n_{2(d_i)}$$

$$(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_3(d_i) = \mathcal{M}q^n_{3(d_i)} \cup \mathcal{P}q^n_{3(d_i)}, (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_4(d_i) = \mathcal{M}q^n_{4(d_i)} \cup \mathcal{P}q^n_{4(d_i)}$$

$$T^n_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)} = \min\{T^n_{\mathcal{M}q_2(d_i)}, T^n_{\mathcal{P}q_2(d_i)}\}$$

$$I^n_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_3(d_i)} = \max\{I^n_{\mathcal{M}q_2(d_i)}, I^n_{\mathcal{P}q_2(d_i)}\}$$

$$F^n_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_4(d_i)} = \max\{F^n_{\mathcal{M}q_2(d_i)}, F^n_{\mathcal{P}q_2(d_i)}\}$$

$i=1, \dots, j; n=1, \dots, p.$

vi. $\mathcal{M}q^{MNq}$ ve $\mathcal{P}q^{MNq}$ için kötümser $\cap$ işlemi aşağıdaki şekilde tanımlanır;

$$\begin{aligned} \mathcal{M}q^{MNq} \cap_p \mathcal{P}q^{MNq} = \{ & \langle ((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^1_1(d_i), (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^2_1(d_i), \dots, (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_1(d_i)), \\ & ((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^1_2(d_i), (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^2_2(d_i), \dots, (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_2(d_i)) \\ & (T^1_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}, T^2_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}, \dots, T^n_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}), \\ & ((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^1_3(d_i), (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^2_3(d_i), \dots, (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_3(d_i)) \\ & (I^1_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}, I^2_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}, \dots, I^n_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}), \\ & ((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^1_4(d_i), (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^2_4(d_i), \dots, (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_4(d_i)), \\ & (F^1_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}, F^2_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}, \dots, F^n_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}) \rangle : (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_1(d_i), \\ & (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_2(d_i), (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_3(d_i), (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_4(d_i) \in P(E) \}. \end{aligned}$$

Burada,

$$\begin{aligned} (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_1(d_i) &= \mathcal{M}q^n_{1(d_i)} \cap \mathcal{P}q^n_{1(d_i)}, (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_2(d_i) = \mathcal{M}q^n_{2(d_i)} \cap \mathcal{P}q^n_{2(d_i)} \\ (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_3(d_i) &= \mathcal{M}q^n_{3(d_i)} \cap \mathcal{P}q^n_{3(d_i)}, (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_4(d_i) = \mathcal{M}q^n_{4(d_i)} \cap \mathcal{P}q^n_{4(d_i)} \\ T^n_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)} &= \min\{T^n_{\mathcal{M}q_2(d_i)}, T^n_{\mathcal{P}q_2(d_i)}\} \\ I^n_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_3(d_i)} &= \max\{I^n_{\mathcal{M}q_2(d_i)}, I^n_{\mathcal{P}q_2(d_i)}\} \\ F^n_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_4(d_i)} &= \max\{F^n_{\mathcal{M}q_2(d_i)}, F^n_{\mathcal{P}q_2(d_i)}\} \end{aligned}$$

$i=1, \dots, j; n=1, \dots, p.$

3.4 Çoklu Genelleştirilmiş Küme Değerli Nötrosofik Dörtlü Kümelerin Özellikleri

Özellikler 3.4.1 [37]:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}q^{MNq} = \{ & \langle (\mathcal{M}q^1_{1(d_i)}, \mathcal{M}q^2_{1(d_i)}, \mathcal{M}q^3_{1(d_i)}, \dots, \mathcal{M}q^n_{1(d_i)}), \\ & (\mathcal{M}q^1_{2(d_i)}, \mathcal{M}q^2_{2(d_i)}, \mathcal{M}q^3_{2(d_i)}, \dots, \mathcal{M}q^n_{2(d_i)}) (T^1_{\mathcal{M}q_2(d_i)}, T^2_{\mathcal{M}q_2(d_i)}, T^3_{\mathcal{M}q_2(d_i)}, \dots, T^n_{\mathcal{M}q_2(d_i)}), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (\mathcal{M}q_{3(d_i)}^1, \mathcal{M}q_{3(d_i)}^2, \mathcal{M}q_{3(d_i)}^3, \dots, \mathcal{M}q_{3(d_i)}^n) \left(I_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^1, I_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^2, I_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^3, \dots, I_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n \right), \\
& (\mathcal{M}q_{4(d_i)}^1, \mathcal{M}q_{4(d_i)}^2, \mathcal{M}q_{4(d_i)}^3, \dots, \mathcal{M}q_{4(d_i)}^n) \left(F_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^1, F_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^2, F_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^3, \dots, F_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n \right) \Big): \\
& \mathcal{M}q_{1(d_i)}^n, \mathcal{M}q_{2(d_i)}^n, \mathcal{M}q_{3(d_i)}^n, \mathcal{M}q_{4(d_i)}^n \in P(E) \} \\
& \mathcal{P}q^{MNq} = \{ \langle (\mathcal{P}q_{1(d_i)}^1, \mathcal{P}q_{1(d_i)}^2, \mathcal{P}q_{1(d_i)}^3, \dots, \mathcal{P}q_{1(d_i)}^n), \\
& (\mathcal{P}q_{2(d_i)}^1, \mathcal{P}q_{2(d_i)}^2, \mathcal{P}q_{2(d_i)}^3, \dots, \mathcal{P}q_{2(d_i)}^n) \left(T_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^1, T_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^2, T_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^3, \dots, T_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n \right), \\
& (\mathcal{P}q_{3(d_i)}^1, \mathcal{P}q_{3(d_i)}^2, \mathcal{P}q_{3(d_i)}^3, \dots, \mathcal{P}q_{3(d_i)}^n) \left(I_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^1, I_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^2, I_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^3, \dots, I_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n \right), \\
& (\mathcal{P}q_{4(d_i)}^1, \mathcal{P}q_{4(d_i)}^2, \mathcal{P}q_{4(d_i)}^3, \dots, \mathcal{P}q_{4(d_i)}^n) \left(F_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^1, F_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^2, F_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^3, \dots, F_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n \right) \rangle : \\
& \mathcal{P}q_{1(d_i)}^n, \mathcal{P}q_{2(d_i)}^n, \mathcal{P}q_{3(d_i)}^n, \mathcal{P}q_{4(d_i)}^n \in P(E) \}
\end{aligned}$$

ve

$$\begin{aligned}
& \mathfrak{R}q^{MNq} = \{ \langle (\mathfrak{R}q_{1(d_i)}^1, \mathfrak{R}q_{1(d_i)}^2, \mathfrak{R}q_{1(d_i)}^3, \dots, \mathfrak{R}q_{1(d_i)}^n), \\
& (\mathfrak{R}q_{2(d_i)}^1, \mathfrak{R}q_{2(d_i)}^2, \mathfrak{R}q_{2(d_i)}^3, \dots, \mathfrak{R}q_{2(d_i)}^n) \left(T_{\mathfrak{R}q_2(d_i)}^1, T_{\mathfrak{R}q_2(d_i)}^2, T_{\mathfrak{R}q_2(d_i)}^3, \dots, T_{\mathfrak{R}q_2(d_i)}^n \right), \\
& (\mathfrak{R}q_{3(d_i)}^1, \mathfrak{R}q_{3(d_i)}^2, \mathfrak{R}q_{3(d_i)}^3, \dots, \mathfrak{R}q_{3(d_i)}^n) \left(I_{\mathfrak{R}q_2(d_i)}^1, I_{\mathfrak{R}q_2(d_i)}^2, I_{\mathfrak{R}q_2(d_i)}^3, \dots, I_{\mathfrak{R}q_2(d_i)}^n \right), \\
& (\mathfrak{R}q_{4(d_i)}^1, \mathfrak{R}q_{4(d_i)}^2, \mathfrak{R}q_{4(d_i)}^3, \dots, \mathfrak{R}q_{4(d_i)}^n) \left(F_{\mathfrak{R}q_2(d_i)}^1, F_{\mathfrak{R}q_2(d_i)}^2, F_{\mathfrak{R}q_2(d_i)}^3, \dots, F_{\mathfrak{R}q_2(d_i)}^n \right) \rangle : \\
& \mathfrak{R}q_{1(d_i)}^n, \mathfrak{R}q_{2(d_i)}^n, \mathfrak{R}q_{3(d_i)}^n, \mathfrak{R}q_{4(d_i)}^n \in P(E) \}
\end{aligned}$$

üç ÇGKDNDK olsun. Ardından, aşağıdaki özellikler sağlanır.

- i. $(\mathcal{M}q^{MNq} \check{\cup}_A \mathcal{P}q^{MNq}) = (\mathcal{P}q^{MNq} \check{\cup}_A \mathcal{M}q^{MNq})$
- ii. $(\mathcal{M}q^{MNq} \check{\cup}_O \mathcal{P}q^{MNq}) = (\mathcal{P}q^{MNq} \check{\cup}_O \mathcal{M}q^{MNq})$
- iii. $(\mathcal{M}q^{MNq} \check{\cup}_P \mathcal{P}q^{MNq}) = (\mathcal{P}q^{MNq} \check{\cup}_P \mathcal{M}q^{MNq})$
- iv. $(\mathcal{M}q^{MNq} \check{\cap}_A \mathcal{P}q^{MNq}) = (\mathcal{P}q^{MNq} \check{\cap}_A \mathcal{M}q^{MNq})$
- v. $(\mathcal{M}q^{MNq} \check{\cap}_O \mathcal{P}q^{MNq}) = (\mathcal{P}q^{MNq} \check{\cap}_O \mathcal{M}q^{MNq})$
- vi. $(\mathcal{M}q^{MNq} \check{\cap}_P \mathcal{P}q^{MNq}) = (\mathcal{P}q^{MNq} \check{\cap}_P \mathcal{M}q^{MNq})$
- vii. $\mathcal{M}q^{MNq} \check{\cup}_A (\mathcal{P}q^{MNq} \check{\cup}_A \mathfrak{R}q^{MNq}) = (\mathcal{M}q^{MNq} \check{\cup}_A \mathcal{P}q^{MNq}) \check{\cup}_A \mathfrak{R}q^{MNq}$
- viii. $\mathcal{M}q^{MNq} \check{\cup}_O (\mathcal{P}q^{MNq} \check{\cup}_O \mathfrak{R}q^{MNq}) = (\mathcal{M}q^{MNq} \check{\cup}_O \mathcal{P}q^{MNq}) \check{\cup}_O \mathfrak{R}q^{MNq}$

$$\text{viii. } \mathcal{M}q^{MNq} \check{\cup}_P (\mathcal{P}q^{MNq} \check{\cup}_P \mathfrak{R}q^{MNq}) = (\mathcal{M}q^{MNq} \check{\cup}_P \mathcal{P}q^{MNq}) \check{\cup}_P \mathfrak{R}q^{MNq}$$

$$\text{ix. } \mathcal{M}q^{MNq} \check{\cap}_A (\mathcal{P}q^{MNq} \check{\cap}_A \mathfrak{R}q^{MNq}) = (\mathcal{M}q^{MNq} \check{\cap}_A \mathcal{P}q^{MNq}) \check{\cap}_A \mathfrak{R}q^{MNq}$$

$$\text{x. } \mathcal{M}q^{MNq} \check{\cap}_O (\mathcal{P}q^{MNq} \check{\cap}_O \mathfrak{R}q^{MNq}) = (\mathcal{M}q^{MNq} \check{\cap}_O \mathcal{P}q^{MNq}) \check{\cap}_O \mathfrak{R}q^{MNq}$$

$$\text{xii. } \mathcal{M}q^{MNq} \check{\cap}_P (\mathcal{P}q^{MNq} \check{\cap}_P \mathfrak{R}q^{MNq}) = (\mathcal{M}q^{MNq} \check{\cap}_P \mathcal{P}q^{MNq}) \check{\cap}_P \mathfrak{R}q^{MNq}$$

$$\text{xiii. } \mathcal{M}q^{MNq} \check{\cap}_A (\mathcal{P}q^{MNq} \check{\cup}_A \mathfrak{R}q^{MNq}) = (\mathcal{M}q^{MNq} \check{\cap}_A \mathcal{P}q^{MNq}) \check{\cup}_A (\mathcal{M}q^{MNq} \check{\cap}_A \mathfrak{R}q^{MNq})$$

$$\text{xiv. } \mathcal{M}q^{MNq} \check{\cap}_O (\mathcal{P}q^{MNq} \check{\cup}_O \mathfrak{R}q^{MNq}) = (\mathcal{M}q^{MNq} \check{\cap}_O \mathcal{P}q^{MNq}) \check{\cup}_O (\mathcal{M}q^{MNq} \check{\cap}_O \mathfrak{R}q^{MNq})$$

$$\text{xv. } \mathcal{M}q^{MNq} \check{\cap}_P (\mathcal{P}q^{MNq} \check{\cup}_P \mathfrak{R}q^{MNq}) = (\mathcal{M}q^{MNq} \check{\cap}_P \mathcal{P}q^{MNq}) \check{\cup}_P (\mathcal{M}q^{MNq} \check{\cap}_P \mathfrak{R}q^{MNq})$$

$$\text{xvi. } \mathcal{M}q^{MNq} \check{\cup}_A (\mathcal{P}q^{MNq} \check{\cap}_A \mathfrak{R}q^{MNq}) = (\mathcal{M}q^{MNq} \check{\cup}_A \mathcal{P}q^{MNq}) \check{\cap}_A (\mathcal{M}q^{MNq} \check{\cup}_A \mathfrak{R}q^{MNq})$$

$$\text{xvii. } \mathcal{M}q^{MNq} \check{\cup}_O (\mathcal{P}q^{MNq} \check{\cap}_O \mathfrak{R}q^{MNq}) = (\mathcal{M}q^{MNq} \check{\cup}_O \mathcal{P}q^{MNq}) \check{\cap}_O (\mathcal{M}q^{MNq} \check{\cup}_O \mathfrak{R}q^{MNq})$$

$$\text{xviii. } \mathcal{M}q^{MNq} \check{\cup}_P (\mathcal{P}q^{MNq} \check{\cap}_P \mathfrak{R}q^{MNq}) = (\mathcal{M}q^{MNq} \check{\cup}_P \mathcal{P}q^{MNq}) \check{\cap}_P (\mathcal{M}q^{MNq} \check{\cup}_P \mathfrak{R}q^{MNq})$$

xviii. Eğer $\mathcal{M}q^{MNq} = \mathcal{P}q^{MNq}$ ise

$$\mathcal{M}q^{MNq} \check{\cup}_A \mathcal{P}q^{MNq} = \mathcal{M}q^{MNq} \check{\cup}_O \mathcal{P}q^{MNq} = \mathcal{M}q^{MNq} \check{\cup}_P \mathcal{P}q^{MNq}$$

xix. Eğer $\mathcal{M}q^{MNq} = \mathcal{P}q^{MNq}$ ise

$$\mathcal{M}q^{MNq} \check{\cap}_A \mathcal{P}q^{MNq} = \mathcal{M}q^{MNq} \check{\cap}_O \mathcal{P}q^{MNq} = \mathcal{M}q^{MNq} \check{\cap}_P \mathcal{P}q^{MNq}$$

İspat 3.4.2 [37]

i. Tanım 3.3.1 ‘den $\mathcal{M}q^{MNq} \check{\cup}_A \mathcal{P}q^{MNq}$ şunu elde ederiz

$$(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_1(d_i) = \mathcal{M}q^n_{1(d_i)} \cup \mathcal{P}q^n_{1(d_i)}$$

$$(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_2(d_i) = \mathcal{M}q^n_{2(d_i)} \cup \mathcal{P}q^n_{2(d_i)}$$

$$(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_3(d_i) = \mathcal{M}q^n_{3(d_i)} \cup \mathcal{P}q^n_{3(d_i)}$$

$$(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_4(d_i) = \mathcal{M}q^n_{4(d_i)} \cup \mathcal{P}q^n_{4(d_i)}$$

$$T^n_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)} = \frac{T^n_{\mathcal{M}q_2(d_i)} + T^n_{\mathcal{P}q_2(d_i)}}{2}$$

$$I^n_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_3(d_i)} = \frac{I^n_{\mathcal{M}q_2(d_i)} + I^n_{\mathcal{P}q_2(d_i)}}{2}$$

$$F^n_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_4(d_i)} = \frac{F^n_{\mathcal{M}q_2(d_i)} + F^n_{\mathcal{P}q_2(d_i)}}{2}$$

$$i=1, \dots, j; n=1, \dots, p. \quad (1)$$

Tanım 3.3.1 ‘den $\mathcal{P}q^{MNq} \check{\cup}_A \mathcal{M}q^{MNq}$ şunu elde ederiz

$$\begin{aligned}
(\mathcal{P}q, \mathcal{M}q)^n_1(d_i) &= \mathcal{M}q^n_{1(d_i)} \cup \mathcal{P}q^n_{1(d_i)} \\
(\mathcal{P}q, \mathcal{M}q)^n_2(d_i) &= \mathcal{M}q^n_{2(d_i)} \cup \mathcal{P}q^n_{2(d_i)} \\
(\mathcal{P}q, \mathcal{M}q)^n_3(d_i) &= \mathcal{M}q^n_{3(d_i)} \cup \mathcal{P}q^n_{3(d_i)} \\
(\mathcal{P}q, \mathcal{M}q)^n_4(d_i) &= \mathcal{M}q^n_{4(d_i)} \cup \mathcal{P}q^n_{4(d_i)}
\end{aligned}$$

$$T^n_{(\mathcal{P}q, \mathcal{M}q)_2(d_i)} = \frac{T^n_{\mathcal{P}q_2(d_i)} + T^n_{\mathcal{M}q_2(d_i)}}{2}$$

$$I^n_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_3(d_i)} = \frac{I^n_{\mathcal{P}q_2(d_i)} + I^n_{\mathcal{M}q_2(d_i)}}{2}$$

$$F^n_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_4(d_i)} = \frac{F^n_{\mathcal{P}q_2(d_i)} + F^n_{\mathcal{M}q_2(d_i)}}{2}$$

$$i=1, \dots, j; n=1, \dots, p. \quad (2)$$

ve Tanım 3.2.3, (1) ve (2)'den şunu elde ederiz

$$\mathcal{M}q^{MNq} \check{\cup}_A \mathcal{P}q^{MNq} = \mathcal{P}q^{MNq} \check{\cup}_A \mathcal{M}q^{MNq}$$

{ii, iii} 'ün ispatı i'ye benzer şekilde elde edilir.

iv) Tanım 3.3.1 ve ii'de, $\mathcal{M}q^{MNq} \check{\cap}_A \mathcal{P}q^{MNq}$ için şunu elde ederiz

$$\begin{aligned}
(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_1(d_i) &= \mathcal{M}q^n_{1(d_i)} \cap \mathcal{P}q^n_{1(d_i)} \\
(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_2(d_i) &= \mathcal{M}q^n_{2(d_i)} \cap \mathcal{P}q^n_{2(d_i)} \\
(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_3(d_i) &= \mathcal{M}q^n_{3(d_i)} \cap \mathcal{P}q^n_{3(d_i)} \\
(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_4(d_i) &= \mathcal{M}q^n_{4(d_i)} \cap \mathcal{P}q^n_{4(d_i)}
\end{aligned}$$

$$T^n_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)} = \frac{T^n_{\mathcal{M}q_2(d_i)} + T^n_{\mathcal{P}q_2(d_i)}}{2}$$

$$I^n_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_3(d_i)} = \frac{I^n_{\mathcal{M}q_2(d_i)} + I^n_{\mathcal{P}q_2(d_i)}}{2}$$

$$F^n_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_4(d_i)} = \frac{F^n_{\mathcal{M}q_2(d_i)} + F^n_{\mathcal{P}q_2(d_i)}}{2}$$

$$i=1, \dots, j; n=1, \dots, p. \quad (3)$$

Tanım 3.3.1 'den $\mathcal{P}q^{MNq} \check{\cap}_A \mathcal{M}q^{MNq}$ şunu elde ederiz

$$(\mathcal{P}q, \mathcal{M}q)^n_1(d_i) = \mathcal{M}q^n_{1(d_i)} \cap \mathcal{P}q^n_{1(d_i)}$$

$$(\mathcal{P}q, \mathcal{M}q)^n_2(d_i) = \mathcal{M}q^n_{2(d_i)} \cap \mathcal{P}q^n_{2(d_i)}$$

$$(\mathcal{P}q, \mathcal{M}q)^n_3(d_i) = \mathcal{M}q_{3(d_i)}^n \cap \mathcal{P}q_{3(d_i)}^n$$

$$(\mathcal{P}q, \mathcal{M}q)^n_4(d_i) = \mathcal{M}q_{4(d_i)}^n \cap \mathcal{P}q_{4(d_i)}^n$$

$$T_{(\mathcal{P}q, \mathcal{M}q)_2(d_i)}^n = \frac{T_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n + T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n}{2}$$

$$I_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_3(d_i)}^n = \frac{I_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n + I_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n}{2}$$

$$F_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_4(d_i)}^n = \frac{F_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n + F_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n}{2}$$

$$i=1, \dots, j; n=1, \dots, p. \quad (4)$$

ve Tanım 3.2.3, (3) ve (4)' den şunu elde ederiz

$$\mathcal{M}q^{MNq} \check{\cap}_A \mathcal{P}q^{MNq} = \mathcal{P}q^{MNq} \check{\cap}_A \mathcal{M}q^{MNq}$$

iv'e benzer şekilde $\{v, vi\}$ 'nin ispatı elde edilir.

vii) Varsayıyoruz ki

$$T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n = T_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n, I_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n = I_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n, F_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n = F_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n$$

Tanım 3.3.1 den $\mathcal{M}q^{MNq} \check{\cup}_A (\mathcal{P}q^{MNq} \check{\cup}_A \mathcal{R}q^{MNq})$ şunu elde ederiz

$$(\mathcal{M}q, (\mathcal{P}q, \mathcal{R}q))^n_1(d_i) = (\mathcal{M}q_{1(d_i)}^n \cup (\mathcal{P}q_{1(d_i)}^n \cup \mathcal{R}q_{1(d_i)}^n)),$$

$$(\mathcal{M}q, (\mathcal{P}q, \mathcal{R}q))^n_2(d_i) = (\mathcal{M}q_{2(d_i)}^n \cup (\mathcal{P}q_{2(d_i)}^n \cup \mathcal{R}q_{2(d_i)}^n)),$$

$$(\mathcal{M}q, (\mathcal{P}q, \mathcal{R}q))^n_3(d_i) = (\mathcal{M}q_{3(d_i)}^n \cup (\mathcal{P}q_{3(d_i)}^n \cup \mathcal{R}q_{3(d_i)}^n)),$$

$$(\mathcal{M}q, (\mathcal{P}q, \mathcal{R}q))^n_4(d_i) = (\mathcal{M}q_{4(d_i)}^1 \cup (\mathcal{P}q_{4(d_i)}^n \cup \mathcal{R}q_{4(d_i)}^n)).$$

$$T_{(\mathcal{M}q, (\mathcal{P}q, \mathcal{R}q))_2(d_i)}^n = \frac{T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n + \frac{T_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n + T_{\mathcal{R}q_2(d_i)}^n}{2}}{2},$$

$$I_{(\mathcal{M}q, (\mathcal{P}q, \mathcal{R}q))_3(d_i)}^n = \frac{I_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n + \frac{I_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n + I_{\mathcal{R}q_2(d_i)}^n}{2}}{2},$$

$$F_{(\mathcal{M}q, (\mathcal{P}q, \mathcal{R}q))_4(d_i)}^n = \frac{F_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n + \frac{F_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n + F_{\mathcal{R}q_2(d_i)}^n}{2}}{2}$$

$$i=1,\dots,j; n=1,\dots,p. \quad (5)$$

Tanım 3.3.1 den $(\mathcal{M}q^{MNq} \breve{\cup}_A \mathcal{P}q^{MNq}) \breve{\cup}_A \mathfrak{R}q^{MNq}$ şunu elde ederiz

$$((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q), \mathfrak{R}q)^n_1(d_i) = \left((\mathcal{M}q_{1(d_i)}^n \cup \mathcal{P}q_{1(d_i)}^n) \cup \mathfrak{R}q_{1(d_i)}^n \right),$$

$$((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q), \mathfrak{R}q)^n_2(d_i) = \left((\mathcal{M}q_{2(d_i)}^n \cup \mathcal{P}q_{2(d_i)}^n) \cup \mathfrak{R}q_{2(d_i)}^n \right),$$

$$((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q), \mathfrak{R}q)^n_3(d_i) = \left((\mathcal{M}q_{3(d_i)}^n \cup \mathcal{P}q_{3(d_i)}^n) \cup \mathfrak{R}q_{3(d_i)}^n \right),$$

$$((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q), \mathfrak{R}q)^n_4(d_i) = \left((\mathcal{M}q_{4(d_i)}^1 \cup \mathcal{P}q_{4(d_i)}^n) \cup \mathfrak{R}q_{4(d_i)}^n \right).$$

$$T_{((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q), \mathfrak{R}q)_2(d_i)}^n = \frac{\frac{T_{\mathcal{M}q_{2(d_i)}}^n + T_{\mathcal{P}q_{2(d_i)}}^n}{2} + T_{\mathfrak{R}q_{2(d_i)}}^n}{2},$$

$$I_{((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q), \mathfrak{R}q)_3(d_i)}^n = \frac{\frac{I_{\mathcal{M}q_{2(d_i)}}^n + I_{\mathcal{P}q_{2(d_i)}}^n}{2} + I_{\mathfrak{R}q_{2(d_i)}}^n}{2},$$

$$F_{((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q), \mathfrak{R}q)_4(d_i)}^n = \frac{\frac{F_{\mathcal{M}q_{2(d_i)}}^n + F_{\mathcal{P}q_{2(d_i)}}^n}{2} + F_{\mathfrak{R}q_{2(d_i)}}^n}{2}$$

$$i=1,\dots,j; n=1,\dots,p. \quad (6)$$

Tanım 3.2.3, (5) ve (6) dan şunu elde ederiz

$$\mathcal{M}q^{MNq} \breve{\cup}_A (\mathcal{P}q^{MNq} \breve{\cup}_A \mathfrak{R}q^{MNq}) = (\mathcal{M}q^{MNq} \breve{\cup}_A \mathcal{P}q^{MNq}) \breve{\cup}_A \mathfrak{R}q^{MNq}$$

