Neutrosophic Computing and Machine Learning{Número especial: 70 Años de Florentin Smarandache y 30 Años de la Teoría Neutrosófica: Legado e Impacto en el Pensamiento de América Latina}, Vol. 35, 2024

University of New Mexico

Breve Introducción a los Conjuntos y a la Lógica Neutrosófica Estándar y no Estándar

Brief Introduction to Sets and Standard and Non-Standard Neutrosophic Logic

Florentino Smarandache[1]

[1] Universidad de Nuevo México; División de Matemáticas, Física y Ciencias Naturales, Gallup, NM 87301, EE. UU; smarand@unm.edu

Resumen: Se recuerdan las definiciones de Conjunto Neutrosófico de Valor Único (SVNS), Conjunto Neutrosófico de Valor Intervalo (IVNS), Conjunto Neutrosófico de Valor Subconjunto (SVNS) y, respectivamente, Conjunto Neutrosófico No Estándar [Con Valor Único (SVNS NoS), Con Valor Intervalo (IVNS NoS) y Con Valor Subconjunto (SVNS NoS)], junto con sus operadores. De manera similar, para Conjunto Neutrosófico Estándar y No Estándar. Lógica neutrosófica.

Palabras Claves: Conjuntos, Lógica Neutrosófica Estándar, Valor Único

Abstract: The definitions of Single Value Neutrosophic Set (SVNS), Interval Value Neutrosophic Set (IVNS), Subset Value Neutrosophic Set (SVNS) and, respectively, Non-Standard Neutrosophic Set [With Single Value (SVNS NoS), With Interval Value (IVNS NoS) and With Subset Value (SVNS NoS)], along with their operators, are recalled. Similarly, for Standard and Non-Standard Neutrosophic Set. Neutrosophic Logic.

Keywords: Sets, Standard Neutrosophic Logic, Single Value

1. Introducción

El conjunto neutrosófico fue introducido en 1995 por F. Smarandache como una extensión del conjunto difuso intuicionista. Las primeras publicaciones se realizaron entre 1998 y 2005 [25, 26].

2. Conjunto Neutrosófico Estándar y Lógica

Sea $\mathcal{U}$un universo de discurso y $\mathcal{S}$un subconjunto no vacío de $\mathcal{U}$. Sean $t(x), i(x), f(x)$los grados de verdad (pertenencia), indeterminación y falsedad (no pertenencia) respectivamente del elemento genérico $x$respecto del conjunto $\mathcal{S}$.

Dejar $\mathcal{S} = \left\{x_{(t(x),i(x),f(x))}, \text{for } x \in \mathcal{U}\right\}$.

2.1 Definición del conjunto neutrosófico de valor único (SVNS)

$\mathcal{S}$es un Conjunto neutrosófico de valor único si:

$$t(x), i(x), f(x): \mathcal{S} \to [0,1]$$

(o $t(x), i(x), f(x)$son números individuales en [0, 1]) tales que:

$$0 \leq t(x) + i(x) + f(x) \leq 3$$

2.2 Definición del conjunto neutrosófico de valores de intervalo (IVNS)

$\mathcal{S}$es un Conjunto neutrosófico con valores de intervalo si:

$$t(x), i(x), f(x): \mathcal{S} \rightarrow \mathcal{P}([0,1])$$

donde $\mathcal{P}([0,1])$es el conjunto potencia de [0, 1], y $t(x), i(x), f(x)$son intervalos incluidos en [0, 1] tales que:

$$0 \leq inf\big(t(x)\big) + inf\big(i(x)\big) + inf\big(f(x)\big) \leq sup\big(t(x)\big) + sup\big(i(x)\big) + sup\big(f(x)\big) \leq 3$$

2.3 Definición de conjunto neutrosófico con valores de subconjunto (SVNS)

$\mathcal{S}$es un Conjunto neutrosófico con valores de subconjunto si:

$$t(x), i(x), f(x): \mathcal{S} \rightarrow \mathcal{P}([0,1])$$

y $t(x), i(x), f(x)$son subconjuntos incluidos en [0, 1] tales que:

$$0 \leq inf\big(t(x)\big) + inf\big(i(x)\big) + inf\big(f(x)\big) \leq sup\big(t(x)\big) + sup\big(i(x)\big) + sup\big(f(x)\big) \leq 3$$

3. Necesidad de introducir el conjunto neutrosófico no estándar y la lógica

Para hacer la distinción entre la Verdad Relativa (la verdad en al menos un mundo, según Leibniz) y la Verdad Absoluta (la verdad en todas las palabras posibles, también según Leibniz), consideramos el Análisis No Estándar:

$t(x) = 1$, que significa verdad relativa (pertenencia),

y $t(x) = 1^{+}$, que significa verdad absoluta (pertenencia).

