Neutrosophic Computing and Machine Learning {Número especial: “Neutrosofía aplicada a los dilemas bioéticos: una mirada transdisciplinaria desde la medicina, el derecho y la educación”}, Vol. 38, 2025

University of New Mexico

Operadores para sobreconjuntos, subconjuntos negativos y conjuntos fuera de rango en lógica neutrosófica (y para todo tipo de difusos y extensiones difusas) de valor único.

Operators for oversets, undersets and offsets (and for all types of fuzzy and fuzzy extensions sets) in single-valued neutrosophic logic.

Florentin Smarandache[1]

[1] Universidad de Nuevo México, Departamento de Matemáticas y Ciencias, 705 Gurley Ave., Gallup, NM 87301, EE.UU. smarand@unm.edu

Resumen. Definimos por primera vez los conceptos de *SobreConjunto, SubConjuntoNegativo y ConjuntosFueraDeRango neutrosófico*, así como sus respectivas lógicas, en 1995, y los publicamos en 2007. Durante el período 1995–2016 los presentamos en diversas conferencias y seminarios nacionales e internacionales. Estas nuevas nociones son totalmente diferentes de otros conjuntos/lógicas/probabilidades existentes.
Extendimos el conjunto neutrosófico, respectivamente, a:

- SobreConjuntos Neutrosófico (*Overset*): cuando algún componente neutrosófico es > 1;
- SubConjuntosNegativos Neutrosófico (*Underset*): cuando algún componente neutrosófico es < 0;
- ConjuntosFueraDeRango (*Offset*): cuando algunos componentes neutrosóficos están fuera del intervalo [0, 1], es decir, uno > 1 y otro < 0.

Esto no sorprende, ya que el mundo real ofrece numerosos ejemplos y aplicaciones de componentes neutrosóficos sobre/sub/fuera de rango.

Palabras clave: SobreConjuntos, SubConjuntosNegativos y ConjuntosFueraDeRango, lógica sobre/sub/fuera de rango neutrosófica, probabilidad sobre/sub/fuera de rango neutrosófica, sobrepertenencia, subpertenencia, pertenencia fuera de rango.

Abstract. We defined for the first time the concepts of Neutrosophic Overset, Neutrosophic Underset, and Neutrosophic Offset, along with their corresponding logics, in 1995, and published them in 2007. Between 1995 and 2016, we presented these notions at various national and international conferences and seminars. These new constructs are fundamentally different from other existing sets, logics, or probabilities.

We extended the neutrosophic set as follows:

- to a Neutrosophic Overset, when some neutrosophic component is greater than 1;
- to a Neutrosophic Underset, when some neutrosophic component is less than 0;
- to a Neutrosophic Offset, when some components are outside the [0, 1] interval, i.e., one component > 1 and another < 0.

This is not surprising, as the real world provides numerous examples and applications of over-, under-, and off-neutrosophic components.

Keywords: neutrosophic overset, neutrosophic underset, neutrosophic offset,neutrosophic over logic, neutrosophic under logic, neutrosophic off logic,neutrosophic over probability, neutrosophic under probability, neutrosophic off probability,over membership,under membership, off membership.

Clasificación AMS (2010): 03E72, 94D05

1. Introducción

En las teorías clásicas de conjuntos y lógica, en los conjuntos y lógica difusos, y en los conjuntos y lógica difusos intuicionistas, el grado de pertenencia y el de no-pertenencia deben estar contenidos en el intervalo [0, 1]. Lo mismo aplica en la probabilidad clásica e imprecisa: la probabilidad de un evento debe estar en [0, 1].

Sin embargo, hemos observado y presentado en múltiples conferencias y seminarios alrededor del mundo (ver [12]–[33]) y publicado (ver [1]–[8]) que en el mundo real existen muchos casos en los que el grado de pertenencia es mayor que 1. Llamamos *SobreConjunto* (*Overset*) al conjunto cuyos elementos tienen pertenencia > 1.

