



Grados de Pertenencia > 1 y < 0 de los Elementos con Respecto a un Conjunto Neutrosófico Fuera de Rango.

Degrees of Membership > 1 and < 0 of the Elements With Respect to a Neutrosophic OffSet.

Florentin Smarandache¹

¹ Universidad de Nuevo México, Departamento de Matemáticas y Ciencias, 705 Gurley Ave., Gallup, NM 87301, EE.UU.
smarand@unm.edu

Resumen. Hemos definido el SobreConjunto-/SubConjunto-/Conjunto Fuera de Rango y -Lógica Neutrosóficos por primera vez en 1995 y los publicamos en 2007. Durante 1995-2016 los presentamos en diversas conferencias y seminarios nacionales e internacionales ([16]-[37]) e hicimos más publicaciones entre 2007-2016 ([1]-[15]). Estas nuevas nociones son totalmente diferentes de otros conjuntos/lógicas/probabilidades existentes. Extendimos el conjunto neutrosófico, respectivamente, al SobreConjunto Neutrosófico {cuando algún componente neutrosófico es > 1 }, al SubConjunto Neutrosófico {cuando algún componente neutrosófico es < 0 }, y al Conjunto Fuera de Rango Neutrosófico {cuando algunos componentes neutrosóficos están fuera del intervalo $[0,1]$, es decir, algún componente neutrosófico > 1 y otro componente neutrosófico < 0 }. Esto no es sorprendente, ya que nuestro mundo real tiene numerosos ejemplos y aplicaciones de componentes neutrosóficos superiores/inferiores/fuera de rango.

Palabras clave: Sobreconjunto neutrosófico, subconjunto neutrosófico, conjunto neutrosófico fuera de rango, sobrelógica neutrosófica, sublógica neutrosófica, lógica neutrosófica fuera de rango, sobreprobabilidad neutrosófica, subprobabilidad neutrosófica, probabilidad neutrosófica fuera de rango, sobrepertenencia (grado de pertenencia > 1), subpertenencia (grado de pertenencia < 0), pertenencia fuera de rango (grado de pertenencia fuera del intervalo $[0,1]$).

Abstract. We have defined the Neutrosophic Over-/Under-/Off-Set and -Logic for the first time in 1995 and published in 2007. During 1995-2016 we presented them to various national and international conferences and seminars ([16]-[37]) and did more publishing during 2007-2016 ([1]-[15]). These new notions are totally different from other sets/logics/probabilities. We extended the neutrosophic set respectively to Neutrosophic Overset {when some neutrosophic component is > 1 }, to Neutrosophic Under-set {when some Neutrosophic component is < 0 }, and to Neutrosophic Offset {when some neutrosophic components are off the interval $[0, 1]$, i.e. some neutrosophic component > 1 and other neutrosophic component < 0 }. This is no surprise since our real-world has numerous examples and applications of over-/under-/off-neutrosophic components.

Keywords: Neutrosophic overset, neutrosophic underset, neutrosophic offset, neutrosophic overlogic, neutrosophic underlogic, neutrosophic offlogic, neutrosophic overprobability, neutrosophic underprobability, neutrosophic offprobability, overmembership (membership degree > 1), undermembership (membership degree < 0), offmembership (membership degree off the interval $[0, 1]$).

1. Introducción

En las teorías clásica de conjuntos y lógica, en el conjunto y lógica difusos, y en el conjunto y lógica difusos intuicionistas, el grado de pertenencia y el grado de no-pertenencia tienen que pertenecer a, o estar incluidos en, el intervalo $[0,1]$. De manera similar, en la probabilidad clásica y en la probabilidad imprecisa, la probabilidad de un evento tiene que pertenecer a, o respectivamente estar incluida en, el intervalo $[0,1]$.

Sin embargo, hemos observado y presentado en muchas conferencias y seminarios alrededor del mundo {ver [16]-[37]} y publicado {ver [1]-[15]} que en nuestro mundo real hay muchos casos en los que el grado de pertenencia es mayor que 1. Al conjunto, que tiene elementos cuya pertenencia es superior a 1, lo denominamos Sobreconjunto.



Aún peor, observamos elementos cuya pertenencia con respecto a un conjunto es inferior a 0, y lo denominamos Subconjunto. En general, a un conjunto que tiene elementos cuya pertenencia es superior a 1 y elementos cuya pertenencia es inferior a 0, lo denominamos Conjunto Fuera de Rango (es decir, hay elementos cuyas pertenencias están fuera (por encima y por debajo) del intervalo $[0,1]$).