{viii, ix} 'in ispatı vii'ye benzer şekilde elde edilir.

x) Varsayıyoruz ki

$$T_{\mathcal{M}q_{2(d_i)}}^n = T_{\mathcal{P}q_{2(d_i)}}^n, I_{\mathcal{M}q_{2(d_i)}}^n = I_{\mathcal{P}q_{2(d_i)}}^n, F_{\mathcal{M}q_{2(d_i)}}^n = F_{\mathcal{P}q_{2(d_i)}}^n$$

$$(\mathcal{M}q, (\mathcal{P}q, \mathfrak{R}q))^n_1(d_i) = \left(\mathcal{M}q_{1(d_i)}^n \cup (\mathcal{P}q_{1(d_i)}^n \cup \mathfrak{R}q_{1(d_i)}^n) \right),$$

$$(\mathcal{M}q, (\mathcal{P}q, \mathfrak{R}q))^n_2(d_i) = \left(\mathcal{M}q_{2(d_i)}^n \cup (\mathcal{P}q_{2(d_i)}^n \cup \mathfrak{R}q_{2(d_i)}^n) \right),$$

$$(\mathcal{M}q, (\mathcal{P}q, \mathfrak{R}q))^n_3(d_i) = \left(\mathcal{M}q_{3(d_i)}^n \cup (\mathcal{P}q_{3(d_i)}^n \cup \mathfrak{R}q_{3(d_i)}^n) \right),$$

$$(\mathcal{M}q, (\mathcal{P}q, \mathfrak{R}q))^n_4(d_i) = \left(\mathcal{M}q_{4(d_i)}^1 \cup (\mathcal{P}q_{4(d_i)}^n \cup \mathfrak{R}q_{4(d_i)}^n) \right).$$

$$\begin{aligned}
T_{(\mathcal{M}q, (\mathcal{P}q, \mathfrak{R}q))_2(d_i)}^n &= \frac{T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n + \frac{T_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n + T_{\mathfrak{R}q_2(d_i)}^n}{2}}{2}, \\
I_{(\mathcal{M}q, (\mathcal{P}q, \mathfrak{R}q))_3(d_i)}^n &= \frac{I_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n + \frac{I_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n + I_{\mathfrak{R}q_2(d_i)}^n}{2}}{2}, \\
F_{(\mathcal{M}q, (\mathcal{P}q, \mathfrak{R}q))_4(d_i)}^n &= \frac{F_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n + \frac{F_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n + F_{\mathfrak{R}q_2(d_i)}^n}{2}}{2} \\
&\quad i=1, \dots, j; \quad n=1, \dots, p.
\end{aligned} \tag{7}$$

Tanım 3.3.1 den $(\mathcal{M}q^{MNq} \breve{\cup}_A \mathcal{P}q^{MNq}) \breve{\cup}_A \mathfrak{R}q^{MNq}$ şunu elde ederiz

$$\begin{aligned}
((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q), \mathfrak{R}q)^n_1(d_i) &= \left((\mathcal{M}q_{1(d_i)}^n \cap \mathcal{P}q_{1(d_i)}^n) \cap \mathfrak{R}q_{1(d_i)}^n \right), \\
((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q), \mathfrak{R}q)^n_2(d_i) &= \left((\mathcal{M}q_{2(d_i)}^n \cap \mathcal{P}q_{2(d_i)}^n) \cap \mathfrak{R}q_{2(d_i)}^n \right), \\
((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q), \mathfrak{R}q)^n_3(d_i) &= \left((\mathcal{M}q_{3(d_i)}^n \cap \mathcal{P}q_{3(d_i)}^n) \cap \mathfrak{R}q_{3(d_i)}^n \right), \\
((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q), \mathfrak{R}q)^n_4(d_i) &= \left((\mathcal{M}q_{4(d_i)}^1 \cap \mathcal{P}q_{4(d_i)}^n) \cap \mathfrak{R}q_{4(d_i)}^n \right).
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_{((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q), \mathfrak{R}q)_2(d_i)}^n &= \frac{\frac{T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n + T_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n}{2} + T_{\mathfrak{R}q_2(d_i)}^n}{2}, \\
I_{((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q), \mathfrak{R}q)_3(d_i)}^n &= \frac{\frac{I_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n + I_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n}{2} + I_{\mathfrak{R}q_2(d_i)}^n}{2}, \\
F_{((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q), \mathfrak{R}q)_4(d_i)}^n &= \frac{\frac{F_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n + F_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n}{2} + F_{\mathfrak{R}q_2(d_i)}^n}{2} \\
&\quad i=1, \dots, j; \quad n=1, \dots, p.
\end{aligned} \tag{8}$$

Tanım 3.2.3, (7) ve (8) dan şunu elde ederiz

$$\mathcal{M}q^{MNq} \breve{\cap}_A (\mathcal{P}q^{MNq} \breve{\cap}_A \mathfrak{R}q^{MNq}) = (\mathcal{M}q^{MNq} \breve{\cap}_A \mathcal{P}q^{MNq}) \breve{\cap}_A \mathfrak{R}q^{MNq}$$

{viii, ix} in ispatı vii ye benzer şekilde elde edilir.

xiii) Tanım 3.3.1 den $\mathcal{M}q^{MNq} \breve{\cap}_A (\mathcal{P}q^{MNq} \breve{\cup}_A \mathfrak{R}q^{MNq})$ için şunu elde ederiz

$$(\mathcal{M}q, (\mathcal{P}q, \mathfrak{R}q))^n_1(d_i) = \left(\mathcal{M}q_{1(d_i)}^n \cap (\mathcal{P}q_{1(d_i)}^n \cup \mathfrak{R}q_{1(d_i)}^n) \right),$$

$$(\mathcal{M}q, (\mathcal{P}q, \mathfrak{R}q))^n_2(d_i) = \left(\mathcal{M}q_{2(d_i)}^n \cap (\mathcal{P}q_{2(d_i)}^n \cup \mathfrak{R}q_{2(d_i)}^n) \right),$$

$$(\mathcal{M}q, (\mathcal{P}q, \mathfrak{R}q))^n_3(d_i) = \left(\mathcal{M}q_{3(d_i)}^n \cap (\mathcal{P}q_{3(d_i)}^n \cup \mathfrak{R}q_{3(d_i)}^n) \right),$$

$$(\mathcal{M}q, (\mathcal{P}q, \mathfrak{R}q))^n_4(d_i) = \left(\mathcal{M}q_{4(d_i)}^1 \cap (\mathcal{P}q_{4(d_i)}^n \cup \mathfrak{R}q_{4(d_i)}^n) \right).$$

$$T_{(\mathcal{M}q, (\mathcal{P}q, \mathfrak{R}q))_2(d_i)}^n = \frac{T_{\mathcal{M}q_{2(d_i)}}^n + \frac{T_{\mathcal{P}q_{2(d_i)}}^n + T_{\mathfrak{R}q_{2(d_i)}}^n}{2}}{2},$$

$$I_{(\mathcal{M}q, (\mathcal{P}q, \mathfrak{R}q))_3(d_i)}^n = \frac{I_{\mathcal{M}q_{2(d_i)}}^n + \frac{I_{\mathcal{P}q_{2(d_i)}}^n + I_{\mathfrak{R}q_{2(d_i)}}^n}{2}}{2},$$

$$F_{(\mathcal{M}q, (\mathcal{P}q, \mathfrak{R}q))_4(d_i)}^n = \frac{F_{\mathcal{M}q_{2(d_i)}}^n + \frac{F_{\mathcal{P}q_{2(d_i)}}^n + F_{\mathfrak{R}q_{2(d_i)}}^n}{2}}{2}$$

$$i=1, \dots, j; n=1, \dots, p. \quad (9)$$

Tanım 3.3.1 $(\mathcal{M}q^{MNq} \check{\cap}_A \mathcal{P}q^{MNq}) \check{\cup}_A (\mathcal{M}q^{MNq} \check{\cap}_A \mathfrak{R}q^{MNq})$ şunu elde ederiz

$$((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q), (\mathcal{M}q, \mathfrak{R}q))^n_1(d_i) = \left((\mathcal{M}q_{1(d_i)}^n \cap \mathcal{P}q_{1(d_i)}^n) \cup (\mathcal{M}q_{1(d_i)}^n \cap \mathfrak{R}q_{1(d_i)}^n) \right),$$

$$((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q), (\mathcal{M}q, \mathfrak{R}q))^n_2(d_i) = \left((\mathcal{M}q_{2(d_i)}^n \cap \mathcal{P}q_{2(d_i)}^n) \cup (\mathcal{M}q_{2(d_i)}^n \cap \mathfrak{R}q_{2(d_i)}^n) \right),$$

$$((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q), (\mathcal{M}q, \mathfrak{R}q))^n_3(d_i) = \left((\mathcal{M}q_{3(d_i)}^n \cap \mathcal{P}q_{3(d_i)}^n) \cup (\mathcal{M}q_{3(d_i)}^n \cap \mathfrak{R}q_{3(d_i)}^n) \right),$$

$$((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q), (\mathcal{M}q, \mathfrak{R}q))^n_4(d_i) = \left((\mathcal{M}q_{4(d_i)}^1 \cap \mathcal{P}q_{4(d_i)}^n) \cup (\mathcal{M}q_{4(d_i)}^1 \cap \mathfrak{R}q_{4(d_i)}^n) \right).$$

$$T_{((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q), (\mathcal{M}q, \mathfrak{R}q))_2(d_i)}^n = \frac{\frac{T_{\mathcal{M}q_{2(d_i)}}^n + T_{\mathcal{P}q_{2(d_i)}}^n}{2} + \frac{T_{\mathcal{M}q_{2(d_i)}}^n + T_{\mathfrak{R}q_{2(d_i)}}^n}{2}}{2},$$

$$I_{((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q), (\mathcal{M}q, \mathfrak{R}q))_3(d_i)}^n = \frac{\frac{I_{\mathcal{M}q_{2(d_i)}}^n + I_{\mathcal{P}q_{2(d_i)}}^n}{2} + \frac{I_{\mathcal{M}q_{2(d_i)}}^n + I_{\mathfrak{R}q_{2(d_i)}}^n}{2}}{2},$$

$$F_{((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q), (\mathcal{M}q, \mathfrak{R}q))_4(d_i)}^n = \frac{\frac{F_{\mathcal{M}q_{2(d_i)}}^n + F_{\mathcal{P}q_{2(d_i)}}^n}{2} + \frac{F_{\mathcal{M}q_{2(d_i)}}^n + F_{\mathfrak{R}q_{2(d_i)}}^n}{2}}{2}$$

$$i=1, \dots, j; n=1, \dots, p. \quad (10)$$

Tanım 3.2.3, (9) ve (10) dan şunu elde ederiz

$$\mathcal{M}q^{MNq} \check{\cap}_A (\mathcal{P}q^{MNq} \check{\cup}_A \mathfrak{R}q^{MNq}) = (\mathcal{M}q^{MNq} \check{\cap}_A \mathcal{P}q^{MNq}) \check{\cup}_A (\mathcal{M}q^{MNq} \check{\cap}_A \mathfrak{R}q^{MNq})$$

xiii ye benzer şekilde {xiv, xv} nin ispatı elde edilir.

xvi) Tanım 3.3.1 den $\mathcal{M}q^{MNq} \check{U}_A (\mathcal{P}q^{MNq} \check{\cap}_A \mathfrak{R}q^{MNq})$ için şunu elde ederiz

$$(\mathcal{M}q, (\mathcal{P}q, \mathfrak{R}q))^n_1(d_i) = (\mathcal{M}q^n_{1(d_i)} \cup (\mathcal{P}q^n_{1(d_i)} \cap \mathfrak{R}q^n_{1(d_i)})),$$

$$(\mathcal{M}q, (\mathcal{P}q, \mathfrak{R}q))^n_2(d_i) = (\mathcal{M}q^n_{2(d_i)} \cup (\mathcal{P}q^n_{2(d_i)} \cap \mathfrak{R}q^n_{2(d_i)})),$$

$$(\mathcal{M}q, (\mathcal{P}q, \mathfrak{R}q))^n_3(d_i) = (\mathcal{M}q^n_{3(d_i)} \cup (\mathcal{P}q^n_{3(d_i)} \cap \mathfrak{R}q^n_{3(d_i)})),$$

$$(\mathcal{M}q, (\mathcal{P}q, \mathfrak{R}q))^n_4(d_i) = (\mathcal{M}q^1_{4(d_i)} \cup (\mathcal{P}q^n_{4(d_i)} \cap \mathfrak{R}q^n_{4(d_i)})).$$

$$T^n_{(\mathcal{M}q, (\mathcal{P}q, \mathfrak{R}q))_2(d_i)} = \frac{T^n_{\mathcal{M}q_2(d_i)} + \frac{T^n_{\mathcal{P}q_2(d_i)} + T^n_{\mathfrak{R}q_2(d_i)}}{2}}{2},$$

$$I^n_{(\mathcal{M}q, (\mathcal{P}q, \mathfrak{R}q))_3(d_i)} = \frac{I^n_{\mathcal{M}q_2(d_i)} + \frac{I^n_{\mathcal{P}q_2(d_i)} + I^n_{\mathfrak{R}q_2(d_i)}}{2}}{2},$$

$$F^n_{(\mathcal{M}q, (\mathcal{P}q, \mathfrak{R}q))_4(d_i)} = \frac{F^n_{\mathcal{M}q_2(d_i)} + \frac{F^n_{\mathcal{P}q_2(d_i)} + F^n_{\mathfrak{R}q_2(d_i)}}{2}}{2}$$

$$i=1, \dots, j; n=1, \dots, p. \quad (11)$$

Tanım 3.3.1 $(\mathcal{M}q^{MNq} \check{U}_A \mathcal{P}q^{MNq}) \check{\cap}_A (\mathcal{M}q^{MNq} \check{U}_A \mathfrak{R}q^{MNq})$ şunu elde ederiz

$$((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q), (\mathcal{M}q, \mathfrak{R}q))^n_1(d_i) = ((\mathcal{M}q^n_{1(d_i)} \cup \mathcal{P}q^n_{1(d_i)}) \cap (\mathcal{M}q^n_{1(d_i)} \cup \mathfrak{R}q^n_{1(d_i)})),$$

$$((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q), (\mathcal{M}q, \mathfrak{R}q))^n_2(d_i) = ((\mathcal{M}q^n_{2(d_i)} \cup \mathcal{P}q^n_{2(d_i)}) \cap (\mathcal{M}q^n_{2(d_i)} \cup \mathfrak{R}q^n_{2(d_i)})),$$

$$((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q), (\mathcal{M}q, \mathfrak{R}q))^n_3(d_i) = ((\mathcal{M}q^n_{3(d_i)} \cup \mathcal{P}q^n_{3(d_i)}) \cap (\mathcal{M}q^n_{3(d_i)} \cup \mathfrak{R}q^n_{3(d_i)})),$$

$$((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q), (\mathcal{M}q, \mathfrak{R}q))^n_4(d_i) = ((\mathcal{M}q^1_{4(d_i)} \cup \mathcal{P}q^n_{4(d_i)}) \cap (\mathcal{M}q^1_{4(d_i)} \cup \mathfrak{R}q^n_{4(d_i)})).$$

$$T^n_{((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q), (\mathcal{M}q, \mathfrak{R}q))_2(d_i)} = \frac{\frac{T^n_{\mathcal{M}q_2(d_i)} + T^n_{\mathcal{P}q_2(d_i)}}{2} + \frac{T^n_{\mathcal{M}q_2(d_i)} + T^n_{\mathfrak{R}q_2(d_i)}}{2}}{2},$$

$$I^n_{((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q), (\mathcal{M}q, \mathfrak{R}q))_3(d_i)} = \frac{\frac{I^n_{\mathcal{M}q_2(d_i)} + I^n_{\mathcal{P}q_2(d_i)}}{2} + \frac{I^n_{\mathcal{M}q_2(d_i)} + I^n_{\mathfrak{R}q_2(d_i)}}{2}}{2},$$

$$F^n_{((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q), (\mathcal{M}q, \mathfrak{R}q))_4(d_i)} = \frac{\frac{F^n_{\mathcal{M}q_2(d_i)} + F^n_{\mathcal{P}q_2(d_i)}}{2} + \frac{F^n_{\mathcal{M}q_2(d_i)} + F^n_{\mathfrak{R}q_2(d_i)}}{2}}{2}$$

$$i=1,\dots,j; n=1,\dots,p. \quad (12)$$

Tanım 3.2.3, (11) ve (12) dan şunu elde ederiz

$$\mathcal{M}q^{MNq} \check{\cup}_A (\mathcal{P}q^{MNq} \check{\cap}_A \mathfrak{R}q^{MNq}) = (\mathcal{M}q^{MNq} \check{\cup}_A \mathcal{P}q^{MNq}) \check{\cap}_A (\mathcal{M}q^{MNq} \check{\cup}_A \mathfrak{R}q^{MNq})$$

xiii ye benzer şekilde {xiv, xv} nin ispatı elde edilir.

xix) $\mathcal{M}q^{MNq} = \mathcal{P}q^{MNq}$ olduğunu varsayıyoruz. Tanım 3.2.3 ve Tanım 3.3.1'den şunu elde ederiz

$$\begin{aligned} T_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}^n &= \min \{T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n, T_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n\} = \frac{T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n + T_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n}{2} \\ &= \max \{T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n, T_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n\} \\ I_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}^n &= \max \{I_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n, I_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n\} = \frac{I_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n + I_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n}{2} \\ &= \min \{I_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n, I_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n\} \\ F_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}^n &= \max \{F_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n, F_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n\} = \frac{F_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n + F_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n}{2} \\ &= \min \{F_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n, F_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n\} \end{aligned} \quad (13)$$

Ayrıca,

$$\begin{aligned} (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_1(d_i) &= \mathcal{M}q^n_{1(d_i)} \cup \mathcal{P}q^n_{1(d_i)} \\ (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_2(d_i) &= \mathcal{M}q^n_{2(d_i)} \cup \mathcal{P}q^n_{2(d_i)} \\ (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_3(d_i) &= \mathcal{M}q^n_{3(d_i)} \cup \mathcal{P}q^n_{3(d_i)} \\ (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_4(d_i) &= \mathcal{M}q^n_{4(d_i)} \cup \mathcal{P}q^n_{4(d_i)} \end{aligned} \quad (14)$$

Böylece (13) ve (14)' ten şunu elde ederiz

$$\mathcal{M}q^{MNq} \check{\cup}_A \mathcal{P}q^{MNq} = \mathcal{M}q^{MNq} \check{\cup}_O \mathcal{P}q^{MNq} = \mathcal{M}q^{MNq} \check{\cup}_P \mathcal{P}q^{MNq}$$

xx in kanıtı xix e benzer şekilde elde edilir.

Örnek 3.4.3 [37]

$$MNq_{n_1} = \{ \{(\text{Matematik}, \text{Geometri}), \{(\text{Din Kültürü}, \text{Edebiyat}), \{(\text{Matematik}),$$

{İngilizce, Coğrafya}),({Din Kültürü, Edebiyat},{Kimya},{Geometri},
 {Kimya, Edebiyat})
 (0.3,0.2,0.1,0.4),
 ({İngilizce, Coğrafya},{Matematik, Geometri},{Kimya, Din Kültürü},
 {Biyoloji})
 (0.5,0.5,0.3,0.4),
 ({Biyoloji},{Coğrafya, Biyoloji},{Edebiyat, Coğrafya},{Matematik, Coğrafya})
 (0.1,0.3,0.3,0.3}),
 ({İngilizce},{İngilizce, Matematik},{Din Kültürü, Geometri},
 {Biyoloji, Matematik, Geometri}),({Kimya, Edebiyat},{Coğrafya, Geometri},
 {İngilizce},{Edebiyat})
 (0.2,0.4,0.3,0.1),
 ({Matematik, Geometri},{Din Kültürü},{Kimya},{Kimya})
 (0.6,0.3,0.1,0.7),
 ({Din Kültürü, Biyoloji},{Edebiyat, Kimya},{Edebiyat, Coğrafya, Matematik},
 {Coğrafya, İngilizce, Kimya})
 (0.3,0.3,0.6,0.2)}
 ({Biyoloji, Coğrafya, İngilizce},{Coğrafya, İngilizce},{Edebiyat, Kimya,
 Biyoloji},{Coğrafya}),
 ({Edebiyat},{Edebiyat, Matematik},{Matematik, Geometri},
 {Geometri, Kimya, Biyoloji})
 (0.3,0.5,0.5,0.8),

({Geometri, Din Kültürü},{Geometri, Din Kültürü},{Din Kültürü},
 {İngilizce, Matematik})
 (0.5,0.3,0.2,0.1),
 ({Matematik},{Biyoloji},{İngilizce},{Din Kültürü})
 (0.2,0.2,0.3,0.1)}
 ({({Geometri, Matematik},{Kimya},{Coğrafya, İngilizce, Kimya},
 {Matematik, Kimya, Geometri}),(Edebiyat, Biyoloji},{Coğrafya, Kimya, Biyoloji},
 {Matematik, Geometri},{Edebiyat})
 (0.3,0.7,0.5,0.2),
 ({Din Kültürü, İngilizce},{Din Kültürü},{Din Kültürü},{Coğrafya, Din Kültürü})
 (0.4,0.2,0.3,0.5),
 ({Coğrafya},{İngilizce},{Biyoloji},{Biyoloji})
 (0.3,0.1,0.3,0.3)}
 ({({Geometri, İngilizce},{Kimya},{İngilizce},{Geometri}),(Coğrafya, Matematik},
 {Matematik},{Edebiyat, Geometri},{İngilizce, Matematik})
 (0.6,0.3,0.3,0.5),
 ({Kimya, Din Kültürü},{Biyoloji, Edebiyat},{Kimya, Din Kültürü},
 {Kimya, Din Kültürü})
 (0.2,0.4,0.1,0.3),
 ({Edebiyat, Biyoloji},{Din Kültürü, İngilizce},{Coğrafya, Matematik, Biyoloji},
 {Edebiyat, Biyoloji})

(0.3,0.3,0.6,0.2))}

ve

$MNq_{n_2} = \{ \{ \{ \text{Geometri, İngilizce} \}, \{ \text{Din Kültürü, Kimys} \}, \{ \text{İngilizce} \}, \{ \text{Matematik} \}, \{ \text{Matematik, Edebiyat} \}, \{ \text{İngilizce, Coğrafya} \}, \{ \text{Geometri} \}, \{ \text{Geometri, Kimya} \} \}$

(0.6,0.2,0.1,0.3),

($\{ \text{Matematik} \}, \{ \text{Coğrafya, Geometri} \}, \{ \text{Kimya, Din Kültürü} \}, \{ \text{İngilizce} \}$)

(0.4,0.5,0.1,0.4),

($\{ \text{Biyoloji} \}, \{ \text{Coğrafya, Biyoloji} \}, \{ \text{Edebiyat, Coğrafya} \}, \{ \text{Matematik, Coğrafya} \}$)

(0.2,0.5,0.3,0.6))

$\{ \{ \{ \text{Coğrafya, İngilizce} \}, \{ \text{Geometri, Matematik} \}, \{ \text{Edebiyat} \}, \{ \text{Geometri, Biyoloji} \}, \{ \text{İngilizce, Edebiyat} \}, \{ \text{Matematik} \}, \{ \text{Geometri, Coğrafya, İngilizce} \}, \{ \text{Din Kültürü} \} \}$

(0.5,0.3,0.4,0.1),

($\{ \text{Kimya, Geometri} \}, \{ \text{İngilizce, Din Kültürü} \}, \{ \text{Matematik, Coğrafya} \}, \{ \text{Edebiyat} \}$)

(0.3,0.2,0.1,0.5),

($\{ \text{Din Kültürü, İngilizce} \}, \{ \text{Matematik} \}, \{ \text{Edebiyat, Kimya} \},$