Incluso, observamos elementos cuya pertenencia es menor que 0, denominando ese conjunto como *SubConjuntoNegativo* (*Underset*).

En general, un conjunto que tiene elementos con pertenencia > 1 y otros con pertenencia < 0 se llama *ConjuntoFueraDeRango* (*Offset*), es decir, tienen pertenencias fuera del intervalo [0, 1].

2. Ejemplo de sobrepertenencia y subpertenencia

En una empresa, un empleado a tiempo completo trabaja 40 horas semanales. Consideremos la última semana:

Helen trabajó medio tiempo, solo 30 horas; estuvo ausente sin paga las otras 10. Su grado de pertenencia fue 30/40 = 0.75.

John trabajó 40 horas. Su grado de pertenencia fue 40/40 = 1.

George hizo 5 horas extras: (40+5)/40 = 1.125 (>1). Necesitamos distinguir a quienes hacen horas extra.

Jane estuvo ausente toda la semana: 0/40 = 0.

Richard fue contratado a tiempo completo, pero no trabajó nada, y además causó un incendio que provocó daños equivalentes a 20 horas de salario. Su pertenencia fue -20/40 = -0.50 (<0).

Esto muestra que los grados de pertenencia >1 y <0 existen en la realidad y deben considerarse.

De forma análoga, la lógica, medida, probabilidad y estadística neutrosóficas se extendieron a las versiones sobre/sub/fueraDeRango (Smarandache, 2007).

.

3. Definición de SobreConjunto neutrosófico de valor único

Sea *U* un universo de discurso y el conjunto neutrosófico $A_1 \subset U$.

Sean *T(x)*, *I(x)* y *F(x)* las funciones que describen los grados de pertenencia, pertenencia indeterminada y no pertenencia, respectivamente, de un elemento genérico $x \in U$, con respecto al conjunto neutrosófico A_1:

$T(x), I(x), F(x) : U \rightarrow [0, \Omega]$

donde $0 < 1 < \Omega$, y Ω se denomina *límite superior*.

Un SobreConjunto neutrosófico de valor único A_1 se define como:

$A_1 = \{(x, <T(x), I(x), F(x)>), x \in U\}$

tal que existe al menos un elemento en A1 que tiene al menos un componente neutrosófico mayor que 1, y ningún elemento tiene componentes neutrosóficos menores que 0.

Por ejemplo:

$A_1 = \{(x_1, <1.3, 0.5, 0.1>), (x_2, <0.2, 1.1, 0.2>)\}$, ya que $T(x_1) = 1.3 > 1$,
$I(x_2) = 1.1 > 1$, y ningún componente neutrosófico es < 0.

4. Definición de SubConjuntoNegativo neutrosófico de valor único

Sea *U* un universo de discurso y el conjunto neutrosófico $A_2 \subset U$.

Sean *T(x)*, *I(x)* y *F(x)* las funciones que describen los grados de pertenencia, pertenencia indeterminada y no pertenencia, respectivamente, de un elemento genérico $x \in U$, con respecto al conjunto neutrosófico A_2:

$T(x), I(x), F(x) : U \rightarrow [\Psi, 1]$

donde $\Psi < 0 < 1$, y Ψ se denomina *límite inferior*.

Un SubConjuntoNegativo de valor único A_2 se define como:

$A_2 = \{(x, <T(x), I(x), F(x)>), x \in U\}$,

tal que existe al menos un elemento en A_2 que tiene al menos un componente neutrosófico menor que 0, y ningún elemento tiene componentes neutrosóficos mayores que 1.

Por ejemplo:

$A_2 = \{(x_1, <-0.4, 0.5, 0.3>), (x_2, <0.2, 0.5, -0.2>)\}$, ya que $T(x_1) = -0.4 < 0$, $F(x_2) = -0.2 < 0$, y ningún componente neutrosófico es > 1.