"Neutrosófico" significa basado en tres componentes: T (pertenencia a la verdad), I (indeterminación) y F (falsedad-no-pertenencia). Y "sobre" (over) significa por encima de 1, "sub" (under) significa por debajo de 0, mientras que "fuera de rango" (offset) significa más allá/alrededor del conjunto por ambos lados del intervalo $[0,1]$, por encima y por debajo, más y menos, supra e infra, fuera de, o ajeno al conjunto. De manera similar, para "lógica fuera de rango" (offlogic), "medida fuera de rango" (offmeasure), "probabilidad fuera de rango" (offprobability), "estadística fuera de rango" (offstatistics), etc.

Es como una olla con líquido hirviendo sobre una estufa de gas: cuando el líquido se expande y se sale de la olla. La olla (el intervalo $[0,1]$) ya no puede contener todo el líquido (es decir, todos los valores neutrosóficos de verdad / indeterminación / falsedad), y por lo tanto, algunos de ellos se caen de la olla (es decir, se obtienen valores neutrosóficos de verdad / indeterminación / falsedad que son >1), o la olla se agrieta por la base y el líquido se derrama (es decir, se obtienen valores neutrosóficos de verdad / indeterminación / falsedad que son <0).

Matemáticamente, significan obtener valores fuera del intervalo $[0,1]$.

El aforismo estadounidense "pensar fuera de la caja" (*think outside the box*) tiene una resonancia perfecta con el fuera de rango neutrosófico, donde la caja es el intervalo $[0,1]$, y sin embargo se permiten valores fuera de este intervalo.

2. Ejemplo de Sobre pertenencia y Sub pertenencia

En una empresa determinada, un empleado a tiempo completo trabaja 40 horas a la semana. Consideremos el período de la semana pasada. Helen trabajó a tiempo parcial, solo 30 horas, y las otras 10 horas estuvo ausente sin remuneración; por lo tanto, su grado de pertenencia fue $30/40 = 0.75 < 1$.

John trabajó a tiempo completo, 40 horas, por lo que tuvo un grado de pertenencia de $40/40 = 1$ con respecto a esta empresa.

Pero George trabajó 5 horas extras, por lo que su grado de pertenencia fue $(40+5)/40 = 45/40 = 1.125 > 1$. Por lo tanto, necesitamos hacer una distinción entre los empleados que trabajan horas extras y aquellos que trabajan a tiempo completo o a tiempo parcial. Es por eso que necesitamos asociar un grado de pertenencia estrictamente mayor que 1 a los trabajadores con horas extras.

Ahora, otra empleada, Jane, estuvo ausente sin paga durante toda la semana, por lo que su grado de pertenencia fue $0/40 = 0$.

Sin embargo, Richard, quien también fue contratado a tiempo completo, no solo no acudió a trabajar la semana pasada en absoluto (0 horas trabajadas), sino que produjo, al iniciar accidentalmente un incendio devastador, mucho daño a la empresa, que se estimó en un valor equivalente a la mitad de su salario (es decir, como si hubiera trabajado 20 horas esa semana). Por lo tanto, su grado de pertenencia debe ser menor que el de Jane (ya que Jane no produjo ningún daño). De ahí que el grado de pertenencia de Richard, con respecto a esta empresa, fuera $-20/40 = -0.50 < 0$.

En consecuencia, necesitamos hacer una distinción entre los empleados que producen daños y aquellos que producen ganancias, o no producen ni daños ni ganancias a la empresa.

Por lo tanto, los grados de pertenencia >1 y <0 son reales en nuestro mundo, así que debemos tenerlos en consideración.

Entonces, de manera similar, la Lógica/Medida/Probabilidad/Estadística Neutrosófica etc. se extendieron, respectivamente, a la Sobre-/Sub-/Fuera de Rango-Lógica, -Medida, -Probabilidad, -Estadística Neutrosófica etc. [Smarandache, 2007].

2.1 Otro Ejemplo de Pertenencia Superior a 1 y Pertenencia Inferior a 0

Consideremos una agencia de espionaje $S = \{S_1, S_2, \dots, S_{1000}\}$ del país Atara contra su país enemigo Batara. A cada agente S_j , $j \in \{1, 2, \dots, 1000\}$, se le exigió la semana pasada que realizara 5 misiones, lo que representa la contribución/pertenencia a tiempo completo.

La semana pasada, el agente S_{27} completó con éxito sus 5 misiones, por lo que su pertenencia fue $T(A_{27}) = 5/5 = 1 = 100\%$ (pertenencia a tiempo completo).

El agente S_{32} completó solo 3 misiones, por lo que su pertenencia es $T(S_{32}) = 3/5 = 0.6 = 60\%$ (pertenencia a tiempo parcial).

El agente S_{41} estuvo ausente, sin paga, debido a sus problemas de salud;

El agente S_{53} completó con éxito sus 5 misiones requeridas, más una misión extra de otro agente que estuvo ausente por enfermedad, por lo tanto $T(S_{53}) = (5+1)/5 = 6/5 = 1.2 > 1$ (por lo tanto, tiene una pertenencia superior



a 1, denominada sobrepertenencia).

