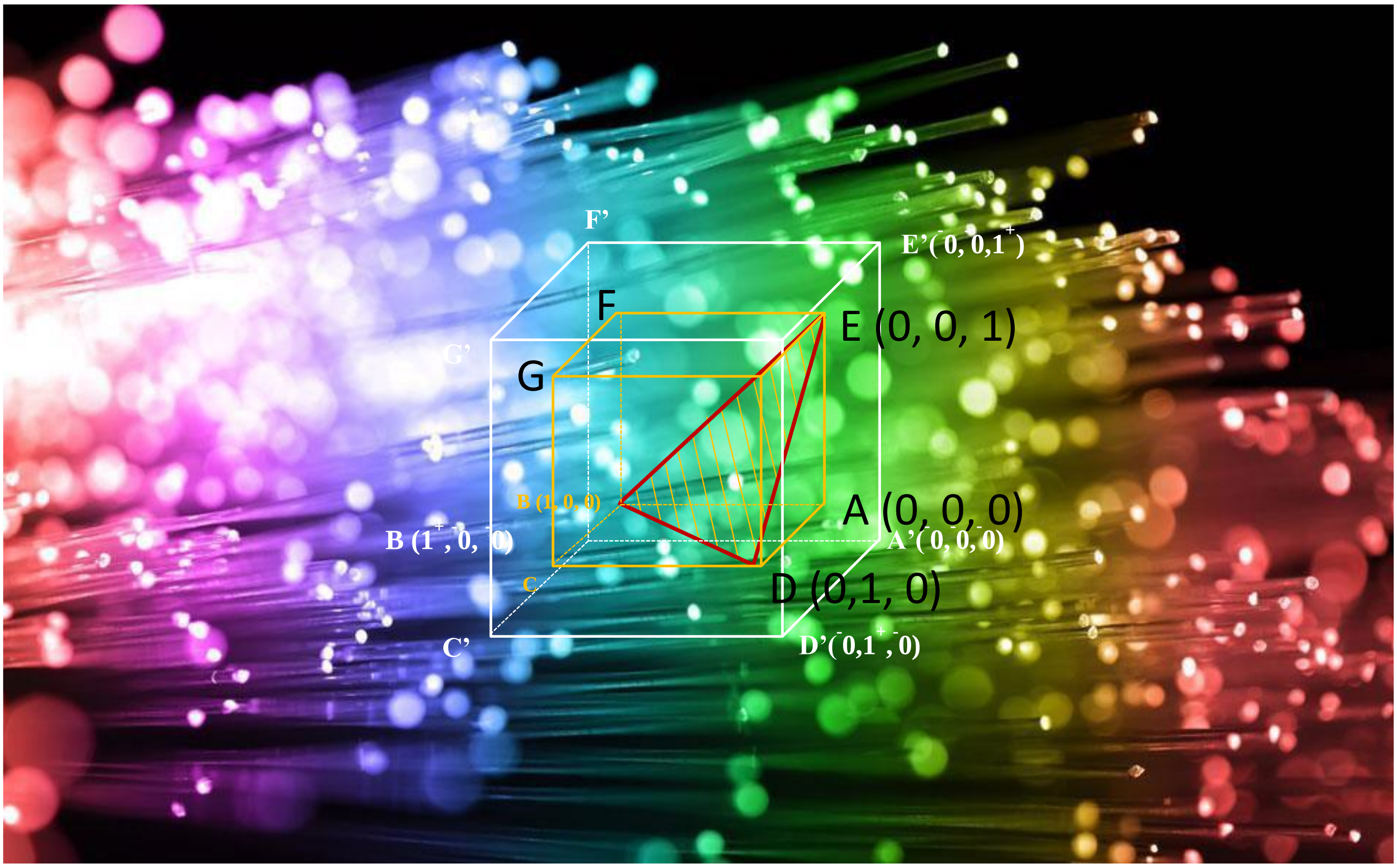
NEUTROSOPHIC KNOWLEDGE

JOURNAL OF MODERN SCIENCE AND ARTS

Volume 5, 2024



Editors-in-Chief

Salah Bouzina, Florentin Smarandache

ISSN 2767-0619 (Print)

ISSN 2767-0627 (Online)

Neutrosophic Science
International Association (NSIA)

Published by the UNIVERSITY OF NEW MEXICO, United States

Neutrosophic Knowledge

JOURNAL OF MODERN SCIENCE AND ARTS

Editors-in-Chief

Salah Bouzina, Florentin Smarandache

ISSN 2767-0619 (Print)

ISSN 2767-0627 (Online)

ISSN 2767-0627 (online) ISSN 2767-0619 (Print)

Neutrosophic Knowledge

An international Journal concerned with publishing in all scientific and literary fields

Papers Published in Arabic, Turkish, English and French

Copyright Notice

Information for Authors and Subscribers

'Neutrosophics Knowledge" has been created for publications on advanced studies in neutrosophy, neutrosophic set, neutrosophic logic, neutrosophic probability, neutrosophic statistics that started in 1995 and their applications in any field, such as the neutrosophic structures developed in algebra, geometry, topology, etc.

The submitted papers should be professional, in good Arabic, Turkish, English and French, containing a brief review of a problem and obtained results.

Neutrosophy is a new branch of philosophy that studies the origin, nature, and scope of neutralities, as well as their interactions with different ideational spectra.

ISSN 2767-0627 (online) *ISSN 2767-0619 (Print)*

This theory considers every notion or idea <A> together with its opposite or negation <antiA> and with their spectrum of neutralities <neutA> in between them (i.e. notions or ideas supporting neither <A> nor <antiA>). The <neutA> and <antiA> ideas together are referred to as <nonA>.

Neutrosophy is a generalization of Hegel's dialectics (the last one is based on <A> and <antiA> only).

According to this theory every idea <A> tends to be neutralized and balanced by <antiA> and <nonA> ideas - as a state of equilibrium.

In a classical way <A>, <neutA>, <antiA> are disjoint two by two. But, since in many cases the borders between notions are vague, imprecise, Sorites, it is possible that <A>, <neutA>, <antiA> (and <nonA> of course) have common parts two by two, or even all three of them as well.

Neutrosophic Set and *Neutrosophic Logic* are generalizations of the fuzzy set and respectively fuzzy logic (especially of intuitionistic fuzzy set and respectively intuitionistic fuzzy logic). In neutrosophic logic a proposition has a degree of truth
(*T*), a degree of indeterminacy (*I*), and a degree of falsity (*F*), where *T, I, F* are standard or non-standard subsets of *]-0, 1+[*.

Neutrosophic Probability is a generalization of the classical probability and imprecise probability.

Neutrosophic Statistics is a generalization of the classical statistics.

What distinguishes the neutrosophics from other fields is the <neutA>, which means neither <A> nor <antiA>.

<neutA>, which of course depends on <A>, can be indeterminacy, neutrality, tie game, unknown, contradiction, ignorance, imprecision, etc.

All submissions should be designed in MS Word format using our template file:
http:// fs.unm.edu/NK/Nk-paper-template.doc.

A variety of scientific books in many languages can be downloaded freely from the Digital Library of Science:
http:// fs.unm.edu/ScienceLibrary.htm.

Send research papers to the (NK) journal's email or mail the file to the Editor-in-Chief. To order printed issues, contact the Editor-in-Chief. This journal is non-commercial, academic edition. It is printed from private donations.

Information about the neutrosophics you get from the UNM website:
http:// fs.unm.edu/neutrosophy.htm.. The home page of the journal is accessed on http://fs.unm.edu/NK.

ISSN 2767-0627 (online) ISSN 2767-0619 (Print)

Editors-in-Chief

Associate Editors

ISSN 2767-0627 (online) ISSN 2767-0619 (Print)

Editors

ISSN 2767-0627 (online) ISSN 2767-0619 (Print)

Content

Neutrosophic Knowledge, Vol. 05, 2024
University of New Mexico

Article

The Geometric Meaning of Traditional Inertial Frames According to Neutrosophical Logic

Ranim Fajer [1], Mountajab Al-Hasan [2,]* and Monir Makhlouf [3]

1Assistant Professor of Mathematics, Albaath University, Homs, Syria; ranimfajer6@gmail.com
2Professor of Mathematics, Albaath University, Homs, Syria; alhasanmountajab@gmail.com
3Professor of Mathematics, Albaath University, Homs, Syria; Monirmaklohf@albaath-univ.edu.sy

***Correspondence:** alhasanmountajab@gmail.com

Received: 07 02, 2024; *Accepted:* 07 19, 2024.

Abstract: In paper, from the view of neutrosophic logic we study the concept of inertial reference frames. First, we study the Galilean structure, and specifically discussed the concepts of two simultaneous events and two events occurring at the same place. We. also study the various reference frames that allow to represent the coordinates of events in Galilean space. We also show that the set of inertial transformations are a ten-dimensional neutrosophic group, which is the same usual one, but we provide a neutrosophic geometric way to derive them.

Keywords: Neutrosophic Logic, Galilean Structure and Space, Inertial Frames, Galilean Transformations, Classical Mechanics.

1. Introduction

Ptolemy built the first integrated model of the universe ‹considering the Earth to be an absolutely static sphere ‹the center of the universe .He also considered that all celestial bodies without exception revolve around our earth and our friend the sun revolving resoundingly around this center[1].

Ptolemy's model was very influential ‹the stillness of the earth in the static state is very self-evident ‹and its centrality is a logical consequence of its static stillness ‹this model has become part of human thinking ‹intersected with most beliefs and became a sacred model.

This model did not convince Copernicus ‹who believed that the Earth is not static ‹but that it and the rest of the known planets revolve around the Sun ‹but was forced to say the opposite[2]. Bruno went further ‹saying that the Earth revolves around the sun ‹that the sun is only a star like other stars ‹that there may be distant planets orbiting another star ‹and that there may be life elsewhere than Earth .Bruno gave his life as a price for his belief and did not back down[3].

Galilei ‹in turn ‹believed that the Earth revolves around the sun ‹but because of his invention of the astronomical binoculars ‹he was famous ‹and escaped execution[4].

Galilee introduced another concept to the static and dynamic problems and set ‹the principle of inertia ‹which states that each isolated body is stationary or moving in a uniform straight motion . This principle is true if we relate the position of the isolated body to a coherent comparison frame with the Sun ‹or any frame that moves with respect to the Sun in a uniform straight motion .

These frames are called Inertial frames or Galilean frames .Galilei's equivalence of the static solar frame with the other frames moving in a uniform straight motion, is based on the fact that the passenger in the belly of a ship moving in a straight and uniform motion cannot know that it is moving unless he climbs to the surface and sees its movement with his own eyes [5].

It was very clear that this definition could be reversed ‹since the frame in which the principle of inertia satisfied is an inertial frame .Newton generalized the principle of inertial by saying that the forces provide the moving body in a inertial frame with acceleration linearly with it by the relationship $\vec{F} = m\vec{a}$, that the isolated body has zero acceleration and its motion is straight and uniform [6].

In other hand, many theoretical and practical science are developed from the classical to neutrosophic logic; for example: the statistics; the probability; biology and other. In 2023 the neutrosophic logic was extend to include the geometrical sense [7-19]; that allow to study the geometrical point and to generalize the geometrical point to the material one [20]. In [20]; the position, velocity and acceleration vectors of the material point were discussed for the plane motion of the material point in the neutrosophic plane.

2. Materials and Methods (proposed work with more details)

In order to meet the requirements of this research ‹we need to introduce following new definitions:

2.1. Definition:(Neutrosophical affine space $\varepsilon(I)$ above the real Neutrosophical vector space $\mathbb{R}^n(I)$, of the n dimension):

Let $\varepsilon(I)$ be a set of Neutrosophical points and consider the neutrosophic real vector space $\mathbb{R}^n(I)$.

We call $\varepsilon(I)$ an neutrosophic affine space above the real neutrosophic vector space $R^n(I)$, if and only if there is an application L of the from:

$$L: \varepsilon(I) \times \varepsilon(I) \longrightarrow \mathbb{R}^n(I)$$
$$(A, B) \longmapsto \overrightarrow{AB}$$

Achieves the following:

1)The relationship of Shawl in the Neutrosophical sense:

$$\forall A, B, C \in \varepsilon(I): \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

2) one to one correspondence:

$$\forall O \in \varepsilon(I), \overrightarrow{u} \in R^n(I); \exists p \in \varepsilon(I): \overrightarrow{op} = \overrightarrow{u}$$

2.2 .The Definition of the neutrosophic Galilean Events Space $\boldsymbol{\varepsilon(I)}$:

The neutrosophic Galilean event space $\boldsymbol{\varepsilon(I)}$ ‹ is an neutrosophic affine space on the real neutrosophical vector space$\mathbb{R}^4(I)$,that there is an affine application:

$$L: \varepsilon(I) \times \varepsilon(I) \longrightarrow \mathbb{R}^4(I)$$
$$(A, B) \longmapsto \overrightarrow{AB}$$

Achieves the following:

1)The relationship of Shawl in the Neutrosophical sense:

$$\forall A, B, C \in \varepsilon(I): \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

2) one to one correspondence:

$$\forall O \in \varepsilon(I), \overrightarrow{u} \in \mathbb{R}^4(I); \exists p \in \varepsilon(I): \overrightarrow{OP} = \overrightarrow{u}$$

We call each element of $\varepsilon(I)$ neutrosophic. The neutrosophic Galilean events ‹are all past ‹ present and future events ‹for examples: star explosion or pen touching paper‹ … etc.

2.3. Elements of the Neutrosophical Galilean Structure (Time ‹Simultaneous Space ‹Scalar Product):

The Galilean structure from the point of view of neutrosophical logic is based on the concepts of neutrosophical time ‹and the neutrosophical simultaneous space ‹provided with a neutrosophical scalar product, which allows us to measure the norms of simultaneous vectors and the angles between these vectors ‹without the possibility of measuring the norms of non-simultaneous vectors or calculating the angles between them.

2.3. A. Neutrosophical time**:**

The neutrosophical time from Galilea's point of view is an immersive linear function:

$$T: \mathbb{R}^4(I) \to \mathbb{R}(I)$$

Which attaches each vector from $\mathbb{R}^4(I)$ with a real neutrosophical number of $\mathbb{R}(I)$.

Let $A, B \in \varepsilon(I)$ be two events from the Galilean event space ε(I), then the vector $\overrightarrow{AB}$ is a vector from $\mathbb{R}^4(I)$.

The neutrosophical real number $\mathrm{T}(\overrightarrow{\mathrm{AB}})$ represents the past time[1] from event A to event B .Here we distinguish the three cases:

If $T(\overrightarrow{AB}) = 0$, events A and B are simultaneous events.

If $T(\overrightarrow{AB}) > 0$, we said that event A occurred before event B.

If $T(\overrightarrow{AB}) < 0$,we said that event B occurred before event A.

Note.1 :The simultaneous of events forms an equivalence relationship defined on $\varepsilon(I)$ .We call the equivalence classes of this relationship, a neutrosophical time moments .These neutrosophical moments in time form a partition of the Galilean Neutrosophical event space $\varepsilon(I)$.

2.3. B. Simultaneous space:

Since the linear time application T is immersive ‹so its kernel $E(I)$ is a three-dimensional neutrosophical vector space ‹partial of the neutrosophical vector space $\mathbb{R}^4(I)$.

Let's now note that:

$$\forall A, B \in \varepsilon(I): \overrightarrow{AB} \in E(I) \Leftrightarrow T(\overrightarrow{AB}) = 0$$

Thus, if $\overrightarrow{AB} \in E(I)$ ‹then A, B are two simultaneous events.

2.3. C . Neutrosophical peaceful ancestors:

The final element of the neutrosophic Galilean structure is the scalar neutrosophic product defined on the neutrosophic simultaneous space (.), which makes the three-dimensional neutrosophic simultaneous space an Euclidean neutrosophic one.

If A and B are two simultaneous events ‹then the vector $\overrightarrow{AB}$ is an simultaneous vector [2] and therefore has a norm:

$$\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AB}} = \sqrt{\overrightarrow{AB}^2}$$

we call here then non-negative neutrosophic number $\|\overrightarrow{AB}\|$,the neutrosophic distance between the two simultaneous events A and B.

If A, B, C three events are simultaneous ‹and event A is different from events B and C ‹then we define a fundamental angle that is not directed :$\theta = \widehat{BAC}$ .its value is given by:

$$\theta = \frac{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}}{\|\overrightarrow{AB}\|\|\overrightarrow{AC}\|}$$

In fact ‹it is not possible to talk about distances and angles when events are not simultaneous ‹for example ‹we can talk about the distance between Paris and London now ‹but we cannot talk about the distance between Pares now and London tomorrow .Such questions have relative answers in material frames.

2.4. The event coordinate frames according to neutrosophic logic:

---

[1] We note that event A alone does not have a neutrosophical time ‹time needs two events ‹which is the passed time between these two events

[2] From the neutrosophic simultaneous space $E(I)$.

Let O be some event from the neutrosophic Galilean event space $\varepsilon(I)$, and let us have $e = (\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2}, \overrightarrow{e_3}, \overrightarrow{e_4})$ as an argument base of the neutrosophic real vector space $\mathbb{R}^4(I)$.

We call the couple (O, e) an event coordinate frame in the neutrosophic Galilean event space $\varepsilon(I)$.

If A is an arbitrary event from $\varepsilon(I)$, then $\overrightarrow{OA} \in \mathbb{R}^4(I)$, thus written as:

$$\overrightarrow{OA} = x_1\overrightarrow{e_1} + x_2\overrightarrow{e_2} + x_3\overrightarrow{e_3} + x_4\overrightarrow{e_4} \;\; ; \;\; x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{R}(I)$$

The numbers x_1, x_2, x_3, x_4 called the coordinates of the neutrosophic Galilean event A in the frame (O, e).

Of course ،changing the point O or the base e ,changes the coordinates of the event A. We can never talk here about the regularity or rectangularity of the e base vectors, because there is no neutrosophic scalar product within the neutrosophic Galilean structure on $\mathbb{R}^4(I)$.

2.5. The regular event frame according to the neutrosophical logic:

Let (O, e) event frame in the neutrosophic Galilean space $\varepsilon(I)$.We say that this frame is regular if and only if the following two conditions are met:

$a) -$ vectors $\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2}, \overrightarrow{e_3}$ are orthonormal simultaneous vectors ،i.e:

$$T(\overrightarrow{e_1}) = T(\overrightarrow{e_2}) = T(\overrightarrow{e_3}) = 0 \;\; ,$$

$$\overrightarrow{e_i}.\overrightarrow{e_j} = s_{ij} = \begin{cases} 1 & ; i = j \\ 0 & ; i \neq j \end{cases}$$

where $i, j = 1,2,3$

$b) -$Vector $\overrightarrow{e_4}$ Time-regular, that is:

$$T(\overrightarrow{e_4}) = 1$$

Definition :Let A an arbitrary neutrosophic Galilean event of $\varepsilon(I)$,then the vector $\overrightarrow{OA}$ written in a single way in the form:

$$\overrightarrow{OA} = x_A\overrightarrow{e_1} + y_A\overrightarrow{e_2} + z_A\overrightarrow{e_3} + t_A\overrightarrow{e_4} \;\; ; \;\; x_A, y_A, z_A, t_A \in \mathbb{R}(I)$$

We call the neutrosophic coordinates x_A, y_A, z_A the spatial coordinates of event A and neutrosophical coordinate t_A time coordinate of event A ،which represents the passed time from event O to event A .

Let's note that

$$T(\overrightarrow{OA}) = x_A T(\overrightarrow{e_1}) + y_A T(\overrightarrow{e_2}) + z_A T(\overrightarrow{e_3}) + t_A T(\overrightarrow{e_4}) = x_A \times 0 + y_A \times 0 + z_A \times 0 + t_A \times 1 = t_A$$

If B is another neutrosophic Galilean event ،we write:

$$\overrightarrow{OB} = x_B\overrightarrow{e_1} + y_B\overrightarrow{e_2} + z_B\overrightarrow{e_3} + t_B\overrightarrow{e_4}$$

and from it

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$$

Consequently

$$T(\overrightarrow{AB}) = T(\overrightarrow{OB}) - T(\overrightarrow{OA}) = t_B - t_A$$

That is ،the passing time from event A to event B is :$t_B - t_A$.

Definition: Suppose that the neutrosophical Galilee events A and B are non-simultaneous ،i.e $t_B \neq t_A$,but the spatial coordinates are identical ،that is:

$$x_A = x_B \, , y_A = y_B \, , z_A = z_B$$

In this case ،we say that the two neutrosophic Galilean events A and B are occurring in the same place in the frame (O, e),but at different times.

Let's note that the occurrence of events A and B in the same place in the frame (O, e) means that:

$$\overrightarrow{AB} = (t_B - t_A)\overrightarrow{e_4}$$

So, the writing $\overrightarrow{AB}$ in this form ،it is a necessary and sufficient condition to occur in the same place in the frame (O, e).

In fact ،the occurrence of the two events in the same place does not have an absolute meaning but is related to the event coordinate frame.

To illustrate this، fact suppose that $(\alpha,\beta,\gamma)$is a triple of $\mathbb{R}(I)$ different from the triple (0,0,0) and let's put:

$$\overrightarrow{\acute{e}_4} = \alpha\overrightarrow{e_1} + \beta\overrightarrow{e_2} + \gamma\overrightarrow{e_3} + \overrightarrow{e_4}$$

Note that:

$$T\left(\overrightarrow{\acute{e}_4}\right) = T\left(\overrightarrow{e_4}\right) = 1$$

That is ،the vector $\overrightarrow{\acute{e}_4}$ time-regular.

Therefore, the frame $(O,\acute{e})$ where $\acute{e} \equiv \left(\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2},\overrightarrow{e_3},\overrightarrow{\acute{e}_4}\right)$ also an regular frame for the neutrosophic Galilean space $\varepsilon(I)$, however:

$$\overrightarrow{AB} = (t_B - t_A)\overrightarrow{e_4} =$$
$$= -\alpha\,(t_B - t_A)\overrightarrow{e_1} - \beta(t_B - t_A)\overrightarrow{e_2} - \gamma(t_B - t_A)\overrightarrow{e_3} + (t_B - t_A)\,\overrightarrow{\acute{e}_4} \neq (t_B - t_A)\overrightarrow{\acute{e}_4}$$

Consequently، the events A and B do not occur in the same place in the frame $(O,\acute{e})$, although they are in the same place in the frame (O,e).

2.6. Spatial frames:

Let A_t a continuous[3] set of neutrosophic Galilean events ،has a single element in each moment . We call this group a spatial point .The best representation of a spatial point is the material point .The set of positions occupied by the material point is continuous ،it does not disappear and appear ،and it does not have two positions at the same neutrosophic moment .When there is no confusion, we refer to the set A_t with the symbol A only ،and We'll also symbolize the event that the set represents at each moment with the symbol A as well.

Let O be a spatial point ،and t is a neutrosophic real parameter representing the neutrosophic time related to an event Q ،in such a way that the time of an event A is $T\left(\overrightarrow{QA}\right) = t$ ،and let also $[\overrightarrow{e_1}(t),\overrightarrow{e_2}(t),\overrightarrow{e_3}(t)]$ a base of the spatial space E, related to the neutrosophic parameter t.

We call the set $[O,\overrightarrow{e_1}(t),\overrightarrow{e_2}(t),\overrightarrow{e_3}(t)]$ consisting of the spatial point O at the moment t and the base $[\overrightarrow{e_1}(t),\overrightarrow{e_2}(t),\overrightarrow{e_3}(t)]$ spatial frame.

Let P be a spatial point of the neutrosophic Galilean space $\varepsilon(I)$,then the vector $\overrightarrow{OP}$ belongs at each moment to the spatial space E, and therefore written at each moment in a single form as follows:

$$\overrightarrow{OP} = x(t)\overrightarrow{e_1}(t) + y(t)\overrightarrow{e_2}(t) + z(t)\overrightarrow{e_3}(t)$$

Functions

$$x = x(t), y = y(t), z = z(t); t = t_1 + It_2 \in \mathbb{R}(I)$$

represents the movement of the point P in the frame $(O,\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2},\overrightarrow{e_3})$.

2.7. Inertial frames:

Let $(O,\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2},\overrightarrow{e_3},\overrightarrow{e_4})$ an neutrosophic regular event frame in the neutrosophic Galilean space $\varepsilon(I)$, let us define a spatial point D as the set:

$$\left\{D(t); \overrightarrow{OD}(t) = t\overrightarrow{e_4}\,; t \in \mathbb{R}(I)\right\}$$

We call the neutrosophic spatial frame $(D,\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2},\overrightarrow{e_3})$ an inertial frame ،and if P is neutrosophic spatial point ،then the vector $\overrightarrow{OP}$ be a spatial vector ،written in a single way:

$$\overrightarrow{OP} = x_1\overrightarrow{e_1} + x_2\overrightarrow{e_2} + x_3\overrightarrow{e_3}$$

And here we call (x,y,z,t) the coordinates of event P ،where t indicates the moment of the event and (x,y,z) to the spatial coordinates of the event.

2.8. The neutrosophic Galilean transformations:

Let us have the two neutrosophical event frames $(O,\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2},\overrightarrow{e_3},\overrightarrow{e_4})$ and $(Q,\overrightarrow{\varepsilon_1},\overrightarrow{\varepsilon_2},\overrightarrow{\varepsilon_3},\overrightarrow{\varepsilon_4})$, let P be an event from the neutrosophic Galilean events space $\varepsilon(I)$, and suppose the neutrosophical coordinates of this event in the frame $(O,\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2},\overrightarrow{e_3},\overrightarrow{e_4})$ are (x,y,z,t) ,but the neutrosophical coordinates of this event P in the second frame $(Q,\overrightarrow{\varepsilon_1},\overrightarrow{\varepsilon_2},\overrightarrow{\varepsilon_3},\overrightarrow{\varepsilon_4})$,are (X,Y,Z,T).

Definition :We call the relations that give us the neutrosophical coordinates (x,y,z,t) in terms of the neutrosophical coordinates (X,Y,Z,T) a neutrosophic Galilean transformations ،which are:

I) $-$Translation:

[3] The neutrosophic geometry of $\varepsilon(I)$ is the same affine geometry with $\mathbb{R}^4(I)$.

Let's suppose that: $\overrightarrow{\varepsilon_1} = \overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{\varepsilon_2} = \overrightarrow{e_2}, \overrightarrow{\varepsilon_3} = \overrightarrow{e_3}, \overrightarrow{\varepsilon_4} = \overrightarrow{e_4}$, and let's put

$$\overrightarrow{OQ} = \alpha\overrightarrow{e_1} + \beta\overrightarrow{e_2} + \gamma\overrightarrow{e_3} + \tau\overrightarrow{e_4}$$

where $(\alpha, \beta, \gamma, \tau)$ are the neutrosophical event coordinates of event Q in the neutrosophical event frame، $(O, \overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2}, \overrightarrow{e_3}, \overrightarrow{e_4})$. For an arbitrary neutrosophical event P from the neutrosophic Galilean events space $\varepsilon(I)$, we can write:

$$\overrightarrow{OP} = x\overrightarrow{e_1} + y\overrightarrow{e_2} + z\overrightarrow{e_3} + t\overrightarrow{e_4}$$
$$\overrightarrow{QP} = X\overrightarrow{e_1} + Y\overrightarrow{e_2} + Z\overrightarrow{e_3} + T\overrightarrow{e_4}$$

but $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OQ} + \overrightarrow{QP}$,consequently:

$$(x - \alpha - X)\overrightarrow{e_1} + (y - \beta - Y)\overrightarrow{e_2} + (z - \gamma - Z)\overrightarrow{e_3} + (t - \tau - T)\overrightarrow{e_4} = \vec{O}$$

And we get the transformation:

$$x = \alpha + X$$
$$y = \beta + Y$$
$$z = \gamma + Z$$
$$t = \tau + T$$

This transformation is called the neutrosophical translation transformation ،in which (α, β, γ) is represented by the spatial part of this translation ،and τ is the spatial part of this translation.

$II) -$ The neutrosophical Spatial rotation:

Suppose that $Q = O$ and، $\overrightarrow{\varepsilon_4} = \overrightarrow{e_4}$, and let P be an arbitrary neutrosophic Galilean event from $\varepsilon(I)$, then:

$$\overrightarrow{OP} = x\overrightarrow{e_1} + y\overrightarrow{e_2} + z\overrightarrow{e_3} + t\overrightarrow{e_4}$$
$$\overrightarrow{QP} = X\overrightarrow{\varepsilon_1} + Y\overrightarrow{\varepsilon_2} + Z\overrightarrow{\varepsilon_3} + T\overrightarrow{\varepsilon_4}$$

This can only be achieved if:

$$x\overrightarrow{e_1} + y\overrightarrow{e_2} + z\overrightarrow{e_3} = X\overrightarrow{\varepsilon_1} + Y\overrightarrow{\varepsilon_2} + Z\overrightarrow{\varepsilon_3}$$

And

$$t = T$$

Thus ،there exist a neutrosophic rotation matrix $A(I)$,that satisfies the following:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = A(I) \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$$

t =T

This transformation is called neutrosophic rotation in the neutrosophic spatial space ، the neutrosophic matrix $A(I)$ is determined by three neutrosophic real parameters (the neutrosophic Euler angles).

$III) - The$ neutrosophic uniform straight-line motion :

Suppose that:

$$Q = O$$

and

$$\overrightarrow{\varepsilon_1} = \overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{\varepsilon_2} = \overrightarrow{e_2}, \overrightarrow{\varepsilon_3} = \overrightarrow{e_3}$$

Let's put:

$$\overrightarrow{\varepsilon_4} = a\overrightarrow{e_1} + b\overrightarrow{e_2} + c\overrightarrow{e_3} + \overrightarrow{e_4}$$

Let P be an arbitrary Galilean neutrosophical event from the neutrosophic Galilean event space $\varepsilon(I)$, then:

$$\overrightarrow{OP} = x\overrightarrow{e_1} + y\overrightarrow{e_2} + z\overrightarrow{e_3} + t\overrightarrow{e_4}$$
$$\overrightarrow{OP} = X\overrightarrow{e_1} + Y\overrightarrow{e_2} + Z\overrightarrow{e_3} + t\overrightarrow{\varepsilon_4} = (X + at)\overrightarrow{e_1} + (Y + bt)\overrightarrow{e_2} + (Z + ct)\overrightarrow{e_3} + t\overrightarrow{e_4}$$

By matching, we find:

$$x = X + at$$
$$y = Y + bt$$

$$z = Z + ct$$

The neutrosophical mechanical interpretation of these relations is that the second frame moves relative to the first frame by a neutrosophic uniform straight- line motion، and its neutrosophic velocity vector is

$$\vec{v} = a\vec{e_1} + b\vec{e_2} + c\vec{e_3}$$

This transformation is called the neutrosophic transformation of neutrosophic uniform straight-line motion.

3. Conclusions (authors also should add some future directions points related to her/his research)

I) In paper we paper is to provide a new geometrical definition of the inertial frames based on the Galilean Space-Time concept, from the view of the neutrosophic logic.

Remark 1: Translating the origin of the neutrosophic inertial frame ،or changing the neutrosophic time origin for it ،or rotating its neutrosophic spatial base or moving the neutrosophic inertial frames relative to each other in a neutrosophic uniform straight-line movement ،change us from one neutrosophic inertial frame to another neutrosophic inertial frame.

Remark 2: In fact, any neutrosophic inertial transformation is a combination of these transformations and therefore an element of 10 - dimensional neutrosophic group called the neutrosophic Galilean transformations group.

II) **Suggestions**: The results of this paper are the first step to discuss the neutrosophic inertial frames in:

-Relativity mechanics.

-Quantum mechanics.

4. References:

[1] Sciience in the Ancient World:An Encyclopedia. Russell M. Lawson,Abc-clio Information Services ABC-CLIO, 2004.

[2] On the Revolutions of the Celcstial Spheres, Nicolaus Copernicus 1543.

[3]De l'infinito ,Universe Mondi , Giordano Bruno 1584.

[4]Dialogue Concerning the Two Chief World , Galileo Galilei ,1632.

[5]v. Arnold,Methodes Mathematiques De la Mecanique Classique,Editions mir , Moscou, 1976.

[6] Isaac Newton,philosophiae Naturalis Principia Mathematica Edmond Halley ,London , 1687.

[7] F .Smarandache. “Introduction to Neutrosophic statistics”, Sitech-Education Publisher, PP:34-44. 2014.

[8] F .Smarandache. “Finite Neutrosophic Complex Numbers, by W. B. Vasantha Kandasamy”. Zip pubulsher, Columbus, Ohio, USA, PP1-16, 2011.

[9] Y. Alhasan., "Concepts of Neutrosophic Complex Numbers", International Journal of Neutrosophic Science, Vol.8, 9-18, 2020.

[10] R. Alhamido, M.Ismail, F .Smarandache; "The Polar form of a Neutrosophic Complex Number", International Journal of Neutrosophic Science, Vol.10, 36-44, 2020.

[11] A. A Salama; Hewayda Elghawalby; M.S, Dabash; A.M. NASR, "Retrac Neutrosophic Crisp System For Gray Scale Image", Asian Journal Of Mathematics and Computer Research, Vol 24, 104-117, (2018).

[12] F. smarandache. "Neutrosophy and Neutrosophic Logic, First International Conference on Neutrosophy, neutrosophic Logic, Set, Probability, and Statistics", University of New Mexico, Gallup, NM87301, USA 2002.

[13] M. Abdel-Basset; E. Mai. Mohamed; C. Francisco; H. Z. Abd EL-Nasser. "Cosine similarity measures of bipolar neutrosophic set for diagnosis of bipolar disorder diseases", Artificial Intelligence in Medicine Vol. 101, 101735, (2019).

[14] M. Abdel-Basset; E. Mohamed; G. Abdullah; and S. Florentin. "A novel model for evaluation Hospital medical care systems based on plithogenic sets", Artificial Intelligence in Medicine 100 (2019), 101710.
[15] M. Abdel-Basset; G. Gunasekaran Mohamed; G. Abdullah. C. Victor, "A Novel Intelligent Medical Decision Support Model Based on soft Computing and Iot", IEEE Internet of Things Journal, Vol. 7, (2019).
[16] M. Abobala, Ahmad Hatip."An Algebraic Approach Neutrosophic Euclidean Geometry ", Neutrosophic Sets and Systems, Vol 43, (2021).
[17] A. A Salama. "Basic Structure of Some Classes of Neutrosophic Crisp Nearly Open Sets and Possible Application to GIS Topology".Neutrosophic Sets and Systems,Vol.7,18-22, (2015).
[18] A. A Salama; F. Smarandache. "Neutrosophic Set Theory", Neutrosophic Sets and Systems,Vol. 5, 1-9, (2014).
[19] F. Smarandache, "The Neutrosophic Triplet Group and its Application to physics", Seminar Universidad National de Quilmes, Department of science and Technology, Beunos Aires, Argentina, 20 June 2014.
[20] F. Al-Hasan, M.F. Alaswad " A Study of the Movement of a Neutrosophic Material Point in the Neutrosophic Plane by Using a Neutrosophic AH-Isometry ", Prospects for Applied Mathimatics and data Analysis (PAMDA), Vol. 02, No. 01, PP. 08-18, 2023.

Neutrosophic Knowledge, Vol. 05, 2024
University of New Mexico

Article

NEUTRO CABİR’E GİRİŞ

Ahmed Hatip [1] *, ve Zekeriye Siayvi [2]

Department of Mathematics, Gaziantep University, Turkey **1**; ahmedhatip@gantep.edu.tr
Department of Mathematics, Gaziantep University, Turkey **2**; zekeriye_siayvi@hotmail.com

* Correspondence: ahmedhatip@gantep.edu.tr

Received: 09 26, 2024; *Accepted:* 10 01, 2024.

Özet: Florentin Smarandache, 2019 yılında Nötrosofide yeni araştırma alanları olarak NeutroYapılar (NeutroStructures) ve AntiYapılar (AntiStructures) adını verdiği kavramları tanıtmıştır. Smarandache, son zamanlarda NeutroCabir (NeutroAlgebra) ve AntiCabir (AntiAlgebra) kavramlarını da tanıtmıştır. Daha sonra Smarandache, KısmiCabir, Evrensel Cabir, Etki Cabirleri ve Boole'un Kısmi Cabirını inceleyerek, NeutroCabirlerin Kısmi Cabirlerin genelleştirilmesi olduğunu göstermiştir. Agboola ve arkadaşları ise NeutroCabir ve AntiCabir kavramlarını klasik sayı sistemleri N, Z, Q, R ve C bağlamında incelemiştir.
Keywords: Neutro Cebir, NeutroAksiyom, NeutroBirim elemanı, NeutroTers elemanı

1. **Giriş**

20.yüzyılın başlarında bilimsel çalışmalarda belirsizlik önemli bir konu haline gelmiştir. 1965 yılında Zadeh[16], belirsizlikle başa çıkmak amacıyla Fuzzy Set'i (Bulanık Küme) tanımlamıştır; ancak bu tanımda belirsizlik, stokastik olmayan bir anlamda ele alınmıştır. Daha sonraki yıllarda Fuzzy Set, belirsizlik ve tutarsızlık kavramlarını daha kapsamlı bir şekilde içerecek şekilde genişletilmiş ve genelleştirilmiştir [18,17].
Florentin Smarandache, 2019'da[4] klasik Cebirsel Yapıları NeutroAlgebraik yapılara (NeutroAlgebras) ve AntiAlgebraik yapılara (AntiAlgebras) genelleştirdi ve NeutroAlgebra'nın Kısmi Cebir'in bir genelleme olduğunu kanıtladı. <A>'yi bir öğe olarak (kavram, özellik, fikir, teklif, teori vb.) ele aldı[19]. Neutrofikasyon süreci aracılığıyla boş olmayan uzayı üç bölgeye böldü ve <A> ve <antiA > ile ilişkilendirilen iki zıt bölgenin yanı sıra, < neutA > (aynı zamanda < neutroA >) olarak adlandırılan nötr (belirsiz) bölge üzerinde çalıştı[20]. Bu bölgeler, uygulamaya bağlı olarak çakışabilir veya çakışmayabilir ancak bunlar tükenici (birleşimleri tüm uzayı eşitler) bölgelerdir. Bir Neutro cebir, en az bir Neutro işlemine sahip olan bir cebirdir ki bu işlem bazı öğeler için iyi tanımlanmıştır (aynı zamanda içsel tanımlanmış olarak da adlandırılır), diğerleri için belirsizdir ve diğerleri için

dışsal olarak tanımlanmıştır veya bir NeutroAksiyom (bazı öğeler için doğru olan, diğer öğeler için belirsiz olan ve diğer öğeler için yanlış olan aksiyom) ile tanımlanmıştır.