5. Definición de ConjuntoFueraDeRango neutrosófico de valor único

Sea U un universo de discurso y el conjunto neutrosófico $A_3 \subset U$.

Sean $T(x)$, $I(x)$ y $F(x)$ las funciones que describen los grados de pertenencia, pertenencia indeterminada y no pertenencia, respectivamente, de un elemento genérico $x \in U$, con respecto al conjunto A_3:

$T(x), I(x), F(x) : U \rightarrow [\Psi, \Omega]$

donde $\Psi < 0 < 1 < \Omega$, y Ψ se denomina *límite inferior*, mientras que Ω se denomina *límite superior*.

Un conjunto fuera de rango neutrosófico de valor único A_3 se define como:

$A_3 = \{(x, <T(x), I(x), F(x)>), x \in U\}$,

tal que existen algunos elementos en A_3 que tienen al menos un componente neutrosófico mayor que 1, y al menos otro componente neutrosófico menor que 0.

Por ejemplo:

$A_3 = \{(x_1, <1.2, 0.4, 0.1>), (x_2, <0.2, 0.3, -0.7>)\}$, ya que $T(x_1) = 1.2 > 1$ y $F(x_2) = -0.7 < 0$.

También:

$B_3 = \{(a, <0.3, -0.1, 1.1>)\}$, ya que $I(a) = -0.1 < 0$ y $F(a) = 1.1 > 1$.

6. Operadores para SobreConjunto/SubConjuntoNegativo/ConjuntoFueraDeRango neutrosóficos

Sea U un universo de discurso y sean:

$A = \{(x, <TA(x), IA(x), FA(x)>), x \in U\}$ y $B = \{(x, <TB(x), IB(x), FB(x)>), x \in U\}$

dos SobreConjunto/SubconjuntoNegativo/ConjuntoFueraDeRango de valor único.

$TA(x), IA(x), FA(x), TB(x), IB(x), FB(x): U \rightarrow [\Psi, \Omega]$

donde $\Psi \leq 0 < 1 \leq \Omega$, y Ψ se llama *límite inferior*, mientras que Ω se llama *límite superior*.

Utilizamos el signo de desigualdad $\leq$ en lugar de $<$ en ambos extremos anteriores, con el fin de abarcar los tres casos:

- *Sobreconjunto* {cuando $\Psi = 0$ y $1 < \Omega$},
- *Subconjunto* negativo {cuando $\Psi < 0$ y $1 = \Omega$}, y
- *Conjunto fuera de rango* {cuando $\Psi < 0$ y $1 < \Omega$}.

6.1 Unión de SobreConjunto/SubconjuntoNegativo/ConjuntoFueraDeRango Neutrosóficos

Entonces: $A \cup B = \{(x, <\max\{TA(x), TB(x)\}, \min\{IA(x), IB(x)\}, \min\{FA(x), FB(x)\}>), x \in U\}$.

6.2 Intersección de SobreConjunto/SubconjuntoNegativo/ConjuntoFueraDeRango Neutrosóficos

Entonces: $A \cap B = \{(x, <\min\{TA(x), TB(x)\}, \max\{IA(x), IB(x)\}, \max\{FA(x), FB(x)\}>), x \in U\}$.

6.3 Complemento de un SobreConjunto/SubconjuntoNegativo/ConjuntoFueraDeRango Neutrosófico

El complemento del conjunto neutrosófico A es: $C(A) = \{(x, <FA(x), \Psi + \Omega - IA(x), TA(x)>), x \in U\}$.

Conclusión

Los grados de pertenencia mayores que 1 (*sobrepertenencia*) o menores que 0 (*subpertenencia*) forman parte de nuestro mundo real, por lo tanto, merecen ser estudiados más a fondo en el futuro. El *SobreConjunto/SubconjuntoNegativo/ConjuntoFueraDeRango neutrosófico*, junto con la Sobrelógica/SubLógica-Negativa /LógicaFueradeRango neutrosófica, y especialmente la SobreProbabilidad/SubProbabilidadNegativa/ProbabilidadFueraDeRango neutrosófica, tienen muchas aplicaciones en la tecnología, las ciencias sociales, la economía, entre otros ámbitos que los lectores podrían estar interesados en explorar.