De manera similar, para la indeterminación relativa y la indeterminación absoluta respectivamente:

$i(x) = 1$, por indeterminación relativa,

y $i(x) = 1^{+}$, por indeterminación absoluta.

Y para la falsedad relativa (no pertenencia) y la falsedad absoluta (no pertenencia):

$f(x) = 1$, por falsedad relativa (no pertenencia),

y $f(x) = 1^{+}$, por falsedad absoluta (no pertenencia).

4. Introducción al análisis no estándar

Abraham Robinson en la década de 1960 desarrolló el análisis no estándar [15, 16, 27, 28], definiendo rigurosamente los infinitesimales y los números infinitos.

Un número infinitesimal (ε) es un número ε tal que su valor absoluto es $|\varepsilon| < \frac{1}{n}$, para cualquier entero positivo no nulo n . Un infinitesimal es cercano a cero y tan pequeño que no se puede medir.

El infinitesimal es un número menor, en valor absoluto, que cualquier número positivo distinto de cero. Los infinitesimales se utilizan en cálculo, pero se interpretan como números reales diminutos.

Un número infinito (ω) es un número mayor que cualquier cosa:

$1 + 1 + 1 + \cdots + 1$(para cualquier número finito de términos).

Los infinitos son recíprocos de los infinitesimales.

El conjunto de hiperreales (reales no estándar), denotado como R^{*}, es la extensión del conjunto de los números reales, denotado como R, y comprende los infinitesimales y los infinitos, que pueden representarse en la línea de números hiperreales.

$$\frac{1}{\varepsilon} = \frac{\omega}{1}$$

El conjunto de hiperreales satisface el principio de transferencia , que establece que los enunciados de primer orden en R son válidos R^{*}también [según el Análisis No Estándar clásico].

Una mónada (halo) de un elemento $a \in R^{*}$, denotado por $\mu(a)$, es un subconjunto de números infinitesimalmente cercanos a a .

Denotemos por R_{+}^{*}el conjunto de números hiperreales positivos distintos de cero.

La mónada izquierda y la mónada derecha se definieron de la siguiente manera:

La Mónada Izquierda {que denotamos, para simplificar, por $({}^{-}a)$}, se define como:

$$\mu({}^{-}a) = ({}^{-}a) = \{a - x, x \in R_{+}^{*} | x \text{ is infinitesimal}\}$$

La Mónada Recta {que denotamos, para simplificar, por (a^{+})}, se define como:

$$\mu(a^{+}) = (a^{+}) = \{a + x, x \in R_{+}^{*} | x \text{ is infinitesimal}\}$$

5. Extensiones del análisis no estándar

En 1998, Smarandache [25] introdujo el Binad perforado.

5.1. El Binad Perforado {que denotamos, para simplificar, por $({}^{-}a^{+})$} se define como:

$$\mu({}^{-}a^{+}) = ({}^{-}a^{+}) =$$

$$= \{a - x, x \in R_{+}^{*} | x \text{ is a positive infinitesimal}\} \cup \{a + x, x \in R_{+}^{*} | x \text{ is a positive infinitesimal}\}$$

$$= \{a - x, x \in R^{*} | x \text{ is a positive or negative infinitesimal}\}.$$

Más tarde, en 2019, Smarandache [23] también introdujo la Mónada Izquierda Cerrada a la Derecha, la Mónada Derecha cerrada a la Izquierda y la Binada No Perforada (todas definidas a continuación) para tener el Conjunto Mónada/ Binada Real No Estándar cerrado bajo operaciones aritméticas.

5.2. Mónada izquierda cerrada a la derecha

$$\mu\binom{-0}{a} = \binom{-0}{a} = \left\{a - x | x = 0, \text{or } x \in R_{+}^{*}, \text{and } x \text{ is infinitesimal}\right\}$$

$$= \mu({}^{-}a) \cup \{a\}$$

Por notación, $\mu\begin{pmatrix} 0 \\ a \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ a \\ \end{pmatrix} = \overset{0}{a} = a$.