2. Klasik Cebir ve Neutro Cebir

2.1 İşlemler , Neutro İşlemler ve Anti İşlemler[4]

Belirli bir küme üzerinde bir işlem tanımladığımızda, bu otomatik olarak işlemin iyi tanımlandığı anlamına gelmez. Üç olasılık var

i. Bir klasik işlem, verilen bir kümenin tüm elemanları için iyi tanımlanmış bir işlemdir.

ii. Bir neutro işlem, belirli bir küme içinde kısmen iyi tanımlanmış, kısmen belirsiz veya kısmen dışsal tanımlanmış bir işlemdir.

iii. Bir Anti işlem, Tüm Küme Elemanları için Dışsal Olarak Tanımlanmış bir İşlemdir.

2.2 Aksiyom, NeutroAksiyom ve AntiAksiyom[12]

Benzer şekilde, bazı işlem (ler)le donatılmış belirli bir kümede tanımlanan bir aksiyom için. Belirli bir küme üzerinde bir aksiyom tanımladığımızda, bu aksiyomun kümenin tüm elemanları için otomatik olarak doğru olduğu anlamına gelmez. Üç olasılığımız var:

i. Boş olmayan bir küme üzerinde tanımlanan bir klasik yasa/ aksiyom, tamamen doğru olan, yani kümenin tüm elemanları için doğru olan bir yasa/ aksiyom dır.

ii. Boş olmayan bir küme üzerinde tanımlanan bir NeutroYasa/ Neutroaksiyom, belirli bir derecede bazı küme elemanları için doğru olan, diğer bazı elemanlar için belirsiz olan veya belirli bir derecede yanlış olan bir yasa/ aksiyomdır. Bu dereceler $(T, I, F) \in [0, 1]$ ve $(T, I, F) \neq (1, 0, 0)$ klasik aksiyom temsil eden ve $(T, I, F) \neq (0, 0, 1)$ Antiaksiyom temsil eden.

iii. Bir Antiaksiyom, boş olmayan bir küme üzerinde tanımlanan ve kümenin tüm elemanları için yanlış olan bir aksiyomdur.

Yani bu üçlü yapı, <Aksiyom, NötroAksiyom, AntiAksiyom> olarak adlandırılır ve nötrosofik mantığın temelini oluşturur. Antiaksiyom, klasik aksiyomun tam zıddıdır ve küme elemanları üzerinde tanımlanır.

3. Cebir'in Sınıflandırılması[4]

i. Bir (Klasik) Cebir, içinde bulunan tüm elemanlar için geçerli olan toplam işlemlerle (veya toplam işlemlerle) donatılmış boş olmayan bir Klasik Cebir kümesidir ve aynı zamanda bu kümenin tüm elemanları için doğru olan (klasik) Aksiyom'lar içerir.
ii. Bir Neutro Cebir (veya Neutro Cebirsel Yapı), içinde bulunan en az bir Neutro İşlem (veya Neutro İşlem) veya bir Neutro Aksiyom içeren NC adlı boş olmayan bir küp ile donatılmıştır. Bu, küpün (Kısmi, Neutro veya toplam) işlemleri için uygundur.
iii. Bir AntiCebir (veya AntiCebir Yapısı), en az bir Antiİşlem (veya AntiFonksiyon) veya en az bir AntiAksiyom ile donatılmış boş olmayan bir küme AntiCebir'dir.

2.4 Teorem [1] Aksiyom %100 doğrudur, Neutro aksiyom kısmen doğrudur (doğruluğu derece> 0) ve kısmen yanlış (yanlışlık derecesi> 0) ve Anti aksiyom %100 yanlıştır.

4. Neutro Bazlarda İşlemler[1]

4.1. Klasik Birleşme Özelliği:

Eğer U bir kavramsal alan ve S bu alanda boş olmayan bir küme ise, ve S kümesi üzerinde bağıl olarak tanımlanmış iyi tanımlı bir ikili işlem $*$ mevcutsa:
İşlem $*$, S kümesi üzerinde Birleşme (Associative) özelliğine sahipse, yani:

$$\forall x,y,z \in S,\ x*(y*z)=(x*y)*z$$

şartını sağlıyorsa, bu işleme Birleşme özelliğine sahip bir işlem denir.
Bu, S kümesindeki herhangi üç elemanın işlem sırası değiştirilse bile sonucun aynı kalmasını ifade eder. Başka bir deyişle, Birleşme özelliği, işlem sırasının sonucu etkilemediğini ve işlemin her durumda aynı sonuca ulaşılmasını sağlar.

Örnek

$N = \{0, 1, 2, ..., \infty\}$, doğal sayıların kümesi, bir kavramsal alanı olsun ve $\mathcal{S} = \{0, 1, 2, ..., 9\} \subset N$ kümesi de olsun. Aynı zamanda, $*$ adlı ikili işlem, N üzerinde tanımlanan klasik modüler toplama işlemi olsun.
Açıkça, $*$ işlemi $\mathcal{S}$ üzerinde iyi tanımlıdır ve birleştirme özelliğe sahiptir çünkü $x + (y + z) = (x + y) + z \pmod{10}$, tüm x, y, z $\in \mathcal{S}$ için terslik derecesi %0'dır.

4.2 : Klasik Birleşme Özelliği Olmaması

kavramsal bir alan U ve bu alanın içerisinde yer alan boş olmayan bir küme S bulunmaktadır. S kümesi üzerinde bağıl olarak tanımlanmış, iyi tanımlı bir ikili işlem $*$ vardır.
Eğer bu işlem $*$, S kümesi üzerinde Birleşme (Associative) özelliğine sahip değilse, yani:

$$\exists\ x,y,z \in S \text{ icin } x*(y*z) \neq (x*y)*z,$$

o zaman Birleşme aksiyonu sağlanmaz. Bu durum, Birleşme aksiyonunu ihlal eden en az bir üçlü (x,y,z) bulunduğunu gösterir. Bu üçlü elemanların tamamı farklı olabileceği gibi, yalnızca ikisi eşit de olabilir.

Bununla birlikte, S kümesinde Birleşme aksiyonunu sağlayan bazı üçlüler (d,e,f) de bulunabilir. Yani, bu durumda:

$$d*(e*f)=(d*e)*f$$

eşitliği sağlanır. Böylece, bazı üçlüler birleşme özelliğini sağlarken, diğerleri sağlamamaktadır.

4.3.NeutroBirleşme Özelliği:

Eğer ⟨A⟩ = (Klasik) Birleşme Özelliği sahib ise, o zaman ⟨nonA⟩ = (Klasik) Birleşme Özelliği sahip değildir.

Ancak ⟨nonA⟩'yı yukarıda olduğu gibi aşağıdaki gibi yazabiliriz:

⟨neut$A$⟩ = Neutro Birleşme.

Tanım : U evrensel alanında iyi tanımlı bir ikili işlem ∗ ile donatılmış, boş olmayan bir S⊆U kümesi bulunuyor. (S,∗) kümesi NeutroBirleşme Özelliğine sahiptir ancak yalnızca aşağıdaki koşullar sağlandığında bu doğru olur:

- S kümesinde en az bir a_1, b_1, c_1 üçlüsü vardır ki bu durumda:

$$a_1 * (b_1 * c_1) = (a_1 * b_1) * c_1$$

eşitliği sağlanır.

- Ayrıca, S kümesinde en az bir a_2, b_2, c_2 üçlüsü bulunur ki bu durumda:

$$a_2 * (b_2 * c_2) \neq (a_2 * b_2) * c_2.$$

eşitliği sağlanmaz.

Bu nedenle, bazı üçlüler birleşme ilkesini doğrularken, diğerleri doğrulamamaktadır.

Örnek

Bir küme olan $\mathcal{S} = \{0, 1, 2, ..., 9\}$ ve bu küme üzerinde tanımlı şu ikili işlemi ele alalım:

$x * y = 2x + y$ (mod 10)

Birleşme özelliğini kontrol edelim:

$x * (y * z) = 2x + (2y + z) = 2x + 2y + z$

$(x * y) * z = 2(2x + y) + z = 4x + 2y + z$

Birleşme özelliğinin sağlandığı üçlüler aşağıdaki eşitliği sağladığında gerçekleşir:

$2x + 2y + z = 4x + 2y + z$

ya da $2x = 4x$ (mod 10)

ya da $0 = 2x$ (mod 10), dolayısıyla $x \in \{0, 5\}$.

Bu durumda, birleşme özelliğini sağlayan genel üçlüler:

$\{(0, y, z), (5, y, z) \mid y, z \in \mathcal{S}\}$

Birleşme özelliğinin sağlanma derecesi $\frac{2}{10}$= 20%, 10 sayıdan sadece 0 ve 5'e karşılık gelen iki sayı için geçerli.

Diğer genel üçlüler $\{(x, y, z) \mid x \in \mathcal{S} \setminus \{0, 5\}, y, z \in \mathcal{S}\}$ ise birleşme özelliğini sağlamaz.

Birleşme özelliğinin sağlanmama derecesi ise $\frac{8}{10}$= 80%.

4.4 Anti Birleşme Özelliği:

Eğer ⟨A⟩ = (Klasik) Birleşme Özelliği sahib ise, o zaman ⟨nonA⟩ = (Klasik) Birleşme Özelliği sahip değildir.

Ancak ⟨nonA⟩'yı yukarıda olduğu gibi aşağıdaki gibi yazabiliriz:

⟨Anti$A$⟩ = Anti Birleşme.

Tanım: $\mathcal{U}$, iyi tanımlı ikili bir işlem $*$ ile donatılmış, boş olmayan bir küme $\mathcal{S} \subseteq \mathcal{U}$ ile bir kavramsal alanı sahip olsun.

$(\mathcal{S}, *)$ kümesi AntiBirleşme Özelliği sahib ise ancak şu koşul sağlanırsa:

Her x, y, z ∈ $\mathcal{S}$ üçlüsü için, x $*$ (y $*$ z) ≠ (x $*$ y) $*$ z olur.

Dolayısıyla, hiçbir üçlü Birleşme aksiyomunu doğrulamaz.

Örnek = {x, y} küme ve ikili işlem $*$ aşağıdaki Cayley Tablosu'nda tanımlanmış:

*	x	y
x	y	y
y	x	x

Bu durumda, $(\mathcal{S}, *)$ kümesi AntiBirleşme'dir. Çünkü herhangi üç eleman d, e, f ∈ $\mathcal{S}$ için:

d $*$ (e $*$ f) ≠ (d $*$ e) $*$ f.

İspat: $\mathcal{S}$ üzerinde $2^3 = 8$ olası üçlümüz var:

1) (x, x, x)

$$x * (x * x) = x * y = y$$
$$(x * x) * x = y * x = x \neq y.$$

2) (x, x, y)

$$x * (x * y) = x * y = y$$
$$(x * x) * y = y * y = x \neq y.$$

3) (y, x, x)

$$y * (x * x) = y * y = x$$
$$(y * x) * x = x * x = y \neq x.$$

4) (x, y, x)

$$x * (y * x) = x * x = y$$
$$(x * y) * x = y * x = x \neq y.$$

5) (x, y, y)

$$x * (y * y) = x * x = y$$
$$(x * y) * y = y * y = x \neq y.$$

6) (y, x, y)

$$y * (x * y) = y * y = x$$
$$(y * x) * y = x * y = y \neq x.$$

7) (y, y, x)

$$y * (y * x) = y * x = x$$
$$(y * y) * x = x * x = y \neq x.$$

8) (y, y, y)

$$y * (y * y) = y * x = x$$
$$(y * y) * y = x * y = y \neq x.$$

Görüldüğü gibi, Birleşme aksiyomu burada sağlanmamaktadır. Bu nedenle, $(\mathcal{S}, *)$ kümesi Anti Birleşme bir yapıdır.

4.5.Klasik Değişme Özelliği:

$\mathcal{U}$, iyi tanımlı ikili bir işlem $*$ ile donatılmış, boş olmayan bir küme $\mathcal{S} \subseteq \mathcal{U}$ ile bir evrensel alanı sahip olsun.
$*$ işlemi, $\mathcal{S}$ üzerinde değişme özelliği sahib ise, o zaman $\forall\, x, y \in \mathcal{S}$ için
$x * y = y * x$ olur.

4.6. Klasik Değişme Özelliği Olmaması

Eğer U iyi tanımlı bir ikili işlem $*$ ile donatılmış ve boş olmayan bir küme S⊆U ile bir evrensel alanı olsun. İşlem $*$, S kümesi üzerinde değişme özelliğine sahip değilse, yani:

$$\forall x, y \in S, x * y \neq y * x$$

şartını sağlıyorsa, bu durumda $*$ işleminin değişmeli (komütatif) olmadığı belirtilir. Bu, S kümesinde değişme özelliğini sağlamayan bir veya daha fazla çift (x,y) bulunması anlamına gelir.

Birleşme için yaptığımız gibi, değişmeli için de benzer bir şey yapıyoruz:

4.7 NeutroDeğişme Özelliği:

Eğer ⟨A⟩ = (klasik) değişmeli ise o zaman ⟨nonA⟩ = (klasik) değişmeli değildir.
Ancak ⟨nonA⟩'yı yukarıdaki gibi aşağıdaki gibi yazabiliriz.
$\langle neutA \rangle$ = Neutrodeğişmeli;
Bu nedenle, değişmeli, kümenin tüm elemanlarının belirli bir ikili işleme göre değişmeli olduğu anlamına gelir, Neutrodeğişmeli ise bazı elemanların değişmeli olduğu anlamına gelirken diğerlerinin olmadığı anlamına gelir.

Örnek

$\mathcal{S}$ = {x, y, z}, ve $*$ iyi tanımlı ikili işlem

*	x	y	z
x	y	z	z
y	z	y	x
z	y	y	z

$x * y = y * x = z\ (değişmeli)$
$x * y = y * x = z\ (Değişmeli)$
$\begin{cases} x * z = z \\ z * x = y \neq z \end{cases}$ (Değişmeli değil)

$\begin{cases} y * z = x \\ z * y = y \neq x \end{cases}$ (Değişmeli değil)

Sonuç olarak, $(\mathcal{S}, *)$'nin $\frac{1çift}{3çift}$ =%33 oranında değişmeli ve$\frac{2\ çift}{3\ çift} =$ %67 oranında değişmeli olmadığı sonucuna varıyoruz.
Bu nedenle, $(\mathcal{S}, *)$'nin değişmeli olmama derecesi %67'dir.

4.8 Anti Değişme Özelliği:

Eğer ⟨A⟩ = (klasik) değişmeli ise o zaman ⟨nonA⟩ = (klasik) değişmeli değildir.
Ancak ⟨nonA⟩'yı yukarıdaki gibi aşağıdaki gibi yazabiliriz.
⟨Anti$A$⟩ = AntiDeğişmeli.
Yani Kümede hiçbir eleman diğer elemanlarla değişmeli değildir.
Yani, her ikili işlem için $x\ *\ y\ \neq\ y\ *\ x$ olur.
Dolayısıyla, AntiDeğişmeli durumunda, kümede hiçbir ikili işlem değişmeli değildir. Bu da AntiBirleşme kavramına benzer bir genelleştirilmiş cebir yapısı ortaya çıkarır.

Örnek

$\mathcal{S} = \{x, y\}$ kümesi ve $*$ işlemi aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

*	x	y
x	y	y
y	x	x

Bu işlemde dikkat edilirse:
$x * y = y$ ve $y * x = x$ olup, bu değerler birbirine eşit değildir. Bu durum, işlemin değişmeli olmadığını (komütatif olmadığını) gösterir.
Aynı zamanda, $x\ *\ x$ ve $y\ *\ y$ işlemleri tabloya göre tanımlanmamıştır. Bu da kümedeki elemanların birim elemanlara sahip olmadığını gösterir.

Sonuç olarak, ($\mathcal{S}$, $*$) kümesinde komütatiflik aksiyomunun tamamen ihlal edildiği söylenebilir (%100). Ayrıca, bu küme birim elemanlara sahip olmadığından ve işlemin değişmeli olmaması nedeniyle "Anti Birim Elemanlara sahip ve değişmeli olmayan" bir yapı olarak tanımlanabilir.

4.9. Klasik Birim Elemanı

Evrensel alan U, iyi tanımlı bir ikili işlem $*$ ile donatılmış boş olmayan bir küme S⊆U olsun. Küme S, klasik bir birim elemana e∈S sahip olur, ancak yalnızca ve yalnızca şu koşullar sağlanırsa:
Benzersizlik: Bu birim eleman e, küme S içinde benzersizdir.
Birim Eleman Özelliği: Herhangi bir x∈S için x∗e=e∗x=x eşitliğini sağlar.
Bu durumda, e kümesi içinde klasik birim eleman olarak kabul edilir.

4.10. Klasik Birim Elemanın Tanımının Kısmen İptal Edilmesi:

Aşağıdaki ifadelerden en az biri gerçekleştiğinde oluşur:

1) $\mathcal{S}$ kümesinde, birim elemanı olmayan en az bir x elemanı vardır.
2) $\mathcal{S}$ kümesinde, en az iki farklı birim elemanı olan en az bir y elemanı vardır: $e_1, e_2 \in \mathcal{S}$, $e_1 \neq e_2$, şöyle ki:

$$y * e_1 = e_1 * y = y,$$
$$y * e_2 = e_2 * y = y.$$

3) $\mathcal{S}$ kümesinde, farklı iki eleman z, y $\in \mathcal{S}$, z $\neq$ y, farklı birim elemanları $e_z, e_y \in \mathcal{S}$ olan en az iki eleman vardır: $e_z \neq e_y$, şöyle ki:

$$z * e_z = e_z * z = z,$$
$$y * e_y = e_y * y = y.$$

4.11. NeutroBirimElemanları:

Bir ($\mathcal{S}$, $*$) kümesi, NeutroBirimElemanları'na sahipse:
Doğruluk Derecesi: S kümesinde, en az bir a∈S elemanı bulunmalıdır ki bu elemanın yalnızca bir birim elemanı vardır.
Yanlışlık Derecesi: S kümesinde, en az bir b∈S elemanı bulunmalıdır ki bu eleman ya bir birim elemanı sahip olmasın ya da en az iki farklı birim elemanı bulunsun.
Örnek $\mathcal{S}$ = {x, y, z} kümesini ele alalım ve $*$ işlemiyle tanımlanmış iyi tanımlı ikili bir işlem olsun:

∗	**x**	**y**	**z**
x	**y**	**y**	**x**

y	**y**	**y**	**x**
z	**x**	**y**	**z**

x ve z için,
$x * z = z * x = x$
$z * z = z$
x ve z'nin ortak birim elemanı z'dir (x ≠ z olmak üzere iki farklı elemanın aynı birim elemanı z'ye sahiptir).
Y için,
$y * x = x * y = y$
$y * y = y$
görüldüğü gibi, y elemanının x ve y olmak üzere iki farklı birim elemanı vardır.
Sadece y elemanının klasik birim aksiomunu (yani tek bir birime sahip olmayı) doğrulamadığını gördüğümüz için, 3 elemandan sadece 1 elemanın birim eleman aksiomunun negasyon derecesi 1/3 ≈ 33% iken, 2/3 ≈ 67% olan birimin doğruluk derecesidir. (geçerlilik)

4.12 AntiBirimElemanları:

Tanım: $(\mathcal{S}, *)$ küme AntiBirim Elemanlara içeriyorsa, şu iki durumdan en az biri gerçekleşir:
i. Her x∈S elemanı, hiçbir birim eleman içermez,
ii. Ya da her x∈S elemanının iki veya daha fazla farklı birim elemanı vardır.
Yani, bu durumda:

- Herhangi bir $x \in \mathcal{S}$ için, $x * e = x$ ve $e * x = x$ sağlayan tek bir birim eleman e yok.
- Bunun yerine, x elemanının iki veya daha fazla farklı birim elemanı olabilir.

Bu da Anti birim Elemanlar kavramının tanımını oluşturuyor. Yani, kümede tek ve tek bir birim eleman olmayıp, daha karmaşık bir birim eleman yapısı var.

Örnek

$\mathcal{S} = \{a, b, c\}$ Küme ve ikili işlem $*$ aşağıdaki gibi tanımlanmış:

*	x	y	z
x	**x**	**x**	**x**
y	**x**	**z**	**y**
z	**x**	**z**	**y**

x elemanı 3 farklı birim-elemanına sahiptir: x, y, z. Çünkü:

$$x * x = x$$
$$x * y = y * x = x$$
$$\text{ve } x * z = z * x = x$$

y elemanının ise hiçbir birim-elemanı yoktur, çünkü:

$$y * x = x \neq y$$

$$y * y = z \neq y$$

ve $y * z = y$, fakat $z * y \neq y$

z elemanının da hiçbir birim-elemanı yoktur, çünkü:

$$z * x = x \neq z$$

$z * y = z$, fakat $y * z = y \neq z$

ve $z * z = y \neq z$

Yani, $(S, *)$ kümesinde AntiBirim Eleman özelliği sağlanıyor.

4.13. Klasik Ters Elemanı

Evrensel alan U, iyi tanımlı bir ikili işlem $*$ ile donatılmış, boş olmayan bir küme S⊆U olsun. Bu küme içinde e∈S benzersiz klasik birim elemanıdır.
Herhangi bir x∈S elemanı için, x^{-1} olarak adlandırılan ve aşağıdaki denklemi sağlayan benzersiz bir ters eleman bulunur:

$$x * x^{-1} = x^{-1} * x = e.$$

Bu durumda, her elemanın bir ters elemanı vardır ve bu ters eleman, klasik birim eleman e ile uyumludur..

4.14.Klasik Ters Elemanın Tanımının Kısmen İptal Edilmesi:

Aşağıdaki durumlardan en az biri gerçekleştiğinde oluşur:

1) S kümesinde, hiçbir özel birim elemanına göre tersi bulunmayan en az bir a elemanı vardır.

Veya

2) S kümesine göre bazı özel birim elemanlarına göre iki veya daha fazla farklı tersi olan en az bir b elemanı vardır.

4.15.Neutro Ters Eleman

Küme $(S, *)$ Nötr ters elemanlara sahipse:

1) [Doğruluk Derecesi] En azından bazı özel birim elemanlarına göre tersi olan bir eleman vardır.
2) [Yanlışlık Derecesi] Hiçbir özel birim elemanına göre tersi olmayan veya bazı özel birim elemanlarına göre en az iki veya daha fazla farklı tersi olan en az bir eleman vardır.

Örnek

$\mathcal{S}$ = {x, y, z} kümesini ele alalım ve $*$ işlemiyle tanımlanmış iyi tanımlı ikili bir işlem olsun:

*	x	y	z
x	x	y	z
y	y	x	x
z	y	y	y

$x * x = x$ olduğundan, x'in birim/neutro elemanı $neut(x) = x$ ve buna karşılık gelen ters elemanı $inv(x) = x$'dir.
$y * x = x * y = y$ olduğundan, y'nin neutro elemanı $neut(y) = x$'dir;
$y * y = x$'den $inv(y) = y$ elde edilir.
z için neutro eleman yoktur, dolayısıyla $inv(z)$ de yoktur.
Bu nedenle, x ve y terslere sahiptir, ancak z'ye sahip değildir.

4.16 Anti Ters Elemanı

$(\mathcal{S}, *)$ kümesinde AntiTers Elemanlar durumu aşağıdaki koşulları sağlar:

i. Her $x \in \mathcal{S}$ elemanı ya herhangi bir birim eleman ile tersi yoktur,

ii. Ya da bazı keyfi seçilen birim elemanlar ile iki veya daha fazla farklı tersine sahiptir.

Bu durumda, tek ve benzersiz bir ters elemanın bulunmaması, küme üzerinde daha karmaşık ve belirsiz bir tersinlik yapısının var olduğunu gösterir. Bu yapı, klasik ters elemanlardan farklı olarak, ters elemanların belirli bir düzenlilik göstermediği, birden fazla tersinliğin aynı anda mevcut olduğu anlamına gelir.

5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Klasik cebirsel yapılar, daha genel "NeutroAlgebraic" ve "AntiAlgebraic" yapılara genişletilmiştir. Özellikle, NeutroAlgebra'nın kısmi cebirinin bir genellemesi olduğu kanıtlanmıştır. Boş olmayan bir uzay, belirli bir öğe A'ya göre üç bölgeye ayrılır: Nötr (belirsiz) <neutA> bölgesi, A'nın zıttı olan <antiA> bölgesi ve A'nın kendisi olan bölge. Bu bölgeler uygulamaya bağlı olarak çakışabilir veya çakışmayabilir, ancak tüm uzayı kapsayan bölgelerdir. NeutroAlgebra ise en az bir "NeutroOperation" işlemine sahiptir bu işlem bazı öğeler için iyi tanımlanmış, diğerleri için belirsiz veya dışsal olarak tanımlanmış, ya da bir "NeutroAksiyom" ile ifade edilmiştir. Sonuç olarak, klasik cebirsel yapıların daha esnek ve genelleştirilmiş formlara genişletildiği görülmektedir.

6. KAYNAKLAR

[1] F. Smarandache, Advances of Standard and Nonstandard Neutrosophic Theories, “Introduction to NeutroAlgebraic Structures and AntiAlgebraic Structures,’’ Chapter 6, pages 240-265, 2019;

[2] Agboola, A. A. A. (2020), ‘‘Introduction to NeutroGroups.’’ International Journal of Neutrosophic Science (IJNS), Volume 6, 2020, pp. 41-47.

[3] Agboola, A. A. A, (2020), ‘‘Introduction to AntiGroups, ’’ International Journal of Neutrosophic Science (IJNS), Vol. 12, No. 2, PP. 71-80

[4] Smarandache, F. ‘‘NeutroAlgebra is a Generalization of Partial Algebra,’’ International Journal of Neutrosophic Science, vol. 2, no. 1, pp. 08–17, 2020.

[5] M. Şahin , n. Olgun, ‘‘Soyut cebir ,Gruplar Teorisi,’’ pp. 09-11,2010

[6] Gilbert, L. and Gilbert, J., ‘‘Elements of Modern Algebra,’’ Eighth Edition, Cengage Learning, USA, 2015.pp.137-145

[7] F. Smarandache, M. Hamid, International Journal of Neutrosophic Science (IJNS), ‘‘neutro-bck-algebra, ’’ Vol. 8, No. 2, PP. 110-117, 2020

[8] F. Smarandache, Theory and Applications of NeutroAlgebras as Generalizations of Classical Algebras, ‘‘Neutro Algebra and Neutro Group, ’’Chapter 9, pp 141-154

[9] M. Çelik, M. M. Shalla and N. Olgun. ‘‘Fundamental Homomorphism Theorems for Neutrosophic Extended Triplet Groups, ’’pp 01-14,2018

[10] A. A. A. Agboola. ‘‘International Journal of Neutrosophic Science, ’’ (IJNS).Vol. 10, No. 2, PP. 84-95, 2020

[11] A. A. A. Agboola, M. A. Ibrahim, Z. H. Ibrahim, E. O. Adeleke. ‘‘On NeutroSemigroups. ’’ Theory and Applications of NeutroAlgebras as Generalizations of Classical Algebras, pp.289 - 301, 2022

[12] M. Hamidi, F. Smarandache, USAInternational Journal of Neutrosophic Science, ‘‘(ıjns)neutro-bck-algebra,’’Vol. 8, No. 2, PP. 110-117, 2020.

[13] N. Olgun, A. Hatip, Theory and Applications of NeutroAlgebras as Generalizations of Classical Algebras, ‘‘Neutro Ordered Ring,’’ (pp.219-233),2022.

[14] S. Das, R. Das, S. pramanik, Theory and Applications of NeutroAlgebras as Generalizations of Classical Algebras, ‘‘Neutro Algebra and Neutro Group,’’ (pp.141-154), April 2022

[15] E. Mohammadzadehand, A. Rezaei, ‘‘On Neutro Nilpotent Groups,’’ Neutrosophic Sets and Systems,Vol.38,2020.

[16] L. A. Zadeh, Fuzzy sets. ‘‘Information and control,’’ vol. 8, pp. 338–353, (1965)

[17] Smarandache, F. (1998). Neutrosophy: neutrosophic probability, set, and logic: analytic synthesis & synthetic analysis. American Research Press.

[18] Atanassov, K. T. (1986). Intuitionistic fuzzy sets. Fuzzy Sets and Systems, 20(1), 87-96. doi:10.1016/S0165-0114(86)80034-3.

[19] F. Smarandache, ‘‘Neutro algebra is a generalization of partial algebra, ’’International Journal of Neutrosophic Science, 2 , no.1, pp.8-17, 2020.

[20] Ibrahim, M. A., & Agboola, A. A. A. (2020a). ‘‘Introduction to neutro hypergroups,’’ Neutrosophic Sets and Systems, 38, 15-32.

[21] Ibrahim, M. A., & Agboola, A. A. A. (2020b). ‘‘Introduction to Neutrosophic Hypernear-rings,’’ International Journal of Neutrosophic Science, 10(1), 9-22.

[22] Ibrahim, M. A., & Agboola, A. A. A. (2020c). ‘‘Introduction to neutrovector space I.’’ Neutrosophic Sets and Systems, 36, 329-350.

[23] Agboola, A. A. A., & Ibrahim, M. A. (2020). ‘‘Introduction to antirings. Neutrosophic Sets and Systems,’’ 36, 293-307.

[24] Rezaei, A., & Smarandache, F. (2020). ‘‘On neutro-BE-algebras and anti-BE-algebras (revisited).’’ International Journal of Neutrosophic Science, 4(1), 8-15.

[25] Wang, H., Smarandache, F., Zhang, Y., & Sunderraman, R. (2010). ‘‘Single valued neutrosophic sets.’’ Review of the Air Force Academy, 1, 10-14.

[26] Ahmed Hatip, Mohammad Alsheikh, Iyad Alhamadeh. (2023, 29 9). On The Orthogonality in Real Symbolic 2-Plithogenicand 3-Plithogenic Vector Spaces. Neutrosophic Sets and Systems, 59, pp. 103-118. doi:zenodo.10031182/10.5281

[27] Hatip, A. (2023, March 13). On Intuitionistic Fuzzy Subgroups of (M-N) Type and Their Algebraic Properties. Galoitica: Journal of Mathematical Structures and Applications, 4(1), pp. 15-20. doi:https://doi.org/10.54216/GJMSA.040102

[28] Hatip, A. (2023, August 03). On The Algebraic Properties of Symbolic n-Plithogenic Matrices For n=5, n=6. Galoitica: Journal of Mathematical Structures and Applications, 7(1), pp. 08-17. doi:https://doi.org/10.54216/GJMSA.070101

[29] Hatip, A. (2023, August 2 15). Symbolic 4-Plithogenic Rings and 5-Plithogenic Rings. Symmetry, 15(8), p. 10. doi:https://doi.org/10.3390/sym15081588

[30] Mohamed Nedal Khatib , Ahmed Hatip. (2024, March 28). On Refined Netrusophic Fractional Calculus. International Journal of Neutrosophic Science, 24, pp. 08-18. doi: https://doi.org/10.54216/IJNS.240201

Neutrosophic Knowledge, Vol. 05, 2024
University of New Mexico

Article

NEUTRO GRUP VE UYGULAMALARI

Ahmed Hatip [1] *, ve Zekeriye Siayvi [2]

Department of Mathematics, Gaziantep University, Turkey 1; ahmedhatip@gantep.edu.tr
Department of Mathematics, Gaziantep University, Turkey 2; zekeriye_siayvi@hotmail.com

* Correspondence: ahmedhatip@gantep.edu.tr

Received: 10 02, 2024; *Accepted:* 10 10, 2024.

Özet: Bu makalenin amacı, "NeutroGrup" kavramı üç "NeutroAksiyom" (NeutroBirleşme özelliği, NeutroBirim elemanın varlığı ve NeutroTers elemanın varlığı) bağlamında formel olarak tanımlanmış ve temel kavramları açıklanmıştır.NeutroGruplar, NeutroAltGruplar, NeutroYarı Gruplar ve NeutroGrup Homomorfizmaleri ile ilgili birçok ilginç sonuç ve örnek sunulmaktadır.

Anahtar Kelimeler: Neutro Cebir, NeutroAksiyom, NeutroBirim elemanı, NeutroTers elemanı, NeutroAltgrup, Neutroyarıgrup, NeutroHomomorfizma

1. **Giriş**

Florentin Smarandache, 2019 yılında Nötrosofide yeni araştırma alanları olarak NeutroYapılar (NeutroStructures) ve AntiYapılar (AntiStructures) adını verdiği kavramları tanıtmıştır. Smarandache, son zamanlarda NeutroCabir (NeutroAlgebra) ve AntiCabir (AntiAlgebra) kavramlarını da tanıtmıştır. Daha sonra Smarandache, KısmiCabir, Evrensel Cabir, Etki Cabirleri ve Boole'un Kısmi Cabirını inceleyerek, NeutroCabirlerin Kısmi Cabirlerin genelleştirilmesi olduğunu göstermiştir. Agboola ve arkadaşları ise NeutroCabir ve AntiCabir kavramlarını klasik sayı sistemleri N, Z, Q, R ve C bağlamında incelemiştir. Smarandache'ın NeutroGrup (NeutroGroup) kavramına yaptığı atıf, bu çalışmanın yazılmasına ilham vermiştir.

Bu makalede, Nötrosofik kümeler, Klasik Cebir, Neutro Cebir, Klasik Grup ve Neutro Grup gibi konulara odaklanmıştır. İlk bölümünde bu temel kavramlardan bahsedilmiş, NeutroBirleşme özelliği (NeutroAssociativity), NeutroBirim elemanın (NeutroNeutral Element) varlığı ve NeutroTers elemanın (NeutroInverse Element) varlığı olmak üzere üç NeutroAksiyom (NeutroAxiom) dikkate alınarak NeutroGrup kavramı resmi olarak sunulmaktadır. Daha sonra, Neutro Grup kavramı üç NeutroAksiyom temel alınarak tanımlanmış ve bu yapının özellikleri incelenmiştir. Sonuç olarak, makalede Klasik Cebir ve Neutro Cebir arasındaki bağlantılar ele alınmış ve gelecekteki çalışmalara yönelik önerilerde bulunulmuştur.
NeutroCabir ve AntiCabir hakkında daha fazla bilgi için okuyucuların ilgili kaynaklara başvurmaları önerilir.

2.Genel Bilgiler

Bu kısımda kullanılan temel tanım ve özellikleri sunmaktadır. Klasik Cebir ve Neutro Cebir, İşlemler ve Neutro İşlemler, Aksiyom, NeutroAksiyom ve Cebir'in Sınıflandırılması gibi kavramların tanımları sunulmuştur.

i. Bir klasik işlem, verilen bir kümenin tüm elemanları için iyi tanımlanmış bir işlemdir[4].

ii. Bir neutro işlem, belirli bir küme içinde kısmen iyi tanımlanmış, kısmen belirsiz veya kısmen dışsal tanımlanmış bir işlemdir[4].

iii. Bir Anti işlem, Tüm Küme Elemanları için Dışsal Olarak Tanımlanmış bir İşlemdir[4].

iv. Boş olmayan bir küme üzerinde tanımlanan bir klasik yasa/ aksiyom, tamamen doğru olan, yani kümenin tüm elemanları için doğru olan bir yasa/ aksiyom dır[12].

v. Boş olmayan bir küme üzerinde tanımlanan bir NeutroYasa/ Neutroaksiyom, belirli bir derecede bazı küme elemanları için doğru olan, diğer bazı elemanlar için belirsiz olan veya belirli bir derecede yanlış olan bir yasa/ aksiyomdır. Bu dereceler $(T, I, F) \in [0, 1]$ ve $(T, I, F) \neq (1, 0, 0)$ klasik aksiyom temsil eden ve $(T, I, F) \neq (0, 0, 1)$ Antiaksiyom temsil eden[12].

vi. Bir Antiaksiyom, boş olmayan bir küme üzerinde tanımlanan ve kümenin tüm elemanları için yanlış olan bir aksiyomdur[12].

vii. Bir (Klasik) Cebir, içinde bulunan tüm elemanlar için geçerli olan toplam işlemlerle (veya toplam işlemlerle) donatılmış boş olmayan bir Klasik Cebir kümesidir ve aynı zamanda bu kümenin tüm elemanları için doğru olan (klasik) Aksiyom'lar içerir[4].

viii. Bir Neutro Cebir (veya Neutro Cebirsel Yapı), içinde bulunan en az bir Neutro İşlem (veya Neutro İşlem) veya bir Neutro Aksiyom içeren NC adlı boş olmayan bir küp ile donatılmıştır. Bu, küpün (Kısmi, Neutro veya toplam) işlemleri için uygundur[4].

ix. Bir AntiCebir (veya AntiCebir Yapısı), en az bir Antiİşlem (veya AntiFonksiyon) veya en az bir AntiAksiyom ile donatılmış boş olmayan bir küme AntiCebir'dir[4].