$\{ \text{İngilizce, Kimya, Geometri} \}$)

(0.5,0.4,0.3,0.2)),

$\{ \{ \{ \text{Geometri, İngilizce} \}, \{ \text{Biyoloji, Coğrafya, İngilizce} \}, \{ \text{Kimya, Biyoloji} \},$

$\{ \{ \{ \text{Din Kültürü} \}, \{ \text{İngilizce, Coğrafya} \}, \{ \text{Edebiyat, Geometri, Matematik} \},$

$\{ \text{Din Kültürü} \}, \{ \text{Kimya, Biyoloji} \} \}$

(0.2,0.4,0.6,0.5),

($\{ \text{İngilizce, Matematik} \}, \{ \text{Kimya, Coğrafya, Geometri} \}, \{ \text{Biyoloji} \}, \{ \text{Edebiyat} \}$)

(0.2,0.4,0.3,0.5),

({Coğrafya, İngilizce},{Biyoloji, Geometri},{Matematik, Edebiyat},{Din Kültürü})

(0.5,0.1,0.3,0.2)),

{{Matematik},{Kimya},{Coğrafya, İngilizce, Din Kültürü},{Biyoloji, Edebiyat}},

({İngilizce, Biyoloji,Coğrafya},{Kimya},{Matematik},{Geometri, Edebiyat})

(0.4,0.1,0.3,0.6),

({Biyoloji, Din Kültürü, İngilizce},{Edebiyat},{Coğrafya},{Matematik})

(0.2,0.4,0.3,0.6),

({Biyoloji, Coğrafya},{İngilizce, Geometri},{Matematik, Edebiyat},{Din Kültürü})

(0.2,0.4,0.6,0.1)),

{{Geometri, İngilizce, Coğrafya},{Kimya},{Din Kültürü, Matematik},{Biyoloji}},

{Coğrafya, İngilizce, Matematik},{Geometri},{Edebiyat},

{İngilizce, Biyoloji, Din Kültürü})

(0.4,0.3,0.2,0.1),

({İngilizce, Din Kültürü},{Biyoloji, Coğrafya, Edebiyat},{Kimya, Geometri},

{Din Kültürü})

(0.3,0.1,0.2,0.4),

({Geometri},{İngilizce, Biyoloji},{Coğrafya, Matematik},{Edebiyat, Din Kültürü})

(0.4,0.4,0.2,0.3)}

iki ÇGKDNDK olsun, öyle ki örnek 3.2.2'deki öğrencinin iki farklı ayda dört ardışık hafta boyunca farklı ders kitaplarından çözdüğü sorular ÇGKDNDK ile temsil edilsin.

i) MNq_{n_1} ve MNq_{n_2} için ‘ortalama $\cup$ ’ işlemi aşağıdaki gibi tanımlanır;

$$MNq_{n_1} \check{\cup}_A MNq_{n_2} = \{ \{ \{ \text{Matematik, Geometri, İngilizce} \} = \{ \text{Matematik, Geometri} \} \cup$$

$$\{ \text{Geometri, İngilizce} \}, \{ \text{Din Kültürü, Edebiyat, Kimya} \} = \{ \text{Din Kültürü, Edebiyat} \} \cup$$

$$\{ \text{Din Kültürü, Kimya} \}, \{ \text{Matematik, İngilizce} \} = \{ \text{Matematik} \} \cup \{ \text{İngilizce} \},$$

$$\{ \text{İngilizce, Geometri, Matematik} \} = \{ \text{İngilizce, Geometri} \} \cup \{ \text{Matematik} \} \}$$

$$\{ \text{Din Kültürü, Edebiyat, Matematik} \} = \{ \text{Din Kültürü, Edebiyat} \} \cup$$

$$\{ \text{Matematik, Edebiyat} \}, \{ \text{Kimya, İngilizce, Coğrafya} \} = \{ \text{Kimya} \} \cup$$

$$\{ \text{İngilizce, Coğrafya} \}, \{ \text{Geometri} \} = \{ \text{Geometri} \} \cup \{ \text{Geometri} \},$$

$$\{ \text{Kimya, Edebiyat, Geometri} \} = \{ \text{Kimya, Edebiyat} \} \cup \{ \text{Geometri, Kimya} \}$$

$$T_{(MNq_{n_1}, MNq_{n_2})_2(d_1)}^1,$$

$$(\{ \text{İngilizce, Coğrafya, Matematik} \} = \{ \text{İngilizce, Coğrafya} \} \cup \{ \text{Matematik} \},$$

$$\{ \text{Matematik, Geometri, Coğrafya} \} = \{ \text{Matematik, Geometri} \} \cup \{ \text{Coğrafya, Geometri} \},$$

$$\{ \text{Kimya, Din Kültürü} \} = \{ \text{Kimya, Din Kültürü} \} \cup \{ \text{Kimya, Din Kültürü} \},$$

$$\{ \text{Biyoloji, İngilizce} \} = \{ \text{Biyoloji} \} \cup \{ \text{İngilizce} \})$$

$$I_{(MNq_{n_1}, MNq_{n_2})_2(d_1)}^1,$$

$$(\{ \text{Biyoloji} \} = \{ \text{Biyoloji} \} \cup \{ \text{Biyoloji} \}, \{ \text{Coğrafya, Biyoloji} \} = \{ \text{Coğrafya, Biyoloji} \} \cup$$

$$\{ \text{Coğrafya, Biyoloji} \}, \{ \text{Edebiyat, Coğrafya} \} = \{ \text{Edebiyat, Coğrafya} \} \cup$$

$$\{ \text{Edebiyat, Coğrafya} \}, \{ \text{Matematik, Coğrafya} \} = \{ \text{Matematik, Coğrafya} \} \cup$$

$$\{ \text{Matematik, Coğrafya} \})$$

$$F_{(MNq_{n_1}, MNq_{n_2})_2(d_1)}^1,$$

$$(\{ \{ \text{İngilizce, Coğrafya} \} = \{ \text{İngilizce} \} \cup \{ \text{Coğrafya, İngilizce} \},$$

$\{\text{İngilizce, Matematik, Geometri}\} = \{\text{İngilizce, Matematik}\} \cup \{\text{Geometri, Matematik}\},$

$\{\text{Din Kültürü, Geometri, Edebiyat}\} = \{\text{Din Kültürü, Geometri}\} \cup \{\text{Edebiyat}\},$

$\{\text{Biyoloji, Matematik, Geometri}\} = \{\text{Biyoloji, Matematik, Geometri}\} \cup$

$\{\text{Geometri, Biyoloji}\}, (\{\text{Kimya, Edebiyat, İngilizce}\} = \{\text{Kimya, Edebiyat}\} \cup$

$\{\text{İngilizce, Edebiyat}\}, \{\text{Coğrafya, Geometri, Matematik}\} = \{\text{Coğrafya, Geometri}\} \cup$

$\{\text{Matematik}\}, \{\text{İngilizce, Geometri, Coğrafya}\} = \{\text{İngilizce}\} \cup$

$\{\text{Geometri, Coğrafya, İngilizce}\}, \{\text{Edebiyat, Din Kültürü}\} = \{\text{Edebiyat}\} \cup$

$\{\text{Din Kültürü}\},$

$$T_{(\text{MN}q_{n_1}, \text{MN}q_{n_2})_3(d_2)}^2,$$

$(\{\text{Matematik, Geometri, Kimya}\} = \{\text{Matematik, Geometri}\} \cup \{\text{Kimya, Geometri}\},$

$\{\text{Din Kültürü, İngilizce}\} = \{\text{Din Kültürü}\} \cup \{\text{İngilizce, Din Kültürü}\},$

$\{\text{Kimya, Matematik, Coğrafya}\} = \{\text{Kimya}\} \cup \{\text{Matematik, Coğrafya}\},$

$\{\text{Kimya}\} = \{\text{Edebiyat}\} \cup \{\text{Kimya, Edebiyat}\})$

$$I_{(\text{MN}q_{n_1}, \text{MN}q_{n_2})_3(d_2)}^2,$$

$(\{\text{Din Kültürü, Biyoloji, İngilizce}\} = \{\text{Din Kültürü, Biyoloji}\} \cup \{\text{Din Kültürü,}$

$\text{İngilizce}\},$

$\{\text{Edebiyat, Kimya, Matematik}\} = \{\text{Edebiyat, Kimya}\} \cup \{\text{Matematik}\},$

$\{\text{Edebiyat, Coğrafya, Matematik, Kimya}\} = \{\text{Edebiyat, Coğrafya, Matematik}\} \cup$

$\{\text{Edebiyat, Kimya}\}, \{\text{Coğrafya, İngilizce, Kimya, Geometri}\} =$

$\{\text{Coğrafya, İngilizce, Kimya}\} \cup \{\text{İngilizce, Kimya, Geometri}\})$

$$F_{(\text{MN}q_{n_1}, \text{MN}q_{n_2})_3(d_2)}^2,$$

$(\{\text{Biyoloji, İngilizce, Coğrafya, Geometri}\} = \{\text{Biyoloji, Coğrafya, İngilizce}\} \cup$

$\{\text{Geometri, İngilizce}\}, \{\text{Coğrafya, İngilizce, Biyoloji}\} = \{\text{Coğrafya, İngilizce}\} \cup$

$\{\text{Biyoloji, Coğrafya, İngilizce}\}, \{\text{Edebiyat, Kimya, Biyoloji}\} =$

$\{\text{Edebiyat, Kimya, Biyoloji}\} \cup \{\text{Kimya, Biyoloji}\}, \{\text{Coğrafya, Din Kültürü}\} =$

$\{\text{Coğrafya}\} \cup \{\text{Din Kültürü}\}, (\{\text{Edebiyat, İngilizce, Coğrafya}\} = \{\text{Edebiyat}\} \cup$

$\{\text{İngilizce, Coğrafya}\}, \{\text{Edebiyat, Matematik, Geometri}\} = \{\text{Edebiyat, Matematik}\} \cup$

$\{\text{Edebiyat, Geometri, Matematik}\}, \{\text{Matematik, Geometri, Din Kültürü}\} =$

$\{\text{Matematik, Geometri}\} \cup \{\text{Din Kültürü}\}, \{\text{Geometri, Kimya, Biyoloji}\} =$

$\{\text{Geometri, Kimya, Biyoloji}\} \cup \{\text{Kimya, Biyoloji}\})$

$$T_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_4(d_3)}^3,$$

$(\{\text{Geometri, Din Kültürü, İngilizce, Matematik}\} = \{\text{Geometri, Din Kültürü}\} \cup$

$\{\text{İngilizce, Matematik}\}, \{\text{Geometri, Din Kültürü, Kimya, Coğrafya}\} =$

$\{\text{Geometri, Din Kültürü}\} \cup \{\text{Kimya, Coğrafya, Geometri}\},$

$\{\text{Din Kültürü, Biyoloji}\} = \{\text{Din Kültürü}\} \cup \{\text{Biyoloji}\},$

$\{\text{İngilizce, Matematik, Edebiyat}\} = \{\text{İngilizce, Matematik}\} \cup \{\text{Edebiyat}\})$

$$I_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_4(d_3)}^3,$$

$(\{\text{Matematik, Coğrafya, İngilizce}\} = \{\text{Matematik}\} \cup \{\text{Coğrafya, İngilizce}\},$

$\{\text{Biyoloji, Geometri}\} = \{\text{Biyoloji}\} \cup \{\text{Biyoloji, Geometri}\},$

$\{\text{İngilizce, Matematik, Edebiyat}\} = \{\text{İngilizce}\} \cup \{\text{Matematik, Edebiyat}\},$

$\{\text{Din Kültürü}\} = \{\text{Din Kültürü}\} \cup \{\text{Din Kültürü}\})$

$$F_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_4(d_3)}^3,$$

$\{(\{\text{Geometri, Matematik}\} = \{\text{Geometri, Matematik}\} \cup \{\text{Matematik}\}, \{\text{Kimya}\} =$

$$\{\text{Kimya}\} \cup \{\text{Kimya}\}, \{\text{Coğrafya, İngilizce, Kimya, Din Kültürü}\} =$$

$$\{\text{Coğrafya, İngilizce, Kimya}\} \cup \{\text{Coğrafya, İngilizce, Din Kültürü}\},$$

$$\{\text{Matematik, Kimya, Geometri, Biyoloji, Edebiyat}\} =$$

$$\{\text{Matematik, Kimya, Geometri}\} \cup \{\text{Biyoloji, Edebiyat}\},$$

$$(\{\text{Edebiyat, Biyoloji, İngilizce, Coğrafya}\} =$$

$$\{\text{Edebiyat, Biyoloji}\} \cup \{\text{İngilizce, Biyoloji, Coğrafya}\},$$

$$\{\text{Coğrafya, Kimya, Biyoloji}\} =$$

$$\{\text{Coğrafya, Kimya, Biyoloji}\} \cup \{\text{Kimya, Matematik, Geometri}\} =$$

$$\{\text{Matematik, Geometri}\} \cup \{\text{Matematik}\},$$

$$\{\text{Edebiyat, Geometri}\} = \{\text{Edebiyat}\} \cup \{\text{Edebiyat, Geometri}\})$$

$$T^4_{(\text{MN}q_{n_1}, \text{MN}q_{n_2})_5(d_4)},$$

$$(\{\text{Din Kültürü, İngilizce, Biyoloji}\} =$$

$$\{\text{Din Kültürü, İngilizce}\} \cup \{\text{Biyoloji, Din Kültürü, İngilizce}\},$$

$$\{\text{Din Kültürü, Edebiyat}\} = \{\text{Din Kültürü}\} \cup \{\text{Edebiyat}\},$$

$$\{\text{Din Kültürü, Coğrafya}\} = \{\text{Din Kültürü}\} \cup \{\text{Coğrafya}\},$$

$$\{\text{Coğrafya, Din Kültürü, Matematik}\} = \{\text{Coğrafya, Din Kültürü}\} \cup \{\text{Matematik}\})$$

$$I^4_{(\text{MN}q_{n_1}, \text{MN}q_{n_2})_5(d_4)},$$

$$(\{\text{Coğrafya, Biyoloji}\} = \{\text{Coğrafya}\} \cup \{\text{Biyoloji, Coğrafya}\},$$

$$\{\text{İngilizce, Geometri}\} = \{\text{İngilizce}\} \cup \{\text{İngilizce, Geometri}\},$$

$$\{\text{Biyoloji, Matematik, Edebiyat}\} = \{\text{Biyoloji}\} \cup \{\text{Matematik, Edebiyat}\},$$

$$\{\text{Biyoloji, Din Kültürü}\} = \{\text{Biyoloji}\} \cup \{\text{Din Kültürü}\})$$

$$F_{(MNq_{n_1}, MNq_{n_2})_5(d_4)},$$

$$\{(\{Geometri, İngilizce, Coğrafya\}=$$

$$\{Geometri, İngilizce\} \cup \{Geometri, İngilizce, Coğrafya\},$$

$$\{Kimya\} = \{Kimya\} \cup \{Kimya\},$$

$$\{\text{İngilizce, Din Kültürü, Matematik}\} = \{\text{İngilizce}\} \cup \{\text{Din Kültürü, Matematik}\},$$

$$\{Geometri, Biyoloji\} = \{Geometri\} \cup \{Biyoloji\},$$

$$(\{Coğrafya, Matematik, İngilizce\} =$$

$$\{Coğrafya, Matematik\} \cup \{Coğrafya, İngilizce, Matematik\},$$

$$\{Matematik, Geometri\} =$$

$$\{Matematik\} \cup \{Geometri\}, \{Edebiyat, Geometri\} = \{Edebiyat, \\ Geometri\} \cup \{Edebiyat\},$$

$$\{\text{İngilizce, Matematik, Biyoloji, Din Kültürü}\} =$$

$$\{\text{İngilizce, Matematik}\} \cup \{\text{İngilizce, Biyoloji, Din Kültürü}\})$$

$$T_{(MNq_{n_1}, MNq_{n_2})_6(d_5)},$$

$$\{Kimya, Din Kültürü, İngilizce\} = \{Kimya, Din Kültürü\} \cup \{\text{İngilizce, Din Kültürü}\},$$

$$\{Biyoloji, Edebiyat, Coğrafya\} =$$

$$\{Biyoloji, Edebiyat\} \cup \{Biyoloji, Coğrafya, Edebiyat\},$$

$$\{Kimya, Din Kültürü, Geometri\} = \{Kimya, Din Kültürü\} \cup \{\text{Din Kültürü, Geometri}\},$$

$$\{Kimya, Din Kültürü\} = \{Kimya, Din Kültürü\} \cup \{\text{Din Kültürü}\})$$

$$I_{(MNq_{n_1}, MNq_{n_2})_6(d_5)},$$

$$(\{Edebiyat, Biyoloji, Geometri\} = \{Edebiyat, Biyoloji\} \cup \{Geometri\},$$

$$\{\text{Din Kùltürü, İngilizce, Biyoloji}\}=\{\text{Din Kùltürü, İngilizce}\}\cup\{\text{İngilizce, Biyoloji}\},$$

$$\{\text{Coğrafya, Matematik, Biyoloji}\} =$$

$$\{\text{Coğrafya, Matematik, Biyoloji}\}\cup\{\text{Coğrafya, Matematik}\},$$

$$\{\text{Edebiyat, Biyoloji, Din Kùltürü}\} =$$

$$\{\text{Edebiyat, Biyoloji}\}\cup\{\text{Edebiyat, Din Kùltürü}\})$$

$$F_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_6(d_5)}^5\},$$

$$T_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_2(d_1)}^1 = \frac{T_{(\text{MNq}_{n_1})_2(d_1)}^1 + T_{(\text{MNq}_{n_2})_2(d_1)}^1}{2} = \frac{(0.3+0.6)}{2} = 0.45,$$

$$T_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_2(d_2)}^1 = \frac{T_{(\text{MNq}_{n_1})_2(d_2)}^1 + T_{(\text{MNq}_{n_2})_2(d_2)}^1}{2} = \frac{(0.2+0.2)}{2} = 0.2,$$

$$T_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_2(d_3)}^1 = \frac{T_{(\text{MNq}_{n_1})_2(d_3)}^1 + T_{(\text{MNq}_{n_2})_2(d_3)}^1}{2} = \frac{(0.1+0.1)}{2} = 0.1,$$

$$T_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_2(d_4)}^1 = \frac{T_{(\text{MNq}_{n_1})_2(d_4)}^1 + T_{(\text{MNq}_{n_2})_2(d_4)}^1}{2} = \frac{(0.4+0.3)}{2} = 0.35$$

$$I_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_3(d_1)}^1 = \frac{I_{(\text{MNq}_{n_1})_3(d_1)}^1 + I_{(\text{MNq}_{n_2})_3(d_1)}^1}{2} = \frac{(0.5+0.4)}{2} = 0.45,$$

$$I_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_3(d_2)}^1 = \frac{I_{(\text{MNq}_{n_1})_3(d_2)}^1 + I_{(\text{MNq}_{n_2})_3(d_2)}^1}{2} = \frac{(0.5+0.5)}{2} = 0.5,$$

$$I_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_3(d_3)}^1 = \frac{I_{(\text{MNq}_{n_1})_3(d_3)}^1 + I_{(\text{MNq}_{n_2})_3(d_3)}^1}{2} = \frac{(0.3+0.1)}{2} = 0.2,$$

$$I_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_3(d_4)}^1 = \frac{I_{(\text{MNq}_{n_1})_3(d_4)}^1 + I_{(\text{MNq}_{n_2})_3(d_4)}^1}{2} = \frac{(0.4+0.4)}{2} = 0.4$$

$$F_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_4(d_1)}^1 = \frac{F_{(\text{MNq}_{n_1})_4(d_1)}^1 + F_{(\text{MNq}_{n_2})_4(d_1)}^1}{2} = \frac{(0.1+0.2)}{2} = 0.15,$$

$$F_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_4(d_2)}^1 = \frac{F_{(\text{MNq}_{n_1})_4(d_2)}^1 + F_{(\text{MNq}_{n_2})_4(d_2)}^1}{2} = \frac{(0.3+0.5)}{2} = 0.4,$$

$$F_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_4(d_3)}^1 = \frac{F_{(\text{MNq}_{n_1})_4(d_3)}^1 + F_{(\text{MNq}_{n_2})_4(d_3)}^1}{2} = \frac{(0.3+0.3)}{2} = 0.3,$$

$$F_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_4(d_4)}^1 = \frac{F_{(\text{MNq}_{n_1})_4(d_4)}^1 + F_{(\text{MNq}_{n_2})_4(d_4)}^1}{2} = \frac{(0.3+0.6)}{2} = 0.45$$

$$T_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_3(d_1)}^2 = \frac{T_{(\text{MNq}_{n_1})_3(d_1)}^2 + T_{(\text{MNq}_{n_2})_3(d_1)}^2}{2} = \frac{(0.2+0.5)}{2} = 0.35,$$

$$T_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_3(d_2)}^2 = \frac{T_{(\text{MNq}_{n_1})_3(d_2)}^2 + T_{(\text{MNq}_{n_2})_3(d_2)}^2}{2} = \frac{(0.4+0.3)}{2} = 0.35,$$

$$T_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_3(d_3)}^2 = \frac{T_{(\text{MNq}_{n_1})_3(d_3)}^2 + T_{(\text{MNq}_{n_2})_3(d_3)}^2}{2} = \frac{(0.3+0.4)}{2} = 0.35,$$

$$T_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_3(d_4)}^2 = \frac{T_{(\text{MNq}_{n_1})_3(d_4)}^2 + T_{(\text{MNq}_{n_2})_3(d_4)}^2}{2} = \frac{(0.1+0.1)}{2} = 0.1$$

$$I_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_3(d_1)}^2 = \frac{I_{(\text{MNq}_{n_1})_3(d_1)}^2 + I_{(\text{MNq}_{n_2})_3(d_1)}^2}{2} = \frac{(0.6+0.3)}{2} = 0.45,$$

$$I_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_3(d_2)}^2 = \frac{I_{(\text{MNq}_{n_1})_3(d_2)}^2 + I_{(\text{MNq}_{n_2})_3(d_2)}^2}{2} = \frac{(0.3+0.2)}{2} = 0.25,$$

$$I_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_3(d_3)}^2 = \frac{I_{(\text{MNq}_{n_1})_3(d_3)}^2 + I_{(\text{MNq}_{n_2})_3(d_3)}^2}{2} = \frac{(0.1+0.1)}{2} = 0.1,$$

$$I_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_3(d_4)}^2 = \frac{I_{(\text{MNq}_{n_1})_3(d_4)}^2 + I_{(\text{MNq}_{n_2})_3(d_4)}^2}{2} = \frac{(0.7+0.5)}{2} = 0.6$$

$$F_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_3(d_1)}^2 = \frac{F_{(\text{MNq}_{n_1})_3(d_1)}^2 + F_{(\text{MNq}_{n_2})_3(d_1)}^2}{2} = \frac{(0.3+0.5)}{2} = 0.4,$$

$$F_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_3(d_2)}^2 = \frac{F_{(\text{MNq}_{n_1})_3(d_2)}^2 + F_{(\text{MNq}_{n_2})_3(d_2)}^2}{2} = \frac{(0.3+0.4)}{2} = 0.35,$$

$$F_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_3(d_3)}^2 = \frac{F_{(\text{MNq}_{n_1})_3(d_3)}^2 + F_{(\text{MNq}_{n_2})_3(d_3)}^2}{2} = \frac{(0.6+0.3)}{2} = 0.45,$$

$$F_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_3(d_4)}^2 = \frac{F_{(\text{MNq}_{n_1})_3(d_4)}^2 + F_{(\text{MNq}_{n_2})_3(d_4)}^2}{2} = \frac{(0.2+0.2)}{2} = 0.2$$

$$T_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_4(d_1)}^3 = \frac{T_{(\text{MNq}_{n_1})_4(d_1)}^3 + T_{(\text{MNq}_{n_2})_4(d_1)}^3}{2} = \frac{(0.3+0.2)}{2} = 0.25,$$

$$T_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_4(d_2)}^3 = \frac{T_{(\text{MNq}_{n_1})_4(d_2)}^3 + T_{(\text{MNq}_{n_2})_4(d_2)}^3}{2} = \frac{(0.5+0.5)}{2} = 0.5,$$

$$T_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_4(d_3)}^3 = \frac{T_{(\text{MNq}_{n_1})_4(d_3)}^3 + T_{(\text{MNq}_{n_2})_4(d_3)}^3}{2} = \frac{(0.5+0.6)}{2} = 0.55,$$

$$T_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_4(d_4)}^3 = \frac{T_{(\text{MNq}_{n_1})_4(d_4)}^3 + T_{(\text{MNq}_{n_2})_4(d_4)}^3}{2} = \frac{(0.8+0.5)}{2} = 0.65$$

$$I_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_4(d_1)}^3 = \frac{I_{(\text{MNq}_{n_1})_4(d_1)}^3 + I_{(\text{MNq}_{n_2})_4(d_1)}^3}{2} = \frac{(0.5+0.2)}{2} = 0.35,$$