Y por $x = \overset{-0}{a}$ hiperreal entendemos $x = a - \varepsilon$, o $x = a$, donde εes un infinitesimal positivo. Por lo tanto, $x$no se sabe con claridad, $x \in \{a - \varepsilon, a\}$.

5.3. Mónada derecha cerrada a la izquierda

$$\mu\begin{pmatrix} 0+ \\ a \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0+ \\ a \\ \end{pmatrix} =$$

$$\{a + x | x = 0, \text{or } x \in R_{+}^{*}, \text{and } x \text{ is infinitesimal}\}$$

$$= \mu(a^{+}) \cup \{a\}$$

Y por lo $x = \overset{0+}{a}$ hiperreal entendemos $x = a + \varepsilon$, o $x = a$, donde εes un infinitesimal positivo. Por lo tanto, $x$no se sabe con claridad, $x \in \{a, a + \varepsilon\}$.

5.4. Binad sin perforar

$$\mu\begin{pmatrix} -0+ \\ a \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0+ \\ a \\ \end{pmatrix} =$$

$$\{a + x | x = 0, \text{or } x \in R^{*}, \text{and } x \text{ is positive or negative infinitesimal}\}$$

$$= \mu({}^{-}a) \cup (a^{+}) \cup \{a\} = ({}^{-}a) \cup (a^{+}) \cup \{a\}$$

Y por lo $x = \overset{-0+}{a}$ hiperreal entendemos $x = a - \varepsilon$, o $x = a$, o $x = a + \varepsilon$, donde εes un infinitesimal positivo. Por lo tanto, $x$no se sabe con claridad, $x \in \{a - \varepsilon, a, a + \varepsilon\}$.

La mónada izquierda, la mónada izquierda cerrada a la derecha, la mónada derecha, la mónada derecha cerrada a la izquierda, la bínada perforada y la bínada no perforada son subconjuntos de R^{*}, mientras que los hiperreales anteriores son números de R^{*}.

6. Conjunto y lógica neutrosófica no estándar

Sea $\mathcal{U}$un universo de discurso, y $\mathcal{S}$un subconjunto no vacío de $\mathcal{U}$.
Dejar $\mathcal{S} = \left\{x_{(t(x),i(x),f(x))}, \text{for } x \in \mathcal{U}\right\}$.

6.1 Definición de conjunto neutrosófico no estándar univaluado y lógica

$\mathcal{S}$es un conjunto neutrosófico no estándar de valor único y lógica , si:

$$t(x), i(x), f(x) \colon \mathcal{S} \to]^{-}0, 1^{+}[$$

donde $]^{-}0, 1^{+}[$es el intervalo unitario no estándar, que es un conjunto que contiene, además de los números reales ordinarios entre 0 y 1, también:

Mónadas izquierdas, Mónadas derechas;
Además de lo recién introducido por Smarandache [23, 25] en 1998-2019:
Mónadas izquierdas cerradas hacia la derecha,
Mónadas derechas cerradas hacia la izquierda,
Binads perforados,
y Binads sin perforar.
Por supuesto,$[0, 1] \subset]^{-}0, 1^{+}[$.
También,

$$—0 \le inf\big(t(x)\big) + inf\big(i(x)\big) + inf\big(f(x)\big) \le sup\big(t(x)\big) + sup\big(i(x)\big) + sup\big(f(x)\big) \le 3^{+}$$

6.2 Definición de conjunto neutrosófico no estándar con valores de intervalo y lógica

$\mathcal{S}$es un conjunto neutrosófico no estándar con valores de intervalo y lógica , si:

$$t(x), i(x), f(x) \colon \mathcal{S} \to \mathcal{P}(\,]^{-}0, 1^{+}[\,)$$

¿Dónde $\mathcal{P}(\,]^{-}0, 1^{+}[\,)$está el conjunto potencia de todos los subconjuntos estándar y no estándar de$]^{-}0, 1^{+}[$ siendo $t(x), i(x), f(x)$intervalos no estándar de la forma:

$$\left]\overset{*}{a}, \overset{*}{b}\right[$$

donde $0 \le a \le b \le 1$, y $\overset{*}{a} < \overset{\#}{b}$,

dónde $\overset{*}{a} \in \{\overset{-}{a}, \overset{0}{a}, \overset{+}{a}, \overset{-0}{a}, \overset{-+}{a}, \overset{0+}{a}, \overset{-0+}{a}\}$

similarmente $\overset{\#}{b} \in \{\overset{-}{b}, \overset{0}{b}, \overset{+}{b}, \overset{-0}{b}, \overset{-+}{b}, \overset{0+}{b}, \overset{-0+}{b}\}$.