3. Neutro bazlarda işlemler[1]

Bu kısımda Klasik Birleşme Özelliği, Klasik Birleşme Özelliği olmaması, NeutroBirleşme Özelliği, Klasik Değişme özelliği, Klasik Değişme Özelliği Olmaması, NeutroDeğişme Özelliği, Klasik Birim Elemanı, Klasik Birim Elemanın Tanımının Kısmen İptal Edilmesi, NeutroBirimElemanları, Klasik Ters Elemanı, Klasik Ters Elemanın Tanımının Kısmen İptal Edilmesi ve Neutro Ters Eleman gibi konular açıklanmıştır.

i. Klasik Birleşme Özelliği:

$\mathcal{U}$ bir kavramsal alan olsun ve $\mathcal{S}$, $\mathcal{U}$ içinde boş olmayan bir kümedir. $\mathcal{S}$ kümesi üzerinde bağıl olarak tanımlanmış iyi tanımlı bir ikili işlem $*$ vardır.
Eğer işlem $*$, $\mathcal{S}$ kümesi üzerinde Birleşme özelliğine sahipse, yani $\forall$ x, y, z $\in \mathcal{S}$ için aşağıdaki eşitlik geçerliyse:
x $*$ (y $*$ z) = (x $*$ y) $*$ z.o zaman bu işleme Birleşme özelliğine sahip bir işlem denir.

ii. Klasik Birleşme Özelliği olmaması

Kavramsal bir alan $\mathcal{U}$ ve $\mathcal{U}$ içerisinde yer alan boş olmayan bir küme $\mathcal{S}$ olsun. $\mathcal{S}$ kümesi üzerinde bağıl olarak tanımlanmış iyi tanımlı bir ikili işlem * mevcuttur.
Eğer işlem *, $\mathcal{S}$ kümesi üzerinde Birleşme özelliğine sahip değilse, yani $\exists$ x, y, z $\in \mathcal{S}$ için x * (y * z) $\neq$ (x * y) * z oluyorsa, o zaman Birleşme aksiyonu sağlanmaz.

iii. NeutroBirleşme Özelliği:

$\mathcal{U}$, iyi tanımlı ikili bir işlem $*$ ile donatılmış, boş olmayan bir küme $\mathcal{S} \subseteq \mathcal{U}$ ile bir kavramsal alanı sahip olsun.($\mathcal{S}$, $*$) kümesi NeutroBirleşme Özelliği sahib ise ancak ve ancak şunlar doğruysa:
$\mathcal{S}$ içinde en az bir a_1, b_1, c_1 üçlüsü varsa o zaman:
$a_1 * (b_1 * c_1) = (a_1 * b_1) * c_1$ ve en az bir a_2, b_2, c_2 üçlüsü varsa:
$a_2 * (b_2 * c_2) \neq (a_2 * b_2) * c_2$.
Bu nedenle, bazı üçlüler birleştirme ilkesini doğrularken diğerleri doğrulamıyor.

iv. Anti Birleşme özelliği:

$\mathcal{U}$, iyi tanımlı ikili bir işlem $*$ ile donatılmış, boş olmayan bir küme $\mathcal{S} \subseteq \mathcal{U}$ ile bir kavramsal alanı sahip olsun.($\mathcal{S}$, $*$) kümesi AntiBirleşme Özelliği sahib ise ancak şu koşul sağlanırsa:
Her x, y, z $\in \mathcal{S}$ üçlüsü için, x $*$ (y $*$ z) $\neq$ (x $*$ y) $*$ z olur.
Dolayısıyla, hiçbir üçlü Birleşme aksiyomunu doğrulamaz.

v. klasik Değişme özelliği:

$\mathcal{U}$, iyi tanımlı ikili bir işlem $*$ ile donatılmış, boş olmayan bir küme $\mathcal{S} \subseteq \mathcal{U}$ ile bir evrensel alanı sahip olsun. $*$ işlemi, $\mathcal{S}$ üzerinde değişme özelliği sahib ise, o zaman $\forall$ x, y $\in \mathcal{S}$ için x $*$ y = y $*$ x olur.

vi. Klasik Değişme Özelliği Olmaması

$\mathcal{U}$, iyi tanımlı ikili bir işlem $*$ ile donatılmış, boş olmayan bir küme $\mathcal{S} \subseteq \mathcal{U}$ ile bir evrensel alanı sahip olsun. $*$ işlemi, $\mathcal{S}$ üzerinde değişme özelliği sahib değilse, o zaman $\forall$ x, y $\in \mathcal{S}$ için x $*$ y $\neq$ y $*$ x olur.

vii. NeutroDeğişme Özelliği:

değişmeli, kümenin tüm elemanlarının belirli bir ikili işleme göre değişmeli olduğu anlamına gelir, Neutrodeğişmeli ise bazı elemanların değişmeli olduğu anlamına gelirken diğerlerinin olmadığı anlamına gelir.

viii. Klasik Birim Elemanı

$\mathcal{U}$, iyi tanımlı ikili bir işlem $*$ ile donatılmış, boş olmayan bir küme $\mathcal{S} \subseteq \mathcal{U}$ ile bir evrensel alanı sahip olsun.Küme $\mathcal{S}$, klasik bir birim elemana e∈S sahiptir, yalnız ve yalnızca eğer e benzersizdir ve S içinde herhangi bir x için x∗e=e∗x=x koşulunu sağlar.

ix. NeutroBirimElemanları:

Bir $(\mathcal{S}, *)$ kümesi, NeutroBirimElemanları'na sahipse:

1. Her eleman $x \in \mathcal{S}$ ya hiç birim elemanına sahiptir ya da en fazla bir birim elemanına sahiptir. (birden fazla birim elemanı olamaz)
2. Eğer $x \in \mathcal{S}$ elemanı en fazla bir birim elemanına sahipse, o birim elemanı eşsizdir. (farklı elemanlar farklı birim elemanlarına sahiptir)

x. AntiBirimElemanları:

$(\mathcal{S}, *)$ küme AntiBirim Elemanlara sahip ise:

i. Her $x \in \mathcal{S}$ elemanı ya hiç birim-eleman içermez.

ii. Ya da iki veya daha fazla farklı birim-elemanı vardır.

xi. Klasik Ters Elemanı

$\mathcal{U}$, iyi tanımlı ikili bir işlem $*$ ile donatılmış, boş olmayan bir küme $\mathcal{S} \subseteq \mathcal{U}$ ile bir evrensel alanı sahip olsun.$e \in \mathcal{S}$ kümenin benzersiz klasik birim elemanı olsun.
Herhangi bir $x \in \mathcal{S}$ elemanı için, $x-1$ olarak adlandırılan ve aşağıdaki denklemi sağlayan benzersiz bir ters eleman bulunur:

$x * x^{-1} = x^{-1} * x = e.$

xii. Neutro Ters Eleman

Küme $(\mathcal{S}, *)$ Nötr ters elemanlara sahipse:

- [Doğruluk Derecesi] En azından bazı özel birim elemanlarına göre tersi olan bir eleman vardır.
- [Yanlışlık Derecesi] Hiçbir özel birim elemanına göre tersi olmayan veya bazı özel birim elemanlarına göre en az iki veya daha fazla farklı tersi olan en az bir eleman vardır.

4. Neutro Grup

Bu kısımda NeutroGrup kavramı üç temel NeutroAksiyom kullanılarak formal olarak tanıtılmakta ve bu yapının temel özellikleri incelenmektedir.

i. Klasik Grup[15]

Boş olmayan bir küme $\mathcal{U}$ ve $\mathcal{U}$ üzerinde tanımlanmış bir ikili işlem * olsun. Eğer $(\mathcal{U}, *)$ cebirsel yapısı aşağıdaki özellikleri sağlıyorsa, bu yapıya grup denir:

- Kapalılık Özelliği: $\forall\ x, y \in \mathcal{U}$ için, $x * y \in \mathcal{U}$ dir.

- Birleşme Özelliği: $\forall\, x, y, z \in \mathcal{U}$ için, $x * (y * z) = (x * y) * z$ dir.
- Birim Eleman Özelliği: $\exists\, e \in \mathcal{U}$ öyle ki, $\forall\, x \in \mathcal{U}$ için, $x * e = e * x = x$ dir.
- Ters Eleman Özelliği: $\forall\, x \in \mathcal{U}$, $\exists\, y \in \mathcal{U}$ öyle ki, $x * y = y * x = e$ dir.

Burada, y elemanına x nin tersi denir ve $y = x^{-1}$ şeklinde gösterilir.
Sonuç olarak, yukarıdaki dört özelliği sağlayan $(\mathcal{U}, *)$ cebirsel yapısına grup denir.

ii. Neutro grup[13]

Bir küme $\mathcal{U}$ ve $\mathcal{U}$ üzerinde tanımlı bir ikili işlem * kabul edilsin. Eğer aşağıdaki şartlar sağlanıyorsa, $(\mathcal{U}, *)$ bir NeutroGrup olarak adlandırılır:

a) *, Neutro birleşme özelliği sahib olsun. En az bir x, y, z$\in \mathcal{U}$ olsun:

$$x*(y*z)=(x*y)*z \tag{1}$$

Ve en az bir d, e, f$\in \mathcal{U}$ vardır:

$$d*(e*f)\neq(d*e)*f \tag{2}$$

b) $\mathcal{U}$ kümesinde en az bir NeutroBirim elemanı vardır, yani $\mathcal{U}$ kümesinde x $\in \mathcal{U}$ için tek bir Birim elemanı olan e $\in \mathcal{U}$ mevcuttur ve şu şekilde ifade edilir:

$$x * e = e * x = x \tag{3}$$

y $\in \mathcal{U}$ için e $\in \mathcal{U}$ öyle bir eleman mevcut değildir ki

$$y * e = e * y = y \tag{4}$$

Veya e_1, $e_2 \in \mathcal{U}$ mevcuttur, öyle ki

$$y * e_1 = e_1 * y = y \text{ veya} \tag{5}$$

$$y * e_2 = e_2 * y = y \text{ ve } e_1 \neq e_2 \tag{6}$$

c) $\mathcal{U}$ kümesinde en az bir NeutroTers elemanı vardır, yani x $\in \mathcal{U}$ için birim eleman e $\in \mathcal{U}$ 'ye göre bir tersi olan y $\in \mathcal{U}$ mevcuttur:

$$x * y = y * x = e \tag{7}$$

Veya en az bir eleman y $\in \mathcal{U}$ mevcuttur ki bazı birim eleman f $\in \mathcal{U}$ 'ye göre iki veya daha fazla tersi z, w $\in \mathcal{U}$ vardır:

$$y * z = z * y = f \tag{8}$$

$$y * w = w * y = f \tag{9}$$

Ayrıca, $*$ NeutroDeğişme özelliği sahib ise yani en az bir ikili (x, y) $\in \mathcal{U}$ mevcuttur, öyle ki:

$$x * y = y * x \tag{10}$$

Ve en az bir ikili (z, w) ∈ $\mathcal{U}$ mevcuttur, öyle ki:

$$z * w \neq w * z \quad (11)$$

O zaman ($\mathcal{U}$, ∗), bir NeutroDeğişmeli grup veya NeutroAbelianGrup.

Yalnızca a) koşulu karşılanıyorsa, o zaman ($\mathcal{U}$, ∗) bir NeutroYarıGrup denir, a) ve b) koşulları sağlanırsa sağlanıyorsa ($\mathcal{U}$, ∗)'ye NeutroMonoid denir.

Örnek: U = {x, y, z, w, e, f} bir evrensel küme olsun ve G = {x, y, z,e} U'nun bir alt kümesi olsun.

Aşağıdaki Cayley tablosunda gösterildiği gibi G'de tanımlanan ikili bir işlem olsun:

∗	x	y	z	e
x	e	z	f	e
y	z	e	w	y
z	w	x	e	z
e	x	y	z	e

Tablodan, aşağıda gösterildiği gibi ∗'ye göre i, ii, ve iii'in kısmen doğru ve kısmen yanlış olduğu açıktır.

Kapalılık özeliği: x∗ z = f, y ∗ z = w, z ∗x = y%18,75 yanlışlık derecesiyle yanlış olan bileşimler dışında, diğer tüm bileşimler %81,25 doğruluk derecesiyle doğrudur.

NeutroBirleşme Özelliği:

$$z * (y * y) = (z * y) * y = z.$$

$$x * (y * z) = x * w = \text{outer-defined},$$

$$(x * y) * z = e.$$

NeutroDeğişme Özelliği:

$$x * y = y * x = z.$$

$$x * z = f \text{ ama } z * x = w \neq f.$$

Dolayısıyla (G, ∗) 'nin sonlu bir neutroabeliangrup olduğunu gösterdik.

Örnek: G = {1, 2, 3, 4, 5} ⊆ Z_{10} ve ∗ İkili bir işlem olsun, Cayley tablosunda gösterildiği gibi G'de tanımlayın:

∗	1	2	3	4	5
1	1	2	3	4	5
2	2	4	6	8	0
3	3	6	9	2	5
4	4	8	2	6	0
5	5	0	5	0	5

O halde (NG, ∗) sonlu bir NötrGruptur.

Teorem: (G_i, *), i= 1, 2,…, n bir Neutro Grubu ailesi olsun.

- G=$\cap_{i=1}^{n}$ G_i Neutro bir Gruptur.
- G=$\prod_{i=1}^{n} G_i$ Neutro bir .

5. NeutroAltGrup

Bu kısımda, NeutroAltGruplar üzerine yapılan çalışmalara odaklanılmaktadır. Bu bölümde, NeutroAltGrupların çeşitli özellikleri ve ilginç örnekleri sunulmaktadır**.**

Tanım: Kabul edelim ki (U, *) bir NeutroGrup olsun. U kümesinin boş olmayan bir alt kümesi S, eğer S kümesi, U üzerinde tanımlı NeutroGrup işlemi * ile bir NeutroGrup yapısı oluşturuyorsa, o zaman S'ye U'nin bir NeutroAltgrubu denir. [2]

Teorem: S, sonlu NeutroGrubun (G, ∗) bir NeutroAlt grubu olsun. O halde genel olarak:

a) o(S), o(G)'nin bir böleni değildir.
b) G'de S'nin herhangi iki sol(sağ) kosetleri arasında 1-1 yazışma yoktur.
c) G ve S'de S'nin sol (sağ) koseti arasında 1-1 yazışma yoktur.
d) Eğer Nx = e (yani xe = ex = x, ∀x ∈ G) ise, o zaman eS ≠ S, Se ≠ S ve {e} G'nin bir NeutroAltgrubu değildir.
e) (G) ≠ [G: S] o (S).
f) G'deki S'nin farklı sol (sağ) kosetleri kümesi G'nin bir bölümü değildir.

Neutro yarı grup

Bu kısımda, NeutroYarıGruplar üzerine yapılan çalışmalara odaklanılmaktadır. Bu bölümde, NeutroYarıGrupların çeşitli özellikleri ve ilginç örnekleri sunulmaktadır.

Klasik yarı grup

Boş olmayan bir küme S olsun ve * da üzerinde ikili bir işlem olsun:

$$*: S \times S \rightarrow S$$

(S, *) çifti aşağıdaki iki koşulu sağlıyorsa, klasik anlamda bir yarı grup (semi-group) olarak adlandırılır:

(S1) Kapalılık (Closure): x * y ∈ S, ∀ x, y ∈ S

(S2) Birleşme (Associativity): x * (y * z) = (x * y) * z, ∀ x, y, z ∈ S

Yani, bir küme üzerinde tanımlı bir ikili işlem, o kümenin kapalı olması ve işlemin birleşme özelliğini sağlaması durumunda, o çift klasik yarı grup olarak adlandırılır. [11]

Neutro yarı grup

Boş olmayan bir küme S ve üzerinde tanımlı ikili bir işlem * olsun. (S, *) çifti, aşağıdaki iki aksiyonu sağlıyorsa Neutro Yarı Grup (Neutro Semi-Group) olarak adlandırılır:

(NS1) (a, b), (c, d), (e, f), ∈ S

a * b ∈ S (doğruluk derecesi T ile içsel olarak tanımlanmış) ve [c * d = belirsiz (belirsizlik derecesi I ile) veya e * f ∉ S (dışsal olarak tanımlanmış / yalanlık derecesi F ile)] olan durumları sağlayan [NeutroKapalı Özeliği] olarak adlandırılan bir NeutroKapalıÖzeliği mevcuttur.

(NS2) (a, b, z), (e, f, r), (c, d, w) ∈ S a * (b * z) = (a * b) * z (doğruluk derecesi T ile içsel olarak tanımlanmış) ve [[e * (f * r)] veya [(e * f) * r] = belirsiz (belirsizlik derecesi I ile) veya c * (d * w) ≠ (u * d) * w (dışsal olarak tanımlanmış / yalanlık derecesi F ile)] olan durumları sağlayan [NeutroBirleşme] olarak adlandırılan bir NeutroBirleşmeAksiyomu mevcuttur. [11]

Örnek: U = {u, v, w, x, y, z} bir kavramsal alanı olsun ve NS = {x, y, z} U'nun bir alt kümesi olsun. Aşağıdaki Cayley tablosunda gösterildiği gibi G'de tanımlanan ikili bir işlem olsun:

*	x	y	z
x	x	u	y
y	u veya v	?	x
z	y	?	w

y ∗ x = belirsiz,

z ∗ y = belirsiz,

x ∗ y = u (dışsal olarak tanımlanmış),

x ∗ z = y (içsel olarak tanımlanmış),

z ∗ x = y (içsel olarak tanımlanmış),

x ∗ (z ∗ y) = belirsiz, (x ∗ z) ∗ y = belirsiz,

x ∗ (y ∗ z) = x, ancak (x ∗ y) ∗ z = belirsiz,

x ∗ (x ∗ x) = (x ∗ x) ∗ x = x.

Homomorfizma

Tanım: Herhangi iki Neutro Grup (U, *) ve (S, ○) olsun. Bir fonksiyon f: U → S, eğer tüm x, y ∈ U için aşağıdaki şartı sağlıyorsa, f'ye Neutro Grup Homomorfizması denir:

$$f(x * y) = f(x) \circ f(y)$$

Yani, f fonksiyonu Neutro Grupların ikili işlemlerini korur. Bu özellik sayesinde,
(U, *) Neutro Grubunun algebraik yapısı, (S, ○) Neutro Grubuna aktarılmış olur.

Örnek: (G, ∘) Örnek 3.2.5'ün Nötr Grubu olsun ve f: G × G → G,
f (u, v) = u ∀u, v ∈ G tarafından verilen bir projeksiyon olsun.

$$f(u, v) = u \ \forall u, v \in G$$

O halde

f(1, 1) = f(1, 3) = f(1, 5) = 1, f(3, 1) = f(3, 3) = f(3, 5) = 3, f(5, 1) = f(5, 3) = f(5, 5) = 5.

Çünkü f ((1, 1) (1, 3)) = f (1, 3) = 1 ve f (1, 1) f (1, 3) = 1 ∘ 1 = 1 ama

f ((1, 5) (5, 3)) = f (5, 7) =? Ve f (1, 5) f (5, 3) = 1 ∘ 5 = 5, f neutro homorfizmdir. [10]

Sonuç

Bu makalede, NeutroBirleşme özelliği, NeutroBirim elemanın varlığı ve NeutroTers elemanın varlığı olmak üzere üç NeutroAksiyom dikkate alınarak NeutroGroup kavramını resmi olarak sunduk.

NeutroAltgruplar, NeutroYarı Gruplar ve NeutroGrupHomomorfileri üzerinde çalıştık ve birçok ilginç sonuç ve örnek sunduk.

Kaynaklar

[1] Florentin Smarandache, Introduction to NeutroAlgebraic Structures and AntiAlgebraic Structures, Chapter 6, pages 240-265,

[2] Agboola, A.A.A. (2020) Introduction to NeutroGroups. International Journal of Neutrosophic Science (IJNS), Volume 6, 2020, pp. 41-47.

[3] Agboola A.A.A (2020), Introduction to AntiGroups, International Journal of Neutrosophic Science (IJNS), Vol. 12, No. 2, PP. 71-80

[4] Smarandache, F. NeutroAlgebra is a Generalization of Partial Algebra, International Journal of Neutrosophic Science, vol. 2, no. 1, pp. 08–17, 2020.

[5] m.Şahin n.Olgun ,Soyut cebir (2010) ,Gruplar Teorisi,pp. 09-11,2010

[6] Gilbert, L. and Gilbert, J., Elements of Modern Algebra, Eighth Edition, Cengage Learning, USA, 2015.pp.137-145

[7] F. Smarandache, M.Hamid ,International Journal of Neutrosophic Science (IJNS),NEUTRO-BCK-ALGEBRA,Vol. 8, No. 2, PP. 110-117, 2020

[8] F. Smarandache, Theory and Applications of NeutroAlgebras as Generalizations of Classical Algebras,Chapter 9 Neutro Algebra and Neutro Group ,pp 141-154

[9] Mehmet Çelik, Moges Mekonnen Shalla and Necati Olgun. Fundamental Homomorphism Theorems for Neutrosophic Extended Triplet Groups.

[10] A.A.A. Agboola.International Journal of Neutrosophic Science (IJNS).Vol. 10, No. 2, PP. 84-95, 2020

[11] Abdul Akeem Adesina Agboola, Muritala Abiodun Ibrahim, Zulaihat Hassan-Ibrahim, Emmanuel O Adeleke. On NeutroSemigroups. Theory and Applications of NeutroAlgebras as Generalizations of Classical Algebras, pp.289 - 301, 2022, ff10.4018/978-1-6684-3495-6.ch017ff.

[12] Mohammad Hamidi, Florentin Smarandache,Department of Mathematics, University of Payame Noor, Tehran, Iran,Mathematics & Science, University of New Mexico, Gallup Campus, USAInternational Journal of Neutrosophic Science (IJNS)NEUTRO-BCK-ALGEBRA Vol. 8, No. 2, PP. 110-117, 2020.

[13] Necati Olgun, Ahmed Hatip,Neutro Ordered Ring.Department of Mathematics, Gaziantep University, Gaziantep27310-Turkey.

[14] Suman Das Tripura University, India Rakhal Das Tripura University, India Surapati pramanik April 2022, Neutro Algebra and Neutro Group,Chapter 9.

[15] Elahe Mohammadzadehand Akbar Rezaei,Department of Mathematics, Payame Noor University, P.O. Box 19395-3697, Tehran, Iran,On NeutroNilpotentGroups,Neutrosophic Sets and Systems,Vol.38,2020.

[16] Ahmed Hatip, Mohammad Alsheikh, Iyad Alhamadeh. (2023, 29 9). On The Orthogonality in Real Symbolic 2-Plithogenicand 3-Plithogenic Vector Spaces. Neutrosophic Sets and Systems, 59, pp. 103-118. doi:zenodo.10031182/10.5281

[17] Hatip, A. (2023, March 13). On Intuitionistic Fuzzy Subgroups of (M-N) Type and Their Algebraic Properties. Galoitica: Journal of Mathematical Structures and Applications, 4(1), pp. 15-20. doi:https://doi.org/10.54216/GJMSA.040102

[18] Hatip, A. (2023, August 03). On The Algebraic Properties of Symbolic n-Plithogenic Matrices For n=5, n=6. Galoitica: Journal of Mathematical Structures and Applications, 7(1), pp. 08-17. doi:https://doi.org/10.54216/GJMSA.070101

[19] Hatip, A. (2023, August 2 15). Symbolic 4-Plithogenic Rings and 5-Plithogenic Rings. Symmetry, 15(8), p. 10. doi:https://doi.org/10.3390/sym15081588

[20] Mohamed Nedal Khatib , Ahmed Hatip. (2024, March 28). On Refined Netrusophic Fractional Calculus. International Journal of Neutrosophic Science, 24, pp. 08-18. doi: https://doi.org/10.54216/IJNS.240201

NeutrosophicKnowledge, Vol. 05, 2024
University of New Mexico

Article

تأثير المنطق النيوتروسوفي على البنى الجبرية

Nader Mahmoud Taffach [1], Mohammad Alsheikh [2] and Ahmed Hatip [3]*

Faculty Of Science، Department Of Mathematics، Idlib University، Syria **1**; nader_taffach@idlib-university.com
Faculty Of Science، Department Of Mathematics، Idlib University، Syria **2**; mohammad.alsheikh@idlib-university.com
Gaziantep University، Department Of Mathematics، Gaziantep، Turkey **3**; ahmedhatip@gantep.edu.tr

* Correspondence: ahmedhatip@gantep.edu.tr

Received: 09 22 ,2024 ; *Accepted:* 10 10, 2024.

الملخص:
في هذه الورقة تمّ البحث في تأثير المنطق النيوتروسوفي على البنى الجبرية، حيث تمّ دراسة تأثير المنطق النيوتروسوفي على وحدة البناء الأولى، وهي المجموعة، ثم تمّ التعرّض بعد ذلك لتأثير المنطق النيوتروسوفي على كل من الزمرة، الحلقة، الحقل، المودول، والفضاء الشعاعي، إذ تبيّن أن الزمرة النيوتروسوفية ليست زمرة بالمفهوم الكلاسيكي، وأن الحلقة النيوتروسوفية هي حلقة كلاسيكية، وكذلك الحال فإن المودول النيوتروسوفي هو مودول، حيث تمّ توضيح هذا التأثير من خلال العديد من الأمثلة المناسبة.

الكلمات المفتاحية: المجموعة النيوتروسوفية، الزمرة النيوتروسوفية، الحلقة النيوتروسوفية، المودول النيوتروسوفي.

1. مقدمة:

الأفكار كأي كائن حي تولد وتترعرع وتمر بمراحل عدة، فما إن تولد الأفكار حتى تبدأ بالتأرجح والتمايل بين الإثبات والنفي وبين التصديق والتكذيب مروراً بالعديد من الحالات البينية بين الطرفين المتقابلين، بما في ذلك تلك النقطة المعتدلة التي تكون على مسافة واحدة بين نقيضين، إذ تتصافح المتناقضات وتتعانق بنعومة وتتكامل، لا بل إننا نحصل على حالة من حالات التأرجح المتسارعة التي تقلب القضايا رأسا على عقب، فبالأمس القضية التي كانت منفية ومغلوطة هي اليوم في أبهى الصحة والبرهان، وما يؤكده أحدهم اليوم بالحجة والبرهان، قد ينفيه آخر غداً، وبالتالي ما من شيء ثابت إلا والتغيير يقض مضجعه، ولا صادق إلا وشبح التكذيب يطارده.

ففي خضم تلك التناقضات والإشكالات، عليك أن تضع الأمور في نصابها، وتضع الشيء المناسب في مكانه الصحيح، والسبيل الناجع هو المنطق[6,9 – 1]، فإن المنطق_ كمصطلح _ كان مدار بحث الفلاسفة والعلماء منذ وقت بعيد، حيث أنتجوا لنا المنطق الكلاسيكي الذي يعتبر أنّ أي قضية منطقية هي إما صحيحة أو خاطئة [9].

فقد ظهر المنطق الرياضي كفرع من فروع الرياضيات في أواسط القرن التاسع عشر نتيجة لأبحاث العالم الإنكليزي جورج بول (George Boole) 1864 فاستخدم الرموز للتعبير عن القضايا والتي لا تقبل سوى قيمتين من قيم الحقيقة (صح أو خطأ) ورمَز للعلاقات التي تربط هذه القضايا بما يسمى الروابط المنطقية، وهكذا تحولت المسائل في المنطق الصوري التقليدي إلى علاقات جبرية يتّم من خلال حلها بطرق رياضية بحتة الوصول إلى إجابات للمسائل المطروحة.

ويقوم المنطق الصوري الكلاسيكي على ثلاثة مبادئ أساسية[7]:

1) ثنائي القيمة: إذ لا يقبل المنطق الصوري سوى قيمتين هما صح أوخطأً.

2) مبدأ الثالث المستبعد: والذي يستبعد حالة الوسط بين الوجود واللاوجود، أي لا يمكن لقضية منطقية أن تكون لا صحيحة ولا خاطئة.
3) مبدأ عدم التناقض: والذي يؤكد استحالة أن تكون القضية صحيحة وخاطئة في آن معاً.

ثم كان المنطق الضبابي الذي قدمه أول مرة في ستينيات القرن الماضي البروفيسور لطفي زاده الأذريّ الأصل، هذا المنطق يصف القضية بشكل أوسع من (0 أو 1) صح أو خطأ، صدق أو كذب، أبيض أو أسود، بحيث يعطي درجات من الحق والبطلان وبالتالي يكون قد سدّ ثغرات كانت موجودة في المنطق الكلاسيكي[9].

وفي عام 1965 اقترح زاده استخدام مفهوم القيم الضبابية للتعبير عن المجموعات الضبابية واستخدام مستويات متعددة بدلا من استخدام الحقيقية التقليدية[9].

إلى أن جاء الفيلسوف والشاعر البروفيسور فلورنتن سمارنداكه أستاذ ورئيس قسم الرياضيات في جامعة نيومكسيكو الامريكية بالمنطق النيوتروسوفي، ذلك المنطق الذي يعتمد على تمديد للمنطق الضبابي، لكنه يشتمل على شيء مهم ألا وهو عنصر عدم التحديد (I)، حيث $I^2 = I$ تلك الفجوة التي غفل عنها المنطق الضبابي، ففتح المنطق النيوتروسوفي بذلك باباً واسعا لفهم العلاقة بين المتناقضات إذ لا ثابت على الإطلاق، كما لا متغير على الدوام،فهناك حقيقة مطلقة واحدة هي الله سبحانه وتعالى، دون ذلك الكل يتأرجح بين ثبات نسبي وتغير نسبي[$4 - 1$].

وأنت قادر بكل تأكيد أن تصف الشيء الواحد بصح وخطأ بنفس الوقت، وبنعم ولا معاً، وهذا يعني أن ثمة موقفاً يجمع بين النقيضين بين الصدق والكذب،بين الرأي والرأي الأخر، بين الأبيض والأسود.

وهذا الموقف الجديد المحايد بين الأطراف المتناقضة هو موقف المنطق والفلسفة النيوتروسوفية، التي لم تترك مجالاً إلا وولجت فيه، واضعة مفاهيم وتفسيرات جديدة لطالما كانت غير متوقعة بالنسبة لنا[$6 - 1$].

على سبيل المثال: في الفيزياء قدم فلورنتين سمرنداتشه سلسلة من الموضوعات في ميكانيك الكم، منها أنه ليس هناك حد أقصى للسرعة بالكون، وهذا يناقض نسبية أنشتاين، كذلك وضع إمكانية وجود شكل ثالث بين المادة ونقيضها، وأسماها النيوترومادة، والأمر نفسه في الاقتصاد، الطب، السياسة، والذكاء الاصطناعي[$6 - 1$].

النيوتروسوفيا تعني دراسة الأفكار والمفاهيم التي لا تكون صحيحة ولا خاطئة، لكن تقع بين ذلك، وهذا يعني (الحياد، اللاتعيين (اللاتحديد)، التناقض، المبهم، ... إلخ)، وإن كل حقل من حقول المعرفة تملك جزأها النيوتروسوفيا ذلك الجزء الذي يحوي اللاتحديد، إذ تمت ولادة المنطق النيوتروسوفي، المجموعة النيوتروسوفية، الاحتمال النيوتروسوفي، الإحصاء النيوتروسوفي ، الحساب التمهيدي للتفاضل، التكامل النيوتروسوفي ، حساب التفاضل، والتكامل النيوتروسوفي ... إلخ[$15{,}22 - 10$].

وبهذا تم توسعة المنطق النيوتروسوفي بإضافة عامل اللاتحديد المعدل (البليثوجينيك) وهذا ما يبيّن لنا: لماذا المنطق النيوتروسوفي يمكنه أن يتطوّر بطرائق مختلفة.[$15 - 10$].

2. تأثير المنطق النيوتروسوفي على المجموعة

1.2 المجموعة الكلاسيكية

لتكن لدينا المجموعة الشاملة X، إن المجموعة A من X هي مجموعة من العناصر التي تشترك بصفة معينة يتم من خلالها البت على العنصر أنه ينتمي أو لا ينتمي للمجموعة وهذا يمكن التعبير عنه من خلال التطبيق المعرف بالقاعدة:

$$\mu_A : X \to \{0,1\}$$

$$\mu_A(x) \begin{cases} 0 & ; x \notin A \\ 1 & ; x \in A \end{cases}$$

حيث تصبح المجموعة A بالشكل التالي:

2.2 المجموعة النيوتروسوفية [6]

لتكن X مجموعة ثابتة غير خالية، نسمي NA مجموعة نيتروسوفية إذا كان لها الشكل التالي:

$$\mu_{NA} : X \to [0,1]$$
$$\delta_{NA} : X \to [0,1]$$
$$\gamma_{NA} : X \to [0,1]$$

حيث $\mu_{NA}(x)$، $\delta_{NA}(x)$, $\gamma_{NA}(x)$ تمثل درجة الانتماء، درجة عدم التعيين ودرجة عدم الانتماء على الترتيب من أجل كل عنصر $x \in X$ إلى المجموعة A فإن المجموعة النيوتروسوفية تعطى بالشكل التالي:

$$NA = \{x ، (\mu_{NA}(x) ، \delta_{NA}(x)، \gamma_{NA}(x)) : x \in X\}$$

إن تأثير المنطق النيوتروسوفي على المجموعة الكلاسيكية هو تغير مفهوم المجموعة الكلاسيكية والتي فيها كل عنصر x إما أن ينتمي إلى المجموعة أو لا ينتمي، ولكن في المجموعة النيوتروسوفية يوجد درجات من الانتماء إلى المجموعة حيث قام بتوسيع المجموعة الكلاسيكية من خلال تطبيقاتها الثلاث:تطبيق درجة الانتماء،تطبيق درجة عدم الانتماء،تطبيق درجة عدم التعيين، الأمر الذي يعطي المجموعة النيوتروسوفية المرونة الأكبر لمقاربة الواقع وبالتالي دخولها حيز التطبيق في مناحي الحياة بشكل أكثر فعالية.

3.2 مثال: لنأخذ الشكل (1)

الشكل 1. حالات أكواب الماء

إن مفهوم المنطق الكلاسيكي بالنسبة للأشياء أو لقضية ما تأخذ حالتين لا ثالث لهما، إما أن تكون القضية وقعت أو أنها لم تقع وبمعنى فلسفي عندما ينظر شخص إلى قضية ما لا يرى فيها إلا حالتين اثنتين: النجاح أو الفشل، ولكن من مفهوم المنطق النيوتروسوفي يمكن إعطاء المثال في الشكل 2 بحيث أن كوب الماء هو فارغ بنسبة ما وممتلئ بنسبة ما وهي نظرة واقعية متفائلة فالنجاح قد يكون بنسبة معينة وليس نجاحاً تاماً كما أن الفشل يمكن أن يكون بنسبة معينة ولا يكون فاشلاً تاماً.

3. تأثير المنطق النيوتروسوفي على الزمرة

1.3 الزمرة الكلاسيكية

لتكن G مجموعة غير خالية معرف عليها عملية ثنائية $*$، نقول عن الثنائية $(*,)$ أنها زمرة إذا تحققت الشروط الآتية:

1) $*$ تجميعية على عناصر G.
2) يوجد فيG عنصر محايد e.
3) لكل عنصر من G معكوس في G.

2.3 الزمرة النيوتروسوفية [3]

لتكن $(G,*)$ أي زمرة ما، إن الزمرة النيوتروسوفية هي الزمرة$\langle G, I\rangle$ تحت العملية الثنائية $*$وتمثلبالشكل :

$$G(I) = (\langle G \cup I\rangle,*) = \{x * yI \quad ; \quad x, y \ \in G\}.$$

- نقول عن الزمرة $G(I)$ إنها زمرة نيتروسوفية تبديلية إذا تحقق الشرط

$$x * y = y * x \qquad \forall \ \ x, y \in G(I)$$

3.3 مثال:

$$\mathbb{Z}_3(I) = \{0,1,2, I, 2I, 1 + I, 2 + I, 1 + 2I, 2 + 2I\}$$

هي زمرة نيتروسوفية، وهي زمرة بالمفهوم الكلاسيكي بالنسبة للجمع حيث أن $I + I = 2I$ وهو معكوس I .

$*$	0	1	2	I	$2I$	$1+I$	$2+I$	$1+2I$	$2+2I$
$*$	0	1	2	I	$2I$	$1+I$	$2+I$	$1+2I$	$2+2I$
1	1	2	0	$1+I$	$1+2I$	$2+I$	I	$2+2I$	$2I$
2	2	0	1	$2+I$	$2+2I$	I	$1+I$	$2I$	$1+2I$
I	I	$1+I$	$2+I$	$2I$	0	$1+2I$	$2+2I$	1	2
$2I$	$2I$	$1+2I$	$2+2I$	0	I	1	2	$1+I$	$2+I$
$1+I$	$1+I$	$2+I$	I	$1+2I$	1	$2+2I$	$2I$	2	0
$2+I$	$2+I$	I	$1+I$	$2+2I$	2	I	$1+2I$	0	1
$1+2I$	$1+2I$	$2+2I$	$2I$	1	$1+I$	2	0	$2+I$	I
$2+2I$	$2+2I$	$2I$	$1+2I$	2	$2+I$	0	1	I	$1+I$

جدول1

4.3 مثال: لنأخذ زمرة كلين الرباعية $G = \{e, a, b, c\}$ مع عملية الضرب وبالتالي تكون زمرة كلين النيوتروسوفية الرباعية هي:

$$G(I) = \{e, a, b, c\ , I, aI, bI, cI\}$$

$*$	e	a	b	c	I	aI	bI	cI
e	e	a	b	c	I	aI	bI	cI
a	a	e	c	b	aI	I	cI	bI
b	b	c	e	a	bI	cI	I	aI
c	c	b	a	e	cI	bI	aI	I
I	I	aI	bI	cI	I	aI	bI	cI
aI	aI	I	cI	bI	aI	I	cI	bI
bI	bI	cI	I	aI	bI	cI	I	aI
cI	cI	bI	aI	I	cI	bI	aI	I

جدول2

5.3 مثال: إن $\mathbb{Z}_5|\{0\} = \{1,2,3,4\}$ مع عملية الضرب قياس5هي زمرة لكن

$$U_5(I) = \{1,2,3,4, I, 2I, 3I, 4I\}$$

زمرة نيتروسوفية لكنها ليست زمرة بالمفهوم الكلاسيكي لأن I ليس له مقلوب بالنسبة للجداء.

$*$	1	2	3	4	I	$2I$	$3I$	$4I$
1	1	2	3	4	I	$2I$	$3I$	$4I$
2	2	4	1	3	$2I$	$4I$	I	$3I$
3	3	1	4	2	$3I$	I	$4I$	$2I$
4	4	3	2	1	$4I$	$3I$	$2I$	I
I	I	$2I$	$3I$	$4I$	I	$2I$	$3I$	$4I$
$2I$	$2I$	$4I$	I	$3I$	$2I$	$4I$	I	$3I$
$3I$	$3I$	I	$4I$	$2I$	$3I$	I	$4I$	$2I$
$4I$	$4I$	$3I$	$2I$	I	$4I$	$3I$	$2I$	I

جدول3

6.3 ملاحظة: نلاحظ أن المربعات المظللة يمكن اعتبارها زمرة حيث نعتبر عنصر اللاتحديدI هو المحايد وبالتالي يمكن اعتبار الزمرة النيوتروسوفية $G(I) = G \cup GI$ هي اجتماع لزمرة كلاسيكية G وزمرة بعناصر نيتروسوفية $GI = \{I, 2I, 3I, 4I\}$.

7.3 نتائج:

1) الزمرة النيوتروسوفية ليست زمرة بالمفهوم العام.

2) نلاحظ أن الزمرة النيوتروسوفية قد عممت مفهوم الزمرة الكلاسيكية لتشمل بُعد جديد وهو عنصر اللاتحديد وبالتالي تعتبر الزمرة الكلاسيكية حاليا هي مجرد حالة خاصة من الزمرة النيوتروسوفية وهذا التعميم أعطى مرونة للزمرة بحيث أنها أصبحت قابلة للدراسة في المفاهيم النيوتروسوفية المعدلة ومفهوم البليثوجينيك، وبنفس الوقت نجد شروط الزمرة النيرتوسوفية مغايرة للشروط الكلاسيكية.

3) كل زمرة نيتروسوفية تحوي زمرة كلاسيكية.

8.3 هومو مورفيزم زمر نيتروسوفية [3]

لتكن لدينا الزمرتين النيوتروسوفيتين $(G(I),*)$ و $(G'(I),*')$يقال عن التطبيق:

$$f : (G(I),*) \longrightarrow (G'(I),*')$$

إنه هومو مورفيزم زمر نيوتروسوفي إذا حقق:

1) f هومومورفيزم زمر من G إلى G'.