Referencias

[1] F. Smarandache, *A Unifying Field in Logics: Neutrosophic Logic. Neutrosophy, Neutrosophic Set, Neutrosophic Probability and Statistics*, ProQuest Info & Learning, Ann Arbor, MI, USA, págs. 92-93, 2007, http://fs.gallup.unm.edu/ebook-neutrosophics6.pdf

[2] *La neutrosofía* en la página oficial de la Universidad de Nuevo México: http://fs.gallup.unm.edu/neutrosophy.htm

[3] *Neutrosophic Sets and Systems*, en el sitio web de la Universidad de Nuevo México: http://fs.gallup.unm.edu/NSS

[4] F. Smarandache, "Neutrosophic Set – A Generalization of the Intuitionistic Fuzzy Set;" Diversas versiones de este artículo se publicaron del siguiente modo:

a. en *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, volumen 24, número 3, páginas 287–297, año 2005;
b. en Proceedings of the 2006 IEEE International Conference on Granular Computing, editado por Yan-Qing Zhang y Tsau Young Lin, Georgia State University, Atlanta, EE. UU., págs. 38–42, 2006;
c. en *Journal of Defense Resources Management*, Brașov, Rumanía, N.º 1, págs. 107–116, 2010.
d. como "A Geometric Interpretation of the Neutrosophic Set – A Generalization of the Intuitionistic Fuzzy Set," en Proceedings of the 2011 IEEE International Conference on Granular Computing, editado por Tzung-Pei Hong, Yasuo Kudo, Mineichi Kudo, Tsau-Young Lin, Been-Chian Chien, Shyue-Liang Wang, Masahiro Inuiguchi y GuiLong Liu, IEEE Computer Society, National University of Kaohsiung, Taiwán, págs. 602–606, 8–10 de noviembre de 2011. Disponible en: http://fs.gallup.unm.edu/IFS-generalized.pdf

[5] F. Smarandache, " Degree of dependence and independence of the (sub) components of fuzzy set and neutrosophic set," *Neutrosophic Sets and Systems*, 11 (2016), págs 95-97.

[6] F. Smarandache, *Vietnam Veteran în Stiințe Neutrosofice*, Mingir, Suceava, Rumanía, 2016.

[7] F. Smarandache, "Neutrosophic Over set Applied in Physics," 69th Annual Gaseous Electronics Conference, Bochum, Alemania, organizado por la American Physical Society (APS), 10–14 de octubre de 2016. Resumen enviado el 12 de abril de 2016.

[8] D. P. Popescu, *Să nu ne sfiim să gândim diferit - de vorbă cu prof. univ. dr. Florentin Smarandache*, "Observatorul", Toronto, Canadá, martes, 21 de junio de 2016. Disponible en: http://www.observatorul.com/default.asp?action=articleviewdetail&ID=15698

[9] F. Smarandache, *Symbolic Neutrosophic Theory*, Europa Nova, Bruxelles, 194 págs., 2015. Disponible en: http://fs.gallup.unm.edu/SymbolicNeutrosophicTheory.pdf

[10] F. Smarandache, *Introduction to Neutrosophic Measure, Neutrosophic Integral, and NeutrosophicProbability, Sitech*, 2003. Disponible en: http://fs.gallup.unm.edu/NeutrosophicMeasureIntegralProbability.pdf

[11] F. Smarandache, *Introduction to Neutrosophic Statistics*, Sitech, Craiova, 123 págs, 2014. Disponible en: http://fs.gallup.unm.edu/NeutrosophicStatistics.pdf

Recibido el 15 de marzo de 2025. Aceptado el 10 de mayo de 2025