$$I_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_4(d_2)}^3 = \frac{I_{(\text{MNq}_{n_1})_4(d_2)}^3 + I_{(\text{MNq}_{n_2})_4(d_2)}^3}{2} = \frac{(0.3+0.4)}{2} = 0.35$$

$$I_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_4(d_3)}^3 = \frac{I_{(\text{MNq}_{n_1})_4(d_3)}^3 + I_{(\text{MNq}_{n_2})_4(d_3)}^3}{2} = \frac{(0.2+0.3)}{2} = 0.25,$$

$$I_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_4(d_4)}^3 = \frac{I_{(\text{MNq}_{n_1})_4(d_4)}^3 + I_{(\text{MNq}_{n_2})_4(d_4)}^3}{2} = \frac{(0.1+0.5)}{2} = 0.3$$

$$F_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_4(d_1)}^3 = \frac{F_{(\text{MNq}_{n_1})_4(d_1)}^3 + F_{(\text{MNq}_{n_2})_4(d_1)}^3}{2} = \frac{(0.2+0.2)}{2} = 0.2,$$

$$F_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_4(d_2)}^3 = \frac{F_{(\text{MNq}_{n_1})_4(d_2)}^3 + F_{(\text{MNq}_{n_2})_4(d_2)}^3}{2} = \frac{(0.2+0.1)}{2} = 0.15,$$

$$F_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_4(d_3)}^3 = \frac{F_{(\text{MNq}_{n_1})_4(d_3)}^3 + F_{(\text{MNq}_{n_2})_4(d_3)}^3}{2} = \frac{(0.3+0.3)}{2} = 0.3,$$

$$F_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_4(d_4)}^3 = \frac{F_{(\text{MNq}_{n_1})_4(d_4)}^3 + F_{(\text{MNq}_{n_2})_4(d_4)}^3}{2} = \frac{(0.1+0.2)}{2} = 0.15$$

$$T_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_5(d_1)}^4 = \frac{T_{(\text{MNq}_{n_1})_5(d_1)}^4 + T_{(\text{MNq}_{n_2})_5(d_1)}^4}{2} = \frac{(0.3+0.4)}{2} = 0.35,$$

$$T_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_5(d_2)}^4 = \frac{T_{(\text{MNq}_{n_1})_5(d_2)}^4 + T_{(\text{MNq}_{n_2})_5(d_2)}^4}{2} = \frac{(0.7+0.1)}{2} = 0.4,$$

$$T_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_5(d_3)}^4 = \frac{T_{(\text{MNq}_{n_1})_5(d_3)}^4 + T_{(\text{MNq}_{n_2})_5(d_3)}^4}{2} = \frac{(0.5+0.3)}{2} = 0.4,$$

$$T_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_5(d_4)}^4 = \frac{T_{(\text{MNq}_{n_1})_5(d_4)}^4 + T_{(\text{MNq}_{n_2})_5(d_4)}^4}{2} = \frac{(0.2+0.6)}{2} = 0.4$$

$$I_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_5(d_1)}^4 = \frac{I_{(\text{MNq}_{n_1})_5(d_1)}^4 + I_{(\text{MNq}_{n_2})_5(d_1)}^5}{2} = \frac{(0.4+0.2)}{2} = 0.3,$$

$$I_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_5(d_2)}^4 = \frac{I_{(\text{MNq}_{n_1})_5(d_2)}^4 + I_{(\text{MNq}_{n_2})_5(d_2)}^4}{2} = \frac{(0.2+0.4)}{2} = 0.3,$$

$$I_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_5(d_3)}^4 = \frac{I_{(\text{MNq}_{n_1})_5(d_3)}^4 + I_{(\text{MNq}_{n_2})_5(d_3)}^4}{2} = \frac{(0.3+0.3)}{2} = 0.3,$$

$$I_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_5(d_4)}^4 = \frac{I_{(\text{MNq}_{n_1})_5(d_4)}^4 + I_{(\text{MNq}_{n_2})_5(d_4)}^4}{2} = \frac{(0.5+0.6)}{2} = 0.55$$

$$F_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_5(d_1)}^4 = \frac{F_{(\text{MNq}_{n_1})_5(d_1)}^4 + F_{(\text{MNq}_{n_2})_5(d_1)}^5}{2} = \frac{(0.3+0.2)}{2} = 0.25,$$

$$F_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_5(d_2)}^4 = \frac{F_{(\text{MNq}_{n_1})_5(d_2)}^4 + F_{(\text{MNq}_{n_2})_5(d_2)}^4}{2} = \frac{(0.1+0.4)}{2} = 0.25$$

$$F_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_5(d_3)}^4 = \frac{F_{(\text{MNq}_{n_1})_5(d_3)}^4 + F_{(\text{MNq}_{n_2})_5(d_3)}^4}{2} = \frac{(0.3+0.6)}{2} = 0.45,$$

$$F_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_5(d_4)}^4 = \frac{F_{(\text{MNq}_{n_1})_5(d_4)}^4 + F_{(\text{MNq}_{n_2})_5(d_4)}^4}{2} = \frac{(0.3+0.1)}{2} = 0.2$$

$$T_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_6(d_1)}^5 = \frac{T_{(\text{MNq}_{n_1})_6(d_1)}^5 + T_{(\text{MNq}_{n_2})_6(d_1)}^5}{2} = \frac{(0.6+0.4)}{2} = 0.5,$$

$$T_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_6(d_2)}^5 = \frac{T_{(\text{MNq}_{n_1})_6(d_2)}^5 + T_{(\text{MNq}_{n_2})_6(d_2)}^5}{2} = \frac{(0.3+0.3)}{2} = 0.3,$$

$$T_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_6(d_3)}^5 = \frac{T_{(\text{MNq}_{n_1})_6(d_3)}^5 + T_{(\text{MNq}_{n_2})_6(d_3)}^5}{2} = \frac{(0.3+0.2)}{2} = 0.25,$$

$$T_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_6(d_4)}^5 = \frac{T_{(\text{MNq}_{n_1})_6(d_4)}^5 + T_{(\text{MNq}_{n_2})_6(d_4)}^5}{2} = \frac{(0.5+0.1)}{2} = 0.3$$

$$I_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_6(d_1)}^5 = \frac{I_{(\text{MNq}_{n_1})_6(d_1)}^5 + I_{(\text{MNq}_{n_2})_6(d_1)}^5}{2} = \frac{(0.2+0.3)}{2} = 0.25,$$

$$I_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_6(d_2)}^5 = \frac{I_{(\text{MNq}_{n_1})_6(d_2)}^5 + I_{(\text{MNq}_{n_2})_6(d_2)}^5}{2} = \frac{(0.4+0.1)}{2} = 0.25,$$

$$I_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_6(d_3)}^5 = \frac{I_{(\text{MNq}_{n_1})_6(d_3)}^5 + I_{(\text{MNq}_{n_2})_6(d_3)}^5}{2} = \frac{(0.1+0.2)}{2} = 0.15,$$

$$I_{(\text{MNq}_{n_1}, \text{MNq}_{n_2})_6(d_4)}^5 = \frac{I_{(\text{MNq}_{n_1})_6(d_4)}^5 + I_{(\text{MNq}_{n_2})_6(d_4)}^5}{2} = \frac{(0.3+0.4)}{2} = 0.35$$

$$F_{(MNq_{n_1}, MNq_{n_2})_6(d_1)}^5 = \frac{F_{(MNq_{n_1})_6(d_1)}^5 + F_{(MNq_{n_2})_6(d_1)}^5}{2} = \frac{(0.3+0.4)}{2} = 0.35,$$

$$F_{(MNq_{n_1}, MNq_{n_2})_6(d_2)}^5 = \frac{F_{(MNq_{n_1})_6(d_2)}^5 + F_{(MNq_{n_2})_6(d_2)}^5}{2} = \frac{(0.3+0.4)}{2} = 0.35,$$

$$F_{(MNq_{n_1}, MNq_{n_2})_6(d_3)}^5 = \frac{F_{(MNq_{n_1})_6(d_3)}^5 + F_{(MNq_{n_2})_6(d_3)}^5}{2} = \frac{(0.6+0.2)}{2} = 0.4,$$

$$F_{(MNq_{n_1}, MNq_{n_2})_6(d_4)}^5 = \frac{F_{(MNq_{n_1})_6(d_4)}^5 + F_{(MNq_{n_2})_6(d_4)}^5}{2} = \frac{(0.2+0.3)}{2} = 0.25$$

Böylece $MNq_{n_1} \check{\cup}_A MNq_{n_2}$ kümesini şu şekilde elde ederiz

$$MNq_{n_1} \check{\cup}_A MNq_{n_2} = \{ \{ \{ \text{Matematik, Geometri, İngilizce},$$

$$\{ \text{Din Kültürü, Edebiyat, Kimya} \}, \{ \text{Matematik, İngilizce},$$

$$\{ \text{İngilizce, Geometri, Matematik} \} \}, \{ \{ \text{Din Kültürü, Edebiyat, Matematik},$$

$$\{ \text{Kimya, İngilizce, Coğrafya} \}, \{ \text{Geometri} \}, \{ \text{Kimya, Edebiyat, Geometri} \}$$

$$(0.45, 0.2, 0.1, 0.35),$$

$$(\{ \text{İngilizce, Coğrafya, Matematik} \}, \{ \text{Matematik, Geometri, Coğrafya} \},$$

$$\{ \text{Kimya, Din Kültürü} \}, \{ \text{Biyoloji, İngilizce} \})$$

$$(0.45, 0.5, 0.2, 0.4),$$

$$(\{ \text{Biyoloji} \}, \{ \text{Coğrafya, Biyoloji} \}, \{ \text{Edebiyat, Coğrafya} \}, \{ \text{Matematik, Coğrafya} \})$$

$$(0.15, 0.4, 0.3, 0.45)),$$

$$\{ \{ \{ \text{İngilizce, Coğrafya} \}, \{ \text{İngilizce, Matematik, Geometri} \},$$

$$\{ \text{Din Kültürü, Geometri, Edebiyat} \}, \{ \text{Biyoloji, Matematik, Geometri} \} \},$$

$$(\{ \text{Kimya, Edebiyat, İngilizce} \}, \{ \text{Coğrafya, Geometri, Matematik} \},$$

$$\{ \text{İngilizce, Geometri, Coğrafya} \}, \{ \text{Edebiyat, Din Kültürü} \}$$

$$(0.35, 0.35, 0.35, 0.1),$$

({Matematik, Geometri, Kimya},{Dinkültürü, İngilizce},
 {Kimya, Matematik, Coğrafya},{Kimya, Edebiyat})
 (0.45,0.25,0.1,0.6),
 ({Din Kültürü, Biyoloji, İngilizce},{Edebiyat, Kimya, Matematik},
 {Edebiyat, Coğrafya, Matematik, Kimya},{Coğrafya, İngilizce, Kimya, Geometri})
 (0.4,0.35,0.45,0.2)},
 ({Biyoloji, Coğrafya, İngilizce, Geometri},{Coğrafya, İngilizce, Biyoloji},
 {Edebiyat, Kimya, Biyoloji},{Coğrafya, Din Kültürü}),
 ({Edebiyat, İngilizce, Coğrafya},{Edebiyat, Matematik, Geometri},
 {Matematik, Geometri, Din Kültürü},{Geometri, Kimya, Biyoloji})
 (0.25,0.5,0.55,0.65),
 ({Geometri, Din Kültürü, İngilizce, Matematik},
 {Geometri, Din Kültürü, Kimya, Coğrafya, Geometri},{Din Kültürü, Biyoloji},
 {İngilizce, Matematik, Edebiyat})
 (0.35,0.35,0.35,0.3),
 ({Matematik, Coğrafya, İngilizce},{Biyoloji, Geometri},
 {İngilizce, Matematik, Edebiyat},{Din Kültürü})
 (0.2,0.15,0.3,0.15),
 ({Geometri, Matematik},{Kimya, Matematik},
 {Coğrafya, İngilizce, Kimya, Din Kültürü},
 {Matematik, Kimya,Geometri, Biyoloji, Edebiyat}),

{(Edebiyat, Biyoloji, İngilizce, Coğrafya),{Coğrafya, Kimya, Biyoloji},

{Matematik, Geometri},{Edebiyat, Geometri})

(0.35,0.4,0.4,0.4),

(({Din Kültürü, İngilizce, Biyoloji},{Din Kültürü, İngilizce},{Din Kültürü,
Coğrafya},

{Coğrafya, Din Kültürü, Matematik}))

(0.3,0.3,0.3,0.55),

(({Coğrafya, Biyoloji},{İngilizce, Geometri},{Biyoloji, Matematik, Edebiyat},

{Biyoloji, Din Kültürü}))

(0.25,0.25,0.45,0.2)},

{{(Geometri, İngilizce, Coğrafya},{Kimya},{İngilizce, Din Kültürü, Matematik},

{Geometri, Biyoloji}),(Coğrafya, Matematik, İngilizce},{Matematik, Geometri},

{Edebiyat, Geometri}),(İngilizce, Matematik, Biyoloji},{Din Kültürü}))

(0.5,0.3,0.25,0.3),

(({Kimya, Din Kültürü, İngilizce},{Biyoloji, Edebiyat, Coğrafya},

{Kimya, Din Kültürü, Geometri},{Kimya, Din Kültürü}))

(0.25,0.25,0.15,0.35),

(({Edebiyat, Biyoloji, Geometri},{Din Kültürü, İngilizce, Biyoloji},

{Coğrafya, Matematik, Biyoloji},{Edebiyat, Biyoloji, Din Kültürü}))

(0.35,0.35,0.4,0.25)}.

ii) MNq_{n_1} ve MNq_{n_2} için 'Ortalama $\cap$ ' operatörü Tanım 3.3.1'den elde edilir ve i'ye benzer şekilde

$$MNq_{n_1} \tilde{N}_A MNq_{n_2} = \{ \{ (Geometri, Din Kùltürü, \emptyset, \{ \emptyset \}), (\{ Edebiyat \}, \emptyset, \{ Geometri \},$$

$$\{ Kimya \})$$

$$(0.45, 0.2, 0.1, 0.35),$$

$$(\emptyset, \{ Geometri \}, \{ Kimya, Din Kùltürü \}, \emptyset)$$

$$(0.45, 0.5, 0.2, 0.4),$$

$$(\{ Biyoloji \}, \{ Coğrafya, Biyoloji \}, \{ Edebiyat, Coğrafya \}, \{ Matematik, Coğrafya \})$$

$$(0.15, 0.4, 0.3, 0.45),$$

$$\{ (\{ İngilizce \}, \{ Matematik \}, \emptyset, \{ Biyoloji, Geometri \}), (\{ Edebiyat \}, \emptyset, \{ İngilizce \}, \emptyset)$$

$$(0.35, 0.35, 0.35, 0.1),$$

$$\{ Geometri \}, \emptyset, \{ Kimya \}, \emptyset)$$

$$(0.45, 0.25, 0.1, 0.6),$$

$$(\{ Din Kùltürü \}, \emptyset, \{ Edebiyat \}, \{ İngilizce, Kimya \})$$

$$(0.4, 0.35, 0.45, 0.2),$$

$$\{ (\{ İngilizce \}, \{ Coğrafya, İngilizce \}, \{ Kimya, Biyoloji \}, \emptyset),$$

$$(\emptyset, \{ Edebiyat, Matematik \}, \emptyset \{ Kimya, Biyoloji \})$$

$$(0.25, 0.5, 0.55, 0.65),$$

$$(\emptyset, \{ Geometri \}, \emptyset, \emptyset)$$

$$(0.35, 0.35, 0.35, 0.3),$$

$$(\emptyset, \{ Biyoloji \}, \emptyset, \{ Din Kùltürü \})$$

$$(0.2, 0.15, 0.3, 0.15),$$

$$\{ (\{ Matematik \}, \{ Kimya \}, \{ Coğrafya, İngilizce, Kimya \}, \emptyset),$$

$(\{\text{Biyoloji}\}, \{\text{Kimya}\}, \{\text{Matematik}\}, \{\text{Edebiyat}\})$

$(0.35, 0.4, 0.4, 0.4),$

$(\{\text{Din Kültürü}, \text{İngilizce}\}, \emptyset, \emptyset, \emptyset)$

$(0.3, 0.3, 0.3, 0.55),$

$(\{\text{Coğrafya}\}, \{\text{İngilizce}\}, \emptyset, \emptyset)$

$(0.25, 0.25, 0.45, 0.2)\},$

$\{(\{\text{Geometri}, \text{İngilizce}\}, \{\text{Kimya}\}, \emptyset, \emptyset),$

$(\{\text{Coğrafya}, \text{Matematik}\}, \emptyset, \{\text{Edebiyat}, \text{Geometri}\}, \{\text{İngilizce}\})$

$(0.5, 0.3, 0.25, 0.3),$

$(\{\text{Din Kültürü}\}, \{\text{Biyoloji}\}, \{\text{Kimya}\}, \{\text{Din Kültürü}\})$

$(0.25, 0.25, 0.15, 0.35),$

$(\emptyset, \{\text{İngilizce}\}, \{\text{Coğrafya}, \text{Matematik}\}, \{\text{Edebiyat}\})$

$(0.35, 0.35, 0.4, 0.25)\}.$

iii) MNq_{n_1} ve MNq_{n_2} için "iyimser $\cup$ " işlemi Tanım 3.3.1'den elde edilir ve i'ye benzer şekilde

$MNq_{n_1} \tilde{\cup}_O MNq_{n_2} = \{(\{\text{Matematik}, \text{Geometri}, \text{İngilizce}\},$

$\{\text{Din Kültürü}, \text{Edebiyat}, \text{Kimya}\}, \{\text{Matematik}, \text{İngilizce}\}, \{\text{Matematik}, \text{İngilizce},$
 $\text{Geometri}\}),$

$(\{\text{Din Kültürü}, \text{Edebiyat}, \text{Matematik}\}, \{\text{Kimya}, \text{İngilizce}, \text{Coğrafya}\}, \{\text{Geometri}\},$

$\{\text{Kimya}, \text{Edebiyat}, \text{Geometri}\})$

$(0.6, 0.2, 0.1, 0.4),$

$(\{\text{İngilizce}, \text{Coğrafya}, \text{Matematik}\}, \{\text{Matematik}, \text{Geometri}, \text{Coğrafya}\},$

{Kimya, Din Kültürü},{Biyoloji, İngilizce})
 (0.4,0.5,0.1,0.4),
 ({Biyoloji},{Coğrafya, Biyoloji},{Edebiyat, Coğrafya},{Matematik, Coğrafya})
 (0.1,0.3,0.3,0.3),
 ({İngilizce, Coğrafya},{İngilizce, Matematik, Geometri},
 {Din Kültürü, Geometri, Edebiyat},{Biyoloji, Matematik, Geometri}),
 ({Kimya, Edebiyat, İngilizce},{Coğrafya, Geometri, Matematik},
 {İngilizce, Geometri, Coğrafya} {Edebiyat, Din Kültürü})
 (0.5,0.4,0.4,0.1),
 ({Matematik, Geometri, Kimya},{DinKültürü, İngilizce},
 {Kimya, Matematik, Coğrafya},{Kimya, Edebiyat})
 (0.3,0.2,0.1,0.5),
 ({Din Kültürü, Biyoloji, İngilizce},{Edebiyat, Kimya, Matematik},
 {Edebiyat, Coğrafya, Matematik, Kimya},{Coğrafya, İngilizce, Kimya, Geometri})
 (0.3,0.3,0.3,0.2)},
 ({Biyoloji, Coğrafya, İngilizce, Geometri},{Coğrafya, İngilizce, Biyoloji},
 {Edebiyat, Kimya, Biyoloji},{Coğrafya, DinKültürü}),
 ({Edebiyat, İngilizce, Coğrafya},
 {Edebiyat, Matematik, Geometri},{Matematik, Geometri, Din Kültürü},
 {Geometri, Kimya, Biyoloji})
 (0.3,0.5,0.6,0.8),

({Geometri, Din Kültürü, İngilizce, Matematik},
 {Geometri, Din Kültürü, Kimya, Coğrafya},{Din Kültürü, Biyoloji},
 {İngilizce, Matematik, Edebiyat})
 (0.2,0.3,0.2,0.1),
 ({Matematik, Coğrafya, İngilizce},{Biyoloji, Geometri},
 {İngilizce, Matematik, Edebiyat},{Din Kültürü})
 (0.2,0.1,0.3,0.1)},
 ({({Geometri, Matematik},{Kimya, Matematik},
 {Coğrafya, İngilizce, Kimya, Din Kültürü},
 {Matematik, Kimya, Geometri, Biyoloji, Edebiyat})),
 ({Edebiyat, Biyoloji, İngilizce, Coğrafya},{Coğrafya, Kimya, Biyoloji},
 {Matematik, Geometri},{Edebiyat, Geometri})
 (0.4,0.7,0.5,0.6),
 ({Din Kültürü, İngilizce, Biyoloji},{Din Kültürü, Edebiyat},{Din Kültürü,
 Coğrafya},
 {Coğrafya, Din Kültürü, Matematik})
 (0.2,0.2,0.3,0.5),
 ({Coğrafya, Biyoloji},{İngilizce, Geometri},{Biyoloji, Matematik, Edebiyat},
 {Biyoloji, Din Kültürü})
 (0.2,0.1,0.3,0.1),
 ({({Geometri, İngilizce, Coğrafya},{Kimya},{İngilizce, Din Kültürü, Matematik},
 {Geometri, Biyoloji})),({Coğrafya, Matematik, İngilizce},{Matematik, Geometri},

$\{\text{Edebiyat, Geometri}\}, \{\text{İngilizce, Matematik, Biyoloji, Din Kültürü}\}$

$(0.6, 0.3, 0.3, 0.5),$

$\{\{\text{Kimya, Din Kültürü, İngilizce}\}, \{\text{Biyoloji, Edebiyat, Coğrafya}\},$

$\{\text{Kimya, Din Kültürü, Geometri}\}, \{\text{Kimya, Din Kültürü}\}$

$(0.2, 0.1, 0.1, 0.3),$

$\{\{\text{Edebiyat, Biyoloji, Geometri}\}, \{\text{Din Kültürü, İngilizce, Biyoloji}\},$

$\{\text{Coğrafya, Matematik, Biyoloji}\}, \{\text{Edebiyat, Biyoloji, Din Kültürü}\}$

$(0.3, 0.3, 0.2, 0.2)\}$.

iv) MNq_{n_1} ve MNq_{n_2} için 'İyimser $\cap$ ' işlemi Tanım 3.3.1'den elde edilir ve i'ye benzer şekilde

$MNq_{n_1} \check{\cap}_O MNq_{n_2} = \{(\{\text{Geometri}\}, \{\text{Din Kültürü}\}, \emptyset, \emptyset),$

$(\{\text{Edebiyat}\}, \emptyset, \{\text{Geometri}\}, \{\text{Kimya}\}$

$(0.3, 0.2, 0.1, 0.3),$

$(\emptyset, \{\text{Geometri}\}, \{\text{Kimya, Din Kültürü}\}, \emptyset)$

$(0.5, 0.5, 0.3, 0.4),$

$\{\text{Biyoloji}\}, \{\text{Coğrafya, Biyoloji}\}, \{\text{Edebiyat, Coğrafya}\}, \{\text{Matematik, Coğrafya}\}$

$(0.2, 0.5, 0.3, 0.6)\},$

$\{(\{\text{İngilizce}\}, \{\text{Matematik}\}, \emptyset, \{\text{Biyoloji, Geometri}\}), (\{\text{Edebiyat}\}, \emptyset, \{\text{İngilizce}\}, \emptyset)$

$(0.2, 0.3, 0.3, 0.1),$

$(\{\text{Geometri}\}, \emptyset, \{\text{Kimya}\}, \emptyset)$

$(0.6, 0.3, 0.1, 0.7),$

$(\{\text{Din Kültürü}\}, \emptyset, \{\text{Edebiyat}\}, \{\text{İngilizce, Kimya}\})$