2) $f(I) = I$.

ويمكن التعبير عن الشرط 2 بالشرط$f(G * I) = f(G) *' I = I *' f(G)$.

9.3 مثال: لنعرف التطبيق التالي

$$f ; (\mathbb{Z}(I), +) \longrightarrow (\mathbb{Z}_n(I), \oplus) \quad ; \quad f(n + mI) = f(n) \oplus f(m)I$$

إن f هو مو مورفيزم زمر نيوتروسوفي لأن:

1) $f ; \mathbb{Z} \longrightarrow \mathbb{Z}_n \quad ; \quad f(x) = x mod\, n = \bar{x}$ هومومورفيزم زمر حيث

$$f(x+y)=\overline{x+y}=\bar{x}\oplus\bar{y}=f(x)\oplus f(y)$$

2) $f(I)=I$ حيث

$$f(I)=f(0+1I)=\bar{0}\oplus\bar{1}I=I$$

10.3 ملاحظة:إن هومومورفيزم الزمر النيوتروسوفي f الوارد في المثال **9.3** هوهومومورفيزم زمر.

حيث

$$f\,;\,\mathbb{Z}(I)\longrightarrow\mathbb{Z}_n(I)\quad;\ f(n+mI)=f(n)\oplus f(m)I=\bar{n}\oplus\bar{m}I$$
$$f\big((n+mI)+(a+bI)\big)=f\big((n+a)+(m+b)I\big)$$
$$=\overline{(n+a)}\oplus\overline{(m+b)}I=\bar{n}\oplus\bar{m}I\oplus\bar{a}\oplus\bar{b}I=f(n+mI)\oplus f(a+bI)$$

11.3 مثال: لنعرّف التطبيق$f\,:\,\mathbb{Z}(I)\longrightarrow 2\mathbb{Z}(I)$

بالقاعدة
$$f(a+bI)=2(a+bI)=2a+2I$$

1) إن :$f\,:\,\mathbb{Z}\longrightarrow 2\mathbb{Z}$ هومومومفيزم زمر لأنه

$$f(x+y)=2(x+y)=2x+2y=\ f(x)+\ f(y)$$

2) هل $f(I)=I$ ؟ الجواب لا، لأن

$$f(I)=\ f(0+1I)=2(0+1I)=2I\neq I$$

إذاًf هومومورفيزم زمر ولكنه ليس هومومورفيزم زمر نيوتروسوفي.

12.3 نتائج:

1)تأثير المنطق النيوتروسوفي على الهومومورفيزم هو إضافة شرط جديد يتعلق باللاتحديد وهو $f(I)=I$.

2) يمكن اعتبار هومومورفيزم الزمر النيوتروسوفية ينقسم إلى قسمين: هومومورفيزم زمر كلاسيكية وهومومورفيزم زمر لعناصر نيوتروسوفية.

3)نعلم أن من خواص الهومومورفيزم الكلاسيكي أن صورة معكوس عنصر يساوي معكوس الصورة للعنصر. وهذا غير محقق دوما بالهومومورفيزم النيوتروسوفي.

4. دراسة تأثير المنطق النيوتروسوفي على الحلقات

1.4 الحلقة الكلاسيكية

يقال عن $(\mathcal{R},+,.)$إنها حلقة إذا تحققت الشروط التالية:

1..$(\mathcal{R},+)$زمرة إبدالية.

2.. الجداء $(.)$ تجميعي.

3.. الجداء$(.)$ توزيعي على الجمع $(+)$.

نقول عن الحلقة إنها واحدية إذا وجد عنصر واحدة بالنسبة للجداء ويقال عن الحلقة إنها إبدالية إذا كان الجداء إبدالياً.

2.4 مثال:المجموعات العددية التالية:

1.. $(\mathbb{Z},+,.)$ (مجموعة الأعداد الصحيحة)، $(\mathbb{Q},+,.)$ (مجموعة الأعداد العادية)، $(\mathcal{R},+,.)$(مجموعة الأعداد الحقيقية)، تشكل حلقة إبدالية وبمحايد بالنسبة لعمليتي الجمع والضرب العاديتين.

2.. $(\mathbb{Z}_n,\oplus,\odot)$ حلقة بواقي القسمة قياس n. تشكل حلقة إبدالية بمحايد.

3.4 الحلقة النيوتروسوفية [5]

لتكن لدينا $(\mathcal{R},+,.)$ حلقة ما نعرف الحلقة النيوتروسوفية بأنها الحلقة مولدة من $\mathcal{R}$ و I ونرمز لها بالرمز$\mathcal{R}(I)$ وتكون $\mathcal{R}(I)=\langle\mathcal{R},I\rangle=\{a+bI\ \ ;\ \ a,b\ \in\mathcal{R}\}$.

4.4 نظرية:

كل حلقة نيوتروسوفية $\mathcal{R}(I)$ هي حلقة.

البرهان: يجب أن نبرهن شروط الحلقة:

من أجل كل $x = a + bI, y = k + tI \in \mathcal{R}(I)$

فإن$+: \mathcal{R}(I) \times \mathcal{R}(I) \to \mathcal{R}(I)$

$$x + y = a + bI + k + tI = a + k + (b + t)I$$

$$\cdot\ : \mathcal{R}(I) \times \mathcal{R}(I) \to \mathcal{R}(I)$$

$$x.y = (a + bI).(k + tI) = a.k + atI + bkI + btI^2$$
$$= a.k + atI + bkI + btI$$
$$= a.k + (at + bk + bt)I$$

1) إن$x + y = y + x$

بفرض $x = a + bI, y = k + tI \in \mathcal{R}(I)$وبالتالي فإن:

$$a + bI + k + tI = a + k + (b + t)I = k + a + (t + b)I = k + tI + a + bI = y + x$$

- التجميعية: ليكن لدينا

$$(x + y) + z = (a + bI + k + tI) + v + uI = (a + k) + (b + t)I + v + uI$$
$$= \big((a + k) + v\big) + \big((b + t) + u\big)I = \big(a + (k + v)\big) + \big(b + (t + u)\big)I$$
$$= (a + bI) + (k + v) + (t + u)I = (a + bI) + (k + tI + v + uI) = x + (y + z)$$

- الحيادي $0 = 0 + 0I$; $x + 0 = 0 + x = x$

$$a + bI + 0 + 0I = 0 + 0I + a + bI = a + bI$$

- النظير$x - x = -x + x = 0$

$$a + bI - (a + bI) = (a - a) + (b - b)I = 0 + 0I$$

إذا $(\mathcal{R}(I), +)$زمرة إبدالية

2) لنبرهن أن الجداء(.) تجميعي، أي لنبرهن أن:

$$(x.y).z = x.(y.z)$$

$$(x.y).z = [(a + bI).(k + tI)].(v + uI) =$$
$$= [ak + (bk + at + bt)I](v + uI)$$
$$= (ak)v + [(ak)u + (bk)v + (at)v + (bt)v + (bk)u + (at)u + (bt)u]I$$
$$= a(kv) + [a(ku) + b(kv) + a(tv) + b(tv) + b(ku) + a(tu) + b(tu)]I$$
$$= (a + bI)\big[(kv) + \big((tv) + (ku) + (tu)\big)I\big]$$
$$= (a + bI)[(k + tI).(v + uI)] = x.(y.z)$$

3) لنبرهن أن الجداء(.) توزيعي على الجمع $(+)$.

$$x.(y + z) = (a + bI)[(k + tI) + (v + uI)] = (a + bI)[(k + v) + (t + u)I]$$
$$= [(a + bI)(k + v)] + [(a + bI)(t + u)]I$$
$$= ak + av + bkI + bvI + atI + auI + btI + buI^2$$
$$= ak + av + bkI + bvI + atI + auI + btI + buI$$
$$= ak + bkI + atI + btI + av + auI + bvI + buI$$

$$= ak + (bk + at + bt)I + av + (au + bv + bu)I$$
$$= [(a + bI).(k + tI)] + [(a + bI)(v + uI)] = x.y + x.z$$

وبنفس الطريقة يتم برهان$(x + y).z = x.z + y,z$

وهذا يعني ان $\mathcal{R}(I)$ هي حلقة.

5.4 ملاحظات:

1)إذا كانت $\mathcal{R}$ واحدية عنصر واحدتها 1فإن$\mathcal{R}(I)$ واحدية عنصر واحدتها$1 + 0I$لأن

$$1x = (1 + 0I)(a + bI) \quad ; \quad x = a + bI \in \mathcal{R}(I)$$
$$= 1.a + 1.bI + 0aI + 0bI^2$$
$$= a + bI + 0 + 0 = a + bI = x$$

2)إذا كانت $\mathcal{R}$ إبداليه فإن$\mathcal{R}(I)$ إبداليه لأن :

$$x.y = (a + bI).(k + tI) = a.k + atI + bkI + btI^2$$
$$= a.k + atI + bkI + btI$$
$$= a.k + (at + bk + bt)I = ka + (ta + kb + tb)I = yx$$

3) إذا كانت $\mathcal{R}$ واحدية فإنه بالإمكان كتابة $\mathcal{R}(I)$ بالتمثيل $\mathcal{R}(I) = \{a + bI \ ; a, b \in \mathcal{R}\}$

4)إذا كان $x.y = y.x$ من أجل كل $, y \in \mathcal{R}(I)$. عندئذ نقول عن $\mathcal{R}(I)$أنها حلقة نيتروسوفية تبديلية.

5) من الواضح أن $\mathcal{R} \subseteq \mathcal{R}(I)$.

6.4 أمثلة:

1) الحلقة$\mathbb{Z}(I) = \{n + mI \ ; n, m \in \mathbb{Z}\}$ مع عمليتي الجمع والضرب تعرف على أنها حلقة الأعداد النيوتروسوفية الصحيحة التبديلية.

2) الحلقة $\mathbb{Q}(I) = \{q_1 + q_2 I \ ; \ q_1, q_2 \in \mathbb{Q}\}$ مع عمليتي الجمع والضرب تعرف على أنها حلقة الأعداد النيوتروسوفية النسبية التبديلية.

3) الحلقة $\mathcal{R}(I) = \{r_1 + r_2 I \ ; \ r_1, r_2 \in \mathcal{R}\}$ مع عمليتي الجمع والضرب تعرف على أنها حلقة الأعداد النيوتروسوفية الحقيقية التبديلية.

4) لتكن لدينا $\mathcal{R}(I) = \left\{\begin{pmatrix} q_1 & q_2 \\ q_3 & q_4 \end{pmatrix}; \ q_1, q_2, q_3, q_4 \in \mathbb{Q}(I)\right\}$ عندئذ تكون $\mathcal{R}(I)$ حلقة نيوتروسوفية غير تبديلية مع عمليتي جمع المصفوفات وضربها.

7.4 نتيجة:

عند ترحيل مفهوم الحلقة من الرياضيات الكلاسيكية إلى الرياضيات النيوتروسوفية وجدنا أن الشروط السابقة بقيت محققة في المفهوم الرياضي الجديد وفُتح المجال بشكل واسع لدراسة أنماط جديدة من الحلقات كالحلقات النيوتروسوفية المعدلة والحلقات البليثوجنية وبالتالي أصبح التفكير ممكنا بالحلقة ضمن مفهوم الرياضيات النيوتروسوفية ذات الحقول المتعددة.

5. تأثير المنطق النيوتروسوفي على الحقول الكلاسيكية

1.5 الحقل

هو حلقة إبدالية واحدية فيها كل عنصر مختلف عن الصفر له نظير ضربي.

أي أن الحقل هو بنية جبرية $(,+,.)$ تحقق الشروط:

1.. $(F,+)$ زمرة إبدالية

2.. $(F^{*},.)$ زمرة إبدالية

3.. الجداء توزيعي على الجمع.

2.5 الحقل النيوتروسوفي [5]

ليكن لدينا الحقل $(F,+,.)$ و لتكن المجموعة $F(I)$ المولدة من F و I ، يقال أن $F(I)=(F(I),+,.)$ حقل نيتروسوفي ، حيث صفر الحقل هو $0I+0=0$ وواحد الحقل هو $0I+1=1$.

3.5 أمثلة:

1) إن $\mathbb{Q}(I)$ مع عمليتي الجمع والضرب تعرف على أنها حقل الأعداد النيوتروسوفية العادية.

2) الحلقة $\mathcal{R}(I)$ مع عمليتي الجمع والضرب تعرف على أنها حقل الأعداد النيوتروسوفية الحقيقية.

3) الحلقة $\mathbb{C}(I)$ مع عمليتي الجمع والضرب تعرف على أنها حلقة الأعداد النيوتروسوفية العقدية.

4) لنأخذ الحقل $(\mathbb{Z}_5,\oplus,\odot)$

$$\mathbb{Z}_5(I)=\{\bar{0},\bar{1},\bar{2},\bar{3},\bar{4},\bar{0}\oplus I,\bar{1}\oplus I,\bar{2}\oplus I,\bar{3}\oplus I,\bar{4}\oplus I,\bar{2}I,\bar{3}I,\bar{4}I,1\oplus 2I,2\oplus 2I,3\oplus 2I,4\oplus 2I,\dots\}$$

أي أن $\mathbb{Z}_5(I)$ هي كل العناصر من الشكل $a+bI$ حيث $a,b\in\mathbb{Z}_5$.

إن $(\mathbb{Z}_5(I),\oplus)$ زمرة إبدالية و لكن $(\mathbb{Z}_5^{*}(I),\odot)$ ليست زمرة لأن I ليس له نظير ضربي

5) لنأخذ الحقل $(\mathbb{Z}_3(I),\oplus,\odot)$

$$\mathbb{Z}_3(I)=\{0,1,2,I,1+I,2+I,2I,1+2I,2+2I\}$$

وجدنا في الجدول 1 أن $(\mathbb{Z}_3,\oplus)$ زمرة إبدالية أما جدول عملية الجداء لـ $\mathbb{Z}_5^{*}(I)$ فيمكن من خلاله ملاحظة أن: $(\mathbb{Z}_5^{*}(I),\odot)$ ليست زمرة لأن I ليس له نظير ضربي .

$*$	1	2	I	$2I$	$1+I$	$2+I$	$1+2I$	$2+2I$
1	1	2	$1+I$	$2I$	$1+I$	$2+I$	$1+2I$	$2+2I$
2	2	1	$2I$	I	$2+2I$	$1+2I$	$2+I$	$1+I$
I	I	$2I$	I	$2I$	$2I$	0	0	I
$2I$	$2I$	I	$2I$	I	$2I$	0	0	$2I$
$1+I$	$1+I$	$2+2I$	$2I$	0	1	$2+I$	$1+2I$	2
$2+I$	I	$1+2I$	0	0	$2+I$	$1+2I$	$2+I$	$1+2I$
$1+2I$	$1+2I$	$2+I$	0	0	$1+2I$	$2+I$	$1+2I$	$2+I$
$2+2I$	$2+2I$	$1+I$	I	$2I$	2	$1+2I$	$2+2I$	$1+2I$

جدول4

4.5 نتائج:

1) الحقل النيوتروسوفي ليس حقلا لأنه لا يوجد نظير ضربي للعنصر I.

2) نعلم أن $\mathbb{Z}_n$ حقل إذا وفقط إذا كان n عدداً أوليا، ولكن رتبة الحقل النيوتروسوفي المنتهي ليس عددا أوليا.

6 . تأثير المنطق النيوتروسوفي على المودولات

1.6 المودول الكلاسيكي

لتكن $\mathcal{R}$ حلقة و M مجموعة غير خالية معرف عليها عملية ثنائية $+$ ومؤثر خارجي

$$+: M \times M \to M \quad ; \ (x, y) \to x + y$$

$$\cdot \ : \mathcal{R} \times M \to M \quad ; \ (\alpha, y) \to \alpha x$$

نقول عن M إنه مودول من اليسار فوق الحلقة $\mathcal{R}$ إذا تحققت الشروط:

1) $(M, +)$ زمرة إبدالية.
2) من أجل كل $\alpha \in \mathcal{R}$ وكل $x, y \in M$ فإن $\alpha.(x + y) = \alpha.x + \alpha.y$
3) من أجل كل $\alpha, \beta \in \mathcal{R}$ وكل $x \in M$ فإن $(\alpha + \beta)x = \alpha.x + \beta.x$
4) من أجل كل $\alpha, \beta \in \mathcal{R}$ وكل $x \in M$ فإن $(\alpha.\beta)x = \alpha(\beta.x)$.

إذا كانت $\mathcal{R}$ واحدية فإن $1.x = x$ من أجل كل $x \in M$ عندها يقال إن M مودول واحدي من اليسار وبنفس الطريقة نعرف المودول من اليمين فوق الحلقة $\mathcal{R}$.

2.6 المودول النيوتروسوفي [23]

3.6 المودول– $\mathcal{R}$ النيوتروسوفي اليساري

ليكن لدينا $({}_{\mathcal{R}}M, +, .)$ مودوليساري فوق الحلقة $\mathcal{R}$ ولتكن لدينا ${}_{\mathcal{R}}M(I)$ مجموعة غير خالية مولدة بـ${}_{\mathcal{R}}M$ و I عندها نسمي الثلاثية $({}_{\mathcal{R}}M(I), +, .) = {}_{\mathcal{R}}M(I)$ مودولنيتروسوفي يساري ضعيف فوق الحلقة$\mathcal{R}$.

- إذا كانت الحلقة حلقة نيتروسوفية $\mathcal{R}(I)$ عندها يقال عن ${}_{\mathcal{R}(I)}M(I)$إنه $\mathcal{R}(I)$مودول نيتروسوفي يساري قوي فوق الحلقة النيوتروسوفية$\mathcal{R}(I)$.

وبنفس الطريقة يمكن تعريف المودول اليميني.

4.6 نظرية: كل مودول نيتروسوفي قوي هو مودول.

البرهان:

$$+: M(I) \times M(I) \to M(I) \ ; \ (x, y) \to x + y$$

$$x + y = a + bI + k + tI = a + k + (b + t)I$$

$$\cdot \ : \mathcal{R}(I) \times M(I) \to M(I) \ ; \ (\alpha, y) \to \alpha x$$

$$\alpha.y = (r + sI)(a + bI) = ra + atI + bkI + btI^2$$

$$= ra + (at + bk + bt)I$$

ليكن لدينا$x = a + bI, y = k + tI \in M(I)$ حيث ان$a, b, k, t \in M$

وليكن لدينا$\alpha = p + qI, \beta = r + sI \in \mathcal{R}(I)$ بحيث $p, q, r, s \in \mathcal{R}$

عندئذ :

$$\alpha(x + y) \ = (p + qI)\big((a + bI) + (k + tI)\big)$$

$$= pa + pk + (pb + pt + qa + qb + qk + qt)I$$

$$= pa + (pb + qa + qb)I + pk + (pt + qk + qt)I$$

$$(p + qI)(a + bI) + (p + qI)(k + tI)$$

$$= \alpha x + \alpha y$$

$$(\alpha + \beta)x = \big((p + qI) + (r + sI)\big)(a + bI)$$

$$= pa + ra + (pb + qa + pb + rb + sa + sb)I$$

$$= pa + (pb + qa + pb)I + ra + (rb + sa + sb)I$$
$$(p + qI)(a + bI) + (r + sI)(a + bI)$$
$$= \alpha x + \beta y$$
$$(\alpha\beta)x = \big((p + qI)(r + sI)\big)(a + bI)$$
$$= (pr + (ps + qr + qs)I)(a + bI)$$
$$= (pr)a + \big((pr)b + (ps)a + (ps)b + (qr)a + (qr)b + (qs)a + (qs)b\big)I$$
$$= p(ra) + \big(p(rb) + p(sa) + p(sb) + q(ra) + q(rb) + q(sa) + q(sb)\big)I$$
$$= (p + qI)(ra + (rb + sa + sb)I)$$
$$= (p + qI)\big((r + sI)(a + bI)\big)$$
$$= \alpha(\beta x)$$

إذن $M(I)$ مودول فوق الحلقة $\mathcal{R}(I)$، و إذا كانت الحلقة $\mathcal{R}(I)$ واحدية فإن $1 + 0I \in \mathcal{R}(I)$ و لدينا

$$1x = (1 + 0I)(a + bI) \quad ; \quad x = a + bI \ \in M(I)$$
$$= 1.a + 1.bI + 0aI + 0bI^2$$
$$= a + bI + 0 + 0 = a + bI = x$$

وهذا يعني ان $M(I)$ هو مودول واحدي.

5.6 نتيجة:

إن إدخال مفهوم النيوتروسوفي القوي على المودول حافظ على الشروط السابقة للمودول الكلاسيكي.

7. تأثير المنطق النيوتروسوفي على الفضاءات الشعاعية

1.7 الفضاء الشعاعي الكلاسيكي

ليكن F حقل و V مجموعة غير خالية معرف عليها عملية ثنائية + ومؤثر خارجي $F \times V \to V$ حيث

1) $(V, +)$ زمرة إبدالية.
2) من أجل كل $\alpha \in F$ وكل $x, y \in V$ فإن $\alpha.(x + y) = \alpha.x + \alpha.y$
3) من أجل كل $\alpha, \beta \in F$ وكل $x \in V$ فإن $(\alpha + \beta)x = \alpha.x + \beta.x$
4) من أجل كل $\alpha, \beta \in F$ وكل $x \in V$ فإن $(\alpha.\beta)x = \alpha(\beta.x)$
5) من أجل كل $1 \in F$ وكل $x \in V$ فإن $1.x = x$

2.7 الفضاء الشعاعي النيوتروسوفي [2]

الفضاء الشعاعي هو مودول فوق الحقل F.

ليكن لدينا $(V, +, .)$ فضاء شعاعي فوق الحقل F ولتكن $V(I)$ مجموعة جزئية منه مولدة من V, I وسنعرف الثلاثية $(V(I), +, .)$ على أنه فضاء شعاعي نيوتروسوفي ضعيف فوق الحقل F، ولكن إذا كان الحقل F هو حقل نيوتروسوفي $F(I)$ نقول عنه فضاء شعاعي نيوتروسوفي قوي فوق الحقل النيوتروسوفي $F(I)$.

3.7 مثال: الفضاء الشعاعي النيوتروسوفي الحقيقي هو فضاء شعاعي نيوتروسوفي ضعيف فوق $\mathcal{R}$ وهو أيضا فضاء شعاعي نيوتروسوفي قوي فوق $\mathcal{R}(I)$.

4.7 نظرية: الفضاء الشعاعي النيوتروسوفي الضعيف هو فضاء شعاعي.

البرهان:

$$+: V(I) \times V(I) \to V(I)\ ;\ (x,y) \to x+y$$
$$x+y = a+bI+k+tI = a+k+(b+t)I$$
$$\cdot\ : \mathcal{R}(I) \times V(I) \to V(I)\ ;\ (\alpha,y) \to \alpha x$$
$$\alpha.y = (r+sI)(a+bI) = ra+atI+bkI+btI^2$$
$$= ra+(at+bk+bt)I$$

ليكن لدينا$x=a+bI, y=k+tI \in V(I)$ حيث ان$a,b,k,t \in V$

وليكن لدينا$\alpha = p+qI, \beta = r+sI \in \mathcal{R}(I)$ بحيث $p,q,r,s \in \mathcal{R}$

عندئذ :

$$\alpha(x+y) = (p+qI)\big((a+bI)+(k+tI)\big)$$
$$= pa+pk+(pb+pt+qa+qb+qk+qt)I$$
$$= pa+(pb+qa+qb)I+pk+(pt+qk+qt)I$$
$$(p+qI)(a+bI)+(p+qI)(k+tI)$$
$$= \alpha x+\alpha y$$

$$\big(\alpha+\beta\big)x = \big((p+qI)+(r+sI)\big)(a+bI)$$
$$= pa+ra+(pb+qa+pb+rb+sa+sb)I$$
$$= pa+(pb+qa+pb)I+ra+(rb+sa+sb)I$$
$$(p+qI)(a+bI)+(r+sI)(a+bI)$$
$$= \alpha x+\beta y$$
$$(\alpha\beta)x = \big((p+qI)(r+sI)\big)(a+bI)$$
$$= (pr+(ps+qr+qs)I)(a+bI)$$
$$= (pr)a+\big((pr)b+(ps)a+(ps)b+(qr)a+(qr)b+(qs)a+(qs)b\big)I$$
$$= p(ra)+\big(p(rb)+p(sa)+p(sb)+q(ra)+q(rb)+q(sa)+q(sb)\big)I$$
$$= (p+qI)(ra+(rb+sa+sb)I)$$
$$= (p+qI)\big((r+sI)(a+bI)\big)$$
$$= \alpha(\beta x)$$
$$1x = (1+0I)(a+bI)$$
$$= 1.a+1.bI+0aI+0bI^2$$
$$= a+bI+0+0 = a+bI = x \quad ; \quad x = a+bI \in V(I)\ ,\ 1+0I \in \mathcal{R}(I)$$

إذن $V(I)$فضاء شعاعي فوق الحقل.$\mathcal{R}(I)$

5.7 نتيجة:الفضاء الشعاعي النيوتروسوفي القوي ليس فضاء شعاعياً لأن الحقل النيوتروسوفي$F(I)$ ليس حقلا.

8. الخاتمة

تم دراسة كل بنية جبرية من منظور نيوتروسوفي حيث تمت دراسة تأثير المنطق النيوتروسوفي على وحدة البناء الأولى وهي المجموعة، ثم تم التعرض بعد ذلك لتأثير المنطق النيوتروسوفي على الزمرة، الحلقة، الحقل ، المودول، الفضاء الشعاعي ، وتبين أن الزمرة النيوتروسوفية ليست زمرة بالمفهوم الكلاسيكي بينما كانت الحلقة النيوتروسوفية هي حلقة كلاسيكية، وكذلك الحال المودول النيوتروسوفي هو مودول، مع توضيح هذا التأثير من خلال العديد من الأمثلة المناسبة.

المراجع:

References:

1. W.B. Vasantha Kandasamy and F. Smarandache. Neutrosophic Rings،Hexis، Phoenix، Arizona، 2006. URL: http://fs.gallup.unm.edu/NeutrosophicRings.pdf.
2. A. A. A. Agboola and S.A.Aklinleye. Neutrosophic Vector spaces، Int. J. Math. Comb. 4 (2014)
3. A. A. A. Agboola، A. O. Akwu، and Y. T. Oyebo. Neutrosophic Groups and Neutrosophic Subgroups، Int. J. Math. Comb. 3 (2012)، 1-9
4. A. A. A. Agboola، A. D. Akinola، and O. Y. Oyebola. Neutrosophic Rings I، Int. J. Math. Comb. 4 (2011)، 1-14.
5. A. A. A. Agboola، E. O. Adeleke، and S. A. Akinleye. Neutrosophic Rings II، Int. J. Math. Comb. 2 (2012)، 1-8.
6. F. Smarandache. A Unifying Field in Logics: Neutrosophic Logic،Neutrosophy،Neutrosophic Set،Neutrosophic Probability (3rd Ed.). American Research Press، Rehoboth، 2003. URL: http://fs.gallup.unm.edu/eBook-Neutrosophic4.pdf.
7. W.B. Vasantha Kandasamy and F. Smarandache. Some Neutrosophic Algebraic Structures and NeutrosophicNAlgebraic Structures. Hexis، Phoenix، Arizona، 2006. URL: http://fs.gallup.unm.edu/NeutrosophicNAlgebraicStructures.pdf.
8. W.B. Vasantha Kandasamy and F. Smarandache. Basic Neutrosophic Algebraic Structures and Their Applications to Fuzzy and Neutrosophic Models. Hexis، Church Rock، 2004.
9. W.B. Vasantha Kandasamy and F. Smarandache. Fuzzy Interval Matrices،Neutrosophic Interval Matrices and their Applications. Hexis، Phoenix، Arizona، 2006. 1-9.
10. Taffach، N.، "A Study about One Representation of the Hamiltonian Complex finite dimensional Lie Algebra"، Arab Journal of Sciences and Research Publishing، Vol. 8، Issue (2): 30، 2022.
11. Taffach، N.، "A Representation of the Generators of the Quotients Group of SL2 By Matrices with Special Properties"،Galoitica Journal Of Mathematical Structures And Applications (GJMSA)، Vol. 04، No. 02، 2023.
12. Taffach، N.، and Hatip، A.، "Brief Review on The Symbolic 2-Plithogenic Number Theory and Algebraic Equations"،Galoitica Journal Of Mathematical Structures And Applications (GJMSA) Vol. 05، No. 01، 2023.
13. Lhiani، D.،Zayood، K.،Taffach، N.،and Katy، A.، "On The Roots of Unity in Several Complex Neutrosophic Rings"،Neutrosophic Sets and Systems، Vol. 54، 2023.
14. Taffach، N.، and Hatip، A.، "A Review on Symbolic 2-Plithogenic Algebraic Structures"،Galoitica Journal Of Mathematical Structures And Applications (GJMSA) Vol. 05، No. 01، 2023.

15. Taffach، N.، and Ben Othman، K.، "An Introduction to Symbolic 2-lithogenic Modules Over Symbolic 2-Plithogenic Rings"،Neutrosophic Sets and Systems، Vol. 54، 2023.
16. Ahmed Hatip، Mohammad Alsheikh، Iyad Alhamadeh. (2023، 29 9). On The Orthogonality in Real Symbolic 2-Plithogenicand 3-Plithogenic Vector Spaces. Neutrosophic Sets and Systems، 59، pp. 103-118
17. Hatip، A. (2023، March 13). On Intuitionistic Fuzzy Subgroups of (M-N) Type and Their Algebraic Properties. Galoitica: Journal of Mathematical Structures and Applications، 4(1)، pp. 15-20.
18. hatip، A. (2023، August 2 15). Symbolic 4-Plithogenic Rings and 5-Plithogenic Rings. Symmetry، 15(8)، p. 10. doi:https://doi.org/10.54216/GJMSA.040102
19. Hatip، A. (2023، August 03). On The Algebraic Properties of Symbolic n-Plithogenic Matrices For n=5، n=6. Galoitica: Journal of Mathematical Structures and Applications، 7(1)، pp. 08-17. doi:https://doi.org/10.54216/GJMSA.070101
20. hatip، A. (2023، August 2 15). Symbolic 4-Plithogenic Rings and 5-Plithogenic Rings. Symmetry، 15(8)، p. 10. doi:https://doi.org/10.3390/sym15081588
21. Mohamed Nedal Khatib ، Ahmed Hatip. (2024، March 28). On Refined Netrusophic Fractional Calculus. International Journal of Neutrosophic Science، 24، pp. 08-18. doi: https://doi.org/10.54216/IJNS.240201
22. MurhafRiadAlabdullah،Neutrosophic Regular Rings and Properties of TheirIdeals. Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 70, 2024
23. A. khatib, "Neutrosophic Modules," LAP LAMBERT Academic Publishing, 2018.

Neutrosophic Knowledge, Vol. 05, 2024
University of New Mexico

Article

أسس معادلات الانتماء والاحتواء لبناء عمليات الأعداد النيوتروسوفية اللازمة في الإحصاء النيوتروسوفي

Foundation of Appurtenance and Inclusion Equations for Constructing the Operations of Neutrosophic Numbers Needed in Neutrosophic Statistics

Florentin Smarandache [1]*, Rafif Alhabib [2]

[1] أستاذ فخري في جامعة نيو مكسيكو، قسم الرياضيات والفيزياء والعلوم الطبيعية، smarand@unm.edu

[2] عضو هيئة تدريسية في قسم الرياضيات / كلية العلوم/ جامعة حماه /سوريا، rafif.alhabib85@gmail.com

* Correspondence: smarand@unm.edu

Received: 05 20, 2024; *Accepted:* 10 11, 2024.

الملخص:

نقدم لأول مرة معادلة الانتماء ومعادلة الاحتواء التي تساعد في فهم العمليات على الأعداد النيوتروسوفية ضمن إطار الإحصاء النيوتروسوفي. تشبه في طريقة حلها المعادلات التي معاملاتها عبارة عن مجموعات (وليس أرقامًا مفردة).

الكلمات المفتاحية:

الأعداد النيوتروسوفية الحقيقية، الاحصاء النيوتروسوفي، القيمة الحقيقية، المجموعة الحقيقية، علاقة الانتماء، معادلة الانتماء، علاقة الاحتواء، معادلة الاحتواء، معادلة المساواة مع معاملات (مجموعة)، معادلة عدم الانتماء، معادلة عدم الاحتواء، معادلة عدم المساواة، العمليات على الأعداد النيوتروسوفية.

المقدمة:

في الإحصاء النيوتروسوفي، إن وجود القيمة الحقيقية v في المجموعة غير المحددة I، لا يعني أن v موجودة في الرقم النيوتروسوفي

$N = a + bI$ ، لكن: $a + bv \in a + bI = N$.

ولهذا يجب تعريف علاقة ومعادلة الانتماء ودراستها.

علاوة على ذلك، إذا كان لدينا مجموعة من القيم الحقيقية V ، متضمنة في I، فهذا لا يعني أن V متضمنة في $N = a + bI$ ، لكن :

$a + bV \subset a + bI = N$ (or $a + bV \subseteq a + bI = N$)

ولهذا السبب يجب تعريف علاقة ومعادلة الاحتواء.

كما نستخدم الرمز "=" لعلاقة المساواة أو معادلة المساواة، نستخدم الرمز "$\in$"{ينتمي إلى} لعلاقة أو معادلة انتماء رقم إلى مجموعة، كذلك نستخدم الرمز $\subset$ (أو $\subseteq$) لعلاقة أو معادلة الاحتواء.

مهما كانت العملية التي نقوم بها على الجانب الأيسر من علاقة أو معادلة الانتماء (على التوالي، علاقة أو معادلة الاحتواء)، يجب علينا أن نفعل الشيء نفسه على الجانب الأيمن.

بالإضافة إلى ذلك، نقدم أيضًا معادلة عدم الانتماء المكملة، ومعادلة عدم الاحتواء، ومعادلة عدم المساواة الأولية على التوالي.

1. تعريف الرقم النيوتروسوفي الحقيقي

الرقم النيوتروسوفي الحقيقي (N) له الشكل: $N = a + bI$ حيث a , b أرقام حقيقية، ويسمى "a" الجزء المحدد من N ، بينما "bI" هو الجزء غير المحدد منN ، حيث I مجموعة جزئية حقيقية، I⊂R .وهي تستخدم في الغالب في الإحصاء النيوتروسوفي.

نصادف الأرقام النيوتروسوفية بشكل متكرر في عالمنا الحقيقي، حيث غالبًا ما يكون لدى المرء بيانات غير دقيقة وغير واضحة يتعامل معها.

على سبيل المثال، بفرض أن لدينا أرض على شكل مثلث قائم يبلغ طول ضلعيها 5 و 6 كيلومتر على التوالي، فيكون طول الوتر فيها $\sqrt{5^2+6^2} = \sqrt{61} = 7.81024967\ ...$ نحتاج الى تقريب الناتج ببعض الدقة.

مثال آخر، ليكن لدينا ارض دائرية يبلغ نصف قطرها *10* كيلومترًا، نحسب مساحتها

$$A = \pi \cdot 10^2 = 100\pi = 314.159265\ ...\ \mathrm{km}^2$$

أو عند حساب حجم أو سطح كرة، نجد أن π يملك عدد لا نهائي من الأرقام بعد الفاصلة وبدون نمط متكرر.

وبالمثل، ثابت أويلر ... *e = 2.71828182* يملك عدد لانهائي من الأرقام بعد الفاصلة وبدون نمط متكرر.

وبنفس الطريقة عندما نحصل على نتائج غير دقيقة من (الجذور، والمعادلات الأسية أو اللوغاريتمية أو المثلثية، والمعادلات التفاضلية، الخ..).

أمثلة على الأعداد النيوتروسوفية الحقيقية...

(*i*) $N_1 = 2 + 3I$ حيث $I_1 = [0.1]$ يمثل فترة. فيكون:

$$N_1 = 2 + 3 \cdot [0.1] = 2 + [0.3] = [2 + 0.2 + 3] = [2.5]$$

(*ii*) ليكن $I_2 = \{0.6, 0.8, 0.9\}$ مجموعة منفصلة محدودة من ثلاثة عناصر عندها:

$$N_2 = 2 + 3I_2 = 2 + 3 \cdot \{0.6, 0.8, 0.9\} = 2 + \{3 \cdot (0.6), 3 \cdot (0.8), 3 \cdot (0.9)\} = 2 +$$
$$\{1.8, 2.4, 2.7\} = \{2 + 1.8, 2 + 2.4, 2 + 2.7\} = \{3.8, 4.4, 4.7\} \subset [2, 5].$$

(*iii*) لدينا $I_3 = \left\{\frac{1}{n}, 1 \le n \le \infty, n \text{ صحيح}\right\}$ (بحيث *n* عدد صحيح) ، مجموعة منفصلة لا نهائية. عندها:

$$N_3 = 2 + 3I_3 = \left\{2 + 3 \cdot \frac{1}{n}, 1 \le n \le \infty, n \text{ is integer}\right\}$$
$$= \left\{2 + 3 \cdot \frac{1}{1}, 2 + 3 \cdot \frac{1}{2}, 2 + 3 \cdot \frac{1}{3}, \dots, 2 + 3 \cdot \frac{1}{n}, \dots\right\}$$
$$= \left\{5, 3.5, 3, \dots, 2 + 3 \cdot \frac{1}{n}, \dots\right\} \subset [2, 5].$$

2. أساسيات علاقة ومعادلة الانتماء

تسمح لنا النظريتان /1/ و /2/ أدناه بإجراء عمليات على جانبي علاقة ومعادلة الانتماء على التوالي.

1.2. النظرية /1/:

ليكن A و B مجموعتين حقيقيتين ، إذا $a \in A$ و $b \in B$ عندها :

الجمع $a + b \in A + B$

الطرح $a - b \in A - B$

الضرب $a \times b \in A \times B$

القسمة $\frac{a}{b} \in \frac{A}{B}$

القوة $a^b \in A^B$

الاثبات:

ليكن ⋆ أيًا من العمليات المذكورة أعلاه، ثم:

$$A \star B = \{x \star y; x \in A, y \in B\}$$

والعملية ⋆ معرفة بشكل جيد.