Sin embargo, el agente S_{75} es un agente doble, y filtra información altamente confidencial sobre el país Atara al país enemigo Batara, mientras que simultáneamente proporciona información engañosa al país Atara sobre el país enemigo Batara. Por lo tanto, S_{75} es un agente negativo con respecto a su país Atara, ya que causa daño a Atara, se estimó que intencionalmente hizo mal sus 5 misiones, además de comprometer una misión de otro agente del país Atara, por lo que su pertenencia $T(S_{75}) = -(5+1)/5 = -6/5 = -1.2 < 0$ (por lo tanto, tiene una pertenencia inferior a 0, denominada subpertenencia).

3. Definiciones y el trabajo principal

3.1 Definición de Sobreconjunto Neutrosófico de Valor Único

Sea U un universo del discurso y $A_1 \subseteq U$ un conjunto neutrosófico. Sean $T(x)$, $I(x)$, $F(x)$ las funciones que describen los grados de pertenencia, pertenencia-indeterminada y no-pertenencia, respectivamente, de un elemento genérico $x \in U$, con respecto al conjunto neutrosófico A_1 :

$$T(x), I(x), F(x) : U \rightarrow [0, \Omega]$$

donde $0 < 1 < \Omega$, y Ω se denomina límite superior (*overlimit*).

$$T(x), I(x), F(x) \in [0, \Omega].$$

Un Sobreconjunto Neutrosófico de Valor Único A_1 se define como:

$$A_1 = \{(x, \langle T(x), I(x), F(x) \rangle), x \in U\},$$

tal que existe al menos un elemento en A_1 que tiene al menos un componente neutrosófico que es >1 , y ningún elemento tiene componentes neutrosóficos que son <0 .

Por ejemplo: $A_1 = \{(x_1, \langle 1.3, 0.5, 0.1 \rangle), (x_2, \langle 0.2, 1.1, 0.2 \rangle)\}$, ya que $T(x_1) = 1.3 > 1$, $I(x_2) = 1.1 > 1$, y ningún componente neutrosófico es <0 .

También $O_2 = \{(a, \langle 0.3, -0.1, 1.1 \rangle)\}$, ya que $I(a) = -0.1 < 0$ y $F(a) = 1.1 > 1$.

3.2 Definición de Subconjunto Neutrosófico de Valor Único

Sea U un universo del discurso y $A_2 \subseteq U$ un conjunto neutrosófico. Sean $T(x)$, $I(x)$, $F(x)$ las funciones que describen los grados de pertenencia, pertenencia-indeterminada y no-pertenencia, respectivamente, de un elemento genérico $x \in U$, con respecto al conjunto neutrosófico A_2 :

$$T(x), I(x), F(x) : U \rightarrow [\Psi, 1]$$

donde $\Psi < 0 < 1$, y Ψ se denomina límite inferior (*underlimit*).

$$T(x), I(x), F(x) \in [\Psi, 1].$$

Un Subconjunto Neutrosófico de Valor Único A_2 se define como:

$$A_2 = \{(x, \langle T(x), I(x), F(x) \rangle), x \in U\},$$

tal que existe al menos un elemento en A_2 que tiene al menos un componente neutrosófico que es <0 , y ningún elemento tiene componentes neutrosóficos que son >1 .

Por ejemplo: $A_2 = \{(x_1, \langle -0.4, 0.5, 0.3 \rangle), (x_2, \langle 0.2, 0.5, -0.2 \rangle)\}$, ya que $T(x_1) = -0.4 < 0$, $F(x_2) = -0.2 < 0$, y ningún componente neutrosófico es >1 .

3.3 Definición de Conjunto Neutrosófico Fuera de Rango de Valor Único

Sea U un universo del discurso y $A_3 \subseteq U$ un conjunto neutrosófico. Sean $T(x)$, $I(x)$, $F(x)$ las funciones que describen los grados de pertenencia, pertenencia-indeterminada y no-pertenencia, respectivamente, de un elemento genérico $x \in U$, con respecto al conjunto A_3 :

$$T(x), I(x), F(x) : U \rightarrow [\Psi, \Omega]$$

donde $\Psi < 0 < 1 < \Omega$, y Ψ se denomina límite inferior (*underlimit*), mientras que Ω se denomina límite superior (*overlimit*).

$$T(x), I(x), F(x) \in [\Psi, \Omega].$$

Un Conjunto Neutrosófico Fuera de Rango de Valor Único A_3 se define como:

$$A_3 = \{(x, \langle T(x), I(x), F(x) \rangle), x \in U\},$$

tal que existen algunos elementos en A_3 que tienen al menos un componente neutrosófico que es >1 , y al menos otro componente neutrosófico que es <0 .

Por ejemplo: $A_3 = \{(x_1, \langle 1.2, 0.4, 0.1 \rangle), (x_2, \langle 0.2, 0.3, -0.7 \rangle)\}$, ya que $T(x_1) = 1.2 > 1$ y $F(x_2) = -0.7 < 0$.