$(0.5, 0.4, 0.6, 0.2)\},$
 $\{(\{\text{İngilizce}\}, \{\text{Coğrafya, İngilizce}\}, \{\text{Kimya, Biyoloji}\}, \emptyset),$
 $(\emptyset, \{\text{Edebiyat, Matematik}\}, \emptyset, \{\text{Kimya, Biyoloji}\})$
 $(0.2, 0.4, 0.5, 0.5),$
 $(\emptyset, \{\text{Geometri}\}, \emptyset, \emptyset)$
 $(0.5, 0.4, 0.3, 0.5),$
 $(\emptyset, \{\text{Biyoloji}\}, \emptyset, \{\text{Din Kültürü}\})$
 $(0.5, 0.2, 0.3, 0.2)\},$
 $((\{\text{Matematik}\}, \{\text{Kimya}\}, \{\text{Coğrafya, İngilizce, Kimya}\}, \emptyset),$
 $(\{\text{Biyoloji}\}, \{\text{Kimya}\}, \{\text{Matematik}\}, \{\text{Edebiyat}\})$
 $(0.3, 0.1, 0.3, 0.2),$
 $(\{\text{Din Kültürü, İngilizce}\}, \emptyset, \emptyset, \emptyset)$
 $(0.4, 0.4, 0.3, 0.6),$
 $(\{\text{Coğrafya}\}, \{\text{İngilizce}\}, \emptyset, \emptyset)$
 $(0.3, 0.4, 0.6, 0.3)\},$
 $\{(\{\text{Geometri, İngilizce}\}, \{\text{Kimya}\}, \emptyset, \emptyset),$
 $(\{\text{Coğrafya, Matematik}\}, \emptyset, \{\text{Edebiyat, Geometri}\}, \{\text{İngilizce}\})$
 $(0.4, 0.3, 0.2, 0.1),$
 $(\{\text{Din Kültürü}\}, \{\text{Biyoloji}\}, \{\text{Kimya}\}, \{\text{Din Kültürü}\})$
 $(0.3, 0.4, 0.2, 0.4),$
 $(\emptyset, \{\text{İngilizce}\}, \{\text{Coğrafya, Matematik}\}, \{\text{Edebiyat}\})$

$$(0.4,0.4,0.6,0.3)\}.$$

v) MNq_{n_1} ve MNq_{n_2} için 'Kötümser $\cup$ ' işlemi Tanım 3.3.1'den elde edilir ve i'ye benzer şekilde

$$\begin{aligned} MNq_{n_1} \check{\cup}_P MNq_{n_2} = & \{(\{\text{Matematik, Geometri, İngilizce}, \\ & \{\text{Din Kültürü, Edebiyat, Kimya}\}, \{\text{Matematik, İngilizce}\}, \{\text{Matematik, İngilizce,} \\ & \text{Geometri}\}), \\ & (\{\text{Din Kültürü, Edebiyat, Matematik}\}, \{\text{Kimya, İngilizce, Coğrafya}\}, \{\text{Geometri}\}, \\ & \{\text{Kimya, Edebiyat, Geometri}\}) \\ & (0.3,0.2,0.1,0.3), \\ & (\{\text{İngilizce, Coğrafya, Matematik}\}, \{\text{Matematik, Geometri, Coğrafya}\}, \\ & \{\text{Kimya, Din Kültürü}\}, \{\text{Biyoloji, İngilizce}\}) \\ & (0.5,0.5,0.3,0.4), \\ & (\{\text{Biyoloji}\}, \{\text{Coğrafya, Biyoloji}\}, \{\text{Edebiyat, Coğrafya}\}, \{\text{Matematik, Coğrafya}\}) \\ & (0.2,0.5,0.3,0.6), \\ & (\{\text{İngilizce, Coğrafya}\}, \{\text{İngilizce, Matematik, Geometri}\}, \\ & \{\text{Din Kültürü, Geometri, Edebiyat}\}, \{\text{Biyoloji, Matematik, Geometri}\}), \\ & (\{\text{Kimya, Edebiyat, İngilizce}\}, \{\text{Coğrafya, Geometri, Matematik}\}, \\ & \{\text{İngilizce, Geometri, Coğrafya}\} \{\text{Edebiyat, Din Kültürü}\}) \\ & (0.2,0.3,0.3,0.1), \\ & (\{\text{Matematik, Geometri, Kimya}\}, \{\text{Din Kültürü, İngilizce}\}, \\ & \{\text{Kimya, Matematik, Coğrafya}\}, \{\text{Kimya, Edebiyat}\}) \\ & (0.6,0.3,0.1,0.7), \end{aligned}$$

({Din Kültürü, Biyoloji, İngilizce}, {Edebiyat, Kimya, Matematik},
 {Edebiyat, Coğrafya, Matematik, Kimya}, {Coğrafya, İngilizce, Kimya, Geometri})
 (0.5,0.4,0.6,0.2)),
 ({Biyoloji, Coğrafya, İngilizce, Geometri}, {Coğrafya, İngilizce, Biyoloji},
 {Edebiyat, Kimya, Biyoloji}, {Coğrafya, Din Kültürü}),
 ({Edebiyat, İngilizce, Coğrafya}, {Edebiyat, Matematik, Geometri},
 {Matematik, Geometri, Din Kültürü}, {Geometri, Kimya, Biyoloji})
 (0.2,0.4,0.5,0.5),
 ({Geometri, Din Kültürü, İngilizce, Matematik},
 {Geometri, Din Kültürü, Kimya, Coğrafya}, {Din Kültürü, Biyoloji},
 {İngilizce, Matematik, Edebiyat})
 (0.5,0.4,0.3,0.5),
 ({Matematik, Coğrafya, İngilizce}, {Biyoloji, Geometri},
 {İngilizce, Matematik, Edebiyat}, {Din Kültürü})
 (0.5,0.2,0.3,0.2)),
 ({Geometri, Matematik}, {Kimya, Matematik},
 {Coğrafya, İngilizce, Kimya, Din Kültürü},
 {Matematik, Kimya, Geometri, Biyoloji, Edebiyat}),
 ({Edebiyat, Biyoloji, İngilizce, Coğrafya}, {Coğrafya, Kimya, Biyoloji},
 {Matematik, Geometri}, {Edebiyat, Geometri})
 (0.3,0.1,0.3,0.2),

$(\{\text{Din Kùltürü, İngilizce, Biyoloji}\}, \{\text{Din Kùltürü, Edebiyat}\}, \{\text{Din Kùltürü, Coğrafya}\},$

$\{\text{Coğrafya, Din Kùltürü, Matematik}\})$

$(0.4, 0.4, 0.3, 0.6),$

$(\{\text{Coğrafya, Biyoloji}\}, \{\text{İngilizce, Geometri}\}, \{\text{Biyoloji, Matematik, Edebiyat}\},$

$\{\text{Biyoloji, Din kùltürü}\})$

$(0.3, 0.4, 0.6, 0.3),$

$\{(\{\text{Geometri, İngilizce, Coğrafya}\}, \{\text{Kimya}\}, \{\text{İngilizce, Din Kùltürü, Matematik}\},$

$\{\text{Geometri, Biyoloji}\}), (\{\text{Coğrafya, Matematik, İngilizce}\}, \{\text{Matematik, Geometri}\},$

$\{\text{Edebiyat, Geometri}\}, \{\text{İngilizce, Matematik, Biyoloji, Din Kùltürü}\})$

$(0.4, 0.3, 0.2, 0.1),$

$(\{\text{Kimya, Din Kùltürü, İngilizce}\}, \{\text{Biyoloji, Edebiyat, Coğrafya}\},$

$\{\text{Kimya, Din Kùltürü, Geometri}\}, \{\text{Kimya, Din Kùltürü}\})$

$(0.3, 0.4, 0.2, 0.4),$

$(\{\text{Edebiyat, Biyoloji, Geometri}\}, \{\text{Din Kùltürü, İngilizce, Biyoloji}\},$

$\{\text{Coğrafya, Matematik, Biyoloji}\}, \{\text{Edebiyat, Biyoloji, Din Kùltürü}\})$

$(0.4, 0.4, 0.6, 0.3)\} \}.$

vi) MNq_{n_1} ve MNq_{n_2} için 'Kötümser $\cap$ ' işlemi Tanım 3.3.1'den elde edilir ve i'ye benzer şekilde

$MNq_{n_1} \check{\cap}_P MNq_{n_2} = \{(\{\text{Geometri}\}, \{\text{Din Kùltürü}\}, \emptyset, \emptyset),$

$(\{\text{Edebiyat}\}, \emptyset, \{\text{Geometri}\}, \{\text{Kimya}\})$

$(0.3, 0.2, 0.1, 0.3),$

$(\emptyset, \{\text{Geometri}\}, \{\text{Kimya, Din Kültürü}\}, \emptyset)$
 $(0.5, 0.5, 0.3, 0.4),$
 $(\{\text{Biyoloji}\}, \{\text{Coğrafya, Biyoloji}\}, \{\text{Edebiyat, Coğrafya}\}, \{\text{Matematik, Coğrafya}\})$
 $(0.2, 0.5, 0.3, 0.6)\},$
 $\{(\{\text{İngilizce}\}, \{\text{Matematik}\}, \emptyset, \{\text{Biyoloji, Geometri}\}), (\{\text{Edebiyat}\}, \emptyset, \{\text{İngilizce}\}, \emptyset)$
 $(0.2, 0.3, 0.3, 0.1),$
 $(\{\text{Geometri}\}, \emptyset, \{\text{Kimya}\}, \emptyset)$
 $(0.6, 0.3, 0.1, 0.7),$
 $(\{\text{Din Kültürü}\}, \emptyset, \{\text{Edebiyat}\}, \{\text{İngilizce, Kimya}\})$
 $(0.5, 0.4, 0.6, 0.2)\},$
 $\{(\{\text{İngilizce}\}, \{\text{Coğrafya, İngilizce}\}, \{\text{Kimya, Biyoloji}\}, \emptyset),$
 $(\emptyset, \{\text{Edebiyat, Matematik}\}, \emptyset, \{\text{Kimya, Biyoloji}\})$
 $(0.2, 0.4, 0.5, 0.5),$
 $(\emptyset, \{\text{Geometri}\}, \emptyset, \emptyset)$
 $(0.5, 0.4, 0.3, 0.5),$
 $(\emptyset, \{\text{Biyoloji}\}, \emptyset, \{\text{Din Kültürü}\})$
 $(0.5, 0.2, 0.3, 0.2)\},$
 $((\{\text{Matematik}\}, \{\text{Kimya}\}, \{\text{Coğrafya, İngilizce, Kimya}\}, \emptyset),$
 $(\{\text{Biyoloji}\}, \{\text{Kimya}\}, \{\text{Matematik}\}, \{\text{Edebiyat}\})$
 $(0.3, 0.1, 0.3, 0.2),$
 $(\{\text{Din Kültürü, İngilizce}\}, \emptyset, \emptyset, \emptyset)$

$(0.4, 0.4, 0.3, 0.6),$
 $(\{\text{Coğrafya}\}, \{\text{İngilizce}\}, \emptyset, \emptyset)$
 $(0.3, 0.4, 0.6, 0.3)\},$
 $\{(\{\text{Geometri}, \text{İngilizce}\}, \{\text{Kimya}\}, \emptyset, \emptyset),$
 $(\{\text{Coğrafya}, \text{Matematik}\}, \emptyset, \{\text{Edebiyat}, \text{Geometri}\}, \{\text{İngilizce}\})$
 $(0.4, 0.3, 0.2, 0.1),$
 $(\{\text{Din Kültürü}\}, \{\text{Biyoloji}\}, \{\text{Kimya}\}, \{\text{Din Kültürü}\})$
 $(0.3, 0.4, 0.2, 0.4),$
 $(\emptyset, \{\text{İngilizce}\}, \{\text{Coğrafya}, \text{Matematik}\}, \{\text{Edebiyat}\})$
 $(0.4, 0.4, 0.6, 0.3)\}\}.$

BÖLÜM 4

ÇOKLU ARALIK GENELLEŞTİRİLMİŞ KÜME DEĞERLİ NÖTROSOFİK DÖRTLÜ KÜMELER VE SAYILAR

Bu bölümde ÇAGKDNDKtanımı ve temel özellikleri verildi[38]. Bu küme kullanılarak güncel hayattan bir örnek verildi. Ayrıca, ÇAGKDNDK için bazı karar verme operatörleri (Ortalama birleşim, ortalama kesişim, iyimser birleşim, iyimser kesişim, kötümser birleşim, kötümser kesişim) tanımlanarak bu operatörlere örnekler verildi[38].

4.1 Çoklu Aralık Genelleştirilmiş Küme Değerli Nötrosofik Dörtlü Kümeler ve Sayılar

Tanım 4.1.1[38] E evrensel küme olmak üzere ve $P(E)$, E'nin kuvvet kümesi olsun. E kümesi üzerinde ÇAGKDNDK $\mathcal{H}$ şu şekilde tanımlanır;

$$\begin{aligned} \mathcal{H} = \{ & (\mathcal{M}q_{1(d_i)}^1, \mathcal{M}q_{1(d_i)}^2, \mathcal{M}q_{1(d_i)}^3, \dots, \mathcal{M}q_{1(d_i)}^n), \\ & (\mathcal{M}q_{2(d_i)}^1, \mathcal{M}q_{2(d_i)}^2, \mathcal{M}q_{2(d_i)}^3, \dots, \mathcal{M}q_{2(d_i)}^n) \left(\left[\left(T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^1 \right)^L, \left(T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^1 \right)^U \right], \right. \\ & \left. \left[\left(T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^2 \right)^L, \left(T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^2 \right)^U \right], \dots, \left[\left(T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n \right)^L, \left(T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n \right)^U \right] \right), \\ & (\mathcal{M}q_{3(d_i)}^1, \mathcal{M}q_{3(d_i)}^2, \mathcal{M}q_{3(d_i)}^3, \dots, \mathcal{M}q_{3(d_i)}^n) \left(\left[\left(I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^1 \right)^L, \left(I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^1 \right)^U \right], \right. \\ & \left. \left[\left(I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^2 \right)^L, \left(I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^2 \right)^U \right], \dots, \left[\left(I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^n \right)^L, \left(I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^n \right)^U \right] \right), \\ & (\mathcal{M}q_{4(d_i)}^1, \mathcal{M}q_{4(d_i)}^2, \mathcal{M}q_{4(d_i)}^3, \dots, \mathcal{M}q_{4(d_i)}^n) \left(\left[\left(F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^1 \right)^L, \left(F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^1 \right)^U \right], \right. \end{aligned}$$

$$\left[\left(F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^2 \right)^L, \left(F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^2 \right)^U, \dots, \left[\left(F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^n \right)^L, \left(F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^n \right)^U \right] \right]:$$

$$\mathcal{M}q_{1(d_i)}^n, \mathcal{M}q_{2(d_i)}^n, \mathcal{M}q_{3(d_i)}^n, \mathcal{M}q_{4(d_i)}^n \in P(E)\}$$

Burada,

i=1,...,j; n=1,...,p

$$\left(T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^1 \right)^L, \left(T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^2 \right)^L, \left(T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^3 \right)^L, \dots, \left(T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n \right)^L : E \rightarrow [0, 1]$$

$$\left(T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^1 \right)^U, \left(T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^2 \right)^U, \left(T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^3 \right)^U, \dots, \left(T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n \right)^U : E \rightarrow [0, 1]$$

$$\left(I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^1 \right)^L, \left(I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^2 \right)^L, \left(I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^3 \right)^L, \dots, \left(I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^n \right)^L : E \rightarrow [0, 1]$$

$$\left(I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^1 \right)^U, \left(I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^2 \right)^U, \left(I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^3 \right)^U, \dots, \left(I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^n \right)^U : E \rightarrow [0, 1]$$

$$\left(F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^1 \right)^L, \left(F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^2 \right)^L, \left(F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^3 \right)^L, \dots, \left(F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^n \right)^L : E \rightarrow [0, 1]$$

$$\left(F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^1 \right)^U, \left(F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^2 \right)^U, \left(F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^3 \right)^U, \dots, \left(F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^n \right)^U : E \rightarrow [0, 1]$$

$$\left(T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n \right)^L \leq \left(T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n \right)^U, \left(I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^n \right)^L \leq \left(I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^n \right)^U \text{ ve } \left(F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^n \right)^L \leq \left(F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^n \right)^U$$

$$0 \leq \left(T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n \right)^L + \left(I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^n \right)^L + \left(F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^n \right)^L \leq 3$$

$$0 \leq \left(T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n \right)^U + \left(I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^n \right)^U + \left(F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^n \right)^U \leq 3$$

ve

$$\left(T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^1 \right)^L, \left(T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^2 \right)^L, \left(T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^3 \right)^L, \dots, \left(T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n \right)^L (d_i)$$

$$\left(T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^1 \right)^U, \left(T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^2 \right)^U, \left(T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^3 \right)^U, \dots, \left(T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n \right)^U (d_i)$$

$$\left(I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^1 \right)^L, \left(I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^2 \right)^L, \left(I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^3 \right)^L, \dots, \left(I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^n \right)^L (d_i)$$

$$\begin{aligned}
& \left(I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^1\right)^U, \left(I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^2\right)^U, \left(I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^3\right)^U, \dots, \left(I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^n\right)^U (d_i) \\
& \left(F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^1\right)^L, \left(F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^2\right)^L, \left(F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^3\right)^L, \dots, \left(F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^n\right)^L (d_i) \\
& \left(F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^1\right)^U, \left(F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^2\right)^U, \left(F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^3\right)^U, \dots, \left(F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^n\right)^U (d_i)
\end{aligned}$$

sırasıyla doğruluk dereceleri, kararsızlık dereceleri ve yanlışlık dereceleridir.

Not 4.1.2:[38] Tanım 2.2.1 ve Tanım 2.10.1 den, ÇGKDNK ler hem GKDNK hem de ÇDNK koşullarını sağlamaktadır. Ayrıca, ÇGKDNK de p kümenin eleman sayısını ve n kümedeki her bir elemanın bileşen sayısını ifade eder.

Tanım 4.1.3 [38] $\mathcal{H}$ bir ÇAGKDNK olsun ve $P(E)$, E'nin kuvvet kümesi olsun;

$$\begin{aligned}
\mathcal{H} = \{ & (\mathcal{M}q_{1(d_i)}^1, \mathcal{M}q_{1(d_i)}^2, \mathcal{M}q_{1(d_i)}^3, \dots, \mathcal{M}q_{1(d_i)}^n), \\
& (\mathcal{M}q_{2(d_i)}^1, \mathcal{M}q_{2(d_i)}^2, \mathcal{M}q_{2(d_i)}^3, \dots, \mathcal{M}q_{2(d_i)}^n) \left(\left[\left(T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^1\right)^L, \left(T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^1\right)^U \right], \right. \\
& \left. \left[\left(T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^2\right)^L, \left(T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^2\right)^U \right], \dots, \left[\left(T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n\right)^L, \left(T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n\right)^U \right] \right), \\
& (\mathcal{M}q_{3(d_i)}^1, \mathcal{M}q_{3(d_i)}^2, \mathcal{M}q_{3(d_i)}^3, \dots, \mathcal{M}q_{3(d_i)}^n) \left(\left[\left(I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^1\right)^L, \left(I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^1\right)^U \right], \right. \\
& \left. \left[\left(I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^2\right)^L, \left(I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^2\right)^U \right], \dots, \left[\left(I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^n\right)^L, \left(I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^n\right)^U \right] \right), \\
& (\mathcal{M}q_{4(d_i)}^1, \mathcal{M}q_{4(d_i)}^2, \mathcal{M}q_{4(d_i)}^3, \dots, \mathcal{M}q_{4(d_i)}^n) \left(\left[\left(F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^1\right)^L, \left(F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^1\right)^U \right], \right. \\
& \left. \left[\left(F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^2\right)^L, \left(F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^2\right)^U \right], \dots, \left[\left(F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^n\right)^L, \left(F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^n\right)^U \right] \right): \\
& \mathcal{M}q_{1(d_i)}^n, \mathcal{M}q_{2(d_i)}^n, \mathcal{M}q_{3(d_i)}^n, \mathcal{M}q_{4(d_i)}^n \in P(E) \}
\end{aligned}$$

i = 1 için bir ÇAGKDNDS $\mathcal{H}_1$ şu şekilde tanımlanır;

$$\mathcal{H}_1 = \{ (\mathcal{M}q_{1(d_1)}^1, \mathcal{M}q_{1(d_1)}^2, \mathcal{M}q_{1(d_1)}^3, \dots, \mathcal{M}q_{1(d_1)}^n),$$

$$\begin{aligned}
& (\mathcal{M}q_{2(d_1)}^1, \mathcal{M}q_{2(d_1)}^2, \mathcal{M}q_{2(d_1)}^3, \dots, \mathcal{M}q_{2(d_1)}^n) \left(\left[\left(T_{\mathcal{M}q_2(d_1)}^1 \right)^L, \left(T_{\mathcal{M}q_2(d_1)}^1 \right)^U \right], \right. \\
& \quad \left. \left[\left(T_{\mathcal{M}q_2(d_1)}^2 \right)^L, \left(T_{\mathcal{M}q_2(d_1)}^2 \right)^U \right], \dots, \left[\left(T_{\mathcal{M}q_2(d_1)}^n \right)^L, \left(T_{\mathcal{M}q_2(d_1)}^n \right)^U \right] \right), \\
& (\mathcal{M}q_{3(d_1)}^1, \mathcal{M}q_{3(d_1)}^2, \mathcal{M}q_{3(d_1)}^3, \dots, \mathcal{M}q_{3(d_1)}^n) \left(\left[\left(I_{\mathcal{M}q_3(d_1)}^1 \right)^L, \left(I_{\mathcal{M}q_3(d_1)}^1 \right)^U \right], \right. \\
& \quad \left. \left[\left(I_{\mathcal{M}q_3(d_1)}^2 \right)^L, \left(I_{\mathcal{M}q_3(d_1)}^2 \right)^U \right], \dots, \left[\left(I_{\mathcal{M}q_3(d_1)}^n \right)^L, \left(I_{\mathcal{M}q_3(d_1)}^n \right)^U \right] \right), \\
& (\mathcal{M}q_{4(d_1)}^1, \mathcal{M}q_{4(d_1)}^2, \mathcal{M}q_{4(d_1)}^3, \dots, \mathcal{M}q_{4(d_1)}^n) \left(\left[\left(F_{\mathcal{M}q_4(d_1)}^1 \right)^L, \left(F_{\mathcal{M}q_4(d_1)}^1 \right)^U \right], \right. \\
& \quad \left. \left[\left(F_{\mathcal{M}q_4(d_1)}^2 \right)^L, \left(F_{\mathcal{M}q_4(d_1)}^2 \right)^U \right], \dots, \left[\left(F_{\mathcal{M}q_4(d_1)}^n \right)^L, \left(F_{\mathcal{M}q_4(d_1)}^n \right)^U \right] \right): \\
& \quad \mathcal{M}q_{1(d_1)}^n, \mathcal{M}q_{2(d_1)}^n, \mathcal{M}q_{3(d_1)}^n, \mathcal{M}q_{4(d_1)}^n \in P(E) \}
\end{aligned}$$

burada $n=1, \dots, p$.

NDS'da ki gibi, bir ÇAGKDNDs bir sayı, fikir, nesne vb. olabilen bir yapıyı temsileder.

$\mathcal{H}_1$ için

$$(\mathcal{M}q_{1(d_1)}^1, \mathcal{M}q_{1(d_1)}^2, \mathcal{M}q_{1(d_1)}^3, \dots, \mathcal{M}q_{1(d_1)}^n)$$

bilinen kısım olarak adlandırılır,

$$\begin{aligned}
& (\mathcal{M}q_{2(d_1)}^1, \mathcal{M}q_{2(d_1)}^2, \mathcal{M}q_{2(d_1)}^3, \dots, \mathcal{M}q_{2(d_1)}^n) \left(\left[\left(T_{\mathcal{M}q_2(d_1)}^1 \right)^L, \left(T_{\mathcal{M}q_2(d_1)}^1 \right)^U \right], \right. \\
& \quad \left. \left[\left(T_{\mathcal{M}q_2(d_1)}^2 \right)^L, \left(T_{\mathcal{M}q_2(d_1)}^2 \right)^U \right], \dots, \left[\left(T_{\mathcal{M}q_2(d_1)}^n \right)^L, \left(T_{\mathcal{M}q_2(d_1)}^n \right)^U \right] \right), \\
& (\mathcal{M}q_{3(d_1)}^1, \mathcal{M}q_{3(d_1)}^2, \mathcal{M}q_{3(d_1)}^3, \dots, \mathcal{M}q_{3(d_1)}^n) \left(\left[\left(I_{\mathcal{M}q_3(d_1)}^1 \right)^L, \left(I_{\mathcal{M}q_3(d_1)}^1 \right)^U \right], \right. \\
& \quad \left. \left[\left(I_{\mathcal{M}q_3(d_1)}^2 \right)^L, \left(I_{\mathcal{M}q_3(d_1)}^2 \right)^U \right], \dots, \left[\left(I_{\mathcal{M}q_3(d_1)}^n \right)^L, \left(I_{\mathcal{M}q_3(d_1)}^n \right)^U \right] \right),
\end{aligned}$$

$$(\mathcal{M}q_{4(d_1)}^1, \mathcal{M}q_{4(d_1)}^2, \mathcal{M}q_{4(d_1)}^3, \dots, \mathcal{M}q_{4(d_1)}^n) \left(\left[\left(F_{\mathcal{M}q_{4(d_1)}}^1 \right)^L, \left(F_{\mathcal{M}q_{4(d_1)}}^1 \right)^U \right], \right.$$

$$\left. \left[\left(F_{\mathcal{M}q_{4(d_1)}}^2 \right)^L, \left(F_{\mathcal{M}q_{4(d_1)}}^2 \right)^U \right], \dots, \left[\left(F_{\mathcal{M}q_{4(d_1)}}^n \right)^L, \left(F_{\mathcal{M}q_{4(d_1)}}^n \right)^U \right] \right)$$

bilinmeyen kısım olarak adlandırılır.