إذا كان $x = a \in A$ و $y = b \in B$ تبعاً للتعريف أعلاه عندها $a \star b = A \star B$

2.2. النظرية /2/:

لتكن A مجموعة حقيقية و $a \in A$ ، ولدينا β مجموعة عددية حقيقية ، ولتكن m, n أعداد صحيحة موجبة عندها:

الضرب القياسي لمجموعة $\beta \cdot a \in \beta \cdot A$

رفع إلى قوة مجموعة $a^n \in A^n$

الجذر لمجموعة $\sqrt[n]{a} \in \sqrt[n]{A}$

الاس السالب لمجموعة $a^{-n} \in A^{-n}$

الاس لمجموعة $a^{\frac{m}{n}} \in A^{\frac{m}{n}}$

الاثبات: بصورة مماثلة

$$\beta \cdot A = \left\{\beta \cdot x, x \in A\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

بتعويض $x = a \in A$ في العلاقة *(2)* ينتج أن $\beta \cdot a \in \beta \cdot A$

بالنسبة لعلاقات الانتماء الأربعة التالية، ليكن P أياً من الأسس التالية $n, \frac{1}{n}, -n, \frac{m}{n},$

عندها: $A^p = \{x^p, x \in A\} \quad \ldots (3)$

بتعويض $x{=}a$ في التعريف (3)، ينتج أن: $a^p \in A^p$

من أجل P أياً من $n\ \frac{1}{n}, -n, \frac{m}{n},$

3.2. أمثلة على العمليات مع علاقات الانتماء:

لنأخذ الانتماء الحقيقي: $0.67 \in (0.1)$

الإضافة العددية في علاقة الانتماء

$$(3 + 0.67) \in \big(3 + (0, 1)\big)$$

$$3.67 \in (3 + 0, 3 + 1)$$

$$3.67 \in (3,4)$$

الضرب العددي في علاقة الانتماء

$$2 \cdot (0.67) \in 2 \cdot (0, 1)$$

$$1.34 \in (2 \cdot 0, 2 \cdot 1)$$
$$1.34 \in (0, 2)$$

القوة

$$0.67^2 \in (0, 1)^2$$
$$0.4489 \in (0^2, 1^2)$$
$$00.4489 \in (0, 1),$$

القسمة العددية في علاقة الانتماء

$$\frac{0.67}{-2} \in \frac{(0, 1)}{-2}$$
$$-0.335 \in (-0.5, 0)$$

2. 4. معادلات الانتماء:

يتم تعريف شكلها العام على النحو التالي:

لتكن R مجموعة الاعداد الحقيقية، و f ، g دوال حقيقية مجالهم ومسقطهم عبارة عن مجموعة القوى $P(R)$

$$f, g : P(R) \to P(R)$$

$$f(x) \in g(x)$$

بشكل مشابه للإجراءات التي نقوم بها لحل معادلة كلاسيكية (ولكن معاملاتها عبارة عن مجموعات، وليس أرقامًا مفردة) نقوم بها لحل معادلة انتماء.

لأنه في بعض الأحيان لا يكون من الواضح أياً من a أو b هو الاكبر، فإننا نعتبر أن:

$(a, b) \equiv (b, a)$ and $[a, b] \equiv [b, a]$.

2. 5. حل معادلة الانتماء:

حل معادلة انتماء يعني مجموعة حقيقية S، أو $S \in P(R)$ مجموعة القوى R، التي ينتمي إليها المجهول x، أو $x \in S$.

2. 6. مثال /1/ على معادلة الانتماء:

نحل من أجل x.

$$4 - 5x \in 1 + 2 \cdot (0.5, 0.8)$$

نطرح العدد 4 من كلا الطرفين.

$$(-5x) \in \big(-3 + 2(0.5, 0.8)\big)$$

نستخدم الأقواس () للتمييز بوضوح بين الطرف الأيسر والطرف الأيمن من المعادلة.

$$(-5x) \in \big(-3 + (1, 1.6)\big)$$
$$(-5x) \in (-3 + 1, -3 + 1.6)$$

نقسم الطرفين على *(-5)*

$$\frac{(-5x)}{-5} \in \frac{(-3 + 1, -3 + 1.6)}{-5}$$
$$x \in \left(\frac{1.4}{5}, \frac{2}{5}\right)$$
$$x \in (0.28, 0.40).$$

هناك عدد لا نهائي من الحلول الخاصة لمعادلة الانتماء هذه ، أي جميع الأرقام الموجودة داخل الفترة المفتوحة $(0.28, 0.40)$.

نحن لا نأخذ المجموعات الجزئية من $(0.28, 0.40)$كحلول خاصة، حيث أنها محتواة ($\subseteq$ or $\subset$) فيها وليست منتمية.

لنتحقق من الحل الأقصى لمعادلة الانتماء

$$4 - 5 \cdot x \in 1 + 2 \cdot (0.5, 0.8)$$

$$4 - 5 \cdot (0.28, 0.40) \overset{?}{\in} 1 + 2 \cdot (0.5, 0.8)$$

حيث $\overset{?}{\in}$ تعني أنه علينا التحقق من الانتماء

$$4 - (1.4, 2.0) \overset{?}{\in} 1 + (1.0, 1.6)$$

$$(4 - 2.0, 4 - 1.4) \overset{?}{\in} (1 + 1.0, 1 + 1.6)$$

$$(2, 2.6) \in (2, 2.6)$$

في الواقع لدينا مساواة هنا أعلاه، مما يعني أن أي رقم x وأي مجموعة جزئية داخل الفترة من الجانب الأيسر، هي حلول.

ولذلك، فإن معادلة الانتماء هذه لها حلول لا نهائية، $x \in (0.28, 0.40)$.

لنتحقق من بعضها، حل معين لرقم واحد:

$$x = 0.35 \in (0.28, 0.40)$$

معادلة الانتماء

$$4 - 5x \in 1 + 2 \cdot (0.5, 0.8)$$

تصبح بعد استبدال x

$$4 - 5 \cdot (0.35) \in 1 + 2(0.5, 0.8)$$
$$4 - (1.75) \in 1 + (1.0, 1.6)$$
$$2.25 \in (2.00, 2.60)$$

وهي صحيحة.

لنتحقق من مجموعة جزئية معينة من الحلول في $(0.28, 0.40)$:

$$x = (0.30, 0.34) \subset (0.28, 0.40)$$

معادلة الانتماء

$$4 - 5x \in 1 + 2 \cdot (0.5, 0.8)$$

تصبح

$$4 - 5 \cdot (0.30, 0.34) \in (2.00, 2.60)$$
$$4 - (5 \cdot 0.30, 5 \cdot 0.34) \in (2.00, 2.60)$$
$$4 - (1.50, 1.70) \in (2.00, 2.60)$$
$$(4 - 1.70, 4 - 1.50) \in (2.00, 2.60)$$
$$(2.30, 2.50) \in (2.00, 2.60),$$

في الواقع، الجانب الأيسر متضمن في الجانب الأيمن.

مثال على معادلة المساواة مع معاملات (مجموعة)

مجموعة الحلول العظمى $x = (0.28, 0.40)$ لمعادلة الانتماء تصبح هي مجموعة الحل لمعادلة المساواة التالية مع معاملات (مجموعة):

$$4 - 5x = 1 + 2 \cdot (0.5, 0.8)$$

هذه المعادلة، التي يكون أحد معاملاتها عبارة عن مجموعة *(0.8 . 0.5)*

يتم حلها بنفس الطريقة:

طرح 4 من كلا الطرفين:

$$-5x = -3 + 2 \cdot (0.5, 0.8)$$

ثم نقم بضرب وإضافة المجموعات:

$$-5x = -3 + (1.0, 1.6)$$

$$-5x = (-3 + 1.0, -3 + 1.6)$$

$$-5x = (-2, -1.4),$$

ونقسم على (-5) فنحصل على:

$$x = \left(\frac{-1.4}{-5}, \frac{-2}{-5}\right)$$

$$x = (0.28, 0.40)$$

الذي هو حل (مجموعة).

3. أساسيات علاقة ومعادلة الاحتواء

كما فعلنا في علاقة ومعادلة الانتماء سوف نفعل بالمثل مع علاقة ومعادلة الاحتواء ($\subseteq$ or $\subset$) على التوالي ، بالنسبة للحالة التي يكون فيها $\subseteq$ ، فإن النظريات أدناه ستكون هي نفسها، فقط باستخدام $\subseteq$ بدلاً من $\subset$.

3. 1. معادلات الاحتواء:

الشكل العام لها هو كما يلي ، لتكن R مجموعة الأعداد الحقيقية، و f و g دالتين فوق حقيقية { تشير كلمة "فوق" إلى أن مجالها (و/ أو) مجالها المشترك عبارة عن مجموعات قوى P(R) }،

$$f, g : P(R) \to P(R)$$

ثم $f(x) \subset g(x)$ أو $f(x) \subseteq g(x)$ تدعى معادلات الاحتواء .

3. 2. نظرية /3/:

ليكن A **و** B مجوعتين حقيقيتين و كذلك A_1, B_1 أيضاً مجموعتين حقيقيتين ،لكن:

$$A_1 \subset \mathrm{A} \quad , \quad B_1 \subset B.$$

عندها:

إضافة المجموعات $A_1 + B_1 \subset \mathrm{A} + B$

طرح المجموعات $A_1 - B_1 \subset \mathrm{A} - B$

ضرب المجموعات $A_1 \times B_1 \subset \mathrm{A} \times B$

قسمة المجموعات $\frac{A_1}{B_1} \subset \frac{\mathrm{A}}{B}$

قوة المجموعات ${\mathrm{A}_1}^{B_1} \subset A^B$

الاثبات:

بنفس الطريقة، ليكن ⋆ أيًا من العمليات المذكورة أعلاه +،-،×،÷،^ (قوة)، ثم:

$$A \star B = \{x \star y;\ x \in A, y \in B\} \qquad (3)$$

والعملية ⋆ معرفة جيدًا.

لنضع: $x = a_1 \in A_1 \subset A$ و $y = b_1 \in B_1 \subset B$ في التعريف (3) عندها $a_1 \star b_1 \in A \star B$

من أجل كل $a_1 \in A_1$ و $b_1 \in B_1$ الذي يعني أن $A_1 \star B_1 \subset A \star B$

3 .3. نظرية /4/:

ليكن A_1 و A مجموعات حقيقية مع $A_1 \subset A$ و $\beta \neq 0$ عدد حقيقي و m, n

أعداد صحيحة موجبة عندها:

الضرب العددي لمجموعة $\beta \cdot A_1 \subset \beta \cdot A$

رفع مجموعة إلى القوة n $A_1^n \subset A^n$

الجذر من المرتبة n لمجموعة $\sqrt[n]{A_1} \subset \sqrt[n]{A}$

الأس السالب للمجموعة $A_1^{-n} \subset A^{-n}$

الأس النسبي للمجموعة $A_1^{\frac{m}{n}} \subset A^{\frac{m}{n}}$

الاثبات:

بشكل مشابه للنظرية السابقة

$$\beta \cdot A = \{\beta \cdot x, x \in A\}$$

و

$$\beta \cdot A_1 = \{\beta \cdot x, x \in A_1 \subset A\} \subset \{\beta \cdot x, x \in A\} = \beta \cdot A$$

بالنسبة لعلاقات الاحتواء الأخرى لنجعل p مرة أخرى أياً من الأسس $n\ \frac{1}{n},\ -n,\ \frac{m}{n},$ ثم

$$A_1^p = \{x^p, x \in A_1\} \subset \{x^p, x \in A\} = A$$

لأن $A_1 \subset A$.

حيث بالنسبة لأي x∈A، وأي p، تكون جميع عمليات x^p معرفة جيدًا.

وعلى نحو مماثل، تسمح لنا النظريتان 3 و4 بإجراء العديد من العمليات على جانبي علاقة أو معادلة الاحتواء.

3 .4. أمثلة على علاقات الاحتواء

لنفكر في علاقة الاحتواء الحقيقية:

$$(2, 3] \subset [0, 4]$$

لنضيف العدد واحد لكلا الطرفين:

$$1 + (2, 3] \subset 1 + [0, 4]$$

أو

$$(1 + 2, 1 + 3] \subset [1 + 0, 1 + 4]$$

$$(3, 4] \subset [1, 5]$$

وهذا صحيح.

لنضيف الفترة $(-1,5)$ إلى كلا الطرفين

$$(2,3] + (-1,5) \subset [0,4] + (-1,5)$$
$$(2-1, 3+5) \subset (0-1, 4+5)$$
$$(1,8) \subset (-1,9)$$

وهذا صحيح.

لنطرح العدد /2/ من كلا الطرفين

$$(2,3] - 2 \subset [0,4] - 2$$
$$(2-2, 3-2] \subset [0-2, 4-2]$$
$$(0,1] \subset [-2,2],$$

وهذا صحيح.

لنطرح من كلا الطرفين الفترة $[0.5, 0.6]$

$$(2,3] - [0.5, 0.6] \subset [0,4] - [0.5, 0.6]$$
$$(2-0.6, 3-0.5] \subset [0-0.6, 4-0.5]$$
$$(1.4, 2.5] \subset [-0.6, 3.5],$$

وهذا صحيح.

لنضرب كلا الطرفين بالرقم /7 / الموجب (غير الصفري):

$$7 \cdot (2,3] \subset 7 \cdot [0,4]$$
$$(7 \cdot 2, 7 \cdot 3] \subset [7 \cdot 0, 7 \cdot 4]$$
$$(14, 21] \subset [0, 28],$$

وهذا صحيح.

لنضرب كلا الطرفين في عدد سالب /-5/ (غير صفري):

$$-5 \cdot (2,3] \subset -5 \cdot [0,4]$$
$$(-5 \cdot 3, -5 \cdot 2] \subset [-5 \cdot 4, -5 \cdot 0]$$
$$(-15, -10] \subset [-20, 0],$$

وهذا صحيح.

لنضرب كلا الطرفين بالمجموعة $(-1,1)$

$$(-1,1) \cdot (2,3] \subset (-1,1) \cdot (0,4]$$
$$(-3,3) \subset (-4,4),$$

وهذا صحيح.

لنرفع كلا الطرفين إلى القوة /2/:

$$(2,3]^2 \subset [0,4]^2$$
$$(2^2, 3^2] \subset [0^2, 4^2]$$
$$(4,9] \subset [0,16],$$

وهذا صحيح.

لنقسم كلا الطرفين على العدد /-5/ :

$$\frac{(2,3]}{-5} \subset \frac{[0,4]}{-5}$$

$$\left[-\frac{3}{5}, -\frac{2}{5}\right) \subset \left[-\frac{4}{5}, -\frac{0}{5}\right]$$

$[-0.6, -0.4) \subset [-0.8, 0],$

وهذا صحيح.

لنقسم كلا الطرفين على المجموعة $[4, 5]$

$\frac{(2,3]}{[4,5]} \subset \frac{[0,4]}{[4,5]}$

$\left(\frac{2}{5}, \frac{3}{4}\right] \subset \left[\frac{0}{5}, \frac{4}{4}\right]$

$(0.40, 0.75] \subset [0, 1],$

وهذا صحيح.

3. 5. المثال الثاني لمعادلة الاحتواء

نحل من أجل x

$1 + x \cdot (1, 2) \subset (0, 5)$

$1 + (x, 2x) \subset (0, 5)$

$(x + 1, 2x + 1) \subset (0, 5)$

بحيث

$0 < x + 1 < 5$ أو $-1 < x < 4$ أو $x \subset (-1. 4)$

$0 < 2x + 1 < 5$ or $-1 < 2x < 4$ or $-0.5 < x < 2$ or $x \subset (-0.5, 2),$

بحيث

$$x \subset (-1, 4) \cap (-0.5, 2) = (-0.5, 2).$$

لذا فإن الحل الأعظم هو $x = (-0.5, 2)$

جميع المجموعات الجزئية من $(-0.5, 2)$ هي حلول خاصة ، وبالتالي يكون لدينا عدد لا نهائي من الحلول الخاصة.

تحقق من ذلك:

$1 + x(1, 2) \subset (0, 5)$

$1 + (-0.5, 2) \cdot (1, 2) \subset (0, 5)$

$1 + (-1, 2) \subset (0, 5)$

$(1 - 1, 1 + 2) \subset (0, 5)$

$(0, 3) \subset (0, 5),$

وهذا صحيح.

3 .6. مثال آخر لمعادلة الاحتواء

نحل من أجل x

$(4, 5) + x \cdot [1, 2] \subseteq [6, 10]$

$(4, 5) + [1 \cdot x, 2 \cdot x] \subseteq [6, 10]$

$(4, 5) + [x, 2x] \subseteq [6, 10]$

من أجل $x \geq 0$.

نحصل على $(4 + x, 5 + 2x) \subseteq [6, 10]$

لذلك: $6 \leq 4 + x \leq 10$ حيث $2 \leq x \leq 6$

و $6 \leq 5 + 2x \leq 10$ أو $1 \leq 2x \leq 5$ أو $1.5 \leq x \leq 2.5$

لذلك الحل من أجل $x \geq 0$ هو

$$[2, 6] \cap [1.5, 2.5] = [2, 2.5]$$

من أجل $x < 0$

$(4, 5) + x \cdot [1, 2] \subseteq [6, 10]$

$(4, 5) + [2x, x] \subseteq [6, 10]$

$(4 + 2x, 5 + x) \subseteq [6, 10]$

حيث:

$6 \leq 4 + 2x \leq 10$, or $2 \leq 2x \leq 6$ or $1 \leq x \leq 3$

و $6 \leq 5 + x \leq 10$

أو $1 \leq x \leq 5$

لكن x يجب أن تكون سالبة في هذه الحالة، وبالتالي فإن هذا لا ينتج أي حل.

الحل الأقصى هو $x = [2, 2.5]$.

لنتحقق من الحل الأقصى:

$$(4, 5) + x \cdot [1, 2] \subseteq [6, 10]$$

عندها:

$(4, 5) + [2, 2.5] \subseteq [6, 10]$

$(4 + 2, 5 + 2.5) \subseteq [6, 10]$

$(6, 7.5) \subseteq [6, 10]$,

وهذا صحيح.

نظرًا لأن الحلول الخاصة هي كل المجموعات الجزئية للحل الأقصى $[2, 2.5]$

وبالتالي فهي لا نهائية العدد.

التحقق:

ليكن $x = 2 \in [2, 2.5]$ يمكننا أيضًا كتابة x كمجموعة $x = [2, 2] \subseteq [2, 2.5]$

$(4, 5) + x \cdot [1, 2] \subseteq [6, 10]$

$(4, 5) + 2 \cdot [1, 2] \subseteq [6, 10]$

$(4, 5) + [2, 4] \subseteq [6, 10]$

$(6, 9) \subseteq [6, 10]$,

وهذا صحيح.

ليكن $x = 2.3 \in [2, 2.5]$ عندها:

$(4, 5) + 2.3[1.2] \subseteq [6, 10]$

$(4, 5) + [2.3, 4.6] \subseteq [6, 10]$

$(6.3, 9.6) \subseteq [6, 10]$,

وهذا صحيح.

وليكن $x = [2.1, 2.4) \subseteq [2, 2.5]$ عندها :

$(4, 5) + x \cdot [1, 2] \subseteq [6, 10]$

$(4, 5) + [2.1, 2.4) \cdot [1, 2] \subseteq [6, 10]$

$(4, 5) + [2.1, 4.8] \subseteq [6, 10]$

$(6.1, 9.8) \subseteq [6, 10]$,

وهذا صحيح.

في الختام، تحتوي معادلة الاحتواء هذه على حل أقصى واحد وعدد لا نهائي من الحلول الخاصة التي يتم احتواءها بالفعل في الحل الأقصى.

من أجل التعامل مع الاحتواء فقط، في هذه المسألة، نظرًا لأنها معادلة احتواء، فإننا نأخذ فقط مجموعات جزئية من الحل الأقصى كحلول، نظرًا لأن:

الحل الاقصى $\subseteq$ المجموعة الجزئية

ليست الارقام المفردة، لأن: الحل الاقصى $\in$ الرقم (ليس $\subseteq$)

من الأفضل تعديل هذا ليصبح: الأقصى الحل $\subseteq$ [الرقم الرقم،]

على سبيل المثال: $[2.1, 2.1] \subseteq [2, 2.5]$

3 .7. مثال لمعادلة الاحتواء التي ليس لها حل:

نحل من أجل x

$$(1, 2) - 2x \subseteq (0, 0.5)$$

لأن:

$$(1 - 2x, 2 - 2x) \subseteq (0, 0.5)$$

حيث : $0 \le 1 - 2x \le 0.5$ و $0 \le 2 - 2x \le 0.5$

أو $-1 \le -2x \le -0.5$ و $-2 \le -2x \le -1.5$

أو $0.25 \le x \le 0.50$ و $0.75 \le x \le 1$

لكن $[0.25, 0.50] \cap [0.75, 1] = \emptyset$

وبالتالي لا يوجد حل x.

3 .8. معادلة الاحتواء التي لها حل واحد فقط

نحل من أجل x :

$$(1, 2) - 2x \subseteq (0, 1)$$

لذلك: $(1 - 2x, 2 - 2x) \subseteq (0, 1)$

بحيث: $0 \le 1 - 2x \le 1$ **و** $0 \le 2 - 2x \le 1$

أو $-1 \le -2x \le 0$ و $-2 \le -2x \le -1$

أو $0 \le x \le 0.5$ و $0.5 \le x \le 1$

من أجل $[0, 0.5] \cap [0.5, 1] = 0.5$

نحصل على أن الحل الوحيد هو $x = 0.5 = [0.5, 0.5]$

لنتحقق من حل الاحتواء:

$(1, 2) - 2x \subseteq (0, 1)$

$(1, 2) - 2 \cdot 0.5 \subseteq (0, 1)$

$(1, 2) - 1 \subseteq (0, 1)$

$(1 - 1, 2 - 1) \subseteq (0, 1)$

$(0, 1) \subseteq (0, 1),$

وهذا صحيح.

4. الطريقة الأولى للعمل مع الأعداد النيوتروسوفية الحقيقية المستخدمة في الإحصاء النيوتروسوفي

4. 1. القيمة الحقيقية v هي رقم واحد

يأخذ العدد الحقيقي النيوتروسوفي الشكل N = a + bI، حيث a وb هما عددان حقيقيان، بينما "I" هي مجموعة حقيقية. الجزء المحدد من N هو "a" والجزء غير المحدد (غير الواضح) من N هو "bI".

لنعتبر أن القيمة الحقيقية الصحيحة هي القيمة المفردة v، التي نبحث عنها في المسائل الإحصائية حيث توجد بيانات غير محددة وغير واضحة وغير معروفة جزئيًا، حيث ينتمي هذا الرقم المفرد v إلى المجموعة الحقيقية I، أو v∈I.

من أن القيمة الحقيقية الوحيدة v موجودة في I، فهذا لا يعني أن v موجودة في N=a+bI أيضًا، لكن

$$a + bv \in a + bI$$

ليكن $N_1 = a_1 + b_1 I$ و $N_2 = a_2 + b_2 I$ عددين نيتروسوفيكين حقيقيين حيث $a_1, b_1, a_2, b_2 \in R$

و I هي مجموعة جزئية (ليست بالضرورة فترة) من الأعداد الحقيقية.

لتكن القيمة الحقيقية التي نبحث عنها في الإحصائيات في ظل البيانات غير المحددة (غير الواضحة أو المبهمة) هي $v \in I$ إذاً:

$$a_1 + b_1 v \in a_1 + b_1 I = N_1$$
$$a_2 + b_2 v \in a_2 + b_2 I = N_2$$

تسمح لنا النظريتان السابقتان 1 و2 بإجراء عمليات مباشرة باستخدام أرقام نيتروسوفيكية حقيقية

جمع الأعداد النيوتروسوفية الحقيقية

$$N_1 + N_2 = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2) I$$

الاثبات

وفقا للنظرية /1/، بما أن: $a_1 + b_1 v \in a_1 + b_1 I$ و $a_2 + b_2 v \in a_2 + b_2 I$

نضيف طرف اليسار إلى اليسار وطرف اليمين إلى اليمين فنحصل على:

$$(a_1 + b_1 v) + (a_2 + b_2 v) \in (a_1 + b_1 I) + (a_2 + b_2 I) = N_1 + N_2$$

لذلك $(a_1 + a_2) + (b_1 + b_2) v \in N_1 + N_2$

وبإثباتات مماثلة، يمكننا إجراء العمليات التالية باستخدام الأعداد النيوتروسوفية الحقيقية.

طرح الأعداد النيوتروسوفية الحقيقية: $N_1 - N_2 = (a_1 - a_2) + (b_1 - b_2) I$

الضرب العددي للأعداد النيوتروسوفية الحقيقية: ليكن $\beta \neq 0$ عدديًا حقيقيًا . عندها :

$$\beta \cdot N_1 = \beta \cdot (a_1 + b_1 I) = \beta \cdot a_1 + \beta \cdot b_1 I$$

ضرب الأعداد النيوتروسوفية الحقيقية:

$$N_1 \cdot N_2 = (a_1 + b_1 I) \cdot (a_2 + b_2 I) = a_1 a_2 + (a_1 b_2 + a_2 b_1) I + b_1 b_2 I^2$$

مربع الأعداد النيوتروسوفية الحقيقية:

$$N^2 = (a + bI)^2 = a^2 + 2abI + b^2 I^2$$

القوة n للأعداد النيوتروسوفية الحقيقية:

$N^n = (a+bI)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k (a^{n-k} b^k I^k)$ من أجل عدد صحيح $n \geq 1$ حيث حسب التعريف $I^0 \overset{def}{=} [1,1] \equiv 1$

الجذر من الدرجة n الأعداد النيوتروسوفية الحقيقية: $\sqrt[n]{N} = \sqrt[n]{a+bI}$

القسمة : $\frac{N_1}{N_2} = \frac{a_1+b_1 I}{a_2+b_2 I}$

ملاحظة: تصبح العمليات المذكورة أعلاه أسهل عندما يكون عدم التحديد

I = (0, 1), or (0, 1], [0, 1), [0, 1]

الذي يستخدم غالبًا في التطبيقات، لأن $I^n = I$ (بالنسبة لأي عدد حقيقي $n > 0$).

4. 2. القيمة الحقيقية V هي مجموعة

لنأخذ في الاعتبار مجموعة من القيم الحقيقية V، التي نبحث عنها في المسائل الإحصائية حيث توجد بيانات غير محددة أو غير واضحة أو غير معروفة جزئيًا، حيث يتم تضمين V في I، أو $V \subset I$ (أو $V \subseteq I$).

من أن مجموعة القيم الحقيقية V موجودة في I، فهذا لا يعني أن V متضمنة في $a + bI = N$ أيضاً لكن $a + bV \subset a + bI$.

ليكن $N_1 = a_1 + b_1 I$ و $N_2 = a_2 + b_2 I$ عددين نيتروسوفيكيين حقيقيين، حيث $a_1, b_1, a_2, b_2 \in R$ و I مجموعة جزئية

(وليس بالضرورة فترة) من الأعداد الحقيقية.

لتكن مجموعة القيم الحقيقية التي نبحث عنها في الإحصاء في ظل البيانات غير المحددة (غير الواضحة أو المبهمة) هي $V \subset I$، عندها:

$$a_1 + b_1 V \subset a_1 + b_1 I = N_1$$
$$a_2 + b_2 V \subset a_2 + b_2 I = N_2$$

من حيث الإضافة:

$$(a_1 + b_1 V) + (a_2 + b_2 V) \subset (a_1 + b_1 I) + (a_2 + b_2 I) = N_1 + N_2 .$$

وبالمثل، بالنسبة للطرح، الضرب القياسي، الضرب، القسمة، القوة من المرتبة n، الجذر من الدرجة n، وما إلى ذلك.

$$(a_1 + b_1 V) - (a_2 + b_2 V) \subset (a_1 + b_1 I) - (a_2 + b_2 I) = N_1 - N_2 .$$

$$\beta \cdot (a_1 + b_1 V) \subset \beta \cdot (a_1 + b_1 I) = \beta \cdot N_1 .$$

$$(a_1 + b_1 V) \cdot (a_2 + b_2 V) \subset (a_1 + b_1 I) \cdot (a_2 + b_2 I)$$

$$= a_1 a_2 + (a_1 b_2 + a_2 b_1) I + b_1 b_2 I^2 =$$

$$= N_1 \cdot N_2 .$$

$$\frac{a_1 + b_1 V}{a_2 + b_2 V} \subset \frac{N_1}{N_2} .$$

$$(a+bV)^n \subset N^n .$$

$$\sqrt[n]{a+bV} \subset \sqrt[n]{N} \text{ , etc.}$$

تسمح لنا النظريات السابقة 1 و2 و3 و4 بإجراء عمليات مباشرة باستخدام أرقام نيتروسوفيكية حقيقية (لكلا الحالتين: قيمة حقيقية واحدة v، أو مجموعة من القيم الحقيقية V).

5. الطريقة الثانية للتعامل مع الأعداد النيوتروسوفية

تتمثل هذه الطريقة في تحويل كل عدد نيتروسوفيكي حقيقي إلى مجموعة حقيقية:

$$N = a+bI = \{a+b\cdot x, x \in I\}$$

وإجراء العمليات باستخدام المجموعات كما هو موضح أدناه.

في هذه الحالة ليس من الضروري أن يكون لدينا نفس المجموعة الحقيقية غير المحددة "I".

أولاً، نحتاج إلى تذكر العمليات باستخدام المجموعات الحقيقية.

5. 1. العمليات على المجموعات:

ليكن R مجموعة الأعداد الحقيقية، وC مجموعة الأعداد المركبة، وM مجموعة الأنواع الأخرى من الأعداد.

ليتكن A وB مجموعتين حقيقيتين أو مركبتين أو نوع آخر من الأعداد.

قد يكون أحدهما أو كلاهما أيضًا قياسيًا (عددياً)، لأن القياسي α∈R يمكن كتابته كمجموعة، [α,α].

عندئذ : $A \star B = \{a \star b, ;\ a \star b \text{ معرف}; a \in A, b \in B\}$

حيث ⋆ تعني أي عمليات: الجمع والطرح والضرب القياسي والضرب والقسمة والقوة والجذر.

بعد ذلك، يتم حساب الحد الأدنى/inf والحد الأقصى/sup لـ A⋆B.

في الأقسام التالية، نشير فقط إلى مجموعات الأعداد الحقيقية، نظرًا لأنها مطلوبة في الإحصاء النيوتروسوفي، ولكن بالنسبة للأنواع الأخرى من المجموعات، فإن البحث مماثل.

إضافة المجموعات:

$$A + B = \{a + b; a \in A, b \in B\}$$

أمثلة:

$A = (2, 3),\ B = (0, 1)$

$A + B = (2, 3) + (0, 1) = (2 + 0, 3 + 1)$

$A + A = (2, 3) + (2, 3) = (2 + 2, 3 + 3) = (4, 6) = 2 \cdot (2, 3) = 2A$

والأخير يشبه إضافة رقم إلى نفسه، على سبيل المثال: $5 + 5 = 2 \cdot 5$

طرح المجموعات:

$$A - B = \{a - b; a \in A, b \in B\}$$

أمثلة:

$A = (2, 3),\ B = (0, 1)$

$A - B = (2, 3) - (0, 1) = (2 - 1, 3 - 0) = (1, 3)$

$A - A = (2, 3) - (2, 3) = (2 - 3, 3 - 2) = (-1, 1)$

لذلك $A - A \neq 0$ و $A - A \neq \emptyset$

على عكس طرح رقم من نفسه (على سبيل المثال : 5-5=0)

الضرب القياسي للمجموعات:

ليكن $\beta \in R$ عندها $\beta_{\square} \cdot A = \{\beta \cdot a; a \in A\}$

أمثلة:

i). $\beta_{\square} = 6$. $A = (2,3)$:

$$\beta_{\square} \cdot A = 6 \cdot (2,3) = (6 \cdot 2, 6 \cdot 3) = (12,18)$$

ii). $\beta_{\square} = 0$, $A = (2,3)$:

$\beta_{\square} \cdot A = 0 \cdot (2,3) = (0 \cdot 2, 0 \cdot 3) = (0,0) = \emptyset$ (المجموعة الخالية).

iii) $\beta_{\square} = 0$, $B = [2,3]$:

$$\beta_{\square} \cdot B = 0 \cdot [2,3] = [0 \cdot 2, 0 \cdot 3] = [0,0] = \{0\}$$

مجموعة تحتوي على عنصر واحد فقط هو الصفر

ضرب المجموعات:

$$A \cdot B = \{a \cdot b; a \in A, b \in B\}$$

أمثلة:

$A = (2,3),\ B = (0,1)$
$A \cdot B = (2,3) \cdot (0,1) = (2 \cdot 0, 3 \cdot 1) = (0,3)$
$A \cdot A = (2,3) \cdot (2,3) = (2 \cdot 2, 3 \cdot 3) = (4,9) = A^2$.

قسمة المجموعات:

$$A \div B = \frac{A}{B} = \{a \div b; a \div b \text{ معرف }, a \in A, b \in B\}$$

أمثلة

$$A = (2,3), \qquad B = (0,1)$$

(i) من أجل (A,B) معرفة كفترات يكون

$$A \div B = \left(\frac{minA}{maxB}, \frac{maxA}{minB}\right) = \left(\frac{2}{1}, \frac{3}{0}\right) \to (2, +\infty)$$

لأن الحد غير المعرف $\frac{3}{0} \to +\infty$ ليس إلى $-\infty$ (لأن B يحتوي فقط على عناصر موجبة)

(ii) ليكن لدينا فترتين: $A = (2,3)$ و $C = (-1,0)$ عندها:

$$A \div C = \left(\frac{minA}{maxC}, \frac{maxA}{minC}\right) = \left(\frac{2}{0}, \frac{3}{-1}\right) = \left(\frac{2}{0}, -3\right) \to (-\infty, -3)$$

نأخذ $\frac{2}{0}$ على أنها (-∞)، لأن المجموعة C تحتوي فقط على عناصر سالبة.

$$A \div A = \left(\frac{minA}{maxA}, \frac{maxA}{minA}\right) = \left(\frac{2}{3}, \frac{3}{2}\right) \text{ (iii)}$$

لذلك $A \div A \neq 1$ على عكس قسمة الأعداد الحقيقية، حيث يكون العدد غير الصفري مقسومًا على نفسه يساوي 1، على سبيل المثال: . $\frac{5}{5} = 1$

$$B \div B = \left(\frac{minB}{maxB}, \frac{maxB}{minB}\right) = \left(\frac{0}{1}, \frac{1}{0}\right) \to \mathbf{(0, +\infty) \neq 1} \text{ (iv)}$$

القوة وجذر المجموعات:

ليكن r عددًا نسبيًا، أي r=m/n، حيث n،m أعداد صحيحة، n ≠0.

$$A^r = \{a^r; a^r \ \text{معرف}, a \in A\}$$

(i) قوة عدد صحيح موجب:

$A = (2,3),\ r = 4$
$A^4 = (2,3)^4 = (2^4, 3^4) = (16, 81).$

$E = (-2,3).$
$E^2 = (-2,3) \cdot (-2,3) = (-2 \cdot 3, 3 \cdot 3) = (-6,9) \neq ((-2)^2, 3^2) = (4,9).$

(ii) القوة صفر:

$A = (2,3),\ r = 0$
$A^0 = (2,3)^0 = (2^0, 3^0) = (1,1)$.

لذلك $A^0 \neq 1$

على عكس الأعداد الحقيقية، حيث على سبيل المثال $70^0 = 1$.

ليكن $D = [2,3]$ عندها

$$D^0 = [2^0, 3^0] = [1,1] \equiv \{1\}$$

أما بالنسبة للأعداد الحقيقية $70^0 = 1$

(iii) الجذر التربيعي: $\sqrt{A} = \sqrt{(2,3)} = (\sqrt{2}, \sqrt{3})$

(iv) الجذر التربيعي الجزئي: ليكن $D = (-2,3)$ عندها

$$\sqrt{D} = [\sqrt{0}, \sqrt{3}) = [0, \sqrt{3})$$

لأنه في مجموعة الأعداد الحقيقية لا يمكن حساب الجذر التربيعي للأعداد السالبة من الفترة $(-2,0)$

لقد قمنا فقط بحساب الجذر التربيعي الجزئي لـ D.

(v) القوة السالبة:

$A = (2,3), r = -2.$

$A^{-2} = (2,3)^{-2} = (2^{-2}, 3^{-2}) = \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{9}\right) \equiv \left(\frac{1}{9}, \frac{1}{4}\right).$

الآن، تتبع العمليات على الأعداد النيوتروسوفية الحقيقية قواعد العمليات على المجموعات الحقيقية الموضحة أعلاه، لأن العدد النيوتروسوفي الحقيقي يعادل مجموعة جزئية حقيقية:

ليكن I مجموعة جزئية حقيقية $I \subset \mathbb{R}$

$$N = a + bI = \{a + b \cdot x, ;\ x \in I\}$$

وهي مجموعة جزئية حقيقية من النموذج كما في I.

في الواقع N هي المجموعة الجزئية الموسعة I.

إذا كان I فترة من الشكل:

$$I = (c,d), \text{or } [c,d), \text{or } (c,d], \text{or } [c,d]$$

عندئذٍ ستكون N أيضًا فترة لنفس النموذج المفتوح/المغلق المقابل.

و اذا $I = \{c_1, c_2, \dots, c_n\}$ كانت مجموعة جزئية منفصلة حقيقية حيث

$1 \le n \le \infty$ ، عندها ستكون N أيضًا مجموعة جزئية منفصلة حقيقية من العدد الأساسي n.

وعندما يمثل اتحاد لعدة مجموعات جزئية $I = I_1 \cup I_2 \cup \dots \cup I_m$

عندها سيكون N أيضًا اتحادًا للمجموعات الجزئية المقابلة:

$$N = N_1 \cup N_2 \cup \dots \cup N_m = \bigcup_{k=1}^{m} N_k$$

حيث:

$$N_k = a + b \cdot I_k = \{a + bx, ;\ x \in I_k\}$$

الطريقة الثانية للعمليات بالأعداد النيوتروسوفية الحقيقية هي التالية:

قم بتحويل كل عدد نيتروسوفيكي حقيقي إلى مجموعة جزئية حقيقية مكافئة، خاصة عندما يكون عدم التعيين (I) مختلفًا.