También $B_3 = \{(a, \langle 0.3, -0.1, 1.1 \rangle)\}$, ya que $I(a) = -0.1 < 0$ y $F(a) = 1.1 > 1$.

4. Operadores de Sobreconjuntos / Subconjuntos / Conjuntos Fuera de Rango Neutrosóficos de Valor Único

Sea U un universo del discurso y $A = \{(x, \langle T_A(x), I_A(x), F_A(x) \rangle), x \in U\}$ y $B = \{(x, \langle T_B(x), I_B(x), F_B(x) \rangle), x \in U\}$ dos sobreconjuntos / subconjuntos / conjuntos fuera de rango neutrosóficos de valor único.

$$T_A(x), I_A(x), F_A(x), T_B(x), I_B(x), F_B(x) : U \rightarrow [\Psi, \Omega]$$

donde $\Psi \leq 0 < 1 \leq \Omega$, y Ψ se denomina límite inferior (*underlimit*), mientras que Ω se denomina límite superior (*overlimit*).

$$T_A(x), I_A(x), F_A(x), T_B(x), I_B(x), F_B(x) \in [\Psi, \Omega].$$

Tomamos el signo de desigualdad $\leq$ en ambos extremos superiores, para comprender los tres casos: sobreconjunto (cuando $\Psi = 0$, y $1 < \Omega$), subconjunto (cuando $\Psi < 0$, y $1 = \Omega$), y fuera de rango (cuando $\Psi < 0$, y $1 < \Omega$).

4.1 Unión de Sobreconjuntos / Subconjuntos / Conjuntos Fuera de Rango Neutrosóficos de Valor Único

$$\text{Entonces } A \cup B = \{(x, \langle \max\{T_A(x), T_B(x)\}, \min\{I_A(x), I_B(x)\}, \min\{F_A(x), F_B(x)\} \rangle), x \in U\}$$

4.2 Intersección de Sobreconjuntos / Subconjuntos / Conjuntos Fuera de Rango Neutrosóficos de Valor Único

$$\text{Entonces } A \cap B = \{(x, \langle \min\{T_A(x), T_B(x)\}, \max\{I_A(x), I_B(x)\}, \max\{F_A(x), F_B(x)\} \rangle), x \in U\}$$

4.3 Complemento de Sobreconjunto / Subconjunto / Conjunto Fuera de Rango Neutrosófico de Valor Único

El complemento del conjunto neutrosófico A es

$$C(A) = \{(x, \langle F_A(x), \Psi + \Omega - I_A(x), T_A(x) \rangle), x \in U\}.$$

5. Definición de Sobreconjunto Neutrosófico de Valor de Intervalo

Sea U un universo del discurso y $A_1 \subseteq U$ un conjunto neutrosófico. Sean $T(x)$, $I(x)$, $F(x)$ las funciones que describen los grados de pertenencia, pertenencia-indeterminada y no-pertenencia, respectivamente, de un elemento genérico $x \in U$, con respecto al conjunto neutrosófico A_1 :

$$T(x), I(x), F(x) : U \rightarrow P([0, \Omega]),$$

donde $0 < 1 < \Omega$, y Ω se denomina límite superior (*overlimit*).

$$T(x), I(x), F(x) \subseteq [0, \Omega], \text{ y } P([0, \Omega]) \text{ es el conjunto de todos los subconjuntos de } [0, \Omega].$$

Un Sobreconjunto Neutrosófico de Valor de Intervalo A_1 se define como:

$$A_1 = \{(x, \langle T(x), I(x), F(x) \rangle), x \in U\},$$

tal que existe al menos un elemento en A_1 que tiene al menos un componente neutrosófico parcial o totalmente superior a 1, y ningún elemento tiene componentes neutrosóficos que son parcial o totalmente inferiores a 0.

Por ejemplo: $A_1 = \{(x_1, \langle 1, 1.4, 0.1, 0.2 \rangle), (x_2, \langle 0.2, [0.9, 1.1], 0.2 \rangle)\}$, ya que $T(x_1) = (1, 1.4]$ es totalmente superior a 1, $I(x_2) = [0.9, 1.1]$ es parcialmente superior a 1, y ningún componente neutrosófico es parcial o totalmente inferior a 0.