6.3 Definición de conjunto neutrosófico no estándar con valores de subconjunto y lógica

$\mathcal{S}$es un conjunto neutrosófico no estándar con valores de subconjunto y lógica , si:

$$t(x), i(x), f(x) \colon \mathcal{S} \to \mathcal{P}(\,]^{-}0, 1^{+}[\,)$$

siendo $t(x), i(x), f(x)$subconjuntos no estándar del intervalo no estándar $]^{-}0, 1^{+}[$.

7. Operadores neutrosóficos estándar y no estándar

En primer lugar, debemos recordar la t-norma y la t-conorma del conjunto difuso y la lógica:

7.1. Una t-norma [29] es una función t: [0, 1] × [0, 1] → [0, 1] que satisface las siguientes propiedades:

Conmutatividad : t(a , b) = t(b , a)
Monotonía : t(a , b) ≤ t(c , d) si a ≤ c y b ≤ d
Asociatividad : t(a , t(b , c)) = t(t(a , b), c)
El número 1 actúa como elemento identidad : t(a , 1) = a

Una notación común en conjuntos difusos y lógica es t(a, b) = a /\ F b, que significa intersección o conjunción respectivamente.

A t-conorm [29] es una función ⊥ : [0, 1] × [0, 1] → [0, 1] que satisface las siguientes propiedades:
Conmutatividad: ⊥ (a , b) = ⊥ (b , a)
Monotonía: ⊥ (a , b) ≤ ⊥ (c , d) si a ≤ c y b ≤ d
Asociatividad: ⊥ (a , ⊥ (b , c)) = ⊥ (⊥ (a , b), c)
Elemento identidad: ⊥ (a , 0) = a
Una notación común en conjuntos difusos y lógica es t(a, b) = a $\vee_F$ b, que significa unión o disyunción respectivamente.
Todos los tipos de operadores neutroóficos estándar y no estándar anteriores se basan en la norma t difusa ($\wedge_F$) y la conorma t difusa ($\vee_F$).
Sea x(T, I, F)

7.2. Intersección/conjunción neutroófica estándar y no estándar ($\wedge_N$)

$$x(T_1, I_1, F_1) \wedge_N x(T_2, I_2, F_2) = x(T_1 \wedge_F T_2, I_1 \vee_F I_2, F_1 \vee_F F_2)$$

7.3. Unión/disyunción neutroófica estándar y no estándar ($\vee_N$)

$$x(T_1, I_1, F_1) \vee_N x(T_2, I_2, F_2) = x(T_1 \vee_F T_2, I_1 \wedge_F I_2, F_1 \wedge_F F_2)$$

7.4. Complemento/negación neutroósfica estándar y no estándar ($\neg_N$)

$$\neg_N x(T, I, F) = \bar{x}(F, 1 - I, T)$$

7.5. Implicación neutrosófica estándar y no estándar ($\rightarrow_N$)

$$A_1(T_1, I_1, F_1) \rightarrow_N A_2(T_2, I_2, F_2)$$

es neutrosóficamente equivalente a

$$\neg_N A_1(T_1, I_1, F_1) \vee_N A_2(T_2, I_2, F_2)$$

7.6. Equivalencia neutrosófica estándar y no estándar ($\leftrightarrow_N$)

$$A_1(T_1, I_1, F_1) \leftrightarrow_N A_2(T_2, I_2, F_2)$$

es neutrosóficamente equivalente a

$$A_1(T_1, I_1, F_1) \rightarrow_N A_2(T_2, I_2, F_2) \text{ y } A_2(T_2, I_2, F_2) \rightarrow_N A_1(T_1, I_1, F_1).$$

Conclusión

En este artículo revisamos los diversos tipos de conjuntos y lógicas neutrosóficas estándar y no estándar, utilizados durante aproximadamente tres décadas de investigación y aplicaciones científicas.

Con la ayuda de la t-norma difusa y la t-conorma difusa recordamos las definiciones de los operadores neutrosóficos estándar y no estándar.