أمثلة:

$N_1 = 1 + 2I_1 \quad ;\ I_1 = \{02., 0.5, 0.8\}$

$N_2 = 3 - I_2 \quad ;\ I_2 = [0,1)$

عندها:

$N_1 = 1 + 2 \cdot \{0.2, 0.5, 0.8\} = 1 + \{0.4, 1.0, 1.6\} = \{1.4, 2.0, 2.6\}$

$N_2 = 3 - [0,1) = (3-1, 3-0] = (2,3]$

جمع الأعداد النيوتروسوفية الحقيقية

$$\begin{aligned} N_1 + N_2 &= \{1.4, 2.0, 2.6\} + (2,3] = \{1.4 + (2,3]\} \cup \{2.0 + (2,3]\} \cup \{2.6 + (2,3]\} \\ &= (1.4+2, 1.4+3] \cup (2.0+2, 2.0+3] \cup (2.6+2, 2.6+3] \\ &= (3.4, 4.4] \cup (4,5] \cup (4.6, 5.6] = (3.4, 5.6]. \end{aligned}$$

إضافة عدد قياسي لمجموعة نيتروسوفيكية

$0.9 + N_1 = \{1.4, 2.0, 2.6\} + 0.9 = \{1.4 + 0.9,\ 2.0 + 0.9,\ 2.6 + 0.9\}$

$= \{2.3, 2.9, 3.5\}.$

$0.9 + N_2 = 0.9 + (2, 3] = (0.9 + 2, 0.9 + 3] = (2.9, 3.9].$

طرح الأعداد النيوتروسوفية الحقيقية

$$N_1 - N_2 = \{1.4, 2.0, 2.6\} - (2, 3] = \{1.4 - (2, 3]\} \cup \{2.0 - (2, 3]\} \cup \{2.6 - (2, 3]\}$$
$$= [1.4 - 3, 1.4 - 2) \cup [2.0 - 3, 2.0 - 2) \cup [2.6 - 3, 2.6 - 2)$$
$$= [-1.6, -0.6) \cup [-1, 0) \cup [-0.4, 0.6) = [-1.6, 0.6).$$

ضرب الأعداد النيوتروسوفية الحقيقية

$$N_1 \cdot N_2 = \{1.4, 2.0, 2.6\} \cdot (2, 3] = \{1.4 \cdot (2, 3]\} \cup \{2.0 \cdot (2, 3]\} \cup \{2.6 \cdot (2, 3]\}$$
$$= (1.4 \cdot 2, 1.4 \cdot 3] \cup (2.0 \cdot 2, 2.0 \cdot 3] \cup (2.6 \cdot 2, 2.6 \cdot 3] = (2.8, 4.2] \cup (4, 6] \cup (5.2, 7.8]$$
$$= (2.8, 7.8].$$

ضرب عدد قياسي بعدد نيوتروسوفي

$$4 \cdot N_1 = 4 \cdot \{1.4, 2.0, 2.6\} = \{4 \cdot (1.4), 4 \cdot (2.0), 4 \cdot (2.6)\}$$
$$= \{5.6, 8.0, 10.4\}.$$

قسمة الأعداد النيوتروسوفية الحقيقية

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{\{1.4, 2.0, 2.6\}}{(2, 3]} = \frac{1.4}{(2, 3]} \cup \frac{2.0}{(2, 3]} \cup \frac{2.6}{(2, 3]} = \left(\frac{1.4}{3}, \frac{1.4}{2}\right] \cup \left(\frac{2.0}{3}, \frac{2.0}{2}\right] \cup \left(\frac{2.6}{3}, \frac{2.6}{2}\right]$$
$$= (0.4\bar{6}, 0.7] \cup (0.\bar{6}, 1] \cup (0.8\bar{6}, 1.3] = (0.4\bar{6}, 1.3].$$

مثال آخر لقسمة الأعداد النيوتروسوفية

ليكن

$$N_1 = 2 - 3I_1 \quad ; \quad I_1 = [4, 5]$$
$$N_2 = 1 + 4I_2 \quad ; \quad I_2 = \{-1, 3, 5\}.$$

عندها:

$$N_1 = 2 - 3I_1 = 2 - 3 \cdot [4, 5] = 2 - [3 \cdot 4, 3 \cdot 5] = 2 - [12, 15] =$$
$$= [2 - 15, 2 - 12] = [-13, -10]$$

$$N_2 = 1 + 4I_2 = 1 + 4 \cdot \{-1, 3, 5\} = 1 + \{4 \cdot (-1), 4 \cdot 3, 4 \cdot 5\} =$$
$$= 1 + \{-4, 12, 20\} = \{1 + (-4), 1 + 12, 1 + 20\} = \{-3, 13, 21\}$$

$$\frac{N_1}{N_2}=\frac{[-13,-10]}{\{-3,13,21\}}=[\frac{-13}{-3},\frac{-10}{-3}]\cup[\frac{-13}{13},\frac{-10}{13}]\cup[\frac{-13}{21},\frac{-10}{21}]=$$
$$=[\frac{10}{3},\frac{13}{3}]\cup[\frac{-13}{13},\frac{-10}{13}]\cup[\frac{-13}{21},\frac{-10}{21}]=$$
$$=[\frac{-13}{13},\frac{-10}{13}]\cup[\frac{-13}{21},\frac{-10}{21}]\cup[\frac{10}{3},\frac{13}{3}]$$

القسمة بين عدد نيتروسوفيكي حقيقي وعدد قياسي

$$\frac{N_1}{4}=\frac{\{1.4,2.0,2.6\}}{4}=\left\{\frac{1.4}{4},\frac{2.0}{4},\frac{2.6}{4}\right\}=\{0.35,0.50,0.65\}.$$

$$\frac{4}{N_1}=\frac{4}{\{1.4,2.0,2.6\}}=\left\{\frac{4}{1.4},\frac{4}{2.0},\frac{4}{2.6}\right\}=\{2.857,2.000,1.538\}.$$

$$\frac{4}{N_2}=\frac{4}{(2,3]}=\left[\frac{4}{3},\frac{4}{2}\right)\approx[1.333,2.000)$$

$$\frac{N_2}{4}=\frac{(2,3]}{4}=\left[\frac{2}{4},\frac{3}{4}\right)=[0.50,0.75).$$

قوة الأعداد النيوتروسوفية الحقيقية

$$N_1{}^{N_2}=\{1.4,2.0,2.6\}^{(2,3]}=1.4^{(2,3]}\cup 2.0^{(2,3]}\cup 2.6^{(2,3]}=(1.4^2,1.4^3]\cup(2.0^2,2.0^3]\cup(2.6^2,2.6^3]$$
$$=(1.960,2.744]\cup(4,8]\cup(6.760,17.576]=(1.960,2.744]\cup(4.000,17.576].$$

$$N_2{}^{N_1}=(2,3]^{\{1.4,2.0,2.6\}}=\{(2^{1.4},3^{1.4}],(2^{2.0},3^{2.0}],(2^{2.6},3^{2.6}]\}$$
$$\approx\{(2.639,4.656],(4.0,9.0],(6.063,17.399]\}$$
$$\equiv\{2.639,4.656]\cup(4.0,9.0]\cup(6.063,17.399]$$
$$=(2.639,17.399].$$

قوة الأعداد الحقيقية النيوتروسوفية إلى عدد قياسي

$(N_1)^4=\{1.4,2.0,2.6\}^4=\{1.4^4,2.0^4,2.6^4\}=\{3.8416,16.000,45.6976\};$
and $4^{N_1}=4^{\{1.4,2.0,2.6\}}=\{4^{1.4},4^{2.0},4^{2.6}\}\approx\{6.9644,16.000,36.7583\}.$

الجذر الحقيقي لعدد حقيقي نيوتروسوفي

$\sqrt{N_1}=\sqrt{\{1.4,2.0,2.6\}}=\{\sqrt{1.4},\sqrt{2.0},\sqrt{2.6}\}\approx\{1.183,1.414,1.612\}$
$\sqrt[3]{N_2}=\sqrt[3]{(2,3]}=(\sqrt[3]{2},\sqrt[3]{3})\simeq(1.260,1.442].$

الجذر النيوتروسوفي الحقيقي لعدد نيوتروسوفي حقيقي

$$\sqrt[N_1]{N_2}=N_2^{\frac{1}{N_1}}=(2,3]^{\frac{1}{\{1.4,2.0,2.6\}}}=\left\{(2,3]^{\frac{1}{1.4}},(2,3]^{\frac{1}{2.0}},(2,3]^{\frac{1}{2.6}}\right\}=\left\{\left(2^{\frac{1}{1.4}},3^{\frac{1}{1.4}}\right],\left(2^{\frac{1}{2.0}},3^{\frac{1}{2.0}}\right],(2^{\frac{1}{2.6}},3^{\frac{1}{2.6}}]\right\}$$
$$\approx\{(1.641,2.192],(1.414,1.732],(1.306,1.526]\}\equiv(1.306,2.192]$$

*

$$\sqrt[N_2]{N_1} = N_1^{\frac{1}{N_2}} = \{1.4, 2.0, 2.6\}^{\frac{1}{(2,3]}} = \{1.4, 2.0, 2.6\}^{[\frac{1}{3},\frac{1}{2})} = \left\{1.4^{[\frac{1}{3},\frac{1}{2})}, 2.0^{[\frac{1}{3},\frac{1}{2})}, 2.6^{[\frac{1}{3},\frac{1}{2})}\right\}$$

$$= \left\{\left[1.4^{\frac{1}{3}}, 1.4^{\frac{1}{2}}\right), \left[2.0^{\frac{1}{3}}, 2.0^{\frac{1}{2}}\right), \left[2.6^{\frac{1}{3}}, 2.6^{\frac{1}{2}}\right)\right\}$$

$$\approx \{[1.119, 1.183), [1.260, 1.414), [1.375, 1.612)\} \equiv [1.119, 1.183) \cup [1.260, 1.612).$$

6. الأعداد النيوتروسوفية الحرفية:

الأعداد النيوتروسوفية الحرفية (LNN) لها الشكل التالي $LNN = a + bI$

حيث a, b هي أرقام حقيقية أو مركبة ، و I = عدم التحديد الحرفي حيث $I^2 = I,$ $I/I =$ غيرمحدد

إن عمليات الجمع والطرح والضرب القياسي والضرب والقسمة والقوة والجذر بسيطة ومباشرة.

لا تُستخدم الأعداد النيوتروسوفية الحرفية في الإحصاء النيوتروسوفي، بل في البنى الجبرية النيوتروسوفية، ولهذا السبب لا نعرض عملياتها هنا.

7. معادلة عدم الانتماء، ومعادلة عدم الاحتواء، ومعادلة عدم المساواة:

إنها معادلة تكميلية ومتممة لمعادلة الانتماء، ومعادلة الاحتواء، ومعادلة المساواة على التوالي. نقدمها كنوع من الفضول، أو كرياضيات ترفيهية.

(i) المعادلة الملحقة من المثال السابق 1 هي: $4 - 5x \in 1 + 2 \cdot (0.5, 0.8)$

كانت حلولها كلها أعداد حقيقية $x \in (0.28, 0.40)$

معادلة عدم الانتماء المقابلة لها هي: $4-5x \notin 1+2\cdot(0.5, 0.8)$

حلولها هي كلها أعداد حقيقية $x \notin (0.28, 0.40)$ أو جميع الأعداد الحقيقية $x \in R-(0.28, 0.40)$

(ii) معادلة الاحتواء من المثال السابق 2 كانت:

$$1 + x \cdot (1, 2) \subset (0, 5),$$

كان الحل الأقصى هو $x = (-0.5, 2)$

معادلة عدم الاحتواء المقابلة لها هي: $1 + x\cdot(1,2) \not\subset (0,5)$

الذي حله الأقصى هو $R - (-0.5, 2)$

(iii) معادلة المساواة الأولية $3x + 4 = 7$

لها الحل الوحيد x = 1.

معادلة عدم المساواة المقابلة لها هي: $3x + 4 \neq 7$

بالطبع، هناك عدد لا نهائي من الحلول $x \in R-\{1\}$.

8. الخلاصة:

في الإحصاء النيوتروسوفي، من أن القيمة الحقيقية الوحيدة v موجودة في I، لا ينتج عن ذلك أن v موجودة في $(a + bI = N)$ أيضًا، ولكن: a+bv ∈ a+bI. ولهذا وجب التعريف بعلاقة الانتماء ومعادلتها ودراستها.

علاوة على ذلك، إذا كان لدى المرء مجموعة من القيم الحقيقية، من أن مجموعة القيم الحقيقية V متضمنة في I، فهذا لا يعني أن V متضمنة أيضًا في a + bI، ولكن $a + bV \subset a + bI$ (أو $a + bV \subseteq a + bI$) ولهذا السبب وجب تقديم علاقة ومعادلة الاحتواء.

بنفس الطريقة التي يتم بها استخدام رمز "=" لعلاقة المساواة أو معادلة المساواة، نستخدم الرمز "∈" {ينتمي إلى} لعلاقة أو معادلة الانتماء لعدد لمجموعة، على التوالي الرمز ⊂ (أو ⊆) {محتوى في، أو محتوى في أو يساوي} لعلاقة أو معادلة الاحتواء.

لقد قدمنا لأول مرة معادلة الانتماء ومعادلة الاحتواء، والتي تساعد في فهم العمليات مع الأعداد النيوتروسوفية ضمن إطار الإحصاء النيوتروسوفي. إن طريقة حل هذه المعادلات تشبه المعادلات التي تكون معاملاتها عبارة عن مجموعات (لا توجد أرقام مفردة).بالإضافة إلى ذلك، قدمنا أيضًا معادلة عدم الانتماء المكملة، ومعادلة عدم الاحتواء، ومعادلة عدم المساواة الأولية على التوالي.

التمويل: "لم يتلق هذا البحث أي تمويل خارجي" .

تضارب المصالح: "يعلن المؤلفون عدم وجود تضارب في المصالح".

References

[1] F. Smarandache, Neutrosophic Statistics vs. Interval Statistics, and Plithogenic Statistics as the most general form of statistics (second edition), International Journal of Neutrosophic Science (IJNS), Vol. 19, No. 01, PP. 148-165, 2022, http://fs.unm.edu/NS/NeutrosophicStatistics-vs-IntervalStatistics.pdf

[2] Muhammad Aslam, A Variable Acceptance Sampling Plan under Neutrosophic Statistical Interval Method. *Symmetry* 2019, 11, 114, DOI: 10.3390/sym11010114, https://fs.unm.edu/NS/AVariableAcceptanceSampling.pdf

[3] Florentin Smarandache, Foundation of Appurtenance and Inclusion Equations for Constructing the Operations of Neutrosophic Numbers Needed in Neutrosophic Statistics, Neutrosophic Systems with Applications, Vol. 15, 16-32, 2024.

Neutrosophic Knowledge, Vol. 05, 2024
University of New Mexico

Article

Geometry of masses of material sets from the point of view of the neutrosophic logic

[1]Mountajab Al-Hasan, [2]Ranim Fajer, [3]Monir Makhlouf, [4]Younis Al-Sultan, and [5]Kheder Al-Saleh

[1]Al-Baath University, Mathematics Department, Homs, Syria; alhasanmountajab@gmail.com
[2]Al-Baath University, Mathematics Department, Homs, Syria; ranimfajer6@gmail.com
[3]Al-Baath University, Mathematics Department, Homs, Syria; monirmaklohf@albaath.edu.sy
[4]Tartous University, Mathematics Department, Tartous, Syria; yuonsalsultan1234@gmail.com
[5]Al-Baath University, Mathematics Department, Homs, Syria; alsalehkheder@gmail.com

*****Correspondence: alhasanmountajab@gmail.com

Received: 10 19, 2024; *Accepted:* 10 27, 2024.

Abstract: In this paper we discuss the geometry of the masses of the neutrosophic material point and material sets according to the neutrosophic logic. First, we discuss the moments of inertia and the products of inertia of the neutrosophic material point and the relating theorems from the point of view of neutrosophic logic. Then, we generalized the above-mentioned results to the neutrosophic material sets. Finally, we end the paper by suggesting some problems for discussing.

Keywords: Neutrosophic Logic, Geometry of Masses, Moments of Inertia, Products of Inertia, Classical Mechanics

Introduction

In [20] the two-dimensional motion of a neutrosophic material point is discussed. In [21] the kinetic elements (momentum, angular momentum, kinetic energy) of a neutrosophic material point in its two-dimensional motion are also discussed. In [22] The space of Galilean events، the inertial frames and the Galilean group of transformations for the classical mechanics were discussed according to the neutrosophic logic**.**

1. Materials and Methods (proposed work with more details)

We will use the geometry proposed by Florentin Smarandacheş and Ahmed Salama [1-19], the definition of the neutrosophic material point proposed in [20,21], and the result of [22] in order to discuss the geometry of masses for a material point and material sets from the point of view of neutrosophic logic.

Our results are discussed the follows:

Definition.1: (Moments of inertia of a material point from the point of view of the neutrosophic logic): Let $OXYZ$ be a neutrosophic comparison frame of origin $O = O_1 + I\, O_2$ and base $(\vec{I}, \vec{J}, \vec{K})$,where

$$\vec{I} = \vec{\iota_1} + I\left(\frac{\vec{\iota_1} + \vec{\iota_2}}{\sqrt{2}} - \vec{\iota_1}\right)$$

$$\vec{J} = \vec{J_1} + I\left(\frac{\vec{J_1} + \vec{J_2}}{\sqrt{2}} - \vec{J_1}\right)$$

$$\vec{K} = \vec{k_1} + I\left(\frac{\vec{k_1} + \vec{k_2}}{\sqrt{2}} - \vec{k_1}\right)$$

in which: $\vec{\iota}_1, \vec{\iota}_2, \vec{J}_1, \vec{J}_2, \vec{k}_1, \vec{k}_2$ are traditional unit vectors, and $\vec{\iota}_1 \perp \vec{\iota}_2, \vec{J}_1 \perp \vec{J}_2, \vec{k}_1 \perp \vec{k}_2$, and each of triple $(\vec{\iota}_1, \vec{J}_1, \vec{k}_1), \left(\frac{\vec{\iota}_1+\vec{\iota}_2}{\sqrt{2}}, \frac{\vec{J}_1+\vec{J}_2}{\sqrt{2}}, \frac{\vec{k}_1+\vec{k}_2}{\sqrt{2}}\right)$ are orthonormal and directly oriented. Let $M(X, Y, Z)$ be aneutrosophic material point where:

$$X = x_1 + Ix_2$$

$$Y = y_1 + Iy_2$$

$$Z = z_1 + Iz_2$$

with mass $m = m_1 + Im_2$ and time $t = t_1 + It_2$ and position vector:

$$\vec{r} = \vec{r_1} + I\vec{r_2} = \overrightarrow{OM} = X\vec{I} + Y\vec{J} + Z\vec{K}$$

We call the non-negative quantity $I_O = mr^2$,(where $r^2 = \vec{r}.\vec{r}$), the moment of inertia of the material point M with respect to O from the point of view of the neutrosophic logic.

Definitions.2:

- We call the non-negative quantity $I_{OXY} = mZ^2$ the moment of inertia of the material point M with respect to the plane OXY from the point of view of neutrosophic logic.
- We call the non-negative quantity $I_{OYZ} = mX^2$ the moment of inertia of the material point M with respect to the pane OYZ from the point of view of neutrosophic logic.
- We call the non-negative quantity $I_{OXZ} = mY^2$ the moment of inertia of the material point M with respect to the plane OXZ from the point of view of neutrosophic logic.

Definition3:

- We call the non-negative quantity $I_{OX} = m(Y^2 + Z^2)$ the moment of inertia of material point M with respect to the OX axis from the point of view of neutrosophic logic.
- We call the non-negative quantity $I_{OY} = m(X^2 + Z^2)$ the moment of inertia of material point M with respect to the OY axis from the point of view of neutrosophic logic.
- We call the non-negative quantity $I_{OZ} = m(X^2 + Y^2)$the moment of inertia of the material point M with respect to the OZ axis from the point of view of neutrosophic logic.

Results (I):

We note that:

1-

$$I_O = \frac{1}{2}[I_{OX} + I_{OY} + I_{OZ}]$$

2-

$$I_O = I_{OXY} + I_{OXZ} + I_{OYZ}$$

3-

$$I_{OX} = I_{OXY} + I_{OXZ}$$

4-

$$I_{OY} = I_{OXY} + I_{OYZ}$$

5-

$$I_{OZ} = I_{OXZ} + I_{OYZ}$$

6-

$$I_O = I_{OZ} + I_{OXY}$$

7-

$$I_O = I_{OX} + I_{OYZ}$$

8-

$$I_O = I_{OY} + I_{OXZ}$$

Theorem1: The I_O is equivalent to two traditional moments of inertia:
the first $I_{O_1} = m_1({x_1}^2 + {y_1}^2 + {z_1}^2)$ in the traditional space $\mathbb{R}^3$ with the base $(\overrightarrow{\imath_1}, \overrightarrow{\jmath_1}, \overrightarrow{k_1})$ and origin O_1. The second: $I_{\acute{O}} = (m_1 + m_2)[(x_1 + x_2)^2 + (y_1 + y_2)^2 + (z_1 + z_2)^2]$ in the traditional space $\mathbb{R}^3$ with the base is $\left(\frac{\overrightarrow{\imath_1} + \overrightarrow{\imath_2}}{\sqrt{2}}, \frac{\overrightarrow{\jmath_1} + \overrightarrow{\jmath_2}}{\sqrt{2}}, \frac{\overrightarrow{k_1} + \overrightarrow{k_2}}{\sqrt{2}}\right)$ and origin $\acute{O} = O_1 + O_2$.

Proof:

We start from the relationship:

$$\begin{aligned}
I_O = m(X^2 + Y^2 + Z^2) &= (m_1 + Im_2)[(x_1 + Ix_2)^2 + (y_1 + Iy_2)^2 + (z_1 + Iz_2)^2] \\
&= (m_1 + Im_2)[{x_1}^2 + 2Ix_1x_2 + I{x_2}^2 + {y_1}^2 + 2Iy_1y_2 + I{y_2}^2 + {z_1}^2 + 2Iz_1z_2 \\
&\quad + I{z_2}^2] \\
= (m_1 + Im_2)[({x_1}^2 + {y_1}^2 + {z_1}^2) &+ I({x_2}^2 + {y_2}^2 + {z_2}^2 + 2x_1x_2 + 2y_1y_2 + 2z_1z_2)] \\
&= m_1({x_1}^2 + {y_1}^2 + {z_1}^2) \\
&\quad + I[m_1({x_2}^2 + {y_2}^2 + {z_2}^2 + 2x_1x_2 + 2y_1y_2 + 2z_1z_2) + m_2({x_1}^2 + {y_1}^2 + {z_1}^2) \\
&\quad + m_2({x_2}^2 + {y_2}^2 + {z_2}^2 + 2x_1x_2 + 2y_1y_2 + 2z_1z_2)]
\end{aligned}$$

Now, by applying isometric transformation:

$$T: \mathbb{R}(I) \mapsto \mathbb{R} \times \mathbb{R}$$

$$A = a_1 + Ia_2 \mapsto (a_1, a_1 + a_2)$$

we find:

$$T(I_O) = [m_1({x_1}^2 + {y_1}^2 + {z_1}^2), m_1({x_1}^2 + {y_1}^2 + {z_1}^2) + m_1({x_2}^2 + {y_2}^2 + {z_2}^2 + 2x_1x_2 + 2y_1y_2 + 2z_1z_2) + m_2({x_1}^2 + {y_1}^2 + {z_1}^2) + m_2({x_2}^2 + {y_2}^2 + {z_2}^2 + 2x_1x_2 + 2y_1y_2 + 2z_1z_2)]$$
$$= \left[m_1({x_1}^2 + {y_1}^2 + {z_1}^2), (m_1 + m_2)[(x_1 + x_2)^2 + (y_1 + y_2)^2 + (z_1 + z_2)^2]\right] = (I_{O_1}, I_{\acute{O}})$$

This completes the proof.

Theorem2: The I_{OX} is equivalent to two traditional moments of inertia:

the first $I_{O_1x_1} = m_1({y_1}^2 + {z_1}^2)$ in the traditional space $\mathbb{R}^3$ with the base $(\vec{\iota_1}, \vec{J_1}, \vec{k_1})$ and origin O_1 ; the second $I_{\acute{O}\acute{x}} = (m_1 + m_2)[(y_1 + y_2)^2 + (z_1 + z_2)^2]$,(where: $\acute{O} = O_1 + O_2$, and $\acute{x} = x_1 + x_2$) in the traditional space $\mathbb{R}^3$ with base $\left(\frac{\vec{\iota_1}+\vec{\iota_2}}{\sqrt{2}}, \frac{\vec{J_1}+\vec{J_2}}{\sqrt{2}}, \frac{\vec{k_1}+\vec{k_2}}{\sqrt{2}}\right)$ and origin $\acute{O}$.

Proof:

We start from the relationship:

$$I_{OX} = m(Y^2 + Z^2) = (m_1 + Im_2)[(y_1 + Iy_2)^2 + (z_1 + Iz_2)^2] =$$
$$= (m_1 + Im_2)[({y_1}^2 + {z_1}^2) + I({y_2}^2 + {z_2}^2 + 2y_1y_2 + 2z_1z_2)]$$
$$= m_1({y_1}^2 + {z_1}^2)$$
$$+ I[m_1({y_2}^2 + {z_2}^2 + 2y_1y_2 + 2z_1z_2) + m_2({y_1}^2 + {z_1}^2)$$
$$+ m_2({y_2}^2 + {z_2}^2 + 2y_1y_2 + 2z_1z_2)]$$

By applying isometric transformation:

$$T: \mathbb{R}(I) \to \mathbb{R} \times \mathbb{R}$$
$$A = a_1 + Ia_2 \longmapsto (a_1, a_1 + a_2)$$

on both sides of the previous relationship, we find:

$$T(I_{OX}) = [m_1({y_1}^2 + {z_1}^2), m_1({y_1}^2 + {z_1}^2) + m_1({y_2}^2 + {z_2}^2 + 2y_1y_2 + 2z_1z_2) + m_2({y_1}^2 + {z_1}^2) + m_2({y_2}^2 + {z_2}^2 + 2y_1y_2 + 2z_1z_2)]$$
$$= \{\, m_1({y_1}^2 + {z_1}^2), (m_1 + m_2)[(y_1 + y_2)^2 + (z_1 + z_2)^2] \,\} = (I_{O_1x_1}, I_{\acute{O}\acute{x}})$$

and this completes the proof.

Theorem3: The I_{OXY} is equivalent to two traditional moments of inertia:

the first $I_{O_1x_1y_1} = m_1{z_1}^2$ in the traditional space $\mathbb{R}^3$ with the base $(\vec{\iota_1}, \vec{J_1}, \vec{k_1})$ and origin O_1 ; the second $I_{\acute{O}\acute{x}\acute{y}} = (m_1 + m_2)(z_1 + z_2)^2$,(where $\acute{O} = O_1 + O_2$, $\acute{x} = x_1 + x_2$ *and* $\acute{y} = y_1 + y_2$) , in the traditional space $\mathbb{R}^3$ with the base $\left(\frac{\vec{\iota_1}+\vec{\iota_2}}{\sqrt{2}}, \frac{\vec{J_1}+\vec{J_2}}{\sqrt{2}}, \frac{\vec{k_1}+\vec{k_2}}{\sqrt{2}}\right)$ and the origin $\acute{O}$.

Proof:

We start from the relationship:

$$I_{OXY} = mZ^2 = (m_1 + Im_2)(z_1 + Iz_2)^2 == (m_1 + Im_2)[{z_1}^2 + 2Iz_1z_2 + {z_2}^2]$$
$$= m_1{z_1}^2 + I[m_1{z_2}^2 + 2m_1z_1z_2 + m_2{z_1}^2 + m_2{z_2}^2 + 2m_2z_1z_2]$$

By applying isometric transformation:

$$T: \mathbb{R}(I) \to \mathbb{R} \times \mathbb{R}$$
$$A = a_1 + Ia_2 \longmapsto (a_1, a_1 + a_2)$$

on both sides of the previous relationship, we find:

$T(I_{OXY}) = [m_1 z_1{}^2, m_1 z_1{}^2 + m_1 z_2{}^2 + 2m_1 z_1 z_2 + m_2 z_1{}^2 + m_2 z_2{}^2 + 2m_2 z_1 z_2] = [m_1 z_1{}^2, (m_1 + m_2)(z_1 + z_2)^2] = (I_{O_1 x_1 y_1}, I_{\acute{O}\acute{x}\acute{y}})$

and this completes the proof.

In the same way, we can arrive to following similar results for:

a) I_{OY} و I_{OZ}

b) I_{OYZ} و I_{OXZ}

Definition4: (Inertial products of material point):

Consider the neutrosophic comparison frame $OXYZ$ of origin $O = O_1 + I\,O_2$ and base $(\vec{I}, \vec{J}, \vec{K})$, where:

$$\vec{I} = \vec{\iota_1} + I\left(\frac{\vec{\iota_1} + \vec{\iota_2}}{\sqrt{2}} - \vec{\iota_1}\right)$$

$$\vec{J} = \vec{J_1} + I\left(\frac{\vec{J_1} + \vec{J_2}}{\sqrt{2}} - \vec{J_1}\right)$$

$$\vec{K} = \vec{k_1} + I\left(\frac{\vec{k_1} + \vec{k_2}}{\sqrt{2}} - \vec{k_1}\right)$$

in which: $\vec{\iota}_1, \vec{\iota}_2, \vec{J}_1, \vec{J}_2, \vec{k}_1, \vec{k}_2$ are traditional unit vectors, and $\vec{\iota}_1 \perp \vec{\iota}_2, \vec{J}_1 \perp \vec{J}_2, \vec{k}_1 \perp \vec{k}_2$, and each of triple $(\vec{I}, \vec{J}, \vec{K})$, $\left(\frac{\vec{\iota}_1 + \vec{\iota}_2}{\sqrt{2}}, \frac{\vec{J}_1 + \vec{J}_2}{\sqrt{2}}, \frac{\vec{k}_1 + \vec{k}_2}{\sqrt{2}}\right)$ are orthonormal and directly oriented. Let $M(X, Y, Z)$ be a neutrosophic material point, where:

$$X = x_1 + Ix_2$$

$$Y = y_1 + Iy_2$$

$$Z = z_1 + Iz_2$$

with mass $m = m_1 + Im_2$, and time $t = t_1 + It_2$, and position vector

$$\vec{r} = \vec{r_1} + I\vec{r_2} = \overrightarrow{OM} = X\vec{I} + Y\vec{J} + Z\vec{K}$$

- We call $P_{XY} = mXY$ the product of inertia of the material point with respect to the tow neutrosophic planes OYZ and OXZ.
- We call $P_{XZ} = mXZ$ the product of inertia of the material point with respect to the tow neutrosophic planes OXY and OYZ.
- We call $P_{YZ} = mYZ$ the product the inertia of the material point with respect to the tow neutrosophic planes OXY and OXZ.

We have the following theorem:

Theorem 4: The product of inertia P_{XY} is equivalent to tow classical products of inertia as follows: the first $P_{x_1 y_1} = m_1 x_1 y_1$ in the traditional Euclidean space $\mathbb{R}^3$ with the base is $(\vec{\iota_1}, \vec{J_1}, \vec{k_1})$ and the origin O_1.The second $P_{\acute{x}\acute{y}} = (m_1 + m_2)(x_1 + x_2)(y_1 + y_2)$,where

$(\acute{x} = x_1 + x_2, \acute{y} = y_1 + y_2)$ in the traditional space $\mathbb{R}^3$ with the base $\left(\frac{\vec{\iota_1} + \vec{\iota_2}}{\sqrt{2}}, \frac{\vec{J_1} + \vec{J_2}}{\sqrt{2}}, \frac{\vec{k_1} + \vec{k_2}}{\sqrt{2}}\right)$ and the origin $\acute{O}$.

Proof:

we have:

$$P_{XY} = mXY = (m_1 + Im_2)(x_1 + Ix_2)(y_1 + Iy_2) = (m_1 + Im_2)[x_1y_1 + I(x_1y_2 + x_2y_1 + x_2y_2)]$$
$$= m_1x_1y_1 + I[m_1(x_1y_2 + x_2y_1 + x_2y_2) + m_2x_1y_1 \quad + m_2(x_1y_2 + x_2y_1 + x_2y_2)]$$

Applying the T isometric transformation to both sides of the previous relationship, we find:

$$T(P_{XY}) = [m_1x_1y_1, m_1x_1y_1 + m_1(x_1y_2 + x_2y_1 + x_2y_2) + m_2x_1y_1 + m_2(x_1y_2 + x_2y_1 + x_2y_2)]$$
$$= [m_1x_1y_1, (m_1 + m_2)(x_1 + x_2)(y_1 + y_2)] = (P_{x_1y_1}, P_{\acute{x}\acute{y}})$$

and this completes the proof.

In the same way, similar results can be proved for P_{XZ} and P_{YZ}.

We also need the following definition:

Definition 5 (Neutrosophic material Set):

we call

$$S = \{[M_i(X^i, Y^i, Z^i), m^i = m^i{}_1 + Im^i{}_2, t = t_1 + It_2], i = 1,2, \dots \dots, n\}$$

a neutrosophic material set with masses $m^i = m^i{}_1 + Im^i{}_2$ and time $t = t_1 + It_2$.

Definitions 6: (The moments of inertial of the material set S). Let $OXYZ$ be the same neutrosophic comparison frame considered in the previous definitions.

- We call

$$I_O = \sum_{i=1}^{n} m^i[(X^i)^2 + (Y^i)^2 + (Z^i)^2]$$

the moment of inertia of the material set S with respect to the origin O from the point of view of neutrosophic logic.

- We call

$$I_{OX} = \sum_{i=1}^{n} m^i[(Y^i)^2 + (Z^i)^2]$$

the moment of inertia of the material set S with respect to the OX axis from the point of view of neutrosophic logic.

- We call

$$I_{OY} = \sum_{i=1}^{n} m^i[(X^i)^2 + (Z^i)^2]$$

the moment of inertia of the material set S with respect to the OY axis from the point of view of neutrosophic logic.

- We call

$$I_{OZ} = \sum_{i=1}^{n} m^i[(X^i)^2 + (Y^i)^2]$$

the moment of inertia of the material set S with respect to the OZ axis from the point of view of neutrosophic logic.

- We call

$$I_{OXY} = \sum_{i=1}^{n} m^i(Z^i)^2$$

the moment of inertia of the material set S with respect to the plane OXY from the point of view of neutrosophic logic.

- We call

$$I_{OYZ} = \sum_{i=1}^{n} m^i(X^i)^2$$

the moment of inertia of the material set S with respect to the plane OYZ from the point of view of neutrosophic logic.

- We call

$$I_{OXZ} = \sum_{i=1}^{n} m^i(Y^i)^2$$

the moment of inertia of the material set S with respect to the plane OXZ from the point of view of neutrosophic logic.

Remark1:

1- The results (I) for moments of inertia related to the neutrosophic material point still true for material set S.

2- The theorems about moments of inertia of the material point still true for the material set S.

Definition 7: (*The products of inertial for material Set S*):

- We call $P_{XY} = \sum_{i=1}^{n} m^i X^i Y^i$ the product of inertia of the material set S with respect to the OYZ and OXZ neutrosophic planes.
- We call $P_{YZ} = \sum_{i=1}^{n} m^i Y^i Z^i$ the product of inertia of the material set S with respect to the OYZ and OXZ neutrosophic planes.
- We call $P_{XZ} = \sum_{i=1}^{n} m^i X^i Z^i$ the product of inertia of the material set S with respect to the OXY and OYZ neutrosophic planes.

Remark2: The theorems about product of inertia for the neutrosophic material point still valid for the neutrosophic material set.

Conclusions

1. Results: In this paper, the moments and products of inertia for a neutrosophic material point and its related properties and theorems were discussed. This result has been generalized to a neutro-sophic material sets.

2. Suggestions:

1 - Discuss the center of masses of a material set from the point of view of neutrosophic logic.

2- Discussion of the Huygens' first and second theorems for the moments and products of inertia of a neutrosophic material set.

3- Generalizing the concept of the coherent material set and the related theorems from the traditional concept to the neutrosophic concept.

4- Generalizing the concept of the translatability movement of the coherent material set and related theorems from the traditional logic to the neutrosophic logic.

References

[1] Sciience in the Ancient World:An Encyclopedia. Russell M. Lawson,Abc-clio Information Services ABC-CLIO, 2004.

[2] On the Revolutions of the Celcstial Spheres, Nicolaus Copernicus 1543.

[3]De l'infinito ,Universe Mondi , Giordano Bruno 1584.

[4]Dialogue Concerning the Two Chief World , Galileo Galilei ,1632.

[5]v. Arnold,Methodes Mathematiques De la Mecanique Classique,Editions mir , Moscou, 1976.

[6] Isaac Newton,philosophiae Naturalis Principia Mathematica Edmond Halley ,London , 1687.

[7] F .Smarandache. "Introduction to Neutrosophic statistics", Sitech-Education Publisher, PP:34-44. 2014.

[8] F .Smarandache. "Finite Neutrosophic Complex Numbers, by W. B. Vasantha Kandasamy". Zip pubulsher, Columbus, Ohio, USA, PP1-16, 2011.

[9] Y. Alhasan., "Concepts of Neutrosophic Complex Numbers", International Journal of Neutrosophic Science, Vol.8, 9-18, 2020.

[10] R. Alhamido, M.Ismail, F .Smarandache; "The Polar form of a Neutrosophic Complex Number", International Journal of Neutrosophic Science, Vol.10, 36-44, 2020.

[11] A. A Salama; Hewayda Elghawalby; M.S, Dabash; A.M. NASR, "Retrac Neutrosophic Crisp System For Gray Scale Image", Asian Journal Of Mathematics and Computer Research, Vol 24, 104-117, (2018).

[12] F. smarandache. "Neutrosophy and Neutrosophic Logic, First International Conference on Neutrosophy, neutrosophic Logic, Set, Probability, and Statistics", University of New Mexico, Gallup, NM87301, USA 2002.

[13] M. Abdel-Basset; E. Mai. Mohamed; C. Francisco; H. Z. Abd EL-Nasser. "Cosine similarity measures of bipolar neutrosophic set for diagnosis of bipolar disorder diseases", Artificial Intelligence in Medicine Vol. 101, 101735, (2019).

[14] M. Abdel-Basset; E. Mohamed; G. Abdullah; and S. Florentin. "A novel model for evaluation Hospital medical care systems based on plithogenic sets", Artificial Intelligence in Medicine 100 (2019), 101710.

[15] M. Abdel-Basset; G. Gunasekaran Mohamed; G. Abdullah. C. Victor, "A Novel Intelligent Medical Decision Support Model Based on soft Computing and Iot", IEEE Internet of Things Journal, Vol. 7, (2019).
[16] M. Abobala, Ahmad Hatip."An Algebraic Approach Neutrosophic Euclidean Geometry ", Neutrosophic Sets and Systems, Vol 43, (2021).
[17] A. A Salama. "Basic Structure of Some Classes of Neutrosophic Crisp Nearly Open Sets and Possible Application to GIS Topology".Neutrosophic Sets and Systems,Vol.7,18-22, (2015).
[18] A. A Salama; F. Smarandache. "Neutrosophic Set Theory", Neutrosophic Sets and Systems,Vol. 5, 1-9, (2014).
[19] F. Smarandache, "The Neutrosophic Triplet Group and its Application to physics", Seminar Universidad National de Quilmes, Department of science and Technology, Beunos Aires, Argentina, 20 June 2014.
[20] F. Al-Hasan, M.F. Alaswad " A Study of the Movement of a Neutrosophic Material Point in the Neutrosophic Plane by Using a Neutrosophic AH-Isometry ", Prospects for Applied Mathimatics and data Analysis (PAMDA), Vol. 02, No. 01, PP. 08-18, 2023.
[21] M. Al-Hasan, A.Alkhabour " The Kinetic Elements of the Material Point in its Plane Motion from the View of Neutrosophic Logic ", Journal of Iraq Al-Khwarizmi, Vol. 08, No. 02, Accepted for Publication. 07-02, 2024.
[22] R.Fajer, M.Al-Hasan, and M. Makhlouf ." The Geometric Meaning of Traditional Inertial Frames According to Neutrosophical Logic ", Neutrosophic Knowledge, Vol. 05,2024, University of New Mexico, Accepted for Publication. 19.07.2024.