Örnek 4.1.4 [38] $S=\{d,e,n,s,t\}$ kümesi yapay zeka araçlarına soru sorulan alanları temsil etsin. Yılın ilk 4 ayı baz alınarak her ay içindeki haftanın pazartesi ve pazar günlerine göre yapay zeka uygulamasının sorulan sorulara karşılık yapay zeka uygulamalarının kullanıcılar verdiği cevaplar

$$\mathcal{H}_{n_1}, \mathcal{H}_{n_2}, \mathcal{H}_{n_3}, \mathcal{H}_{n_4}$$

AGKDNDS ile temsil edilsin.

$$\mathcal{H}_{n_1} = \{Pazartesi_1 = \{\{Eğitim, Teknoloji\}, \{Navigasyon-Yol Yardımı, Sanat\}$$

$$[0.3,0.5], \{Dil ve Çeviri, Sanat, Teknoloji\}[0.6,0.9], \{Dil ve Çeviri\}[0.4,0.7]\}$$

$$Pazar_1 = \{\{Sanat, Eğitim\}[0.3,0.6], \{Teknoloji, Sanat\}[0.5,0.9],$$

$$\{Navigasyon-Yol Yardımı, Eğitim\}[0.1,0.8]\}$$

$$\mathcal{H}_{n_2} = \{Pazartesi_2 = \{\{Navigasyon-Yol Yardımı, Teknoloji\},$$

$$\{Navigasyon-Yol Yardımı, Dil ve Çeviri, Sanat\}[0.2,0.5],$$

$$\{Eğitim\}[0.6,0.8], \{Teknoloji\}[0.1,0.9]\}$$

$$Pazar_2 = \{\{Eğitim, Teknoloji\}, \{Sanat\}[0.5,0.9],$$

$$\{Teknoloji, Sanat, Navigasyon-Yol Yardımı\}[0.5,0.6],$$

$$\{Teknoloji, Navigasyon-Yol Yardımı, Eğitim\}[0.6,0.8]\}$$

$$\mathcal{H}_{n_3} = \{Pazartesi_3 = \{\{Teknoloji, Navigasyon-Yol Yardımı\}, \{Dil ve Çeviri\}$$

$$[0.3,0.4], \{Teknoloji, Sanat\}[0.2,0.6], \{Sanat, Eğitim\}[0.5,0.7]\}$$

$$Pazar_3 = \{\{Eğitim, Teknoloji\}, \{Sanat\}[0.6,0.8],$$

{Teknoloji, Sanat, Navigasyon-Yol Yardımı}[0.7,0.8],

{Teknoloji, Navigasyon-Yol Yardımı, Eğitim}[0.4,0.6]}

$\mathcal{H}_{n_4} = \{Pazartesi_4 = \{\{\text{Sanat, Teknoloji}\},$

$\{\text{Navigasyon-Yol Yardımı, Dil ve Çeviri, Sanat}\}[0.2,0.5],$

$\{\text{Eğitim}\}[0.2,0.4], \{\text{Teknoloji}[0.5,0.8]\}$

$Pazar_4 = \{\{\text{Teknoloji, Navigasyon-Yol Yardımı}\}, \{\text{Eğitim, Sanat, Teknoloji}\}$

$[0.3,0.6], \{\text{Eğitim, Sanat}\}[0.6,0.7], \{\text{Sanat, Navigasyon-Yol Yardımı}\}[0.1,0.4]\}$

Yılın ilk ayında bulunan pazartesi günü için kullanıcıların yapay zeka uygulamasına sorduğu sorulara yapay zeka uygulamasının verdiği cevaplar $\mathcal{H}_{n_1}$ AGKDNDs kümesinde;

{Eğitim, Teknoloji} kümesi bilinen kısım,

{Navigasyon-Yol Yardımı, Sanat} kümesi [0.3,0.5] aralığında doğruluk değerine sahiptir,

{Dil ve Çeviri, Sanat, Teknoloji} kümesi [0.6,0.9] aralığında kararsızlık değerine sahiptir,

{Dil ve Çeviri kümesi}[0.4,0.7] aralığında yanlışlık değerine sahiptir.

Yılın ilk ayında bulunan pazar günü için kullanıcıların yapay zeka uygulamasına sorduğu sorulara yapay zeka uygulamasının verdiği cevaplar $\mathcal{H}_{n_1}$ AGKDNDs kümesinde;

{Sanat} kümesi bilinen kısım,

{Eğitim} kümesi [0.3,0.6] aralığında doğruluk değerine sahiptir,

{Teknoloji, Sanat} kümesi [0.5,0.9] aralığında kararsızlık değerine sahiptir,

{Navigasyon-Yol Yardımı, Eğitim} kümesi [0.1,0.8] aralığında yanlışlık değerine sahiptir.

Şimdi bu 4 ayın (yılın ilk dört ayı), haftanın belirlenen pazartesi ve pazar günlerini tek bir kümede temsil edersek;

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_n = & \{ \{ \{ \text{Eğitim, Teknoloji} \}, \{ \text{Navigasyon-Yol Yardımı, Teknoloji} \}, \{ \text{Teknoloji} \}, \\ & \{ \text{Sanat, Teknoloji} \} \{ \text{Navigasyon-Yol Yardımı, Sanat} \}, \\ & \{ \text{Navigasyon-Yol Yardımı, Dil ve Çeviri, Sanat} \}, \{ \text{Dil ve Çeviri} \}, \\ & \{ \text{Navigasyon-Yol Yardımı, Dil ve Çeviri, Sanat} \} \} \\ & ([0.3,0.5],[0.2,0.5],[0.3,0.4],[0.2,0.5]), (\{ \text{Dil ve Çeviri, Sanat, Teknoloji} \}, \\ & \{ \text{Eğitim} \}, \{ \text{Teknoloji, Sanat} \}, \{ \text{Eğitim} \}) ([0.6,0.9],[0.6,0.8],[0.2,0.6],[0.2,0.4]) \\ & (\{ \text{Dil ve Çeviri} \}, \{ \text{Teknoloji} \}, \{ \text{Sanat, Eğitim} \}, \{ \text{Teknoloji} \}) \\ & ([0.4,0.7],[0.1,0.9],[0.5,0.7],[0.5,0.8]) (\{ \text{Sanat} \}, \{ \text{Eğitim, Teknoloji} \}, \\ & \{ \text{Eğitim, Teknoloji} \}, \{ \text{Teknoloji, Navigasyon-Yol Yardımı} \}), (\{ \text{Eğitim} \}, \{ \text{Sanat} \}, \\ & \{ \text{Sanat} \}, \{ \text{Eğitim, Sanat, Teknoloji} \}) ([0.3,0.6],[0.5,0.9],[0.6,0.8],[0.3,0.6]), \\ & (\{ \text{Teknoloji, Sanat} \}, \{ \text{Teknoloji, Sanat, Navigasyon-Yol Yardımı} \}, \\ & \{ \text{Teknoloji, Sanat, Navigasyon-Yol Yardımı} \}, \{ \text{Eğitim, Sanat} \}) \\ & ([0.5,0.9],[0.5,0.6],[0.7,0.8],[0.6,0.7]), (\{ \text{Navigasyon-Yol Yardımı, Eğitim} \}, \\ & \{ \text{Teknoloji, Navigasyon-Yol Yardımı, Eğitim} \}, \\ & \{ \text{Teknoloji, Navigasyon-Yol Yardımı, Eğitim} \}, \{ \text{Sanat, Navigasyon-Yol Yardımı} \}) \\ & ([0.1,0.8],[0.6,0.8],[0.4,0.6],[0.1,0.4]) \} \end{aligned}$$

Yılın ilk dört ayında bulunan **pazartesi** günü için yapay zeka uygulamasının kullanıcıların sorularına verdiği cevaplar ÇAGKDNDs kümesinde;

{Eğitim, Teknoloji}, {Navigasyon-Yol Yardımı, Teknoloji},

{Teknoloji, Navigasyon-Yol Yardımı}, {Sanat ve Teknoloji} kümesi bilinen kısım

$(\{\text{Navigasyon-Yol Yardımı, Sanat}\}, \{\text{Navigasyon-Yol Yardımı, Dil ve Çeviri, Sanat}\},$

$\{\text{Dil ve Çeviri}\}, \{\text{Navigasyon-Yol Yardımı, Dil ve Çeviri, Sanat}\})$ kümesi

$([0.3,0.5],[0.2,0.5],[0.3,0.4],[0.2,0.5])$ aralığında doğruluk değerine sahiptir

$(\{\text{Dil ve Çeviri, Sanat, Teknoloji}\}, \{\text{Eğitim}\}, \{\text{Teknoloji, Sanat}\}, \{\text{Eğitim}\})$ kümesi

$([0.6,0.9],[0.6,0.8],[0.2,0.6],[0.2,0.4])$ aralığında kararsızlık değerine sahiptir

$(\{\text{Dil ve Çeviri}\}, \{\text{Teknoloji}\}, \{\text{Sanat, Eğitim}\}, \{\text{Teknoloji}\})$ kümesi

$([0.4,0.7],[0.1,0.9],[0.5,0.7],[0.5,0.8])$ aralığında yanlışlık değerine sahiptir.

Yılın ilk dört ayında bulunan pazar günü için yapay zeka uygulamasının kullanıcıların sorularına verdiği cevaplar;

$(\{\text{Sanat}\}, \{\text{Eğitim, Teknoloji}\}, \{\text{Eğitim, Teknoloji}\},$

$\{\text{Teknoloji, Navigasyon-Yol Yardımı}\}),$ kümesi bilinen kısım

$(\{\text{Eğitim}\}, \{\text{Sanat}\}, \{\text{Sanat}\}, \{\text{Eğitim, Sanat, Teknoloji}\})$ kümesi

$([0.3,0.6],[0.5,0.9],[0.6,0.8],[0.3,0.6]),$ aralığında doğruluk değerine sahiptir

$(\{\text{Teknoloji, Sanat}\}, \{\text{Teknoloji, Sanat, Navigasyon-Yol Yardımı}\},$

$\{\text{Teknoloji, Sanat, Navigasyon-Yol Yardımı}\}, \{\text{Eğitim, Sanat}\})$ kümesi

$([0.5,0.9],[0.5,0.6],[0.7,0.8],[0.6,0.7])$ aralığında kararsızlık değerine sahiptir

$(\{\text{Navigasyon-Yol Yardımı, Eğitim}\}, \{\text{Teknoloji, Navigasyon-Yol Yardımı, Eğitim}\},$

$\{\text{Teknoloji, Navigasyon-Yol Yardımı, Eğitim}\}, \{\text{Sanat, Navigasyon-Yol Yardımı}\})$

kümesi $([0.1,0.8],[0.6,0.8],[0.4,0.6],[0.1,0.4])$ aralığında yanlışlık değerine sahiptir.

4.2 Çoklu Aralık Genelleştirilmiş Küme Değerli Nötrosofik Dörtlü Kümelerin Özellikleri

Tanım 4.2.1 [38]E evrensel küme olmak üzere,

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}q^{\mathcal{H}} &= \{ \langle (\mathcal{M}q_{1(d_i)}^1, \mathcal{M}q_{1(d_i)}^2, \mathcal{M}q_{1(d_i)}^3, \dots, \mathcal{M}q_{1(d_i)}^n), \\
&(\mathcal{M}q_{2(d_i)}^1, \mathcal{M}q_{2(d_i)}^2, \mathcal{M}q_{2(d_i)}^3, \dots, \mathcal{M}q_{2(d_i)}^n) \left(\left[\left(T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^1 \right)^L, \left(T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^1 \right)^U \right], \right. \\
&\left. \left[\left(T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^2 \right)^L, \left(T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^2 \right)^L \right], \dots, \left[\left(T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n \right)^L, \left(T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n \right)^U \right] \right), \\
&(\mathcal{M}q_{3(d_i)}^1, \mathcal{M}q_{3(d_i)}^2, \mathcal{M}q_{3(d_i)}^3, \dots, \mathcal{M}q_{3(d_i)}^n) \left(\left[\left(I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^1 \right)^L, \left(I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^1 \right)^U \right], \right. \\
&\left. \left[\left(I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^2 \right)^L, \left(I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^2 \right)^U \right], \dots, \left[\left(I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^n \right)^L, \left(I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^n \right)^U \right] \right), \\
&(\mathcal{M}q_{4(d_i)}^1, \mathcal{M}q_{4(d_i)}^2, \mathcal{M}q_{4(d_i)}^3, \dots, \mathcal{M}q_{4(d_i)}^n) \left(\left[\left(F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^1 \right)^L, \left(F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^1 \right)^U \right], \right. \\
&\left. \left[\left(F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^2 \right)^L, \left(F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^2 \right)^U \right], \dots, \left[\left(F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^n \right)^L, \left(F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^n \right)^U \right] \right) \rangle: \\
&\mathcal{M}q_{1(d_i)}^n, \mathcal{M}q_{2(d_i)}^n, \mathcal{M}q_{3(d_i)}^n, \mathcal{M}q_{4(d_i)}^n \in P(E) \}
\end{aligned}$$

ve

$$\begin{aligned}
\mathcal{P}q^{\mathcal{H}} &= \{ \langle (\mathcal{P}q_{1(d_i)}^1, \mathcal{P}q_{1(d_i)}^2, \mathcal{P}q_{1(d_i)}^3, \dots, \mathcal{P}q_{1(d_i)}^n), \\
&(\mathcal{P}q_{2(d_i)}^1, \mathcal{P}q_{2(d_i)}^2, \mathcal{P}q_{2(d_i)}^3, \dots, \mathcal{P}q_{2(d_i)}^n) \left(\left[\left(T_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^1 \right)^L, \left(T_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^1 \right)^U \right], \right. \\
&\left. \left[\left(T_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^2 \right)^L, \left(T_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^2 \right)^L \right], \dots, \left[\left(T_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n \right)^L, \left(T_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n \right)^U \right] \right), \\
&(\mathcal{P}q_{3(d_i)}^1, \mathcal{P}q_{3(d_i)}^2, \mathcal{P}q_{3(d_i)}^3, \dots, \mathcal{P}q_{3(d_i)}^n) \left(\left[\left(I_{\mathcal{P}q_3(d_i)}^1 \right)^L, \left(I_{\mathcal{P}q_3(d_i)}^1 \right)^U \right], \right. \\
&\left. \left[\left(I_{\mathcal{P}q_3(d_i)}^2 \right)^L, \left(I_{\mathcal{P}q_3(d_i)}^2 \right)^U \right], \dots, \left[\left(I_{\mathcal{P}q_3(d_i)}^n \right)^L, \left(I_{\mathcal{P}q_3(d_i)}^n \right)^U \right] \right), \\
&(\mathcal{P}q_{4(d_i)}^1, \mathcal{P}q_{4(d_i)}^2, \mathcal{P}q_{4(d_i)}^3, \dots, \mathcal{P}q_{4(d_i)}^n) \left(\left[\left(F_{\mathcal{P}q_4(d_i)}^1 \right)^L, \left(F_{\mathcal{P}q_4(d_i)}^1 \right)^U \right], \right. \\
&\left. \left[\left(F_{\mathcal{P}q_4(d_i)}^2 \right)^L, \left(F_{\mathcal{P}q_4(d_i)}^2 \right)^U \right], \dots, \left[\left(F_{\mathcal{P}q_4(d_i)}^n \right)^L, \left(F_{\mathcal{P}q_4(d_i)}^n \right)^U \right] \right) \rangle:
\end{aligned}$$

$$\mathcal{P}q_{1(d_i)}^n, \mathcal{P}q_{2(d_i)}^n, \mathcal{P}q_{3(d_i)}^n, \mathcal{P}q_{4(d_i)}^n \in P(E)\}$$

iki ÇAGKDNDK olsun.

i. Eğer aşağıdaki koşullar sağlanıyorsa, $\mathcal{M}q^{\mathcal{H}}, \mathcal{P}q^{\mathcal{H}}$ 'nin bir alt kümesi olduğunu söyleyebiliriz ve $\mathcal{M}q^{\mathcal{H}} \subset \mathcal{P}q^{\mathcal{H}}$ şeklinde gösterilir.

$$\mathcal{M}q_{1(d_i)}^n \subset \mathcal{P}q_{1(d_i)}^n, \mathcal{M}q_{2(d_i)}^n \subset \mathcal{P}q_{2(d_i)}^n$$

$$\mathcal{M}q_{3(d_i)}^n \subset \mathcal{P}q_{3(d_i)}^n, \mathcal{M}q_{4(d_i)}^n \subset \mathcal{P}q_{4(d_i)}^n$$

Ayrıca

$$\left(T_{\mathcal{M}q_{2(d_i)}}^n\right)^L \leq \left(T_{\mathcal{P}q_{2(d_i)}}^n\right)^L, \left(T_{\mathcal{M}q_{2(d_i)}}^n\right)^U \leq \left(T_{\mathcal{P}q_{2(d_i)}}^n\right)^U$$

$$\left(I_{\mathcal{M}q_{3(d_i)}}^n\right)^L \geq \left(I_{\mathcal{P}q_{3(d_i)}}^n\right)^L, \left(I_{\mathcal{M}q_{3(d_i)}}^n\right)^U \geq \left(I_{\mathcal{P}q_{3(d_i)}}^n\right)^U$$

$$\left(F_{\mathcal{M}q_{4(d_i)}}^n\right)^L \geq \left(F_{\mathcal{P}q_{4(d_i)}}^n\right)^L, \left(F_{\mathcal{M}q_{4(d_i)}}^n\right)^U \geq \left(F_{\mathcal{P}q_{4(d_i)}}^n\right)^U$$

i=1,...,j; n=1,...,p.

ii. Eğer aşağıdaki koşullar sağlanıyorsa, $\mathcal{M}q^{\mathcal{H}}$ eşittir $\mathcal{P}q^{\mathcal{H}}$ dir ve $\mathcal{M}q^{\mathcal{H}} = \mathcal{P}q^{\mathcal{H}}$ şeklinde gösterilir.

$$\mathcal{M}q_{1(d_i)}^n = \mathcal{P}q_{1(d_i)}^n, \mathcal{M}q_{2(d_i)}^n = \mathcal{P}q_{2(d_i)}^n$$

$$\mathcal{M}q_{3(d_i)}^n = \mathcal{P}q_{3(d_i)}^n, \mathcal{M}q_{4(d_i)}^n = \mathcal{P}q_{4(d_i)}^n$$

Ayrıca

$$\left(T_{\mathcal{M}q_{2(d_i)}}^n\right)^L = \left(T_{\mathcal{P}q_{2(d_i)}}^n\right)^L, \left(T_{\mathcal{M}q_{2(d_i)}}^n\right)^U = \left(T_{\mathcal{P}q_{2(d_i)}}^n\right)^U$$

$$\left(I_{\mathcal{M}q_{3(d_i)}}^n\right)^L = \left(I_{\mathcal{P}q_{3(d_i)}}^n\right)^L, \left(I_{\mathcal{M}q_{3(d_i)}}^n\right)^U = \left(I_{\mathcal{P}q_{3(d_i)}}^n\right)^U$$

$$\left(F_{\mathcal{M}q_{4(d_i)}}^n\right)^L = \left(F_{\mathcal{P}q_{4(d_i)}}^n\right)^L, \left(F_{\mathcal{M}q_{4(d_i)}}^n\right)^U = \left(F_{\mathcal{P}q_{4(d_i)}}^n\right)^U$$

i=1,...,j; n=1,...,p.

4.3 Çoklu Aralık Genelleştirilmiş Küme Değerli Nötrosofik Dörtlü Kümeler için Operatörler

Tanım 4.2.1 [38]

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}q^{\mathcal{H}} &= \{ \langle (\mathcal{M}q_{1(d_i)}^1, \mathcal{M}q_{1(d_i)}^2, \mathcal{M}q_{1(d_i)}^3, \dots, \mathcal{M}q_{1(d_i)}^n), \\
&(\mathcal{M}q_{2(d_i)}^1, \mathcal{M}q_{2(d_i)}^2, \mathcal{M}q_{2(d_i)}^3, \dots, \mathcal{M}q_{2(d_i)}^n) \left(\left[(T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^1)^L, (T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^1)^U \right], \right. \\
&\left. \left[(T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^2)^L, (T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^2)^U \right], \dots, \left[(T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n)^L, (T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n)^U \right] \right), \\
&(\mathcal{M}q_{3(d_i)}^1, \mathcal{M}q_{3(d_i)}^2, \mathcal{M}q_{3(d_i)}^3, \dots, \mathcal{M}q_{3(d_i)}^n) \left(\left[(I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^1)^L, (I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^1)^U \right], \right. \\
&\left. \left[(I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^2)^L, (I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^2)^U \right], \dots, \left[(I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^n)^L, (I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^n)^U \right] \right), \\
&(\mathcal{M}q_{4(d_i)}^1, \mathcal{M}q_{4(d_i)}^2, \mathcal{M}q_{4(d_i)}^3, \dots, \mathcal{M}q_{4(d_i)}^n) \left(\left[(F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^1)^L, (F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^1)^U \right], \right. \\
&\left. \left[(F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^2)^L, (F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^2)^U \right], \dots, \left[(F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^n)^L, (F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^n)^U \right] \right) \rangle : \\
&\mathcal{M}q_{1(d_i)}^n, \mathcal{M}q_{2(d_i)}^n, \mathcal{M}q_{3(d_i)}^n, \mathcal{M}q_{4(d_i)}^n \in P(E) \}
\end{aligned}$$

ve

$$\begin{aligned}
\mathcal{P}q^{\mathcal{H}} &= \{ \langle (\mathcal{P}q_{1(d_i)}^1, \mathcal{P}q_{1(d_i)}^2, \mathcal{P}q_{1(d_i)}^3, \dots, \mathcal{P}q_{1(d_i)}^n), \\
&(\mathcal{P}q_{2(d_i)}^1, \mathcal{P}q_{2(d_i)}^2, \mathcal{P}q_{2(d_i)}^3, \dots, \mathcal{P}q_{2(d_i)}^n) \left(\left[(T_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^1)^L, (T_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^1)^U \right], \right. \\
&\left. \left[(T_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^2)^L, (T_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^2)^U \right], \dots, \left[(T_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n)^L, (T_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n)^U \right] \right), \\
&(\mathcal{P}q_{3(d_i)}^1, \mathcal{P}q_{3(d_i)}^2, \mathcal{P}q_{3(d_i)}^3, \dots, \mathcal{P}q_{3(d_i)}^n) \left(\left[(I_{\mathcal{P}q_3(d_i)}^1)^L, (I_{\mathcal{P}q_3(d_i)}^1)^U \right], \right. \\
&\left. \left[(I_{\mathcal{P}q_3(d_i)}^2)^L, (I_{\mathcal{P}q_3(d_i)}^2)^U \right], \dots, \left[(I_{\mathcal{P}q_3(d_i)}^n)^L, (I_{\mathcal{P}q_3(d_i)}^n)^U \right] \right), \\
&\left. \left[(I_{\mathcal{P}q_3(d_i)}^2)^L, (I_{\mathcal{P}q_3(d_i)}^2)^U \right], \dots, \left[(I_{\mathcal{P}q_3(d_i)}^n)^L, (I_{\mathcal{P}q_3(d_i)}^n)^U \right] \right) \rangle,
\end{aligned}$$

$$(\mathcal{P}q_{4(d_i)}^1, \mathcal{P}q_{4(d_i)}^2, \mathcal{P}q_{4(d_i)}^3, \dots, \mathcal{P}q_{4(d_i)}^n) \left(\left[\left(F_{\mathcal{P}q_{4(d_i)}}^1 \right)^L, \left(F_{\mathcal{P}q_{4(d_i)}}^1 \right)^U \right], \right.$$

$$\left. \left[\left(F_{\mathcal{P}q_{4(d_i)}}^2 \right)^L, \left(F_{\mathcal{P}q_{4(d_i)}}^2 \right)^U \right], \dots, \left[\left(F_{\mathcal{P}q_{4(d_i)}}^n \right)^L, \left(F_{\mathcal{P}q_{4(d_i)}}^n \right)^U \right] \right):$$

$$\mathcal{P}q_{1(d_i)}^n, \mathcal{P}q_{2(d_i)}^n, \mathcal{P}q_{3(d_i)}^n, \mathcal{P}q_{4(d_i)}^n \in P(E)\}$$

iki ÇAGKDNDK olsun.