6. Definición de Subconjunto Neutrosófico de Valor de Intervalo

Sea U un universo del discurso y $A_2 \subseteq U$ un conjunto neutrosófico. Sean $T(x)$, $I(x)$, $F(x)$ las funciones que describen los grados de pertenencia, pertenencia-indeterminada y no-pertenencia, respectivamente, de un elemento genérico $x \in U$, con respecto al conjunto neutrosófico A_2 :

$$T(x), I(x), F(x) : U \rightarrow P([\Psi, 1]).$$

donde $\Psi < 0 < 1$, y Ψ se denomina límite inferior (*underlimit*).

$$T(x), I(x), F(x) \subseteq [\Psi, 1], \text{ y } P([\Psi, 1]) \text{ es el conjunto de todos los subconjuntos de } [\Psi, 1].$$

Un Subconjunto Neutrosófico de Valor de Intervalo A_2 se define como:

$$A_2 = \{(x, \langle T(x), I(x), F(x) \rangle), x \in U\},$$

tal que existe al menos un elemento en A_2 que tiene al menos un componente neutrosófico parcial o totalmente inferior a 0, y ningún elemento tiene componentes neutrosóficos que son parcial o totalmente superiores a 1.

Por ejemplo: $A_2 = \{(x_1, \langle -0.5, -0.4, 0.6, 0.3 \rangle), (x_2, \langle 0.2, 0.5, [-0.2, 0.2] \rangle)\}$, ya que $T(x_1) = (-0.5, -0.4]$ es totalmente inferior a 0, $F(x_2) = [-0.2, 0.2]$ es parcialmente inferior a 0, y ningún componente neutrosófico es parcial o totalmente superior a 1.

7. Definición de Conjunto Neutrosófico Fuera de Rango de Valor de Intervalo

Sea U un universo del discurso y $A_3 \subseteq U$.

Sean $T(x)$, $I(x)$, $F(x)$ las funciones que describen los grados de pertenencia, pertenencia-indeterminada y no-pertenencia, respectivamente, de un elemento genérico $x \in U$, con respecto al conjunto A_3 :

$$T(x), I(x), F(x) : U \rightarrow P([\Psi, \Omega]),$$

donde $\Psi < 0 < 1 < \Omega$, y Ψ se denomina límite inferior (*underlimit*), mientras que Ω se denomina límite superior (*overlimit*).

$T(x)$, $I(x)$, $F(x) \subseteq [\Psi, \Omega]$, y $P([\Psi, \Omega])$ es el conjunto de todos los subconjuntos de $[\Psi, \Omega]$.

Un Conjunto Neutrosófico Fuera de Rango de Valor de Intervalo A_3 se define como:

$$A_3 = \{(x, \langle T(x), I(x), F(x) \rangle), x \in U\},$$

tal que existen algunos elementos en A_3 que tienen al menos un componente neutrosófico parcial o totalmente superior a 1, y al menos otro componente neutrosófico que es parcial o totalmente inferior a 0.

Por ejemplo: $A_3 = \{(x_1, \langle 1.1, 1.2, 0.4, 0.1 \rangle), (x_2, \langle 0.2, 0.3, -0.7, -0.3 \rangle)\}$, ya que $T(x_1) = [1.1, 1.2]$ es totalmente superior a 1, y $F(x_2) = [-0.7, -0.3]$ es totalmente inferior a 0.

También $B_3 = \{(a, \langle 0.3, [-0.1, 0.1], [1.05, 1.10] \rangle)\}$, ya que $I(a) = [-0.1, 0.1]$ es parcialmente inferior a 0, y $F(a) = [1.05, 1.10]$ es totalmente superior a 1.

8. Operadores de Sobreconjunto / Subconjunto / Conjunto Fuera de Rango Neutrosóficos de Valor de Intervalo

Sean U un universo del discurso

$$A = \{(x, \langle T_A(x), I_A(x), F_A(x) \rangle), x \in U\} \text{ and } B = \{(x, \langle T_B(x), I_B(x), F_B(x) \rangle), x \in U\}$$

dos sobreconjuntos / subconjuntos / conjuntos fuera de rango neutrosóficos de valor de intervalo.

$$T_A(x), I_A(x), F_A(x), T_B(x), I_B(x), F_B(x) : U \rightarrow P([\Psi, \Omega]),$$

donde $P([\Psi, \Omega])$ significa el conjunto de todos los subconjuntos de $[\Psi, \Omega]$, y $T_A(x)$, $I_A(x)$, $F_A(x)$, $T_B(x)$, $I_B(x)$, $F_B(x) \subseteq [\Psi, \Omega]$, con $\Psi \leq 0 < 1 \leq \Omega$, y Ψ se denomina límite inferior (*underlimit*), mientras que Ω se denomina límite superior (*overlimit*).

Tomamos el signo de desigualdad $\leq$ en lugar de $<$ en ambos extremos superiores, para comprender los tres casos:

- *sobreconjunto* {cuando $\Psi=0$, y $1 < \Omega$ },
- *subconjunto* {cuando $\Psi < 0$, y $1 = \Omega$ },
- *y fuera de rango* {cuando $\Psi < 0$, y $1 < \Omega$ }.