Neutrosophic Knowledge, Vol. 05, 2024
University of New Mexico

Some Results of Neutrosophic Relations for Neutrosophic Set Theory

Adel Al-Odhari [1,2] *

[1] Faculty of Education, Humanities and Applied Sciences (Khawlan), Yemen;
[2] Department of Foundations of Sciences, Faculty of Engineering, Sana'a University. Box:13509, Sana'a, Yemen; a.aleidhri@su.edu.ye

* Correspondence: a.aleidhri@su.edu.ye

Received: 11 06, 2024; *Accepted:* 11 14, 2024

Abstract:
Nearly thirty years ago, the science of Neutrosophic appeared at the hands of the scientist Smarandache, who generalized the concept of the intuitionistic set to the neutrosophic set and the intuitionistic logic into the neutrosophic logic according to the degree of membership functions truth, indeterminacy, and falsehood respectively. Moreover, he presented the neutrosophic structure of a set when he studied the structure of neutrosophic algebra with other scholars in their works neutrosophic groups, and neutrosophic rings. Later, a few scholars who take the concept of neutrosophic structure of set to construct neutrosophic Number theory and Neutrosophic linear algebra. In our previous work, we introduced some classification of a neutrosophic set to three types related to classical sets and built a new structure of neutrosophic set theory. This article addressed new facts of neutrosophic relations on neutrosophic sets of three types. This article includes a neutrosophic partial order relation on $H_i^t[I]$, where $i = 1,2,3$ with a few theorems and examples.

Keywords: Neutrosophic sets $H_i^t[I], i = 1,2,3$; Neutrosophic partial order relation on $H_i^t[I]$; Properties Neutrosophic partial order relation on $H_i^t[I]$;

1. Introduction

In [1], [2], and [3]we presented neutrosophic set theory related to the neutrosophic sets of three types as construction from classical sets and investigated many theorems and examples with the neutrosophic binary operations such as neutrosophic; union, intersection, complement, differences, symmetric differences, cartesian products with their properties. In addition, the generalization of neutrosophic operations are studied. The present article extended the previous work and addressed to some results about neutrosophic relation on neutrosophic sets of three types. This paper focuses on partial order relation on neutrosophic sets of three types with some theorems and examples. The neutrosophic number of the form $N_1 = a + bI$, where I is literal in indeterminacy, $I^2 = I$, and $0I = 0$ proposed by Smarandache when presented structure of neutrosophic algebra such as neutrosophic groups, neutrosophic rings and so on, see for example [4], [5]. Moreover, we use the neutrosophic number of the form $N_1 = a + bI$ in some neutrosophic algebra structure such as neutrosophic linear algebra in [6] and [7], neutrosophic rings in [8], and neutrosophic groups in [9] and [10].

2. Some Neutrosophic Relations on Neutrosophic sets of three types

In this section, we shall present new information about neutrosophic relations on neutrosophic sets of three types. In mathematical thinking, describing the sets and classifying them is very important to treat with them, and after that, how to define the operations, relations, and functions on them. In many different neutrosophic sets there are neutrosophic relations which hold between certain neutrosophic pairs of neutrosophic elements.

Definition 2.1 [1] Let $H \neq \emptyset \subset U$ be a non-empty-set, then;

1. $H_1^t[I\,] = \{h_1 + h_2 I : h_1, h_2 \in H\}$ is a neutrosophic-set of type-1,
2. $H_2^t[I] = \{aI \cup \{a\} : a \in H\}$ is a neutrosophic-set of type-2, and
3. $H_3^t[I\,] = \{(h_1 + h_2 I) \cup \{h_1\} : h_1, h_2 \in H\}$ is a neutrosophic-sets of type-3, where I is an indeterminacy

Definition 2.2 [3]Let $H_i^t[I\,]$ and $N_i^t[I\,]$ be two neutrosophic sets of three types, for any $i = 1,2,3$. The neutrosophic cartesian product denoted by $H_i^t[I\,] \times N_i^t[I\,]$, and defined by:
$H_i^t[I\,] \times N_i^t[I\,] = \{\langle h, n\rangle : h \in H_i^t[I\,] \wedge n \in N_i^t[I\,]\}$
$= \{\langle h, n\rangle : \exists\, h_1,\, h_2 \in H \wedge \exists\, n_1,\, n_2 \in N, h = h_1 + h_2 I, n = n_1 + n_2 I\}$, where I is an indeterminacy.

Theorem 2.1 [3]Let $H_i^t[I\,]$ and $N_i^t[I\,]$ be two neutrosophic sets of three types, for any $i = 1,2,3$, and let $\langle h, n\rangle$ and $\langle h', n'\rangle$ be two neutrosophic order pairs belongs to $H_i^t[I\,] \times N_i^t[I\,]$. Then
$\langle h, n\rangle = \langle h', n'\rangle \Leftrightarrow h = h' \wedge n = n' \Leftrightarrow (\,h_1 = h_1' \wedge h_2 = h_2') \wedge (\,n_1 = n_1' \wedge n_2 = n_2')$.

Definition 2.3 A neutrosophic binary relation $\mathfrak{R}$ from a neutrosophic sets of three types $H_i^t[I\,]$ into a neutrosophic sets of three types $N_i^t[I\,]$ is a neutrosophic subset of neutrosophic cartesian product of $H_i^t[I\,] \times N_i^t[I\,]$, for any $i = 1,2,3$.

Observation.

- If $\langle h, n\rangle \in \mathfrak{R} \Leftrightarrow h\mathfrak{R}n \text{ or } \mathfrak{R}(h) = n$, and we say that h is neutrosophic related to n or n is in neutrosophic relation with h.
- If $H_i^t[I\,] = N_i^t[I\,]$, then we say that $\mathfrak{R}$ is a neutrosophic binary relations on $H_i^t[I\,]$, for any $i = 1,2,3$.
- All neutrosophic operations defined in [1], [3], and [2] can be defined on neutrosophic relation $\mathfrak{R}$.
- If $\mathfrak{R}$ is a binary neutrosophic relation on $H_i^t[I\,]$, for any $i = 1,2,3$, then $\mathfrak{R} \subset H_i^t[I\,] \times H_i^t[I\,]$.

Definition 2.4 Let $\mathfrak{R}$ be a neutrosophic relation from neutrosophic set $H_i^t[I\,]$ into a neutrosophic set $N_i^t[I\,]$, for any $i = 1,2,3$. Define a neutrosophic domain of $\mathfrak{R}$, written $NeuDom(\mathfrak{R})$ as the following:

$NeuDom(\mathfrak{R}) = \{x \in H_i^t[I\,]: \exists y \in N_i^t[I\,]$ such that $\mathfrak{R}(x) = y\}$, for any $i = 1,2,3$

$= \{\exists\, x_1,\, x_2 \in H: \exists y_1, y_1 \in N$ such that $\mathfrak{R}(x_1 + x_2 I) = \mathfrak{R}(x_1) + \mathfrak{R}(x_2 I)\} = y_1 + y_2 I\}$, for any $i = 1,2,3$ and indeterminacy I.

Definition 2.5 Let $\mathfrak{R}$ be a neutrosophic relation from neutrosophic set $H_i^t[I\,]$ into a neutrosophic set $N_i^t[I\,]$, for any $i = 1,2,3$. Define a neutrosophic co-domain of $\mathfrak{R}$, written $NeuCdom(\mathfrak{R})$ as the following:

$NeuCdom(\mathfrak{R}) = \{\forall\, y \in N_i^t[I\,]: \exists x \in H_i^t[I\,]$ such that $\langle x, y\rangle \in \mathfrak{R} \subseteq N_i^t[I\,]\}$, for any $i = 1,2,3$

$= \{\forall\, y_1,\, y_2 \in N: \exists x_1, x_1 \in H$ such that $\langle\, (x_1 + x_2 I), (y_1 + y_2 I)\rangle \in \mathfrak{R}\}$, for any $i = 1,2,3$ and indeterminacy I.

Definition 2.6 Let $H_i^t[I\,]$ and $N_i^t[I\,]$ be two neutrosophic sets of three types, for any $i = 1,2,3$, and let $\langle h, n\rangle$ and $\langle h', n'\rangle$ be two neutrosophic order pairs belongs to $\mathfrak{R} \subseteq H_i^t[I\,] \times N_i^t[I\,]$. Then

1. $\langle h, n\rangle < \langle h', n'\rangle \Leftrightarrow h < h' \wedge n < n'$
   $\Leftrightarrow (\, h_1 < h_1' \wedge h_2 < h_2') \wedge (\, n_1 < n_1' \wedge n_2 < n_2'), \forall\, \langle h, n\rangle, \langle h', n'\rangle \in \mathfrak{R}$.
   We say that the neutrosophic order pair $\langle h, n\rangle$ less than the neutrosophic order pair $\langle h', n'\rangle$. The dualism of $<$ is given by $>$.
2. $\langle h, n\rangle \leq \langle h', n'\rangle \Leftrightarrow h \leq h' \wedge n \leq n'$.

$$\Leftrightarrow \Big(\big((\, h_1 < h_1') \vee h_1 = h_1'\big) \wedge \big((\, h_2 < h_2') \vee h_2 = h_2'\big)\Big) \wedge$$

$$\Big(\big((\, n_1 < n_1') \vee n_1 = n_1'\big) \wedge (\, n_2 < n_2') \vee n_1 = n_1'\Big), \forall\, \langle h, n\rangle, \langle h', n'\rangle \in \mathfrak{R}.$$

The dualism of $\leq$ is given by $\geq$.

Example 2.1 Let $H = \{1,5\}$ and $N = \{2,4,6\}$ be two classical sets**.** Then the classical set of relation R from H into N such that $R = \{\langle x, y\rangle \in H \times N: x < y\}$,

$$R = \{\langle 1,2\rangle, \langle 1,4\rangle, \langle 1,6\rangle, \langle 5,6\rangle\}.$$

Now, consider the neutrosophic set $H_i^t[I\,]$ of types 1, and $N_i^t[I\,]$ of types 1 are given by:

$H_1^t[I\,] = \begin{Bmatrix} 1 + 1I, & 1 + 5I, \\ 5 + 1I, & 5 + 5I \end{Bmatrix}$, and $N_1^t[I\,] = \begin{Bmatrix} 2 + 2I, & 2 + 4I, & 2 + 6I, \\ 4 + 2I, & 4 + 4I, & 4 + 6I, \\ 6 + 2I, & 6 + 4I, & 6 + 6I, \end{Bmatrix}$. The neutrosophic cartesian product of $H_1^t[I\,] \times N_1^t[I\,]$ is given by:

$H_1^t[I\,] \times N_1^t[I\,] = \begin{Bmatrix} \langle 1 + 1I, 2 + 2I\rangle, \ldots \langle 1 + 1I, 4 + 2I\rangle, \ldots \langle 1 + 1I, 6 + 6I\rangle, \\ \langle 1 + 5I, 2 + 2I\rangle, \ldots \langle 1 + 5I, 4 + 2I\rangle, \ldots \langle 1 + 5I, 6 + 6I\rangle, \\ \langle 5 + 1I, 2 + 2I\rangle, \ldots \langle 5 + 1I, 4 + 2I\rangle, \ldots \langle 5 + 1I, 6 + 6I\rangle, \\ \langle 5 + 5I, 2 + 2I\rangle, \ldots \langle 5 + 5I, 4 + 2I\rangle, \ldots \langle 5 + 5I, 6 + 6I\rangle, \end{Bmatrix}$. Define a neutrosophic relation $\mathfrak{R}_1$ as $\mathfrak{R}_1 = \{\langle h, n\rangle \in H_1^t[I\,] \times N_1^t[I\,]: h < n\}$,

$\mathfrak{R}_1 = \{\langle h, n\rangle \in H_1^t[I\,] \times N_1^t[I\,]: (h_1 + h_2 I) < (n_1 + n_2 I)\}$, for some $h_1, h_2 \in H$ and $n_1, n_2 \in N$,

$\mathfrak{R}_1 = \big\{\langle h, n\rangle \in H_1^t[I\,] \times N_1^t[I\,]: \big((h_1 < n_1) \wedge (h_2 < n_2)\,\big)\big\}$, for some $h_1, h_2 \in H$ and $n_1, n_2 \in N$,

$$\Re_1 = \begin{Bmatrix} \langle 1+1I, 2+2I\rangle, \langle 1+1I, 2+4I\rangle, \langle 1+1I, 2+6I\rangle, \dots, \langle 1+1I, 6+6I\rangle, \\ \langle 1+5I, 2+6I\rangle, \langle 1+5I, 2+6I\rangle, \langle 1+5I, 6+6I\rangle, \\ \langle 5+1I, 6+2I\rangle, \langle 5+1I, 6+4I\rangle, \langle 5+1I, 6+6I\rangle, \\ \langle 5+5I, 6+6I\rangle, \end{Bmatrix}.$$ Then the neutrosophic domain and co-domain are represented by:

$NeuDom(\Re_1) = \{1+1I, 1+5I, 5+1I, 5+5I\}$, and

$NeuCdom(\Re_1) = \{2+2I, 2+4I, 2+6I, \dots, 6+6I, 2+6I, 6+2I, 6+4I, 6+6I\}$

If we consider the neutrosophic sets $H_2^t[I\ ]$, and $N_2^t[I\ ]$of types 2, we have

$H_2^t[I\ ] = \begin{Bmatrix} 1, & 1I \\ 5, & 5I \end{Bmatrix}$, and $N_2^t[I\ ] = \begin{Bmatrix} 2, & 2I, \\ 4, & 4I, \\ 6, & 6I \end{Bmatrix}$. The neutrosophic cartesian product of $H_2^t[I\ ] \times N_2^t[I\ ]$ is given by: $H_2^t[I\ ] \times N_2^t[I\ ] = \begin{Bmatrix} \langle 1,2\rangle, \langle 1,4\rangle, \langle 1,6\rangle, \langle 1,2I\rangle, \langle 1,4I\rangle, \langle 1,6I\rangle, \\ \langle 1I,2\rangle, \langle 1I,4\rangle, \langle 1I,6\rangle, \langle 1I,2I\rangle, \langle 1I,4I\rangle, \langle 1I,6I\rangle, \\ \langle 5,2\rangle, \langle 5,4\rangle, \langle 5,6\rangle, \langle 5,2I\rangle, \langle 5,4I\rangle, \langle 5,6I\rangle, \\ \langle 5I,2\rangle, \langle 5I,4\rangle, \langle 5I,6\rangle, \langle 5I,2I\rangle, \langle 5I,4I\rangle, \langle 5I,6I\rangle \end{Bmatrix}$. Define a neutrosophic relation $\Re_2$ as $\Re_2 = \{\langle h,n\rangle \in H_2^t[I\ ] \times N_2^t[I\ ]: h < n\}$,

$\Re_2 = \{\langle h,n\rangle \in H_2^t[I\ ] \times N_2^t[I\ ]: h < \mathrm{n}\}$, for some $h \in H$ and $n \in N$, then the neutrosophic set relation $\Re_2$ becomes like:

$$\Re_2 = \begin{Bmatrix} \langle 1,2\rangle, \langle 1,4\rangle, \langle 1,6\rangle, \langle 1,2I\rangle, \langle 1,4I\rangle, \langle 1,6I\rangle, \\ \langle 1I,2\rangle, \langle 1I,4\rangle, \langle 1I,6\rangle, \langle 1I,2I\rangle, \langle 1I,4I\rangle, \langle 1I,6I\rangle, \\ \langle 5,6\rangle, \langle 5,6I\rangle, \\ \langle 5I,6I\rangle \end{Bmatrix},$$ and the neutrosophic domain and co-domain are given by: $NeuDom(\Re_2) = \{1,1I,5,5I\}$, and $NeuCdom(\Re_2) = \{2,4,6,2I,4I,6I\}$.

Definition 2.7 Let $H_1^t[I\ ]$, and $H_3^t[I\ ]$, be a neutrosophic-set of type-1, and type 3 respectively. Let be $x, y, z \in H_1^t[I\ ]$. Define $\preccurlyeq$ is a partially ordered neutrosophic-set of type-1 as following:

i. PN_1: (Neutrosophic Reflexive Axiom): $x \preccurlyeq x \Leftrightarrow (x_1 \preccurlyeq x_1) \wedge (x_2 \preccurlyeq x_2), \forall\, x \in H_1^t[I\ ]$,

ii. PN_2: (Neutrosophic Antisymmetric Axiom):
$$\big((x \preccurlyeq y) \wedge (y \preccurlyeq x) \Rightarrow x = y\big) \Leftrightarrow \big((x_1 \preccurlyeq y_1) \wedge (x_2 \preccurlyeq y_2)\big) \wedge \big((y_1 \preccurlyeq x_1) \wedge (y_2 \preccurlyeq x_2)\big)$$
$$\Rightarrow \big((x_1 = y_1) \wedge (x_2 = y_2)\big), \forall\, x, y \in H_1^t[I\ ],$$ and

iii. PN_3: (Neutrosophic Transitive Axiom):
$$\big((x \preccurlyeq y) \wedge (y \preccurlyeq z) \Rightarrow x \preccurlyeq z\big) \Leftrightarrow \big((x_1 \preccurlyeq y_1) \wedge (x_2 \preccurlyeq y_2)\big) \wedge \big((y_1 \preccurlyeq z_1) \wedge (y_2 \preccurlyeq z_2)\big)$$
$$\Rightarrow \big((x_1 \preccurlyeq z_1) \wedge (x_2 \preccurlyeq z_2)\big), \forall\, x, y, z \in H_1^t[I\ ].$$

If the neutrosophic relation $\preccurlyeq$ is a partially neutrosophic orders on $H_1^t[I\ ]$, then we said that $H_1^t[I\ ]$ is a partially order set under $\preccurlyeq$. If the neutrosophic relation is given by $\prec$, then we said that $\prec$ is strictly neutrosophic orders of $H_1^t[I\ ]$.

Observation. $x \preccurlyeq y$ is reading x precedes y or y dominates x. The definition 2.7 is working with the neutrosophic set $H_3^t[I\ ]$of type-3. We need to define partially ordered neutrosophic set of type-2.

Definition 2.8 Let $H_2^t[I\ ]$ be a neutrosophic-set of type-2 and let be $x, y, z \in H_2^t[I\ ]$. Define $\preccurlyeq$ is a partially ordered neutrosophic set of type-2 as the following:

PN_1. (Neutrosophic Reflexive Axiom): $x \preccurlyeq x, \forall\, x \in H_2^t[I\ ]$, and indeterminacy I.

PN_2. (Neutrosophic Antisymmetric Axiom): $\big((x \preccurlyeq y) \wedge (y \preccurlyeq x) \Rightarrow x = y\big), \forall\, x, y \in H_2^t[I\ ]$, and

PN_3. (Neutrosophic Transitive Axiom): $\big((x \preccurlyeq y) \wedge (y \preccurlyeq z) \Rightarrow x \preccurlyeq z\big), \forall\, x, y, z \in H_2^t[I\ ]$.

If the neutrosophic relation $\preccurlyeq$ is a partially neutrosophic orders on $H_2^t[I\ ]$, then we said that $H_2^t[I\ ]$ is a partially order set under $\preccurlyeq$. If the neutrosophic relation is given by $\prec$, then we said that $\prec$ is strictly neutrosophic orders of $H_2^t[I\ ]$.

Theorem 2.2 Let $\mathbb{N} = \{0,1,2,\dots\}$ be the set of natural numbers. Then the neutrosophic-natural numbers of type-1 is given by:

$\mathbb{N}_1^t[I] = \begin{Bmatrix} 0, & 0+I, & 0+2I, & 0+3I, & \cdots \\ 1, & 1+I, & 1+2I, & 1+3I, & \cdots \\ 2, & 2+I & 2+2I & 2+3I, & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots \end{Bmatrix}$. For any $x, y \in \mathbb{N}_1^t[I]$, we define the neutrosophic orders relation $x \preccurlyeq y \Leftrightarrow x \leq y$ " x less than or equal to y".

$\Leftrightarrow \exists x_1, x_2, y_1, y_2 \in N$ such that $(x_1 \leq y_1) \wedge (x_2 \leq y_2), \forall\, x_1, x_2, y_1, y_2 \in \mathbb{N}$. Then The neutrosophic relation less than or equal $\leq$ is a neutrosophic partial order relation on $\mathbb{N}_1^t[I]$.

Proof.

PN_1. Since, $(x_1 \leq x_1) \wedge (x_2 \leq x_2), \forall\, x_1, x_2 \in \mathbb{N} \Rightarrow (x_1 \leq x_1) \wedge (x_2 I \leq x_2 I)$

$\Rightarrow (x_1 + x_2 I \leq x_1 + x_2 I) \Rightarrow x \leq x, \forall\, x \in N_1^t[I\,]$, thus $\leq$ is a neutrosophic reflexive relation.

PN_2. Suppose that $\forall x, y \in N_1^t[I\,], \big((x \leq y) \wedge (y \leq x)\big) \Rightarrow \exists x_1, x_2, y_1, y_2 \in \mathbb{N}$, and I is an indeterminacy with $x = x_1 + x_2 I, y = y_1 + y_2 I$ such that

$\big((x_1 \leq y_1) \wedge (x_2 \leq y_2)\big) \wedge \big((y_1 \leq x_1) \wedge (y_2 \leq x_2)\big)$, since $\big((x_1 \leq y_1) \wedge (y_1 \leq x_1)\big) \Rightarrow (x_1 = y_1)$ (1).

Also, since $\big((x_2 \leq y_2) \wedge (y_2 \leq x_2)\big) \Rightarrow (x_2 = y_2)$ (2).

From (1) and (2) we have $(x_1 = y_1) \wedge (x_2 = y_2) \Rightarrow (x_1 = y_1) \wedge (x_2 I = y_2 I)$

$\Rightarrow x_1 + x_2 I = y_1 + y_2 I \Rightarrow x = y$. Hence $\leq$ is a neutrosophic antisymmetric relation.

PN_3. Suppose that $\forall\, x, y, z \in \mathbb{N}_1^t[I], \big((x \leq y) \wedge (y \leq z)\big) \Rightarrow \exists x_1, x_2, y_1, y_2, z_1, z_2 \in \mathbb{N}$, and I is an indeterminacy with $x = x_1 + x_2 I, y = y_1 + y_2 I$, and $z = z_1 + z_2 I$, such that

$$\big((x_1 \leq y_1) \wedge (x_2 \leq y_2)\big) \wedge \big((y_1 \leq z_1) \wedge (y_2 \leq z_2)\big).$$

Since, $\big((x_1 \leq y_1) \wedge (y_1 \leq z_1)\big)$, we deduce that $(x_1 \leq z_1)$ (1).

Since, $\big((x_2 \leq y_2) \wedge (y_2 \leq z_2)\big)$, we get $(x_2 \leq z_2)$ (2).

From (1) and (2) we have $(x_1 \leq z_1) \wedge (x_2 \leq z_2) \Rightarrow (x_1 \leq z_1) \wedge (x_2 I \leq z_2 I)$, for any indeterminacy I $\Rightarrow x_1 + x_2 I \leq z_1 + z_2 I \Rightarrow x \leq z$. Hence $\leq$ is a neutrosophic transitive relation. Thus $\mathbb{N}_1^t[I]$ is a partially order set under neutrosophic relation less than or equal $\leq$. Recall that $\mathbb{N}_1^t[I] = \mathbb{N}_3^t[I]$. ■

Theorem 2.3 Let $\mathbb{N} = \{0,1,2,\dots\}$ be the set of natural numbers. Then the neutrosophic-natural numbers of type-2 is given by: $\mathbb{N}_2^t[I] = \begin{Bmatrix} 0, & 0I, \\ 1, & 1I, \\ 2, & 2I \\ \vdots & \vdots \end{Bmatrix}$. For any $x, y \in \mathbb{N}_2^t[I]$, we define the neutrosophic orders relation $(\forall x, y \in \mathbb{N}_2^t[I]), (x \preccurlyeq y \Leftrightarrow x \leq y \Rightarrow xI \leq yI)$ " x less than or equal to y". Then The neutrosophic relation less than or equal $\leq$ is a neutrosophic partial order relation on $\mathbb{N}_2^t[I]$.

Proof.

PN_1. since $(x \leq x), \forall\, x \in \mathbb{N} \Rightarrow (xI \leq xI), \forall\, x \in N_1^t[I\,]$. Hence $\leq$ is a neutrosophic reflexive relation.

PN_2. Suppose that $\forall x, y \in N_1^t[I\,], \big((x \leq y) \wedge (y \leq x)\big) \Rightarrow \big((xI \leq yI) \wedge (Iy \leq xI)\big)$

$\Rightarrow (x = y) \wedge (xI = yI)$, where I is an indeterminacy. Therefore $\leq$ is a neutrosophic antisymmetric relation.

PN_3. Suppose that $\forall\, x, y, z \in \mathbb{N}_1^t[I], \big((x \leq y) \wedge (y \leq z)\big) \Rightarrow \big((xI \leq yI) \wedge (yI \leq zI)\big)$

$\Rightarrow (x \leq z) \wedge (xI \leq zI)$. Therefore $\leq$ is a neutrosophic transitive relation. Thus $\mathbb{N}_2^t[I]$ is a partially order set under neutrosophic relation less than or equal $\leq$.■

Theorem 2.4 Let $\mathbb{N} = \{0,1,2,\dots\}$ be the set of natural numbers. Then the neutrosophic natural numbers of type-1 is given by:

$\mathbb{N}_1^t[I] = \left\{\begin{matrix} 0, & 0+I, & 0+2I, & 0+3I, & \cdots \\ 1, & 1+I, & 1+2I, & 1+3I, & \cdots \\ 2, & 2+I & 2+2I & 2+3I, & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots \end{matrix}\right\}$. For any $x, y \in \mathbb{N}_1^t[I]$, we define the neutrosophic orders relation $\preccurlyeq$ as following:

$\preccurlyeq = \{\langle x,y\rangle \in \mathbb{N}_1^t[I] \times \mathbb{N}_1^t[I]: x|y,\ x\ dvides\ y\ in\ \mathbb{N}_1^t[I]\}$

$\Leftrightarrow \{\langle x,y\rangle \in \mathbb{N}_1^t[I] \times \mathbb{N}_1^t[I]: x_1 + x_2 I\ |y_1 + y_2 I,$ form some $x_1, x_2, y_1, y_2 \in \mathbb{N}\}$, and indeterminacy I.

$\Leftrightarrow \{\langle x,y\rangle \in \mathbb{N}_1^t[I] \times \mathbb{N}_1^t[I]:\ x_1|y_1\ \wedge\ x_2\ |y_2,$ form some $x_1, x_2, y_1, y_2 \in \mathbb{N}\}$, and indeterminacy I.

Then the neutrosophic relation$\preccurlyeq$ is a neutrosophic partial order relation on $\mathbb{N}_1^t[I]$.

Proof.

PN_1. Since $x_1 = 1.x_1$ and $x_2 = 1.x_2$, therefore $x_1 = 1.x_1$ and $x_2 I = 1.x_2\ I$, for any indeterminacy I, implies that $(x_1|x_1\ \wedge\ x_2\ |x_2), \forall\ x_1, x_2 \in \mathbb{N}$, hence $(x_1|x_1\ \wedge\ x_2\ I|x_2 I), \forall\ x_1, x_2 \in \mathbb{N}$, for any indeterminacy I, we have $x_1{+}x_2 I\ |\ x_1{+}x_2 I \Rightarrow x|x$, $\forall\ x \in N_1^t[I\ ]$. Thus | is a neutrosophic reflexive relation.

PN_2. Suppose that $\langle x,y\rangle \wedge \langle y,x\rangle \in \preccurlyeq$, from " neu-hypo", we have
$\langle x,y\rangle \in \preccurlyeq \Rightarrow x|y \Rightarrow \exists x_1, x_2, y_1, y_2 \in \mathbb{N}$, and I is an indeterminacy with $x = x_1 + x_2 I$, $y = y_1 + y_2 I$ such that $x_1|y_1 \wedge x_2|y_2$. If $x_1|y_1 \Rightarrow \exists\ k \in \mathbb{N}$ such that $y_1 = kx_1$, while if $x_2|y_2 \Rightarrow \exists\ k_1 \in \mathbb{N}$ such that $y_2 = k_1 x_2$. Furthermore, from " neu-hypo", we have
$\langle y,x\rangle \in \preccurlyeq \Rightarrow y|x\ \Rightarrow \exists x_1, x_2, y_1, y_2 \in \mathbb{N}$, and I is an indeterminacy with $x = x_1 + x_2 I$, $y = y_1 + y_2 I$ such that $y_1|x_1 \wedge y_2|x_2$. If $y_1|x_1 \Rightarrow \exists k' \in \mathbb{N}$ such that $x_1 = k'y_1$, while if $y_2|x_2 \Rightarrow \exists k'_1 \in \mathbb{N}$ such that $x_2 = k'_1 y_2$. From pervious premises we have, $x_1 = k'y_1 = k'kx_1$, we deduce that $k'k = 1$, that is $k' = k = 1$, hence $x_1 = y_1$. By the same argue, we have $x_2 = k'_1 y_2 = k'_1 k_1 x_2$, we deduce that $k'_1 k_1 = 1$, that is $k'_1 = k_1 = 1$, hence $x_2 = y_2$, therefore $x_1{+}x_2 I = y_1 + y_2 I$, and consequently, $x = y$. Thus | is a neutrosophic antisymmetric relation.

PN_2. Suppose that $\langle x,y\rangle \wedge \langle y,z\rangle \in \preccurlyeq$, from " neu-hypo", we have
$\langle x,y\rangle \in \preccurlyeq \Rightarrow x|y \Rightarrow \exists x_1, x_2, y_1, y_2 \in \mathbb{N}$, and I is an indeterminacy with $x = x_1 + x_2 I$, $y = y_1 + y_2 I$ such that $x_1|y_1 \wedge x_2|y_2$. If $x_1|y_1 \Rightarrow \exists\ k \in \mathbb{N}$ such that $y_1 = kx_1$, while if $x_2|y_2 \Rightarrow \exists\ k_1 \in \mathbb{N}$ such that $y_2 = k_1 x_2$. As $\langle y,z\rangle \in \preccurlyeq \Rightarrow y|z \Rightarrow \exists y_1, y_2, z_1, z_2 \in \mathbb{N}$, and I is an indeterminacy with $y = y_1 + y_2 I$, $z = z_1 + z_2 I$ such that $y_1|z_1 \wedge y_2|z_2$. If $y_1|z_1 \Rightarrow \exists\ k' \in \mathbb{N}$ such that $z_1 = k'y_1$, while if $y_2|z_2 \Rightarrow \exists\ k'_1 \in \mathbb{N}$ such that $z_2 = k'_1 y_2$. From pervious premises, we have $z_1 = k'y_1 = k'kx_1 = k''x$, where $k'' = k'k \in \mathbb{N}$. And $z_2 = k'_1 y_2 = k'_1 k_1 x_2 = k''_1 x_2$, where $k''_1 = k'_1 k_1 \in \mathbb{N}$, therefore $x_1|z_1$ and $x_2|z_2$, hence $x_1|z_1$ and $x_2\mathrm{I}|z_2 I$, for any I, thus $x_1 + x_2\mathrm{I}|z_1 + z_2 I$, that is $x|z$, therefore | is a neutrosophic transitive relation, and consequently, it is neutrosophic partial order relation.■

Definition 2.9 [4]Let $\mathbb{Z}$ be a set of integer numbers and $\mathbb{Z}[I] = \{a\ +\ bI: a, b\ \in \mathbb{Z}\ \}$ be a neutrosophic- integer set, where $a\ +\ bI$ is a neutrosophic integer number.

Theorem 2.5 [8] Let $(\mathbb{Z}, +, \bullet)$ be a ring of integers under usual addition and multiplication, then the neutrosophic algebra structure (NAS): $N(\mathbb{Z})\ =\ \langle\ \mathbb{Z}\ [I], +, \bullet\rangle$ is called the neutrosophic integer ring which is generated by I and $\mathbb{Z}$.

Definition 2.10 [1]Let $\mathbb{Z} = \{0, \pm 1, \pm 2, \ldots\}$ be the set of integers numbers. Then the neutrosophic-integer numbers of type-1 is given by:

$$\mathbb{Z}_1^t[I] = \left\{\begin{matrix} 0, & 0 \pm I, & 0 \pm 2I, & 0 \pm 3I, & \cdots \\ \pm 1, & \pm 1 \pm I, & \pm 1 \pm 2I, & \pm 1 \pm 3I, & \cdots \\ \pm 2, & \pm 2 \pm I & \pm 2 \pm 2I & \pm 2 \pm 3I, & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots \end{matrix}\right\}.$$

Theorem 2.6 Let $\mathfrak{R}_3$ be a neutrosophic relation defined on $\mathbb{Z}_1^t[I]$ as the following:

$\mathfrak{R}_3 = \{\langle h,n\rangle \in \mathbb{Z}_1^t[I] \times \mathbb{Z}_1^t[I]: h - n \leq 0\}$

$= \{\langle h,n\rangle \in \mathbb{Z}_1^t[I] \times \mathbb{Z}_1^t[I]: (h_1 + h_2I) - (n_1 + n_2I) \leq 0, h_1, h_2, n_1, n_2 \in \mathbb{Z}\}$

$= \{\langle h,n\rangle \in \mathbb{Z}_1^t[I] \times \mathbb{Z}_1^t[I]: (h_1 - n_1) + (h_2 - n_2)I \leq 0, h_1, h_2, n_1, n_2 \in \mathbb{Z}\}$. Then $\mathfrak{R}_3$ is a neutrosophic partial order relation on $\mathbb{Z}_1^t[I]$.

Proof.

PN_1. Since $(h_1 - h_1) + (h_2 - h_2)I = 0 + 0I \leq 0 = 0 + 0I$, we have $\langle h,h\rangle \in \mathfrak{R}_3, \forall\, h \in \mathbb{Z}_1^t[I]$, hence $\mathfrak{R}_3$ is a neutrosophic reflexive relation.

PN_2. Suppose that $\langle h,n\rangle \wedge \langle n,h\rangle \in \mathfrak{R}_3$. Since $\langle h,n\rangle \in \mathfrak{R}_3 \Rightarrow h - n \leq 0$

$\Rightarrow (h_1 + h_2I) - (n_1 + n_2I) \leq 0, h_1, h_2, n_1, n_2 \in \mathbb{Z}$

$\Rightarrow (h_1 + h_2I) \leq (n_1 + n_2I), h_1, h_2, n_1, n_2 \in \mathbb{Z}$

$\Rightarrow (h_1 \leq n_1) \wedge (h_2 \leq n_2), h_1, h_2, n_1, n_2 \in \mathbb{Z}$ (1).

Since $\langle n,h\rangle \in \mathfrak{R}_3 \Rightarrow n - h \leq 0 \Rightarrow (n_1 + n_2I) - (h_1 + h_2I) \leq 0, h_1, h_2, n_1, n_2 \in \mathbb{Z}$

$\Rightarrow (n_1 + n_2I) \leq (h_1 + h_2I), h_1, h_2, n_1, n_2 \in \mathbb{Z}$

$\Rightarrow (n_1 \leq h_1) \wedge (n_2 \leq h_2), h_1, h_2, n_1, n_2 \in \mathbb{Z}$ (2).

From (1) and (2) we have $(h_1 \leq n_1) \wedge (n_1 \leq h_1) \Rightarrow h_1 = n_1$ (3).

And $(h_2 \leq n_2) \wedge (n_2 \leq h_2) \Rightarrow h_2 = n_2$ (4).

Bu using (3) and (4) we have the premise $(h_1 = n_1) \wedge (h_2 = n_2)$, we deduced that $h = n$. Thus $\mathfrak{R}_3$ is a neutrosophic antisymmetric relation on $\mathbb{Z}_1^t[I]$.

PN_3. Assume that $\langle h,n\rangle \wedge \langle n,m\rangle \in \mathfrak{R}_3$. Since $\langle h,n\rangle \in \mathfrak{R}_3 \Rightarrow h - n \leq 0$

$\Rightarrow (h_1 + h_2I) - (n_1 + n_2I) \leq 0, h_1, h_2, n_1, n_2 \in \mathbb{Z}$

$\Rightarrow (h_1 + h_2I) \leq (n_1 + n_2I), h_1, h_2, n_1, n_2 \in \mathbb{Z}$

$\Rightarrow (h_1 \leq n_1) \wedge (h_2 \leq n_2), h_1, h_2, n_1, n_2 \in \mathbb{Z}$ (1).

Since $\langle n,m\rangle \in \mathfrak{R}_3 \Rightarrow n - m \leq 0 \Rightarrow (n_1 + n_2I) - (m_1 + m_2I) \leq 0, m_1, m_2, n_1, n_2 \in \mathbb{Z}$

$\Rightarrow (n_1 + n_2I) \leq (m_1 + m_2I), m_1, m_2, n_1, n_2 \in \mathbb{Z}$

$\Rightarrow (n_1 \leq m_1) \wedge (n_2 \leq m_2), m_1, m_2, n_1, n_2 \in \mathbb{Z}$ (2).

From (1) and (2) we have $(h_1 \leq n_1) \wedge (n_1 \leq m_1) \Rightarrow (h_1 \leq m_1)$ (3).

And $(h_2 \leq n_2) \wedge (n_2 \leq m_2) \Rightarrow (h_2 \leq m_2)$ (4).