Referencias

[1] Imamura, Takuma (2018). Sobre la definición de la lógica neutrosófica. arXiv:1811.02961 [Enviado el 7 de noviembre de 2018 (v1), última revisión el 17 de agosto de 2022 (v2)]. Universidad de Cornell, EE. UU. https://arxiv.org/abs/1811.02961
[2] Xindong Peng y Jingguo Dai (2018). Un análisis bibliométrico del conjunto neutrosófico: revisión de dos décadas desde 1998 hasta 2017. Artificial Intelligence Review , Springer, 18 de agosto de 2018; http://fs.unm.edu/BibliometricNeutrosophy.pdf
[3] Smarandache, Florentin (2013). Lógica neutrosófica refinada de n valores y sus aplicaciones en física. Progress in Physics 4, 143-146. Sitio web de la UNM: http://fs.unm.edu/n-ValuedNeutrosophicLogic-PiP.pdf
[4] Smarandache, Florentin (2002). Neutrosofía, una nueva rama de la filosofía. Lógica de valores múltiples / Revista internacional 8(3), 297-384
[5] Smarandache, Florentin (1998). Neutrosofía. Probabilidad neutrosófica, conjunto y lógica. ProQuest Information & Learning, Ann Arbor, Michigan, EE. UU. Sitio web de la UNM: http://fs.unm.edu/eBook-Neutroosphics6.pdf