8.1 Unión de Sobreconjunto / Subconjunto / Conjunto Fuera de Rango Neutrosóficos de Valor de Intervalo

Entonces

$$A \cup B =$$

$$\{(x, \langle [\max\{\inf(T_A(x)), \inf(T_B(x))\}, \max\{\sup(T_A(x)), \sup(T_B(x))\}], \\ [\min\{\inf(I_A(x)), \inf(I_B(x))\}, \min\{\sup(I_A(x)), \sup(I_B(x))\}], \\ [\min\{\inf(F_A(x)), \inf(F_B(x))\}, \min\{\sup(F_A(x)), \sup(F_B(x))\}] \rangle), x \in U\}.$$

8.2 Intersección de Sobreconjunto / Subconjunto / Conjunto Fuera de Rango Neutrosóficos de Valor de Intervalo

Entonces

$$A \cap B =$$

$$\{(x, \langle [\min\{\inf(T_A(x)), \inf(T_B(x))\}, \min\{\sup(T_A(x)), \sup(T_B(x))\}], \\ [\max\{\inf(I_A(x)), \inf(I_B(x))\}, \max\{\sup(I_A(x)), \sup(I_B(x))\}], \\ [\max\{\inf(F_A(x)), \inf(F_B(x))\}, \max\{\sup(F_A(x)), \sup(F_B(x))\}] \rangle), x \in U\}$$

8.3 Complemento de Sobreconjunto / Subconjunto / Conjunto Fuera de Rango Neutrosóficos de Valor de Intervalo

El complemento del conjunto neutrosófico A es

$$C(A) = \{(x, \langle F_A(x), [\Psi + \Omega - \sup\{I_A(x)\}, \Psi + \Omega - \inf\{I_A(x)\}], T_A(x) \rangle), x \in U\}.$$

9. Conclusión

Los grados de pertenencia superiores a 1 (sobrepertenencia), o inferiores a 0 (subpertenencia), forman parte de nuestro mundo real, por lo que merecen un estudio más profundo en el futuro. El sobreconjunto neutrosófico / subconjunto neutrosófico / conjunto neutrosófico fuera de rango, junto con la sobrelógica neutrosófica / sublógica neutrosófica / lógica neutrosófica fuera de rango, y especialmente la sobreprobabilidad neutrosófica / subprobabilidad neutrosófica / y probabilidad neutrosófica fuera de rango, tienen muchas aplicaciones en tecnología, ciencias sociales, economía, y otros ámbitos que los lectores podrían estar interesados en explorar. Después de diseñar los operadores neutrosóficos para el sobreconjunto/subconjunto/conjunto fuera de rango neutrosófico de valor único, los extendimos a operadores de sobreconjunto/subconjunto/conjunto fuera de rango neutrosófico de valor de intervalo. También presentamos otro ejemplo de pertenencia superior a 1 y pertenencia inferior a 0. Por supuesto, en muchos problemas del mundo real se pueden utilizar la unión neutrosófica, la intersección neutrosófica y el complemento neutrosófico para el sobreconjunto/subconjunto/conjunto fuera de rango neutrosófico de valor de intervalo. La investigación futura se centrará en las aplicaciones prácticas.