$\mathcal{M}q^{\mathcal{H}}$ ve $\mathcal{P}q^{\mathcal{H}}$ için ortalama $\cup$ işlemi şu şekilde tanımlanır;

$$\mathcal{M}q^{\mathcal{H}} \tilde{\cup}_A \mathcal{P}q^{\mathcal{H}} = \{((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_1^1(d_i), (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_1^2(d_i), \dots, (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_1^n(d_i)),$$

$$((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2^1(d_i), (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2^2(d_i), \dots, (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2^n(d_i))$$

$$\left(\left[\left(T_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}^1 \right)^L, \left(T_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}^1 \right)^U \right], \left[\left(T_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}^2 \right)^L, \left(T_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}^2 \right)^U \right], \right.$$

$$\left. \left[\left(T_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}^3 \right)^L, \left(T_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}^3 \right)^U \right], \dots, \left[\left(T_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}^n \right)^L, \left(T_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}^n \right)^U \right] \right)$$

$$((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_3^1(d_i), (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_3^2(d_i), \dots, (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_3^n(d_i))$$

$$\left(\left[\left(I_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_3(d_i)}^1 \right)^L, \left(I_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_3(d_i)}^1 \right)^U \right], \left[\left(I_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_3(d_i)}^2 \right)^L, \left(I_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_3(d_i)}^2 \right)^U \right], \right.$$

$$\left. \left[\left(I_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_3(d_i)}^3 \right)^L, \left(I_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_3(d_i)}^3 \right)^U \right], \dots, \left[\left(I_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_3(d_i)}^n \right)^L, \left(I_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_3(d_i)}^n \right)^U \right] \right),$$

$$((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_4^1(d_i), (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_4^2(d_i), \dots, (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_4^n(d_i)),$$

$$\left(\left[\left(F_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_4(d_i)}^1 \right)^L, \left(F_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_4(d_i)}^1 \right)^U \right], \left[\left(F_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_4(d_i)}^2 \right)^L, \left(F_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_4(d_i)}^2 \right)^U \right], \right.$$

$$\left. \left[\left(F_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_4(d_i)}^3 \right)^L, \left(F_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_4(d_i)}^3 \right)^U \right], \dots, \left[\left(F_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_4(d_i)}^n \right)^L, \left(F_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_4(d_i)}^n \right)^U \right] \right):$$

$$(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_1^n(d_i), (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2^n(d_i), (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_3^n(d_i), (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_4^n(d_i) \in P(E)\}.$$

Burada,

$$(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_1^n(d_i) = \mathcal{M}q_{1(d_i)}^n \cup \mathcal{P}q_{1(d_i)}^n, (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2^n(d_i) = \mathcal{M}q_{2(d_i)}^n \cup \mathcal{P}q_{2(d_i)}^n$$

$$(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_{3(d_i)} = \mathcal{M}q_{3(d_i)}^n \cup \mathcal{P}q_{3(d_i)}^n, (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_{4(d_i)} = \mathcal{M}q_{4(d_i)}^n \cup \mathcal{P}q_{4(d_i)}^n$$

$$(T_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}^n)^L = \frac{(T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n)^L + (T_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n)^L}{2}, (T_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}^n)^U = \frac{(T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n)^U + (T_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n)^U}{2}$$

$$(I_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_3(d_i)}^n)^L = \frac{(I_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n)^L + (I_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n)^L}{2}, (I_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_3(d_i)}^n)^U = \frac{(I_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n)^U + (I_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n)^U}{2}$$

$$(F_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_4(d_i)}^n)^L = \frac{(F_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n)^L + (F_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n)^L}{2}, (F_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_4(d_i)}^n)^U = \frac{(F_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n)^U + (F_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n)^U}{2}$$

i=1,...,j; n=1,...,p.

Not 4.2.2 [38] Tanım 4.2.1 de birleşim işlemi yerine kesişim işlemi alınırsa ortalama kesişim operatörü elde edilir.

Tanım 4.2.3 [38]

$$\begin{aligned} \mathcal{M}q^{\mathcal{H}} &= \{ \langle (\mathcal{M}q_{1(d_i)}^1, \mathcal{M}q_{1(d_i)}^2, \mathcal{M}q_{1(d_i)}^3, \dots, \mathcal{M}q_{1(d_i)}^n), \\ &(\mathcal{M}q_{2(d_i)}^1, \mathcal{M}q_{2(d_i)}^2, \mathcal{M}q_{2(d_i)}^3, \dots, \mathcal{M}q_{2(d_i)}^n) \left(\left[(T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^1)^L, (T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^1)^U \right], \right. \\ &\left. \left[(T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^2)^L, (T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^2)^U \right], \dots, \left[(T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n)^L, (T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n)^U \right] \right), \\ &(\mathcal{M}q_{3(d_i)}^1, \mathcal{M}q_{3(d_i)}^2, \mathcal{M}q_{3(d_i)}^3, \dots, \mathcal{M}q_{3(d_i)}^n) \left(\left[(I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^1)^L, (I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^1)^U \right], \right. \\ &\left. \left[(I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^2)^L, (I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^2)^U \right], \dots, \left[(I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^n)^L, (I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^n)^U \right] \right), \\ &(\mathcal{M}q_{4(d_i)}^1, \mathcal{M}q_{4(d_i)}^2, \mathcal{M}q_{4(d_i)}^3, \dots, \mathcal{M}q_{4(d_i)}^n) \left(\left[(F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^1)^L, (F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^1)^U \right], \right. \\ &\left. \left[(F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^2)^L, (F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^2)^U \right], \dots, \left[(F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^n)^L, (F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^n)^U \right] \right) \rangle : \\ &\mathcal{M}q_{1(d_i)}^n, \mathcal{M}q_{2(d_i)}^n, \mathcal{M}q_{3(d_i)}^n, \mathcal{M}q_{4(d_i)}^n \in P(E) \} \end{aligned}$$

ve

$$\begin{aligned}
\mathcal{P}q^{\mathcal{H}} &= \{(\mathcal{P}q_{1(d_i)}^1, \mathcal{P}q_{1(d_i)}^2, \mathcal{P}q_{1(d_i)}^3, \dots, \mathcal{P}q_{1(d_i)}^n), \\
&(\mathcal{P}q_{2(d_i)}^1, \mathcal{P}q_{2(d_i)}^2, \mathcal{P}q_{2(d_i)}^3, \dots, \mathcal{P}q_{2(d_i)}^n) \left(\left[\left(T_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^1 \right)^L, \left(T_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^1 \right)^U \right], \right. \\
&\left. \left[\left(T_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^2 \right)^L, \left(T_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^2 \right)^L \right], \dots, \left[\left(T_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n \right)^L, \left(T_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n \right)^U \right] \right), \\
&(\mathcal{P}q_{3(d_i)}^1, \mathcal{P}q_{3(d_i)}^2, \mathcal{P}q_{3(d_i)}^3, \dots, \mathcal{P}q_{3(d_i)}^n) \left(\left[\left(I_{\mathcal{P}q_3(d_i)}^1 \right)^L, \left(I_{\mathcal{P}q_3(d_i)}^1 \right)^U \right], \right. \\
&\left. \left[\left(I_{\mathcal{P}q_3(d_i)}^2 \right)^L, \left(I_{\mathcal{P}q_3(d_i)}^2 \right)^U \right], \dots, \left[\left(I_{\mathcal{P}q_3(d_i)}^n \right)^L, \left(I_{\mathcal{P}q_3(d_i)}^n \right)^U \right] \right), \\
&(\mathcal{P}q_{4(d_i)}^1, \mathcal{P}q_{4(d_i)}^2, \mathcal{P}q_{4(d_i)}^3, \dots, \mathcal{P}q_{4(d_i)}^n) \left(\left[\left(F_{\mathcal{P}q_4(d_i)}^1 \right)^L, \left(F_{\mathcal{P}q_4(d_i)}^1 \right)^U \right], \right. \\
&\left. \left[\left(F_{\mathcal{P}q_4(d_i)}^2 \right)^L, \left(F_{\mathcal{P}q_4(d_i)}^2 \right)^U \right], \dots, \left[\left(F_{\mathcal{P}q_4(d_i)}^n \right)^L, \left(F_{\mathcal{P}q_4(d_i)}^n \right)^U \right] \right) \Big\} \\
&\mathcal{P}q_{1(d_i)}^n, \mathcal{P}q_{2(d_i)}^n, \mathcal{P}q_{3(d_i)}^n, \mathcal{P}q_{4(d_i)}^n \in P(E) \}
\end{aligned}$$

iki ÇAGKDNDK olsun.

$\mathcal{M}q^{\mathcal{H}}$ ve $\mathcal{P}q^{\mathcal{H}}$ için iyimserU işlemi şu şekilde tanımlanır;

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}q^{\mathcal{H}} \tilde{\cup}_O \mathcal{P}q^{\mathcal{H}} &= \{((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_1^1(d_i), (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_1^2(d_i), \dots, (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_1^n(d_i)), \\
&((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2^1(d_i), (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2^2(d_i), \dots, (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2^n(d_i)) \\
&\left(\left[\left(T_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}^1 \right)^L, \left(T_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}^1 \right)^U \right], \left[\left(T_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}^2 \right)^L, \left(T_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}^2 \right)^L \right], \right. \\
&\left. \left[\left(T_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}^3 \right)^L, \left(T_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}^3 \right)^L \right], \dots, \left[\left(T_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}^n \right)^L, \left(T_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)}^n \right)^U \right] \right) \\
&((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_3^1(d_i), (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_3^2(d_i), \dots, (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_3^n(d_i)) \\
&\left(\left[\left(I_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_3(d_i)}^1 \right)^L, \left(I_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_3(d_i)}^1 \right)^U \right], \left[\left(I_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_3(d_i)}^2 \right)^L, \left(I_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_3(d_i)}^2 \right)^U \right], \right. \\
&\left. \left[\left(I_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_3(d_i)}^3 \right)^L, \left(I_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_3(d_i)}^3 \right)^U \right], \dots, \left[\left(I_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_3(d_i)}^n \right)^L, \left(I_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_3(d_i)}^n \right)^U \right] \right),
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& ((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^1_4(d_i), (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^2_4(d_i), \dots, (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_4(d_i)), \\
& \left(\left[\left(F^1_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_4(d_i)} \right)^L, \left(F^1_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_4(d_i)} \right)^U \right], \left[\left(F^2_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_4(d_i)} \right)^L, \left(F^2_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_4(d_i)} \right)^U \right], \right. \\
& \left. \left[\left(F^3_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_4(d_i)} \right)^L, \left(F^3_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_4(d_i)} \right)^U \right], \dots, \left[\left(F^n_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_4(d_i)} \right)^L, \left(F^n_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_4(d_i)} \right)^U \right] \right): \\
& (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_1(d_i), (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_2(d_i), (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_3(d_i), (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_4(d_i) \in P(E)\}.
\end{aligned}$$

Burada,

$$(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_1(d_i) = \mathcal{M}q^n_{1(d_i)} \cup \mathcal{P}q^n_{1(d_i)}, (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_2(d_i) = \mathcal{M}q^n_{2(d_i)} \cup \mathcal{P}q^n_{2(d_i)}$$

$$(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_3(d_i) = \mathcal{M}q^n_{3(d_i)} \cup \mathcal{P}q^n_{3(d_i)}, (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_4(d_i) = \mathcal{M}q^n_{4(d_i)} \cup \mathcal{P}q^n_{4(d_i)}$$

$$\left(T^n_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)} \right)^L = maks \left\{ \left(T^n_{\mathcal{M}q_2(d_i)} \right)^L, \left(T^n_{\mathcal{P}q_2(d_i)} \right)^L \right\},$$

$$\left(T^n_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)} \right)^U = maks \left\{ \left(T^n_{\mathcal{M}q_2(d_i)} \right)^U, \left(T^n_{\mathcal{P}q_2(d_i)} \right)^U \right\},$$

$$\left(I^n_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_3(d_i)} \right)^L = min \left\{ \left(I^n_{\mathcal{M}q_2(d_i)} \right)^L, \left(I^n_{\mathcal{P}q_2(d_i)} \right)^L \right\},$$

$$\left(I^n_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_3(d_i)} \right)^U = min \left\{ \left(I^n_{\mathcal{M}q_2(d_i)} \right)^U, \left(I^n_{\mathcal{P}q_2(d_i)} \right)^U \right\},$$

$$\left(F^n_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_4(d_i)} \right)^L = min \left\{ \left(F^n_{\mathcal{M}q_2(d_i)} \right)^L, \left(F^n_{\mathcal{P}q_2(d_i)} \right)^L \right\},$$

$$\left(F^n_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_4(d_i)} \right)^U = min \left\{ \left(F^n_{\mathcal{M}q_2(d_i)} \right)^U, \left(F^n_{\mathcal{P}q_2(d_i)} \right)^U \right\}$$

i=1,...,j; n=1,...,p.

Not 4.2.4 [38] Tanım 4.2.3de iyimser birleşim işlemi yerine kesişim işlemi alınırsa iyimser kesişim operatörü elde edilir.

Tanım 4.2.5 [38]

$$\mathcal{M}q^{\mathcal{H}} = \{ \langle (\mathcal{M}q^1_{1(d_i)}, \mathcal{M}q^2_{1(d_i)}, \mathcal{M}q^3_{1(d_i)}, \dots, \mathcal{M}q^n_{1(d_i)}) \rangle,$$

$$\begin{aligned}
& (\mathcal{M}q_{2(d_i)}^1, \mathcal{M}q_{2(d_i)}^2, \mathcal{M}q_{2(d_i)}^3, \dots, \mathcal{M}q_{2(d_i)}^n) \left(\left[\left(T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^1 \right)^L, \left(T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^1 \right)^U \right], \right. \\
& \quad \left. \left[\left(T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^2 \right)^L, \left(T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^2 \right)^L \right], \dots, \left[\left(T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n \right)^L, \left(T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n \right)^U \right] \right), \\
& (\mathcal{M}q_{3(d_i)}^1, \mathcal{M}q_{3(d_i)}^2, \mathcal{M}q_{3(d_i)}^3, \dots, \mathcal{M}q_{3(d_i)}^n) \left(\left[\left(I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^1 \right)^L, \left(I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^1 \right)^U \right], \right. \\
& \quad \left. \left[\left(I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^2 \right)^L, \left(I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^2 \right)^U \right], \dots, \left[\left(I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^n \right)^L, \left(I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^n \right)^U \right] \right), \\
& (\mathcal{M}q_{4(d_i)}^1, \mathcal{M}q_{4(d_i)}^2, \mathcal{M}q_{4(d_i)}^3, \dots, \mathcal{M}q_{4(d_i)}^n) \left(\left[\left(F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^1 \right)^L, \left(F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^1 \right)^U \right], \right. \\
& \quad \left. \left[\left(F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^2 \right)^L, \left(F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^2 \right)^U \right], \dots, \left[\left(F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^n \right)^L, \left(F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^n \right)^U \right] \right) \Big\} : \\
& \quad \mathcal{M}q_{1(d_i)}^n, \mathcal{M}q_{2(d_i)}^n, \mathcal{M}q_{3(d_i)}^n, \mathcal{M}q_{4(d_i)}^n \in P(E) \}
\end{aligned}$$

ve

$$\begin{aligned}
& \mathcal{P}q^{\mathcal{H}} = \{ (\mathcal{P}q_{1(d_i)}^1, \mathcal{P}q_{1(d_i)}^2, \mathcal{P}q_{1(d_i)}^3, \dots, \mathcal{P}q_{1(d_i)}^n), \\
& (\mathcal{P}q_{2(d_i)}^1, \mathcal{P}q_{2(d_i)}^2, \mathcal{P}q_{2(d_i)}^3, \dots, \mathcal{P}q_{2(d_i)}^n) \left(\left[\left(T_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^1 \right)^L, \left(T_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^1 \right)^U \right], \right. \\
& \quad \left. \left[\left(T_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^2 \right)^L, \left(T_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^2 \right)^L \right], \dots, \left[\left(T_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n \right)^L, \left(T_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n \right)^U \right] \right), \\
& (\mathcal{P}q_{3(d_i)}^1, \mathcal{P}q_{3(d_i)}^2, \mathcal{P}q_{3(d_i)}^3, \dots, \mathcal{P}q_{3(d_i)}^n) \left(\left[\left(I_{\mathcal{P}q_3(d_i)}^1 \right)^L, \left(I_{\mathcal{P}q_3(d_i)}^1 \right)^U \right], \right. \\
& \quad \left. \left[\left(I_{\mathcal{P}q_3(d_i)}^2 \right)^L, \left(I_{\mathcal{P}q_3(d_i)}^2 \right)^U \right], \dots, \left[\left(I_{\mathcal{P}q_3(d_i)}^n \right)^L, \left(I_{\mathcal{P}q_3(d_i)}^n \right)^U \right] \right), \\
& (\mathcal{P}q_{4(d_i)}^1, \mathcal{P}q_{4(d_i)}^2, \mathcal{P}q_{4(d_i)}^3, \dots, \mathcal{P}q_{4(d_i)}^n) \left(\left[\left(F_{\mathcal{P}q_4(d_i)}^1 \right)^L, \left(F_{\mathcal{P}q_4(d_i)}^1 \right)^U \right], \right. \\
& \quad \left. \left[\left(F_{\mathcal{P}q_4(d_i)}^2 \right)^L, \left(F_{\mathcal{P}q_4(d_i)}^2 \right)^U \right], \dots, \left[\left(F_{\mathcal{P}q_4(d_i)}^n \right)^L, \left(F_{\mathcal{P}q_4(d_i)}^n \right)^U \right] \right) \Big\} : \\
& \quad \mathcal{P}q_{1(d_i)}^n, \mathcal{P}q_{2(d_i)}^n, \mathcal{P}q_{3(d_i)}^n, \mathcal{P}q_{4(d_i)}^n \in P(E) \}
\end{aligned}$$

iki ÇAGKDNDK olsun.

$\mathcal{M}q^{\mathcal{H}}$ ve $\mathcal{P}q^{\mathcal{H}}$ için kötümser $\cup$ işlemi şu şekilde tanımlanır;

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}q^{\mathcal{H}} \cup_o \mathcal{P}q^{\mathcal{H}} = & \{((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^1_1(d_i), (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^2_1(d_i), \dots, (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_1(d_i)), \\
& ((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^1_2(d_i), (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^2_2(d_i), \dots, (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_2(d_i)) \\
& \left[\left((T^1_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)} \right)^L, \left(T^1_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)} \right)^U \right], \left[\left(T^2_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)} \right)^L, \left(T^2_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)} \right)^U \right], \\
& \left[\left(T^3_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)} \right)^L, \left(T^3_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)} \right)^U \right], \dots, \left[\left(T^n_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)} \right)^L, \left(T^n_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)} \right)^U \right] \\
& ((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^1_3(d_i), (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^2_3(d_i), \dots, (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_3(d_i)) \\
& \left[\left((I^1_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_3(d_i)} \right)^L, \left(I^1_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_3(d_i)} \right)^U \right], \left[\left(I^2_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_3(d_i)} \right)^L, \left(I^2_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_3(d_i)} \right)^U \right], \\
& \left[\left(I^3_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_3(d_i)} \right)^L, \left(I^3_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_3(d_i)} \right)^U \right], \dots, \left[\left(I^n_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_3(d_i)} \right)^L, \left(I^n_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_3(d_i)} \right)^U \right], \\
& ((\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^1_4(d_i), (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^2_4(d_i), \dots, (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_4(d_i)), \\
& \left[\left((F^1_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_4(d_i)} \right)^L, \left(F^1_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_4(d_i)} \right)^U \right], \left[\left(F^2_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_4(d_i)} \right)^L, \left(F^2_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_4(d_i)} \right)^U \right], \\
& \left[\left(F^3_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_4(d_i)} \right)^L, \left(F^3_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_4(d_i)} \right)^U \right], \dots, \left[\left(F^n_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_4(d_i)} \right)^L, \left(F^n_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_4(d_i)} \right)^U \right] \} : \\
& (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_1(d_i), (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_2(d_i), (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_3(d_i), (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_4(d_i) \in P(E)\}.
\end{aligned}$$

Burada,

$$(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_1(d_i) = \mathcal{M}q^n_{1(d_i)} \cup \mathcal{P}q^n_{1(d_i)}, (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_2(d_i) = \mathcal{M}q^n_{2(d_i)} \cup \mathcal{P}q^n_{2(d_i)}$$

$$(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_3(d_i) = \mathcal{M}q^n_{3(d_i)} \cup \mathcal{P}q^n_{3(d_i)}, (\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)^n_4(d_i) = \mathcal{M}q^n_{4(d_i)} \cup \mathcal{P}q^n_{4(d_i)}$$

$$(T^n_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)})^L = \min \left\{ (T^n_{\mathcal{M}q_2(d_i)})^L, (T^n_{\mathcal{P}q_2(d_i)})^L \right\},$$

$$(T^n_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_2(d_i)})^U = \min \left\{ (T^n_{\mathcal{M}q_2(d_i)})^U, (T^n_{\mathcal{P}q_2(d_i)})^U \right\},$$

$$(I^n_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_3(d_i)})^L = \max \left\{ (I^n_{\mathcal{M}q_3(d_i)})^L, (I^n_{\mathcal{P}q_3(d_i)})^L \right\},$$

$$(I_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_3(d_i)}^n)^U = \max \left\{ \left(I_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n \right)^U, \left(I_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n \right)^U \right\},$$

$$(F_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_4(d_i)}^n)^L = \max \left\{ \left(F_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n \right)^L, \left(F_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n \right)^L \right\},$$

$$(F_{(\mathcal{M}q, \mathcal{P}q)_4(d_i)}^n)^U = \max \left\{ \left(F_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n \right)^U, \left(F_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n \right)^U \right\}$$

i=1,...,j; n=1,...,p.

Not 4.2.6 [38] Tanım 4.2.5 de iyimser birleşim işlemi yerine kesişim işlemi alınırsa iyimser kesişim operatörü elde edilir.

4.4 Çoklu Aralık Genelleştirilmiş Nötrosofik Dörtlü Kümelerde Özellikler

Tanım 4.4.1 [38]

$$\begin{aligned} \mathcal{M}q^{\mathcal{H}} &= \{ \langle (\mathcal{M}q_{1(d_i)}^1, \mathcal{M}q_{1(d_i)}^2, \mathcal{M}q_{1(d_i)}^3, \dots, \mathcal{M}q_{1(d_i)}^n), \\ &(\mathcal{M}q_{2(d_i)}^1, \mathcal{M}q_{2(d_i)}^2, \mathcal{M}q_{2(d_i)}^3, \dots, \mathcal{M}q_{2(d_i)}^n) \left(\left[\left(T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^1 \right)^L, \left(T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^1 \right)^U \right], \right. \\ &\left. \left[\left(T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^2 \right)^L, \left(T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^2 \right)^L \right], \dots, \left[\left(T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n \right)^L, \left(T_{\mathcal{M}q_2(d_i)}^n \right)^U \right] \right), \\ &(\mathcal{M}q_{3(d_i)}^1, \mathcal{M}q_{3(d_i)}^2, \mathcal{M}q_{3(d_i)}^3, \dots, \mathcal{M}q_{3(d_i)}^n) \left(\left[\left(I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^1 \right)^L, \left(I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^1 \right)^U \right], \right. \\ &\left. \left[\left(I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^2 \right)^L, \left(I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^2 \right)^U \right], \dots, \left[\left(I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^n \right)^L, \left(I_{\mathcal{M}q_3(d_i)}^n \right)^U \right] \right), \\ &(\mathcal{M}q_{4(d_i)}^1, \mathcal{M}q_{4(d_i)}^2, \mathcal{M}q_{4(d_i)}^3, \dots, \mathcal{M}q_{4(d_i)}^n) \left(\left[\left(F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^1 \right)^L, \left(F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^1 \right)^U \right], \right. \\ &\left. \left[\left(F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^2 \right)^L, \left(F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^2 \right)^U \right], \dots, \left[\left(F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^n \right)^L, \left(F_{\mathcal{M}q_4(d_i)}^n \right)^U \right] \right) \rangle : \\ &\mathcal{M}q_{1(d_i)}^n, \mathcal{M}q_{2(d_i)}^n, \mathcal{M}q_{3(d_i)}^n, \mathcal{M}q_{4(d_i)}^n \in P(E) \} \\ \mathcal{P}q^{\mathcal{H}} &= \{ \langle (\mathcal{P}q_{1(d_i)}^1, \mathcal{P}q_{1(d_i)}^2, \mathcal{P}q_{1(d_i)}^3, \dots, \mathcal{P}q_{1(d_i)}^n), \\ &(\mathcal{P}q_{2(d_i)}^1, \mathcal{P}q_{2(d_i)}^2, \mathcal{P}q_{2(d_i)}^3, \dots, \mathcal{P}q_{2(d_i)}^n) \left(\left[\left(T_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^1 \right)^L, \left(T_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^1 \right)^U \right], \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left[\left(T_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^2 \right)^L, \left(T_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^2 \right)^L \right], \dots, \left[\left(T_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n \right)^L, \left(T_{\mathcal{P}q_2(d_i)}^n \right)^U \right], \\
& (\mathcal{P}q_{3(d_i)}^1, \mathcal{P}q_{3(d_i)}^2, \mathcal{P}q_{3(d_i)}^3, \dots, \mathcal{P}q_{3(d_i)}^n) \left(\left[\left(I_{\mathcal{P}q_3(d_i)}^1 \right)^L, \left(I_{\mathcal{P}q_3(d_i)}^1 \right)^U \right], \right. \\
& \left. \left[\left(I_{\mathcal{P}q_3(d_i)}^2 \right)^L, \left(I_{\mathcal{P}q_3(d_i)}^2 \right)^U \right], \dots, \left[\left(I_{\mathcal{P}q_3(d_i)}^n \right)^L, \left(I_{\mathcal{P}q_3(d_i)}^n \right)^U \right] \right), \\
& (\mathcal{P}q_{4(d_i)}^1, \mathcal{P}q_{4(d_i)}^2, \mathcal{P}q_{4(d_i)}^3, \dots, \mathcal{P}q_{4(d_i)}^n) \left(\left[\left(F_{\mathcal{P}q_4(d_i)}^1 \right)^L, \left(F_{\mathcal{P}q_4(d_i)}^1 \right)^U \right], \right. \\
& \left. \left[\left(F_{\mathcal{P}q_4(d_i)}^2 \right)^L, \left(F_{\mathcal{P}q_4(d_i)}^2 \right)^U \right], \dots, \left[\left(F_{\mathcal{P}q_4(d_i)}^n \right)^L, \left(F_{\mathcal{P}q_4(d_i)}^n \right)^U \right] \right) \Big\} : \\
& \mathcal{P}q_{1(d_i)}^n, \mathcal{P}q_{2(d_i)}^n, \mathcal{P}q_{3(d_i)}^n, \mathcal{P}q_{4(d_i)}^n \in P(E) \}
\end{aligned}$$

ve

$$\begin{aligned}
& \Re q^{\mathcal{H}} = \{ (\Re q_{1(d_i)}^1, \Re q_{1(d_i)}^2, \Re q_{1(d_i)}^3, \dots, \Re q_{1(d_i)}^n), \\
& (\Re q_{2(d_i)}^1, \Re q_{2(d_i)}^2, \Re q_{2(d_i)}^3, \dots, \Re q_{2(d_i)}^n) \left(\left[\left(T_{\Re q_2(d_i)}^1 \right)^L, \left(T_{\Re q_2(d_i)}^1 \right)^U \right], \right. \\
& \left. \left[\left(T_{\Re q_2(d_i)}^2 \right)^L, \left(T_{\Re q_2(d_i)}^2 \right)^L \right], \dots, \left[\left(T_{\Re q_2(d_i)}^n \right)^L, \left(T_{\Re q_2(d_i)}^n \right)^U \right] \right), \\
& (\Re q_{3(d_i)}^1, \Re q_{3(d_i)}^2, \Re q_{3(d_i)}^3, \dots, \Re q_{3(d_i)}^n) \left(\left[\left(I_{\Re q_3(d_i)}^1 \right)^L, \left(I_{\Re q_3(d_i)}^1 \right)^U \right], \right. \\
& \left. \left[\left(I_{\Re q_3(d_i)}^2 \right)^L, \left(I_{\Re q_3(d_i)}^2 \right)^U \right], \dots, \left[\left(I_{\Re q_3(d_i)}^n \right)^L, \left(I_{\Re q_3(d_i)}^n \right)^U \right] \right), \\
& (\Re q_{4(d_i)}^1, \Re q_{4(d_i)}^2, \Re q_{4(d_i)}^3, \dots, \Re q_{4(d_i)}^n) \left(\left[\left(F_{\Re q_4(d_i)}^1 \right)^L, \left(F_{\Re q_4(d_i)}^1 \right)^U \right], \right. \\
& \left. \left[\left(F_{\Re q_4(d_i)}^2 \right)^L, \left(F_{\Re q_4(d_i)}^2 \right)^U \right], \dots, \left[\left(F_{\Re q_4(d_i)}^n \right)^L, \left(F_{\Re q_4(d_i)}^n \right)^U \right] \right) \Big\} : \\
& \Re q_{1(d_i)}^n, \Re q_{2(d_i)}^n, \Re q_{3(d_i)}^n, \Re q_{4(d_i)}^n \in P(E) \}
\end{aligned}$$

iki ÇAGKDNDK olsun.