[6] Smarandache, Florentin (2002). Un campo unificador en lógica: lógica neutrosófica. Multiple Valued Logic / An International Journal 8(3), 385-438. {Todo el número de esta revista está dedicado a la neutrosofía y la lógica neutrosófica.}
[7] Smarandache, Florentin (2003). Definición de lógica neutrosófica: una generalización de la lógica difusa intuicionista. Actas de la 3.ª Conferencia de la Sociedad Europea de Lógica y Tecnología Difusas, 2003, págs. 141-146
[8] Smarandache, Florentin (2016). Neutrosophic Overset, Neutrosophic Underset, and Neutrosophic Offset. Lo mismo para Neutrosophic Over-/Under-/Off- Logic, Probability, and Statistics, Pons, Bruselas, Bélgica. Repositorio digital de la UNM: https://digitalrepository.unm.edu/math_fsp/26/
[9] Ashbacher, Charles (2002). Sección: "Conexiones lógicas en la lógica neutrosófica", págs. 59-72 en su libro "Introducción a la lógica neutrosófica", ProQuest Information & Learning, Ann Arbor. http://fs.unm.edu/IntrodNeutLogic.pdf
[10] Rivieccio, Umberto (2008). Lógica neutrosófica: perspectivas y problemas. Fuzzy Sets and Systems 159(14), 1860-1868.
[11] Smarandache, Florentin (2017). Plitogenia, conjunto plitogénico, lógica, probabilidad y estadística, Pons Publishing House, Bruselas, Bélgica, 141 p., 2017; arXiv.org (Universidad de Cornell), Ciencias de la computación - Inteligencia artificial, 03Bxx: https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/l808/1808.03948.pdf
[12] Nguyen Xuan Thao; Smarandache, Florentin (2016). Conjunto neutrosófico aproximado (I, T)-estándar y sus propiedades topológicas. Conjuntos y sistemas neutrosóficos 14, 65-70. https://digitalrepository.unm.edu/nss_journal/vol14/iss1/11/
[13] Nguyen Xuan Thao; Bui Cong Cuong; Smarandache, Florentin (2016). Conjuntos neutrosóficos estándar aproximados: una aplicación en sistemas de información neutrosófica estándar. Conjuntos y sistemas neutrosóficos 14, 80-92. http://fs.unm.edu/NSS/RoughStandardNeutrosophicSets.pdf
[14] Bui Cong Cuong; Pham Hong Phong; Smarandache, Florentin (2016). Teoría blanda neutrosófica estándar: algunos primeros resultados. Conjuntos y sistemas neutrosóficos 12, 80-91. http://fs.unm.edu/NSS/StandardNeutrosophicSoftTheory.pdf
[15] Insall, Matt y Weisstein, Eric W. "Análisis no estándar". De MathWorld, un recurso web de Wolfram. http://mathworld.wolfram.com/NonstandardAnalysis.html
[16] Insall, Matt. "Principio de transferencia". De MathWorld - Un recurso web de Wolfram, creado por Eric W. Weisstein. http://mathworld.wolfram.com/TransferPrinciple.html
[17] Smarandache, Florentin (2017). Aplicaciones de conjuntos neutrosóficos en identificación de imágenes, diagnóstico médico, reconocimiento de huellas dactilares y rostros y superposición/subexposición/desplazamiento neutrosóficos. COMSATS Instituto de Tecnología de la Información, Abbottabad, Pakistán, 26 de diciembre de 2017.
[18] Smarandache, Florentin (2016). Desplazamientos neutrosóficos con valores de intervalo, subdesplazamientos neutrosóficos y desplazamientos neutrosóficos. Revista internacional de investigaciones científicas e ingeniería 5(54), 1-4.
[19] Smarandache, Florentin (2016). Operadores en desbordamientos neutrosóficos univaluados, desbordamientos neutrosóficos y desfases neutrosóficos. Journal of Mathematics and lnformatics 5, 63-67.
[20] Smarandache, Florentin (2018). Acerca de la lógica neutrosófica no estándar (respuestas a la nota de Imamura) Sobre la definición de la lógica neutrosófica), 16 p., Universidad de Cornell, Nueva York, EE. UU. {Enviado el 24 de noviembre de 2018 (versión 1), última revisión el 13 de febrero de 2019 (versión 2)}. Resumen: https://arxiv.org/abs/1812.02534v2 . Artículo completo: https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1812/1812.02534.pdf . Sitio web de la UNM: https://fs.unm.edu/neut/AboutNonstandardNeutrosophicLogic.pdf
[21] Imamura, Takuma (2022). Sobre la definición de lógica neutrosófica. Revista de la Sociedad Japonesa de Teoría Difusa e Informática Inteligente 34(3):669–672. https://www.jstage.jst.go.jp/article/jsoft/34/3/34_669/_article/-char/ja/
[22] Imamura, Takuma (2022). Correos electrónicos al autor, agosto de 2022.
[23] Smarandache, Florentin (2019). Lógica neutrosófica no estándar extendida, conjunto y probabilidad basada en análisis no estándar extendido. Symmetry 2019, 11, 515. DOI: 10.3390/sym11040515. También en arXiv:1903.04558, Cornell University, https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/l 903/1903.04558.pdf
[24] Smarandache, Florentin (2019). Avances de las teorías neutrosóficas estándar y no estándar. Pons, Bruselas, Bélgica, 307 p. Repositorio digital de la UNM: https://digitalrepository.unm.edu/math_fsp/190/
[25] Smarandache, Florentin (1998 - 2007). Un campo unificador en lógica: lógica neutrosófica . Neutrosofía , conjunto neutrosófico , probabilidad y estadística neutrosóficas . 6.ª edición. InfoLearnQuest , EE. UU. Repositorio digital de la UNM: https://digitalrepository.unm.edu/math_fsp/163/
[26] Smarandache, F., El conjunto neutrosófico es una generalización del conjunto difuso intuicionista, el conjunto difuso intuicionista inconsistente (conjunto difuso de imagen, conjunto difuso ternario), el conjunto difuso pitagórico (conjunto difuso intuicionista de Atanassov de segundo tipo), el conjunto difuso de ortopares de q peldaños , el conjunto difuso esférico y el conjunto difuso hiperesférico n, mientras que la neutrosofificación es una generalización de la teoría del arrepentimiento, la teoría del sistema gris y la decisión de tres vías (revisitada), Journal of New Theory 29 (2019) 01-35; arXiv , Cornell University, Nueva York, NY, EE. UU., págs. 1-50, 17-29 de noviembre de 2019, https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1911/1911.07333.pdf; Universidad de Nuevo México, Albuquerque, EE.UU., Repositorio digital, págs. 1-50, https://digitalrepository.unm.edu/math_fsp/21.
[27] Robinson, Abraham (1996) [1966], Análisis no estándar. Princeton Landmarks in Mathematics. 2.ª edición, Princeton University Press, EE. UU.
[28] Robinson, Abraham (1963). Introducción a la teoría de modelos y a la metamatemática del álgebra. Ámsterdam: Holanda Septentrional.
[29] Hájek, Petr (1998), Metamatemáticas de la lógica difusa. Dordrecht: Kluwer. ISBN 0-7923-5238-6 .

Recibido: 12 de octubre de 2024. Aceptada: 8 de noviembre de 2024