Referencias

- [1] Florentin Smarandache, *A Unifying Field in Logics: Neutrosophic Logic. Neutrosophy, Neutrosophic Set, Neutrosophic Probability and Statistics*, ProQuest Info & Learning, Ann Arbor, MI, EE. UU., pp. 92-93, 2007, <http://fs.gallup.unm.edu/ebook-neutrosophics6.pdf>; primera edición revisada en Zentralblatt für Mathematik (Berlín, Alemania): <https://zbmath.org/?q=an:01273000>
- [2] *Neutrosophia* en el sitio web de la Universidad de Nuevo México: <http://fs.gallup.unm.edu/neutrosophy.htm>
- [3] *Neutrosophic Sets and Systems*, revista internacional, en el sitio web de UNM: <http://fs.gallup.unm.edu/NSS>; y <http://fs.gallup.unm.edu/NSS/NSSNeutrosophicArticles.htm>
- [4] Florentin Smarandache, "Neutrosophic Set – A Generalization of the Intuitionistic Fuzzy Set"; varias versiones de este artículo fueron publicadas como sigue: en *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, Vol. 24, No. 3, 287-297, 2005; en *Proceedings of 2006 IEEE International Conference on Granular Computing*, editado por Yan-Qing Zhang y Tsau Young Lin, Georgia State University, Atlanta, EE. UU., pp. 38-42, 2006; en *Journal of Defense Resources Management*, Brasov, Rumania, No. 1, 107-116, 2010. como *A Geometric Interpretation of the Neutrosophic Set – A Generalization of the Intuitionistic Fuzzy Set*, en *Proceedings of the 2011 IEEE International Conference on Granular Computing*, editado por Tzung-Pei Hong, Yasuo Kudo, Mineichi Kudo, Tsau-Young Lin, Been-Chian Chien, Shyue-Liang Wang, Masahiro Inuiguchi, GuiLong Liu, IEEE Computer Society, National University of Kaohsiung, Taiwán, 602-606, 8-10 de noviembre de 2011; <http://fs.gallup.unm.edu/IFS-generalized.pdf>
- [5] Florentin Smarandache, "Degree of Dependence and Independence of the (Sub)Components of Fuzzy Set and Neutrosophic Set", *Neutrosophic Sets and Systems (NSS)*, Vol. 11, 95-97, 2016.
- [6] Florentin Smarandache, *Vietnam Veteran în Siiințe Neutrosifice*, diario fotográfico-videográfico instantáneo, Editura Mingir, Suceava, 2016.
- [7] Florentin Smarandache, "Neutrosophic Overset Applied in Physics", 69th Annual Gaseous Electronics Conference, Bochum, Alemania [a través de la American Physical Society (APS)], 10 de octubre de 2016 - viernes, 14 de octubre de 2016. Resumen enviado el 12 de abril de 2016.
- [8] Dumitru P. Popescu, "Să nu ne sfiim să gândim diferit - de vorbă cu prof. univ. dr. Florentin Smarandache", *Revista "Observatorul"*, Toronto, Canadá, martes, 21 de junio de 2016, <http://www.observatorul.com/default.asp?action=articleviewdetail&ID=15698>
- [9] F. Smarandache, "Interval-Valued Neutrosophic Overset, Neutrosophic Underset, and Neutrosophic Offset", International Conference on Consistency-Competence-Clarity-Vision-Innovation-Performance, Universidad de Bucarest, Universidad de Craiova - Departamento de Informática, Facultad de Ciencias, Siveco Roman, en Craiova, Rumania, 29 de octubre de 2016. <http://www.c3.icvl.eu/2016/accepted-abstract-list>
- [10] Florentin Smarandache, *Neutrosophic Overset, Neutrosophic Underset, and Neutrosophic Offset. Similarly for Neutrosophic Over/Under/Off- Logic, Probability, and Statistics*, Editions Pons, Bruselas, Bélgica, 2016; <https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1607/1607.00234.pdf> y <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01340830>
- [11] Florentin Smarandache, "Operators on Single-Valued Neutrosophic Oversets, Neutrosophic Undersets, and Neutrosophic Offsets", *Journal of Mathematics and Informatics*, Vol. 5, 63-67, 2016; <http://fs.gallup.unm.edu/SVNeutrosophicOverset-JMI.pdf>
- [12] Florentin Smarandache, "Operators on Single-Valued Neutrosophic Oversets, Neutrosophic Undersets, and Neutrosophic Offsets", *Journal of Mathematics and Informatics*, Vol. 5, 63-67, 2016; <http://fs.gallup.unm.edu/IV-Neutrosophic-Overset-Underset-Offset.pdf>
- [13] F. Smarandache, *Symbolic Neutrosophic Theory*, Europa Nova, Bruselas, 194 p., 2015; <http://fs.gallup.unm.edu/SymbolicNeutrosophicTheory.pdf>
- [14] F. Smarandache, *Introduction to Neutrosophic Measure, Neutrosophic Integral, and Neutrosophic Probability*, Sitech, Craiova, Rumania, 2003; <http://fs.gallup.unm.edu/NeutrosophicMeasureIntegralProbability.pdf>



- [15] Florentin Smarandache, *Introduction to Neutrosophic Statistics*, Sitech, Craiova, Rumania, 123 páginas, 2014, <http://fs.gallup.unm.edu/NeutrosophicStatistics.pdf>

Presentaciones del autor en seminarios y conferencias nacionales e internacionales

El autor ha presentado:

- el sobreconjunto neutrosófico, subconjunto neutrosófico, conjunto neutrosófico fuera de rango;
 - la sobrelógica neutrosófica, sublógica neutrosófica, lógica neutrosófica fuera de rango;
 - la sobremedida neutrosófica, submedida neutrosófica, medida neutrosófica fuera de rango;
 - la sobreprobabilidad neutrosófica, subprobabilidad neutrosófica, probabilidad neutrosófica fuera de rango;
 - la sobreestadística neutrosófica, subestadística neutrosófica, estadística neutrosófica fuera de rango; como sigue:
- [16] "Neutrosophic Set and Logic / Interval Neutrosophic Set and Logic / Neutrosophic Probability and Neutrosophic Statistics / Neutrosophic Precalculus and Calculus / Symbolic Neutrosophic Theory / Open Challenges of Neutrosophic Set", serie de conferencias, Universidad Nguyen Tat Thanh, Ciudad Ho Chi Minh, Vietnam, 31 de mayo - 3 de junio de 2016.
- [17] "Neutrosophic Set and Logic / Interval Neutrosophic Set and Logic / Neutrosophic Probability and Neutrosophic Statistics / Neutrosophic Precalculus and Calculus / Symbolic Neutrosophic Theory / Open Challenges of Neutrosophic Set", Universidad de Tecnología de la Ciudad Ho Chi Minh (HUTECH), Ciudad Ho Chi Minh, Vietnam, 30 de mayo de 2016.
- [18] "Neutrosophic Set and Logic / Interval Neutrosophic Set and Logic / Neutrosophic Probability and Neutrosophic Statistics / Neutrosophic Precalculus and Calculus / Symbolic Neutrosophic Theory / Open Challenges of Neutrosophic Set", Universidad Nacional de Vietnam, Instituto Vietnamita de Estudios Avanzados en Matemáticas, Hanói, Vietnam, serie de conferencias, 14 de mayo - 26 de mayo de 2016.
- [19] "Foundations of Neutrosophic Logic and Set and their Applications to Information Fusion", Universidad de Hanói, 18 de mayo de 2016.
- [20] "Neutrosophic Theory and Applications", Universidad Técnica Le Quy Don, Facultad de Tecnología de la Información, Hanói, Vietnam, 17 de mayo de 2016.
- [21] "Types of Neutrosophic Graphs and Neutrosophic Algebraic Structures together with their Applications in Technology", Universitatea Transilvania din Brasov, Facultatea de Design de Produs si Mediu, Brasov, Rumania, 6 de junio de 2015.
- [22] "Foundations of Neutrosophic Logic and Set and their Applications to Information Fusion", tutorial, por Florentin Smarandache, 17th International Conference on Information Fusion, Salamanca, España, 7 de julio de 2014.
- [23] "Foundations of Neutrosophic Set and Logic and Their Applications to Information Fusion", por F. Smarandache, Universidad de Osaka, Laboratorio Inuiguchi, Departamento de Ciencias de la Ingeniería, Osaka, Japón, 10 de enero de 2014.
- [24] "Foundations of Neutrosophic set and Logic and Their Applications to Information Fusion", por F. Smarandache, Okayama University of Science, Kroumov Laboratory, Department of Intelligence Engineering, Okayama, Japón, 17 de diciembre de 2013.
- [25] "Foundations of Neutrosophic Logic and Set and their Applications to Information Fusion", por Florentin Smarandache, Institute of Extenics Research and Innovative Methods, Guangdong University of Technology, Guangzhou, China, 2 de julio de 2012.
- [26] "Neutrosophic Logic and Set Applied to Robotics", seminario para los estudiantes de doctorado del Instituto de Sólidos Mecánicos de la Academia Rumana, Bucarest, 14 de diciembre de 2011.
- [27] "Foundations and Applications of Information Fusion to Robotics", seminario para los estudiantes de doctorado del Instituto de Sólidos Mecánicos de la Academia Rumana, Bucarest, 13 de diciembre de 2011.
- [28] "A Geometric Interpretation of the Neutrosophic Set", Universidad Jiaotong de Beijing, Beijing, China, 22 de diciembre de 2011.
- [29] "Neutrosophic Physics", Universidad Jiaotong de Beijing, Beijing, China, 22 de diciembre de 2011.
- [30] "Neutrosophic Physics", Instituto de Investigación de Ondas Electromagnéticas de Shanghai, Shanghai, China, 31 de diciembre de 2011.
- [31] "Superluminal Physics and Instantaneous Physics as New Scientific Trends", Instituto de Investigación de Ondas Electromagnéticas de Shanghai, Shanghai, China, 31 de diciembre de 2011.
- [32] "Neutrosophic Logic and Set in Information Fusion", Universidad Politécnica del Noroeste, Instituto de Control e Información, Xi'an, China, 27 de diciembre de 2011.
- [33] "An Introduction to Neutrosophic Logic and Set", Ponente Invitado y patrocinado por la University Sekolah Tinggi Informatika & Komputer Indonesia, Malang, Indonesia, 19 de mayo de 2006.
- [34] "An Introduction to Neutrosophic Logic and Set", Ponente Invitado y patrocinado por la University Kristen Satya Wacana, Salatiga, Indonesia, 24 de mayo de 2006.



- [35] "Introduction to Neutrosophics and their Applications", Ponente invitado en el Instituto Pushchino de Biofísica Teórica y Experimental, Pushchino (región de Moscú), Rusia, 9 de agosto de 2005.
- [36] "Neutrosophic Probability, Set, and Logic", Segunda Conferencia de la Academia Rumana de Científicos, Rama Americana, Ciudad de Nueva York, 2 de febrero de 1999.
- [37] "Paradoxist Mathematics", Departamento de Matemáticas y Ciencias de la Computación, Bloomsburg University, PA, EE. UU., 13 de noviembre de 1995, 11:00 a.m. - 12:30 p.m.

Recibido el 18 de marzo de 2025. Aceptado el 13 de mayo de 2025