$$i. (\mathcal{M}q^{\mathcal{H}} \widetilde{\cup}_A \mathcal{P}q^{\mathcal{H}}) = (\mathcal{P}q^{\mathcal{H}} \widetilde{\cup}_A \mathcal{M}q^{\mathcal{H}})$$

- ii. $(\mathcal{M}q^{\mathcal{H}} \bar{\cup}_O \mathcal{P}q^{\mathcal{H}}) = (\mathcal{P}q^{\mathcal{H}} \bar{\cup}_O \mathcal{M}q^{\mathcal{H}})$
- iii. $(\mathcal{M}q^{\mathcal{H}} \bar{\cup}_P \mathcal{P}q^{\mathcal{H}}) = (\mathcal{P}q^{\mathcal{H}} \bar{\cup}_P \mathcal{M}q^{\mathcal{H}})$
- iv. $(\mathcal{M}q^{\mathcal{H}} \bar{\cap}_A \mathcal{P}q^{\mathcal{H}}) = (\mathcal{P}q^{\mathcal{H}} \bar{\cap}_A \mathcal{M}q^{\mathcal{H}})$
- v. $(\mathcal{M}q^{\mathcal{H}} \bar{\cap}_O \mathcal{P}q^{\mathcal{H}}) = (\mathcal{P}q^{\mathcal{H}} \bar{\cap}_O \mathcal{M}q^{\mathcal{H}})$
- vi. $(\mathcal{M}q^{\mathcal{H}} \bar{\cap}_P \mathcal{P}q^{\mathcal{H}}) = (\mathcal{P}q^{\mathcal{H}} \bar{\cap}_P \mathcal{M}q^{\mathcal{H}})$
- vii. $\mathcal{M}q^{\mathcal{H}} \bar{\cup}_A (\mathcal{P}q^{\mathcal{H}} \bar{\cup}_A \mathcal{R}q^{\mathcal{H}}) = (\mathcal{M}q^{\mathcal{H}} \bar{\cup}_A \mathcal{P}q^{\mathcal{H}}) \bar{\cup}_A \mathcal{R}q^{\mathcal{H}}$
- viii. $\mathcal{M}q^{\mathcal{H}} \bar{\cup}_O (\mathcal{P}q^{\mathcal{H}} \bar{\cup}_O \mathcal{R}q^{\mathcal{H}}) = (\mathcal{M}q^{\mathcal{H}} \bar{\cup}_O \mathcal{P}q^{\mathcal{H}}) \bar{\cup}_O \mathcal{R}q^{\mathcal{H}}$
- viii. $\mathcal{M}q^{\mathcal{H}} \bar{\cup}_P (\mathcal{P}q^{\mathcal{H}} \bar{\cup}_P \mathcal{R}q^{\mathcal{H}}) = (\mathcal{M}q^{\mathcal{H}} \bar{\cup}_P \mathcal{P}q^{\mathcal{H}}) \bar{\cup}_P \mathcal{R}q^{\mathcal{H}}$
- ix. $\mathcal{M}q^{\mathcal{H}} \bar{\cap}_A (\mathcal{P}q^{\mathcal{H}} \bar{\cap}_A \mathcal{R}q^{\mathcal{H}}) = (\mathcal{M}q^{\mathcal{H}} \bar{\cap}_A \mathcal{P}q^{\mathcal{H}}) \bar{\cap}_A \mathcal{R}q^{\mathcal{H}}$
- x. $\mathcal{M}q^{\mathcal{H}} \bar{\cap}_O (\mathcal{P}q^{\mathcal{H}} \bar{\cap}_O \mathcal{R}q^{\mathcal{H}}) = (\mathcal{M}q^{\mathcal{H}} \bar{\cap}_O \mathcal{P}q^{\mathcal{H}}) \bar{\cap}_O \mathcal{R}q^{\mathcal{H}}$
- xii. $\mathcal{M}q^{\mathcal{H}} \bar{\cap}_P (\mathcal{P}q^{\mathcal{H}} \bar{\cap}_P \mathcal{R}q^{\mathcal{H}}) = (\mathcal{M}q^{\mathcal{H}} \bar{\cap}_P \mathcal{P}q^{\mathcal{H}}) \bar{\cap}_P \mathcal{R}q^{\mathcal{H}}$
- xiii. $\mathcal{M}q^{\mathcal{H}} \bar{\cap}_A (\mathcal{P}q^{\mathcal{H}} \bar{\cup}_A \mathcal{R}q^{\mathcal{H}}) = (\mathcal{M}q^{\mathcal{H}} \bar{\cap}_A \mathcal{P}q^{\mathcal{H}}) \bar{\cup}_A (\mathcal{M}q^{\mathcal{H}} \bar{\cap}_A \mathcal{R}q^{\mathcal{H}})$
- xiv. $\mathcal{M}q^{\mathcal{H}} \bar{\cap}_O (\mathcal{P}q^{\mathcal{H}} \bar{\cup}_O \mathcal{R}q^{\mathcal{H}}) = (\mathcal{M}q^{\mathcal{H}} \bar{\cap}_O \mathcal{P}q^{\mathcal{H}}) \bar{\cup}_O (\mathcal{M}q^{\mathcal{H}} \bar{\cap}_O \mathcal{R}q^{\mathcal{H}})$
- xv. $\mathcal{M}q^{\mathcal{H}} \bar{\cap}_P (\mathcal{P}q^{\mathcal{H}} \bar{\cup}_P \mathcal{R}q^{\mathcal{H}}) = (\mathcal{M}q^{\mathcal{H}} \bar{\cap}_P \mathcal{P}q^{\mathcal{H}}) \bar{\cup}_P (\mathcal{M}q^{\mathcal{H}} \bar{\cap}_P \mathcal{R}q^{\mathcal{H}})$
- xvi. $\mathcal{M}q^{\mathcal{H}} \bar{\cup}_A (\mathcal{P}q^{\mathcal{H}} \bar{\cap}_A \mathcal{R}q^{\mathcal{H}}) = (\mathcal{M}q^{\mathcal{H}} \bar{\cup}_A \mathcal{P}q^{\mathcal{H}}) \bar{\cap}_A (\mathcal{M}q^{\mathcal{H}} \bar{\cup}_A \mathcal{R}q^{\mathcal{H}})$
- xvii. $\mathcal{M}q^{\mathcal{H}} \bar{\cup}_O (\mathcal{P}q^{\mathcal{H}} \bar{\cap}_O \mathcal{R}q^{\mathcal{H}}) = (\mathcal{M}q^{\mathcal{H}} \bar{\cup}_O \mathcal{P}q^{\mathcal{H}}) \bar{\cap}_O (\mathcal{M}q^{\mathcal{H}} \bar{\cup}_O \mathcal{R}q^{\mathcal{H}})$
- xvii. $\mathcal{M}q^{\mathcal{H}} \bar{\cup}_P (\mathcal{P}q^{\mathcal{H}} \bar{\cap}_P \mathcal{R}q^{\mathcal{H}}) = (\mathcal{M}q^{\mathcal{H}} \bar{\cup}_P \mathcal{P}q^{\mathcal{H}}) \bar{\cap}_P (\mathcal{M}q^{\mathcal{H}} \bar{\cup}_P \mathcal{R}q^{\mathcal{H}})$
- xviii. Eğer $\mathcal{M}q^{\mathcal{H}} = \mathcal{P}q^{\mathcal{H}}$ ise

$$\mathcal{M}q^{\mathcal{H}} \bar{\cup}_A \mathcal{P}q^{\mathcal{H}} = \mathcal{M}q^{\mathcal{H}} \bar{\cup}_O \mathcal{P}q^{\mathcal{H}} = \mathcal{M}q^{\mathcal{H}} \bar{\cup}_P \mathcal{P}q^{\mathcal{H}}$$

- xix. Eğer $\mathcal{M}q^{\mathcal{H}} = \mathcal{P}q^{\mathcal{H}}$ ise

$$\mathcal{M}q^{\mathcal{H}} \bar{\cap}_A \mathcal{P}q^{\mathcal{H}} = \mathcal{M}q^{\mathcal{H}} \bar{\cap}_O \mathcal{P}q^{\mathcal{H}} = \mathcal{M}q^{\mathcal{H}} \bar{\cap}_P \mathcal{P}q^{\mathcal{H}}$$

Verilen tüm özellikler, bağlama göre tanımlı birleşim ve kesişim işlemlerinin, klasik küme kuramındaki temel cebirsel özellikleri (değişme, birleşme, dağılma, vb.) ÇAGKDNDK için sağladığını ve bu yapıların mantıksal açıdan tutarlı olduğunu göstermektedir. Bu da, bağlama göre tanımlı küme işlemlerinin genelleştirilebilirliğini ve kuramsal sağlamlığını ortaya koyar.

BÖLÜM 5

SONUÇLAR

Bu kitapta, Çoklu Genelleştirilmiş Küme Değerli Nötrosifik Dörtlü Sayılar ve Çoklu Genelleştirilmiş Küme Değerli Nötrosifik Dörtlü Kümeler kavramları tanımlanmış; bu yapılar üzerine çeşitli işlemler geliştirilmiş ve temel özellikleri ayrıntılı olarak ortaya konulmuştur. Bu yapılar için ortalama birleşim, ortalama kesişim, iyimser birleşim, iyimser kesişim, kötümser birleşim ve kötümser kesişim olmak üzere altı farklı operatör tanımlanmıştır. Tanımlanan bu yeni yapılar, hem Çok-Değerli Nötrosifik Kümeler hem de Genelleştirilmiş Küme Değerli Nötrosifik Dörtlü Kümeler için bütünlüyci bir genişletme sunmakta, karar verme süreçlerinde karşılaşılan kararsızlıkların daha esnek ve kapsamlı bir biçimde modellenmesine olanak sağlamaktadır.

Kitapta ayrıca, Çoklu Aralık Genelleştirilmiş Küme Değerli Nötrosifik Dörtlü Kümeler ve Çoklu Aralık Genelleştirilmiş Küme Değerli Nötrosifik Dörtlü Sayılar yapılarına da yer verilmiş; bu yapılar için ortalama birleşim, ortalama kesişim, iyimser birleşim, iyimser kesişim, kötümser birleşim ve kötümser kesişim olmak üzere altı farklı operatör tanımlanmıştır. Bu operatörler yardımıyla, yeni yapılar üzerinde çeşitli işlemler gerçekleştirilmiş ve bunların taşıdığı matematiksel özellikler örneklerle desteklenmiştir. Söz konusu yapılar, mevcut Aralık Nötrosifik Kümeler, Aralık Nötrosifik Dörtlü Kümeler ve Çoklu Nötrosifik Dörtlü Kümelerin tüm temel özelliklerini sağlamakta ve onları kapsayacak şekilde genişletilmiş bulunmaktadır.

Elde edilen bu teorik yapıların, özellikle çok kriterli karar verme problemleri başta olmak üzere birçok kararsızlık içeren gerçek yaşam uygulamalarında kullanılabilirliği bulunmaktadır. Bu çerçevede geliştirilen işlemler, karar vericilere daha objektif, esnek ve kararlı analiz imkânı sunmaktadır.

KAYNAKLAR

- [1] Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and Control*, 8(3), 338-353
- [2] Zimmermann, H.-J. (2001). *Fuzzy Set Theory—and Its Applications* (4th ed.). Springer.
- [3] Atanassov, K. T. (1986). Intuitionistic fuzzy sets. *Fuzzy Sets and Systems*, 20(1), 87–96.
- [4] Atanassov, K. T. (1999). *Intuitionistic fuzzy sets: Theory and applications*. Physica-Verlag.
- [5] Xu, Z., & Yager, R. R. (2006). Some geometric aggregation operators based on intuitionistic fuzzy sets. *International Journal of General Systems*, 35(4), 417–433.
- [6] Ye, J. (2010). Multicriteria fuzzy decision-making method based on intuitionistic fuzzy entropy. *Applied Mathematical Modelling*, 34(10), 3063–3070.
- [7] Mendel, J. M. (2001). *Uncertain Rule-Based Fuzzy Logic Systems: Introduction and New Directions*. Prentice-Hall.
- [8] Smarandache, F. (1998). *A Unifying Field in Logics, Neutrosophy: Neutrosophic Probability, Set and Logic*. American Research Press: Rehoboth, MA, USA.
- [9] Şahin M., Kargın A., Sarioğlu A., (2023) Metric Spaces And Normed Spaces For Neutrosophic Numbers, 2nd Eurasia International Scientific Research And Innovation Congress, 6.09. 2023, Ankara, Türkiye.
- [10] Miranda, M. L. C., Salas, R. G. C., Ruiz, M. A. B., Salas, C. E. C., Pinchi, G. A., Gavino, R. C. C., ... & Chávez, W. O. (2024). Measurement of the effectiveness of an educational program inspired by indigenous knowledge for forest management, applied to Forest Engineering students at the National University of Central Peru, using the neutrosophic 2-tuple linguistic method. *Neutrosophic Sets and Systems*, 65, 174-182.

- [11] Alqazzaz, A., & Sallam, K. M. (2024). Evaluation of Sustainable Waste Valorization using TreeSoft Set with Neutrosophic Sets. *Neutrosophic Sets and Systems*, 65(1), 9.
- [12] Jdid, M., & Smarandache, F. (2024). Neutrosophic Vision of the Expected Opportunity Loss Criterion (NEOL) Decision Making Under Risk. *Neutrosophic Sets and Systems*, 65(1), 7.
- [13] Bedirhanoglu, Ş. B., & Atlas, M. (2024). Production Planning with The Neutrosophic Fuzzy Multi-Objective Optimization Technique. *Neutrosophic Sets and Systems*, 65(1), 8.
- [14] Chen, W. P., Fang, Y. M., & Cui, W. H. (2024). Logarithmic Similarity Measure of Neutrosophic Z-Number Sets for Undergraduate Teaching Quality Evaluation. *Neutrosophic Sets and Systems*, 66, 185-195.
- [15] El-Massry, A., Smarandache, F., & Mohamed, M. (2024). Empowering Artificial Intelligence Techniques with Soft Computing of Neutrosophic Theory in Mystery Circumstances for Plant Diseases. *Neutrosophic Sets and Systems*, 66(1), 6.
- [16] Vergara-Romero, A., Macas-Acosta, G., Márquez-Sánchez, F., & Arencibia-Montero, O. (2024). Child Labor, Informality, and Poverty: Leveraging Logistic Regression, Indeterminate Likert Scales, and Similarity Measures for Insightful Analysis in Ecuador. *Neutrosophic Sets and Systems*, 66(1), 9.
- [17] Surya, R., Mullai, M., & Vetrivel, G. (2024). Neutrosophic Inventory System for Decaying Items with Price Dependent Demand. *Neutrosophic Sets and Systems*, 66, 55-75.
- [18] Obbineni, J. M., Kandasamy, I., Ramesh, M., Smarandache, F., & Kandasamy, V. (2024). Neutrosophic Cognitive Maps for Clinical Decision Making in Mental Healthcare: A Federated Learning Approach. *Neutrosophic Sets and Systems*, 66, 1-11.
- [19] Farag, R. M., Shams, M. Y., Aldawody, D. A., Khalid, H. E., El-Bakry, H. M., & Salama, A. A. (2024). Integration between Bioinformatics Algorithms and Neutrosophic Theory. *Neutrosophic Sets and Systems*, 66(1), 3.
- [20] Salama, A. A., Shams, M. Y., Khalid, H. E., & Mousa, D. E. (2024). Enhancing Medical Image Quality using Neutrosophic Fuzzy Domain and Multi-Level Enhancement Transforms: A Comparative Study for Leukemia Detection and Classification. *Neutrosophic Sets and Systems*, 65(1), 3.

- [21] El-Henawy, I., El-Amir, S., Mohamed, M., & Smarandache, F. (2024). Modeling Influenced Criteria in Classifiers' Imbalanced Challenges Based on TrSS Bolstered by The Vague Nature of Neutrosophic Theory. *Neutrosophic Sets and Systems*, 65(1), 12.
- [22] Ram, A. K., Singh, A. K., & Kumar, B. (2024). Neutrosophic Automata and Reverse Neutrosophic Automata. *Neutrosophic Sets and Systems*, 63(1), 14.
- [23] Salama, A. A., Tarek, Z., Darwish, E. Y., Elseuof, S., & Shams, M. Y. (2024). Neutrosophic Encoding and Decoding Algorithm for ASCII Code System. *Neutrosophic Sets and Systems*, 63, 105-129.
- [24] Smarandache, F., Şahin, M., Uluçay, V. ve Kargın, A. (2023). *Quadruple Neutrosophic Theory And Applications-Volume 1*, Neutrosophic Science International Association.
- [25] Chatterjee, R., Majumdar, R., & Samanta, S. K. (2015). Single valued neutrosophic multiset. *Annals of Fuzzy Mathematics and Informatics*.
- [26] Peng, J. J., & Wang, J. Q. (2015). Multi-valued neutrosophic sets and its application in multi-criteria decision-making problems. *Neutrosophic Sets and Systems*, 10(1), 6.
- [27] Peng, H. G., Zhang, H. Y., & Wang, J. Q. (2018). Probability multi-valued neutrosophic sets and its application in multi-criteria group decision-making problems. *Neural Computing and Applications*, 30, 563-583.
- [28] Smarandache F. (2015) Neutrosophic quadruple numbers, refined neutrosophic quadruple numbers, absorbance law, and the multiplication of neutrosophic quadruple numbers, *Neutrosophic Set and Systems*, 10, 96 -98.
- [29] Şahin, M., Kargın A. (2019), Neutrosophic triplet groups based on set valued neutrosophic quadruple numbers, *Neutrosophic Set and Systems*, 30, 122 – 131.
- [30] Şahin, M., Kargın, A., Generalized Set valued neutrosophic quadruple sets and number in *Quadruple Neutrosophic Theory and Applications*, Pons Editions Brussels, Belgium,EU, 2020 vol. 2,23-40
- [31] Kargın, A., Dayan, A., & Şahin, N. M. (2021). Generalized Hamming Similarity Measure Based on Neutrosophic Quadruple Numbers and Its Applications to Law Sciences. *Neutrosophic Set and Systems*, 40, 45-67.
- [32] Kargın, A., & Şahin, M. (2022). Interval Generalized Set Valued Neutrosophic Quadruple Sets and Numbers. *Neutrosophic Algebraic Structures and Their Applications*, 129.

- [33] Şahin M., Kargın A., Omar A., (2022) Pythagorean Neutrosophic Quadruple Numbers and Set Valued Pythagorean Neutrosophic Quadruple Numbers, 3. Başkent International Conference on Multidisciplinary Studies, 23.09.2022, Ankara, Türkiye.
- [34] Şahin M., Kargın A., (2022) Neutrosophic Triplet Normed Spaces Based On Set Valued Neutrosophic Quadruple Numbers, Mas 18th International European Conference On Mathematics, Engineering, Natural & Medical Sciences, 14.08.2023, Ankara, Türkiye.
- [35] Şahin M., Kargın A., Aslansoy İ., (2023) Interval Generalized Set Valued Neutrosophic Quadruple Graphs, 2nd Eurasia International Scientific Research And Innovation Congress, 6.09. 2023, Ankara, Türkiye.
- [36] Şahin M., Kargın A., (2023) Interval Generalized Set Valued Pythagorean Neutrosophic Quadruple Numbers, 9th Ankara International Congress On Scientific Research, 26.12. 2023, Ankara, Türkiye
- [37] Kargın, A., Şahin, M., & Şiğva, K. A. (2024). Operators Based On Multiple Generalized Set-Valued Neutrosophic Quadruple Sets. *Neutrosophic Sets and Systems*, 70, 107-136.
- [38] Şahin, M., Kargın, A., & Aritı Şiğva, K. (2024, Ekim 29). Çoklu aralık genelleştirilmiş küme değerli nütrosifik dörtlü kümeler ve sayılar. 13. Uluslararası Uygulamalı Bilimler Konferansı (Cumhuriyet), Ankara, Türkiye. Conference Book, Academy Global Publishing House – New York, s. 29. ISBN: 978-625-6283-92-3.
- [39] Wang, H., Smarandache, F., Zhang, Y., & Sunderraman, R. (2010). Single valued neutrosophic sets. *Multispace and Multistructure*.4, 410-413.
- [40] Wang, F. Samarandache, Y.Q. Zhang and R. Sunderraman, *Interval neutrosophic sets and Logic: Theory and Applications in Computing*, Hexis, Phoenix, AZ, 2005.
- [41] Smarandache F. (2015) Neutrosophic quadruple numbers, refined neutrosophic quadruple numbers, absorbance law, and the multiplication of neutrosophic quadruple numbers, *Neutrosophic Set and Systems*, 10, 96 -98.
- [42] Şahin M., Kargın A., (2022) Interval Generalized Set Valued Neutrosophic Quadruple Sets and Numbers. *Neutrosophic Algebraic Structures and Their Applications*. Chapter Nine.

- [43] Uluçay, V., Şahin, M., & Hassan, N. (2018). Generalized neutrosophic soft expert set for multiple-criteria decision-making. *Symmetry*, 10(10), 437.

This study consists of 5 chapters. In the first chapter, discusses the historical development of neutrosophic sets and numbers. In the second chapter provides definitions of neutrosophic sets, single-valued and multi-valued neutrosophic sets, their basic properties, and their generalized structures. The third chapter defines multi-valued generalized set-valued neutrosophic quadruple sets and numbers. The properties of multi-valued generalized set-valued neutrosophic quadruple sets are given, operators are defined on these sets, and examples related to this structure are provided. The fourth chapter defines multi-interval generalized set-valued neutrosophic quadruple sets and numbers and gives their properties. Operators were defined on multi-interval generalized set-valued neutrosophic quadruple sets, and examples related to this structure were provided. In the fifth chapter, the results obtained from the study were presented.

ISBN 978-1-59973-872-7