By using (3) and (4) we get $(h_1 \leq m_1) \wedge (h_2 \leq m_2) \Rightarrow (h_1 \leq m_1) \wedge (h_2I \leq m_2I)$

$\Rightarrow h_1 + h_2I \leq m_1 + m_2I \Rightarrow h \leq m.$

Therefore, $\mathfrak{R}_3$ is a neutrosophic transitive relation on $\mathbb{Z}_1^t[I]$. Hence $\mathfrak{R}_3$ is a neutrosophic partial order relation on $\mathbb{Z}_1^t[I]$. ∎

Example 2.2 [1]Let $\mathbb{Z} = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$ be the set of integers numbers. Then the neutrosophic-integer numbers of type-1 is given by:

$$\mathbb{Z}_1^t[I] = \begin{Bmatrix} 0, & 0 \pm I, & 0 \pm 2I, & 0 \pm 3I, & \cdots \\ \pm 1, & \pm 1 \pm I, & \pm 1 \pm 2I, & \pm 1 \pm 3I, & \cdots \\ \pm 2, & \pm 2 \pm I & \pm 2 \pm 2I & \pm 2 \pm 3I, & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots \end{Bmatrix}.$$

Let $\mathfrak{R}_4$ be a neutrosophic relation defined on $\mathbb{Z}_1^t[I]$ as the following:

$\mathfrak{R}_4 = \{\langle h,n\rangle \in \mathbb{Z}_1^t[I] \times \mathbb{Z}_1^t[I]: x|y, x \text{ } dvides \text{ } y \text{ } in \text{ } \mathbb{Z}_1^t[I]\}$

$= \{\langle h,n\rangle \in \mathbb{Z}_1^t[I] \times \mathbb{Z}_1^t[I]: h_1 + h_2I \,|n_1 + n_2I,$ for some $h_1, h_2, n_1, n_2 \in \mathbb{Z}\}$, and indeterminacy I.

$= \{\langle h,n\rangle \in \mathbb{Z}_1^t[I] \times \mathbb{Z}_1^t[I]: h_1|n_1 \ \wedge \ h_2\,|n_2,$ for some $h_1, h_2, n_1, n_2 \in \mathbb{Z}\}$. Then $\mathfrak{R}_4$ is a non neutrosophic partial order relation on $\mathbb{Z}_1^t[I]$. By using the counter example,

$\because\ -5 = (-1)5 \Rightarrow (5|-5) \wedge (5|-5) \Rightarrow (5|-5) \wedge (5\,I|-5I) \Rightarrow (5 + 5I|-5 + (-5)I = -5 - 5I)$

$\therefore \langle 5+5I, -5-5I\rangle \in \mathfrak{R}_4$. Also,

$\because\ 5 = (-1)(-5) \Rightarrow (-5|\,5) \wedge (-5|5) \Rightarrow (-5|\,5) \wedge (-5I|5I) \Rightarrow (-5-5I|5+5I)$.

$\therefore \langle -5-5I, 5+5I\rangle \in \mathfrak{R}_4$. But $\langle 5+5I, -5-5I\rangle \neq \langle -5-5I, 5+5I\rangle$ by theorem 4.1 in [3].

Example 2.3 [1]Let $\mathbb{Z} = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$ be the set of integers numbers. Then the neutrosophic-integer numbers of type-2 is given by:

$$\mathbb{Z}_2^t[I] = \left\{\begin{matrix} 0, & 0I, \\ \pm 1, & \pm 1I, \\ \pm 2, & \pm 2I \\ \vdots & \vdots \end{matrix}\right\}$$

Let $\mathfrak{R}_5$ be a neutrosophic relation defined on $\mathbb{Z}_2^t[I]$ as the following:

$\mathfrak{R}_5 = \{\langle x, y\rangle \in \mathbb{Z}_2^t[I] \times \mathbb{Z}_2^t[I]: x|y, x\ dvides\ y\ in\ \mathbb{Z}_2^t[I]\}$

$= \{\langle x, y\rangle \in \mathbb{Z}_2^t[I] \times \mathbb{Z}_2^t[I]: x\,|y \iff x\,I|yI\}$, for any indeterminacy I.

Then $\mathfrak{R}_5$ is a non neutrosophic partial order relation on $\mathbb{Z}_2^t[I]$. By using the following counter example.

$\because\ -5 = (-1)5 \Rightarrow (5|-5) \wedge (5|-5) \Rightarrow (5|-5) \wedge (5\,I|-5I) \Rightarrow \langle 5, -5\rangle \wedge \langle 5I, -5I\rangle \in \mathfrak{R}_5$. Also,

$\because\ 5 = (-1)(-5) \Rightarrow (-5|\,5) \wedge (-5|5) \Rightarrow (-5|\,5) \wedge (-5I|5I) \Rightarrow \langle -5,5\rangle \wedge \langle -5I, 5I\rangle \in \mathfrak{R}_5$. It is clear that $\langle 5, -5\rangle \neq \langle -5,5\rangle \wedge \langle 5I, -5I\rangle \neq \langle -5I, 5I\rangle$. So, $\mathfrak{R}_5$ is non neutrosophic antisymmetric relation.

Definition 2.11 [2] Let $H_i^t[I\,]$, $i = 1,2,3,$ be three neutrosophic-sets of type-1, type-2, and type-3, respectively. The neutrosophic power-sets of type-1, type-2, and type-3, then:

$\mathfrak{I}\,(H_i^t[I\,]) = \{N_i^t[I\,]: N_i^t[I\,] \subseteq H_i^t[I\,], i = 1,2,3\}$ is a neutrosophic power-sets of type-1, type-2, and type-3 respectively.

Theorem 2.7 Let $\mho$ be a neutrosophic relation on neutrosophic power-sets $\mathfrak{I}\,(H_i^t[I\,])$ of type-1, type-2, and type-3 respectively, where $i = 1,2,3$ and $\mho$ is given by:

$\mho = \{\langle H_i^t[I\,], N_i^t[I\,]\rangle \in \mathfrak{I}\,(H_i^t[I\,]) \times \mathfrak{I}\,(H_i^t[I\,]): H_i^t[I\,] \subseteq N_i^t[I\,]\}$, for any $i = 1,2,3$. Then neutrosophic relation $\mho$ is a neutrosophic partial order relation on $\mathfrak{I}\,(H_i^t[I\,])$.

Proof.

PN_1. Since $N_i^t[I\,] \subset N_i^t[I\,]$, $\forall\, N_i^t[I\,] \in \mathfrak{I}\,(H_i^t[I\,])$, and $\forall\, i = 1,2,3,$ where H is any arbitrary classical set, then $\langle N_i^t[I\,], N_i^t[I\,]\rangle \in \mho$ and $\mho$ is a neutrosophic reflexive relation on $\mathfrak{I}\,(H_i^t[I\,])$.

PN_2. Suppose that $\langle H_i^t[I\,], N_i^t[I\,]\rangle \wedge \langle N_i^t[I\,], H_i^t[I\,]\rangle \in \mho$. From this " neu-hypo" we have $\langle H_i^t[I\,], N_i^t[I\,]\rangle \in \mho \Rightarrow H_i^t[I\,] \subseteq N_i^t[I\,]$, for any $i = 1,2,3$. Also, $\langle N_i^t[I\,], H_i^t[I\,]\rangle \in \mho \Rightarrow N_i^t[I\,] \subseteq H_i^t[I\,]$, for any $i = 1,2,3$. By theorem 3.4 in [1], we deduce that $H_i^t[I\,] = N_i^t[I\,]$, and consequently, $\mho$ is a neutrosophic antisymmetric relation on $\mathfrak{I}\,(H_i^t[I\,])$.

PN_3. Suppose that $\langle H_i^t[I\,], N_i^t[I\,]\rangle \wedge \langle N_i^t[I\,], M_i^t[I\,]\rangle \in \mho$, for any $i = 1,2,3$. So, we get the following Neutrosophic propositions $\langle H_i^t[I\,], N_i^t[I\,]\rangle \in \mho \Rightarrow H_i^t[I\,] \subseteq N_i^t[I\,]$, for any $i = 1,2,3$ and $\langle N_i^t[I\,], M_i^t[I\,]\rangle \in \mho \Rightarrow N_i^t[I\,] \subseteq M_i^t[I\,]$, for any $i = 1,2,3$, hence $H_i^t[I\,] \subseteq M_i^t[I\,]$, for any $i = 1,2,3$

So, $\mho$ is a neutrosophic transitive relation on $\mathfrak{I}\,(H_i^t[I\,])$. Therefore $\mho$ is a neutrosophic partial order relation on $\mathfrak{I}\,(H_i^t[I\,])$. ■

There are some relations defined on neutrosophic sets $\mathbb{Z}[I] = \{a + bI: a, b \in\}$, and $\mathbb{R}[I] = \{a + bI: a, b \in \mathbb{R}\}$ in [11] and [12] which are equivalents to our works.

4. Conclusions

This article presented a new fact related to partial order relation on $H_i^t[I]$, for any $i = 1,2,3$ with theorem and examples as extended for our previous work.

Funding: There is no financial funding for this research.

Acknowledgments: The author is grateful to the editorial and reviewers, as well as the correspondent author, who offered assistance in the form of advice, assessment, and checking during the study period.

Conflicts of Interest: There is no conflict of interest for the research.

References

[1] A. M. Al-Odhari, "Basic Introduction of Neutrosophic Set Theory," *Plithogenic Logic and Computation,* vol. 2, pp. 20-28, 2024.

[2] A. M. Al-Odhari, "Some Aspects of Neutrosophic Set Theory," *to apear,* 2024.

[3] A. M. Al-Odhari, "On the Generalization of Neutrosophic Set Operations: Testing Proofs by Examples," *HyperSoft Set Methods in Engineering,* vol. 2, pp. 72-82, 2024.

[4] V. W. Kandasamy and F. Smarandache, Neutrosophic Rings, Hexis, Phoenix,Arizona, 2006.

[5] W. B. Kandasmy and F. Smaradache, Some Neutrosophic Algebraic Structures and Neutrosophic N-Algebraic Structures, Hexis, Phoenix, Arizona, 2006.

[6] A. M. Al-Odhari, "Some Algebraic Structure of Neutrosophic Matrices," *Prospects for Applied Mathematics and data Analysis (PAMDA),* vol. 01, no. 02, pp. 37-44, 2023.

[7] A. M. Al-Odhari, "The Computations of Algebraic Structure of Neutrosophic Determinants," *Sana'a University Journal of Applied Sciences and Technology,* vol. 2, no. 1, pp. 41-52, 2024.

[8] A. M. Al-Odhari, "A Review Study on Some Properties of The Structure of Neutrosophic Ring," *Neutrosophic Sets and Systems,* vol. 54, pp. 139-156, 2023.

[9] A. M. Al-Odhari, "Axiomatic of Neutrosophic Groups," *Sana'a University Journal of Applied Sciences and Technology,* vol. 2, no. 2, pp. 205-214, 2024.

[10] A. M. Al-Odhari, "Characteristics Neutrosophic Subgroups of Axiomatic Neutrosophic Groups," *Neutrosophic Optimization and Intelligent Systems,* vol. 3, pp. 32-40, 2024.

[11] M. Abobala, "Partial Foundation of Neutrosophic Number Theory," *Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 39, 2021,* vol. 39, pp. 120-132, 2021.

[12] Y. ÇEVEN and Ö. ÇETİN, "The Greatest Common Divisors and The Least Common Multiples in Neutrosophic," *Journal of Natural and Applied Sciences,* vol. 27, no. 3, pp. 411-416, 2023.

NeutrosophicKnowledge, Vol. 05, 2024
University of New Mexico

Article

Explanation of Neutrosophic Logic of Type-2 by Florentin Smarandache

شرح المنطق النيوتروسوفي الصنف الثاني عند فلورنتن سمارنداكه

Salah Bouzina*

Department of Philosophy, Faculty of Human Sciencses and Social Sciencses, University Constantine 2 Abdelhamid Mehri.

* Correspondence: salah.bouzina@univ-constantine2.dz

Received: 11 03 ,2024; *Accepted:* 11 18, 2024.

• ملخص :

إن الهدف الأساسي من هذا البحث هو شرح للمنطق النيوتروسوفي الصنف الثاني الذي تكلم عنه الأستاذ فلورنتن سمارنداكه في كتابه: "

Florentin Smarandache, ***Definition of Type-2 (and Type-n) Neutrosophic Set***, in Nidus idearum. Scilogs, III: Viva la Neutrosophia!, Section 92, pp. 102-103, Brussels, 2017 " ، أما الأهداف الثانوية تتمثل في أولا تبيين أنه لا يوجد حدّ للاكتشافات المنطقية فيُمكن في كل مرّة وضع نسق منطقي جديد انطلاقا من إدراك علاقة نقص معيّن في النسق المنطقي الحالي، أما ثانيا هو معرفة طريقة تحويل كل من الأستاذ لطفي زاده والأستاذ فلورنتن سمارنداكه لنسق منطقي سابق إلى نسق منطقي جديد، وثالثا هو تبيين النقص الموجود في المنطق النيوتروسوفي الذي يستدعي استعمال المنطق النيوتروسوفي المضاعف (أو الصنف الثاني) للتعامل مع هذا النقص، أما رابعا هو تبيين أنه في كل مرّة يمكن رفع المنطق النيوتروسوفي لصنف أعلى وصولا للصنف n ، ولكن بشرط إدراك علاقة النقص في الصنف الحالي.

__ **الكلمات المفتاحية:** نقص، تحويل، توسعة، المنطق الضبابي، المنطق النيوتروسوفي، المنطق النيوتروسوفي المضاعف، المنطق النيوتروسوفي الصنف الثاني، المنطق النيوتروسوفي الصنف n .

1- مقدمة :

«لا شيء تام ولا حتى التام! Nothing is perfect, not even the perfect» [3]، إحدى شعارات Mottos النيوتروسوفيا الذي عبّر عنه الأستاذ فلورنتن سمارنداكه. وهذا الشعار يعبّر عن حدس عقلي بالنقص وعدم التمام في أي نسق منطقي أو فكري معيّن، وهذا الحدس العقلي بالنقص وعدم التمام هو ما يدفع ويُلهم العقل المنطقي بصفة خاصة والعقول الأخرى بصفة عامة إلى تجاوز النسق المنطقي الحالي العاجز عن إيجاد حلّ عند حدوث أزمة معينة في القضايا التي يعالجها، إلى إيجاد ووضع نسق آخر قادر على إيجاد الحلّ المناسب لها، وهذا الأمر هو ما دفع بالأستاذ فلورنتن سمارنداكه إلى إدراك أن المنطق الضبابي بكل مشتقاته عاجز في بعض الأحيان ويعتريه القصور عن التعبير الدقيق لما يقوم بمعالجته من قضايا متناقضة مما سيؤدي في الأخير إلى حدوث أزمة، فوضع بذلك المنطق النيوتروسوفي كنسق أعلى يتخطى العجز والقصور السابقين ويعبّر بدقّة عن ما يقوم بمعالجته من قضايا متناقضة. من هذا وانطلاقا من شعار النيوتروسوفيا السابق، قمنا بكتابة هذه المقالة والتي تتمثل بصفة أساسية في رؤيتنا لبعض النقص والقصور في المنطق النيوتروسوفي، الأمر الذي يستدعي وضع نسق أعلى لمعالجة هذا النقص، أطلقنا عليه اسم المنطق النيوتروسوفي المضاعف Double Neutrosophic Logic ،والذي سماه الأستاذ فلورنتن سمارنداكه Florentin Smarandache بالمنطق النيوتروسوفي الصنف الثاني Neutrosophic Logic of Type-2 [6]، وحتى لا نسبق الأفكار والمفاهيم ونراعي مبدأ التسلسل المنطقي، سنؤجل رؤية وعرض هذا النقص بشكل أوضح في **أمثلة العنصر رقم:**06 من هذه المقالة والمعنون بـــ: تعريف المنطق النيوتروسوفي المضاعف.

السؤال المطروح هنا: ما هو المنطق النيوتروسوفي المضاعف (أو الصنف الثاني) ؟ وهل يوجد أيضا منطق نيوتروسوفي صنف ثالث وآخر رابع وهكذا وصولا إلى المنطق النيوتروسوفي الصنف Type- n ؟

قبل الإجابة عن هذه الأسئلة يجب أن نتعرّف أولا على طريقة وضع المنطق النيوتروسوفي المضاعف، إذن ما هي منهجية وضع المنطق النيوتروسوفي المضاعف؟

2- منهجية وضع المنطق النيوتروسوفي المُضاعف:

نقصد بهذه المنهجية المكتسبات الفكرية التي ساعدتنا على رؤية المنطق النيوتروسوفي المُضاعف، وهي دراستنا للمنطق الضبابي عند لطفي زاده [1]، ودراستنا للمنطق النيوتروسوفي عند فلورنتن سمارنداكه [2]، ونقصد بالتحديد دراستنا للطريقة التي استخدمها كل من الأستاذ لطفي زاده والأستاذ فلورنتن سمارنداكه في إيجاد نسقهما المنطقي انطلاقا من تحويل وتوسعة نسق منطقي سابق. وهي كالآتي:

1-2- منهجية الأستاذ لطفي زاده في وضع نسق المنطق الضبابي:

سنعرض هنا ما قام الأستاذ لطفي زاده **بتحويله** من المنطق ثنائي القيمة لإيجاد نسقه المنطقي المنطق الضبابي، كالآتي:

ــ نعلم أن مفهوم الانتماء في منطق المجموعات الكلاسيكية، هو: أن ينتمي العنصر للمجموعة، ونرمز لهذا الانتماء بالرقم (1)، أو لا ينتمي إليها، ونرمز لعدم الانتماء بالرقم (0)، أي أن قيم الانتماء في المجموعة الكلاسيكية هي عبارة عن مجموعة تحتوي على عددين اثنين وهما الرقم (1) والرقم (0) ، ونرمز لهذه المجموعة Set، بـــ: $S = \{0,1\}$.

هنا انتبه الأستاذ لطفي زاده وقال لِمَا لا نُوسع مفهوم الانتماء، فنجعل لكل العناصر من المجموعة الشاملة على الأقل درجة انتماء تتراوح من (1) إلى (0)، ونسمي هذه المجموعة الجديدة، بالمجموعة الضبابية.

أي أن درجات الانتماء في المجموعة الضبابية هي عبارة عن مجال معياري من الأعداد الحقيقية المتعددة والمتصلة من (1) إلى (0)، ونرمز لهذا المجال Interval، بـــ: $I = [0,1]$.

يَعتبر الأستاذ لطفي زاده أن: الدرجة (1) تمثل درجة انتماء تام، والدرجة (0) تمثل درجة عدم انتماء تام، والمجال $[0.51,1]$ يمثل مجال درجات الانتماء الجزئي والمجال $[0,0.49]$ يمثل مجال درجات عدم الانتماء الجزئي، أما الدرجة (0.5) فتمثل درجة التوازن بين الانتماء وعدم الانتماء، فهي غير محددة.

ونعبّر عنه رمزيا كالآتي: $[0.51,1]$, $\left(0.5\right)$, $[0,0.49] = [0,1]$.

ــ وبهذه التوسعة **وبتحويل** مفهوم قيمة الانتماء من مجموعة تحتوي على عنصرين اثنين فقط هما (1) و (0) ، إلى درجات انتماء تتراوح من (1) إلى (0) في المجال المعياري المغلق $[0,1]$، يكون الأستاذ لطفي زاده قد **ابتكر نسقا منطقيا آخر**، والذي سماه بـــ: المنطق الضبابي Fuzzy Logic (FL).

2-2- منهجية الأستاذ فلورنتن سمارنداكه في وضع نسق المنطق النيوتروسوفي:

سنعرض ما قام الأستاذ فلورنتن سمارنداكه **بتحويله** من المنطق الضبابي لإيجاد نسقه المنطقي المنطق النيوتروسوفي، كالآتي:

نعلم ونذكر بأن مفهوم درجات الانتماء في منطق المجموعات الضبابية، هو:

أن يكون للعناصر درجة انتماء تام هي: (1).

أو أن يكون للعناصر درجة عدم انتماء تام هي: (0).

أو أن يكون للعناصر درجات في الانتماء الجزئي في المجال: $[0.51,1]$.

أو أن يكون للعناصر درجات في عدم الانتماء الجزئي في المجال: $[0,0.49]$.

أو أن يكون للعناصر درجت انتماء غير محددة هي: (0.5).

مع العلم أن: $[0.51,1]$, (0.5) , $[0,0.49] = [0,1]$.

هنا انتبه الأستاذ فلورنتن سمارنداكه وقال لما لا نُوسع مفهومي درجات الانتماء الجزئي ودرجات عدم الانتماء الجزئي، ودرجة الانتماء غير المحددة، فنجعل لكل منهما مجالا قائما بذاته، فيكون للعناصر من المجموعة الشاملة على الأقل درجة في الانتماء تتراوح من (1) إلى (0)، في كل مجال على حدى، ونسمي هذه المجموعة الجديدة بالمجموعة النيوتروسوفية، وذلك **التحويل** كان كالآتي:

حوّل مجال درجات الانتماء الجزئي من: $[0.51,1]$ إلى مجال درجات انتماء الصدق: $]^-0,1^+[$.

حوّل مجال درجات عدم الانتماء الجزئي من: $[0,0.49]$ إلى مجال درجات انتماء الكذب: $]^-0,1^+[$.

حوّل قيمة الانتماء غير المحددة من: (0.5) إلى مجال درجات انتماء اللاتحديد: $]^-0,1^+[$، أي أن درجات الانتماء في المجموعة النيوتروسوفية هي عبارة عن مجال من الأعداد الحقيقية المتعددة والمتصلة، والمتكون من مجموع المجالات الثلاثة، وذلك من (0^-) إلى (3^+)، ونرمز لهذا المجال Interval، بـــ: $I =]^-0,3^+[$.

ونعبّر عنه رمزيا كالآتي: $]^-0,1^+[+]^-0,1^+[+]^-0,1^+[=]^-0,3^+[$.

ـــ وبهذه التوسعة **وبتحويل** مفهوم درجة الانتماء في المجموعة الضبابية في المجال المعياري المغلق $[0,1]$، إلى درجات الانتماء في المجال غير المعياري المفتوح $]^-0,3^+[$ ، يكون الأستاذ فلورنتن سمارنداكه قد **ابتكر نسقا منطقيا آخر**، والذي سماه بـــ: المنطق النيوتروسوفي (NL) Neutrosophic Logic.

3-2- منهجية وضع المنطق النيوتروسوفي المضاعف:

سنعرض ما قمنا نحن **بتحويله** من المنطق النيوتروسوفي لإيجاد النسق المنطقي الذي نسميه المنطق النيوتروسوفي المضاعف أو المنطق النيوتروسوفي الصنف الثاني كما سمّاه الأستاذ فلورنتن سمارنداكه، مستخدمين طريقة التحويل نفسها التي رأيناها عند كلا الأستاذين، وهي كالآتي:

نعلم ونذكر بأن مفهوم درجات الانتماء في منطق المجموعات النيوتروسوفية، هو:

أن يكون للعناصر درجات انتماء الصدق في المجال: $]^-0,1^+[$.

أو أن يكون للعناصر درجات انتماء الكذب في المجال: $]^-0, 1^+[$.

أو أن يكون للعناصر درجات انتماء اللاتحديد هي: $]^-0, 1^+[$.

هنا انتبهنا وقلنا لما لا نُوسع مفهوم درجات الانتماء الثلاث، أي مجال درجات انتماء الصدق ومجال درجات انتماء الكذب ومجال درجات انتماء اللاتحديد، فنجعل في كل منهم أيضا ثلاثة مجالات انتماء قائمة بذاتها، فيكون للعناصر من المجموعة الشاملة على الأقل درجة في الانتماء تتراوح من (3^+) إلى (0^-)، في كل مجال على حدى ونسمي هذه المجموعة الجديدة، بالمجموعة النيوتروسوفية المضاعفة Double Neutrosophic Set، وهذا **التحويل** يكون كالآتي:

حوّلنا مجال درجات انتماء الصدق من: $]^-0, 1^+[$ إلى ثلاثة مجالات هي: مجال درجات انتماء صدق الصدق: $]^-0, 1^+[$، ومجال درجات انتماء لاتحديد الصدق: $]^-0, 1^+[$ ، ومجال درجات انتماء كذب الصدق: $]^-0, 1^+[$.

حيث: مجال درجات انتماء الصدق هو مجموع مجالاته الثلاثة، كالآتي:

$]^-0, 1^+[+]^-0, 1^+[+]^-0, 1^+[=]^-0, 3^+[$.

حوّلنا مجال درجات انتماء اللاتحديد من: $]^-0, 1^+[$ إلى ثلاثة مجالات هي: مجال درجات انتماء صدق اللاتحديد: $]^-0, 1^+[$، ومجال درجات انتماء لاتحديد اللاتحديد: $]^-0, 1^+[$، ومجال درجات انتماء كذب اللاتحديد $]^-0, 1^+[$.

حيث: مجال درجات انتماء اللاتحديد هو مجموع مجالاته الثلاثة، كالآتي:

$]^-0, 1^+[+]^-0, 1^+[+]^-0, 1^+[=]^-0, 3^+[$.

حوّلنا مجال درجات انتماء الكذب من : $]^-0, 1^+[$ إلى ثلاثة مجالات هي : مجال درجات انتماء صدق الكذب: $]^-0, 1^+[$، ومجال درجات انتماء لاتحديد الكذب: $]^-0, 1^+[$، ومجال درجات انتماء كذب الكذب: $]^-0, 1^+[$.

حيث: مجال درجات انتماء الكذب هو مجموع مجالاته الثلاثة، كالآتي:

$]^-0, 1^+[+]^-0, 1^+[+]^-0, 1^+[=]^-0, 3^+[$.

أي أن درجات الانتماء في المجموعة النيوتروسوفية المضاعفة هي عبارة عن مجال من الأعداد الحقيقة المتعددة والمتصلة، والمتكون من مجموع المجالات التسعة وذلك من (9^+) إلى (0^-)، ونرمز لهذا المجال Interval، بـــ: $I =]^-0, 9^+[$.

حيث أن: $]^-0, 3^+[+]^-0, 3^+[+]^-0, 3^+[=]^-0, 9^+[$.

ـ وبهذه التوسعة و**بتحويل** مفهوم درجة الانتماء في المجموعة النيوتروسوفية في المجال غير المعياري المفتوح $]^-0,3^+[$، إلى درجات الانتماء في المجال غير المعياري المفتوح $]^-0,9^+[$، نكون قد **ابتكرنا نسقا منطقيا آخر**، والذي يمكن أن نسميه بـــ: المنطق النيوتروسوفي المضاعف Double Neutrosophic Logic (DNL).

وستتضح هذه الفكرة أكثر في العنصر رقم 04 من هذه المقالة، والمعنون بـــ: مبدأ المنطق النيوتروسوفي المضاعف، لكن لنعرف أولا إتيمولوجيا المنطق النيوتروسوفي المضاعف.

3- إتيمولوجيا Etymology المنطق النيوتروسوفي المضاعف:

في الحقيقة إن إتيمولوجيا المنطق النيوتروسوفي المضاعف، هي الإتيمولوجا نفسها للمنطق النيوتروسوفي، فقط نحن أضفنا مصطلح مُضاعف Double.

ونعلم أن إتيمولوجية مصطلح: Neutrosophic في مجملها هو:

الحكمة المحايدة Skill / Wisdom Neutralities.

أو نقول: معرفة الفكر المحايد Knowledge of Neutral Thought.

إذا يصبح معنى مصطلح المنطق النيوتروسوفي المضاعف Neutrosophic Logic Double في مجمله:

منطق الحكمة المحايدة المضاعفة Double Skill / Wisdom Neutralities Logic.

أو نقول: منطق الفكر المحايد المضاعف Double Neutral Thought Logic.

بعد معرفتنا لإتمولوجيا المنطق النيوتروسوفي المضاعف والتي تعني منطق الفكر المحايد المضاعف، فالسؤال الذي نطرحه الآن: ما هو المبدأ الذي يَتّخده المنطق النيوتروسوفي المضاعف لدراسة الفكر المحايد المضاعف؟، أو ما هو مبدأ المنطق النيوتروسوفي المضاعف في دراسة الكيانات المحايدة المضاعفة؟

4- مبدأ Principle المنطق النيوتروسوفي المُضاعف:

مثل أي نظرية أو نسق فكري منطقي، يَجب أن نضع مَبدأ نُؤسس عليه بقية ما يأتي في هذه النظرية، ومبدأ المنطق النيوتروسوفي المضاعف، هو المبدأ نفسه للمنطق النيوتروسوفي، فقط نحن جعلناه مُضاعفًا، وبفكرة جديدة موجودة حقيقة، وهي كالآتي:

أولا: نعلم أن أي كيان من صُنع العقل الإنساني سواء كان هذا الكيان: فكرة، قضية، نظرية، حدث، رأي، مبدأ، تصور،...الخ، أنّ له بداية صُنع وبالتالي له نهاية، أي باختصار لكل بداية نهاية.ـــو الذي لا نهاية له هو الذي لا بداية له وهو الله عز وجلــ.

لنفرض أن بداية أي كيان هي: القضية، ونهايته هي: نقيض القضية، وما بين البداية والنهاية، حالات محايدة متعددة ليست بداية وليست نهاية وإنما ما يقع بين هذا وذاك، ومنه:

- لنفرض أن (A) هي: كيان سواء كان فكرة، قضية، نظرية، حدث، رأي، مبدأ، تصور، ...الخ، ومنه نجد:

(A) هي بداية صُنع هذا الكيان.

$(Anti-(\mathrm{A}))$ هي نهاية هذا الكيان.

$(Neut-(\mathrm{A}))$ هي ما يحصل بين بداية ونهاية صُنع هذا الكيان.

$(Non-(\mathrm{A}))$ هي حالة عدم صنع هذا الكيان أبدًا.

- وأن $(Non-\mathrm{A})$ هي: نفي ــليســ (A)، ومنه نجد:

$(Non-\mathrm{A})$ هي بداية صُنع هذا الكيان.

$(Anti-(Non-\mathrm{A}))$ هي نهاية هذا الكيان.

$(Neut-(Non-\mathrm{A}))$ هي ما يحصل بين بداية ونهاية صُنع هذا الكيان.

$(Non-(Non-\mathrm{A}))$ هي حالة عدم صنع هذا الكيان أبدًا.

- وأن $(Anti-\mathrm{A})$ هي نقيض (A)، ومنه نجد:

$(Anti-\mathrm{A})$ هي بداية صُنع هذا الكيان.

$(Anti-(Anti-\mathrm{A}))$ هي نهاية هذا الكيان.

$(Neut-(Anti-\mathrm{A}))$ هي ما يحصل بين بداية ونهاية صُنع هذا الكيان.

$(Non-(Anti-\mathrm{A}))$ هي حالة عدم صنع هذا الكيان أبدًا.

- وأن $(Neut-\mathrm{A})$ هي: حياد (A)، ومنه نجد:

$(Neut-\mathrm{A})$ هي بداية صُنع هذا الكيان.

$(Anti-(Neut-\mathrm{A}))$ هي نهاية هذا الكيان.

$(Neut-(Neut-\mathrm{A}))$ هي ما يحصل بين بداية ونهاية صُنع هذا الكيان.

$(Non-(Neut-\mathrm{A}))$ هي حالة عدم صُنع هذا الكيان أبدًا.

- وأن $(\grave{A})$ هي مشتقة (A)، ومنه نجد:

$(\grave{A})$ هي بداية صُنع هذا الكيان.

$(Anti-(\grave{A}))$ هي نهاية هذا الكيان.

$(Neut-(\grave{A}))$ هي ما يحصل بين بداية ونهاية صُنع هذا الكيان.

$(Non-(\grave{A}))$ هي حالة عدم صُنع هذا الكيان أبدًا.

مثال:

ليكن لدينا مثلا الكيان: $(\mathrm{A}) =$ الفيزياء النسبية، و$(Anti-\mathrm{A}) =$ فيزياء الكوانتم و$(Non-\mathrm{A}) =$ فيزياء نيوتن وفيزياء الكوانتم و...الخ أي كل النظريات الفيزيائية ما عدا فيزياء النسبية، و$(Neut-\mathrm{A}) =$ فيزياء نيوتن و... الخ أي كل النظريات الفيزيائية ما عدا فيزياء النسبية وفيزياء الكوانتم، و$(\grave{A}) =$ هي أحد مُشتقات فيزياء النسبية، ومنه :

- إذا كانت $(\mathrm{A}) =$ فيزياء النسبية، نجد أن:

$(\mathrm{A}) =$ هي بداية ابتكار فيزياء النسبية.

$(Anti-(\mathrm{A})) =$ هي نهاية فيزياء النسبية.

$(Neut-(\mathrm{A})) =$ هي ما يحصل من تطور لفيزياء النسبية بَين بدايتها ونهايتها.

$(Non-(\mathrm{A})) =$ هي حالة عدم ابتكار فيزياء النسبية أبدا.

- كانت $(Anti-\mathrm{A}) =$ فيزياء الكوانتم، نجد أن:

$(Anti-\mathrm{A}) =$ هي بداية ابتكار فيزياء الكوانتم.

$(Anti-(Anti-\mathrm{A})) =$ هي نهاية فيزياء الكوانتم.

$(Neut-(Anti-\mathrm{A})) =$ هي ما يحصل من تطور لفيزياء الكوانتم بَين بدايتها ونهايتها.

$(Non-(Anti-\mathrm{A}))=$ هي حالة عدم ابتكار فيزياء الكوانتم أبدا.

• كانت $(Non-\mathrm{A})=$ فيزياء نيوتن وفيزياء الكوانتم و...والخ أي كل النظريات الفيزيائية ما عدا فيزياء النسبية، نجد أن:

$(Non-\mathrm{A})=$ هي بداية ابتكار فيزياء نيوتن وفيزياء الكوانتم و... والخ أي بداية كل النظريات الفيزيائية ما عدا فيزياء النسبية.

$(Anti-(Non-\mathrm{A}))=$ هي نهاية فيزياء نيوتن وفيزياء الكوانتم و... والخ أي نهاية كل النظريات الفيزيائية ما عدا فيزياء النسبية.

$(Neut-(Non-\mathrm{A}))=$ هي ما يحصل من تطور لفيزياء نيوتن وفيزياء الكوانتم و... والخ أي ما يحصل من تطور لكل النظريات الفيزيائية بَين بدايتها ونهايتها ما عدا فيزياء النسبية.

$(Non-(Non-\mathrm{A}))=$ هي حالة عدم ابتكار فيزياء نيوتن وفيزياء الكوانتم و... والخ أي حالة عدم صُنع كل النظريات الفيزيائية أبدا ما عدا فيزياء النسبية.

• كانت $(Neut-\mathrm{A})=$ فيزياء نيوتن و... والخ أي كل النظريات الفيزيائية ما عدا فيزياء النسبية وفيزياء الكوانتم، نجد أن:

$(Neut-\mathrm{A})=$ هي بداية ابتكار فيزياء نيوتن و... والخ أي بداية كل النظريات الفيزيائية ما عدا فيزياء النسبية وفيزياء الكوانتم.

$(Anti-(Neut-\mathrm{A}))=$ هي نهاية فيزياء نيوتن و... والخ، أي نهاية كل النظريات الفيزيائية ما عدا فيزياء النسبية و فيزياء الكوانتم.

$(Neut-(Neut-\mathrm{A}))=$ هي ما يحصل من تطور لفيزياء نيوتن و...الخ أي ما يحصل من تطور لكل النظريات الفيزيائية من بدايتها إلى نهايتها ما عدا فيزياء النسبية وفيزياء الكوانتم.

$(Non-(Neut-\mathrm{A}))=$ هي حالة عدم ابتكار فيزياء نيوتن و... والخ أي حالة عدم إيجاد كل النظريات الفيزيائية أبدا ما عدا فيزياء النسبية وفيزياء الكوانتم.

• وكانت $(\grave{A})=$ هي أحد مُشتقات فيزياء النسبية، نجد أن:

$(\grave{A})=$ هي بداية ابتكار إحدى الأفكار المُشتقة من فيزياء النسبية.

$(Anti-(\grave{A}))=$ هي نهاية إحدى الأفكار المُشتقة من فيزياء النسبية.

$(Neut-(\grave{A}))=$ هي ما يحصل من تطور لإحدى الأفكار المُشتقة من فيزياء النسبية.

$(Non-(\grave{A}))=$ هي حالة عدم ابتكار هذه الأفكار المُشتقة من فيزياء النسبية أبدا.

يظهر من مبدأ المنطق النيوتروسوفي المضاعف أن أي كيان مع الكيان نقيضه والكيان محايده، تُشكل معا مجموعة نيوتروسوفية، وكل كيان على حدى من هذه الكيانات أيضا مكوّن من الكيان ونقيضه ومُحايده، ممّا يجعلها تشكّل مجموعة نيوتروسوفية أخرى داخل مجموعة نيوتروسوفية، وهذا ما يُمكن أن نسميهُ بـــ: المجموعة النيوتروسوفية المضاعفة، إذن ما هي المجموعة النيوتروسوفية المضاعفة؟

5- تعريف المجموعة النيوتروسوفية المضاعفة Double Neutrosophic Set:

يمكن أن نُعرّف المجموعة النيوتروسوفية المضاعفة كالآتي:

لتكن(U) مجموعة نيوتروسوفية مضاعفة شاملة، محتوية على العناصرx، ولتكن المجموعة النيوتروسوفية المضاعفة (A)، مجموعة جزئية في (U)، ومنه:

المجموعة النيوتروسوفية المضاعفة (A) هي فئة من العناصر مع **سلسلة درجات في الانتماء**، هذه المجموعة تتميز **بتسعة دوال للانتماء**، **دالة انتماء صدق الصدق** $T_{T_A}(x)$ Truth-Truth Membership Function التي تمنح لكل عنصر x **درجة انتماء صدق الصدق** تتراوح من $(^{-}0)$ إلى (1^{+})، **ودالة انتماء لاتحديد الصدق** $I_{T_A}(x)$ Indeterminacy-Truth Membership Function التي تمنح لكل عنصر x **درجة انتماء لاتحديد الصدق** تتراوح من $(^{-}0)$ إلى (1^{+})، **ودالة انتماء كذب الصدق** $F_{T_A}(x)$ Falsity-Truth Membership Function التي تمنح لكل عنصر x **درجة انتماء كذب الصدق** تتراوح من $(^{-}0)$ إلى (1^{+})، **ودالة انتماء صدق اللاتحديد** $T_{I_A}(x)$ Truth-Indeterminacy Membership Function التي تمنح لكل عنصر x **درجة انتماء صدق اللاتحديد** تتراوح من $(^{-}0)$ إلى (1^{+})، **ودالة انتماء لاتحديد اللاتحديد** $I_{I_A}(x)$ Indeterminacy-Indeterminacy Membership Function التي تمنح لكل عنصر x **درجة انتماء لاتحديد اللاتحديد** تتراوح من $(^{-}0)$ إلى (1^{+})، **ودالة انتماء كذب اللاتحديد** $F_{I_A}(x)$ Falsity-Indeterminacy Membership Function التي تمنح لكل عنصر x **درجة انتماء كذب اللاتحديد** تتراوح من $(^{-}0)$ إلى (1^{+})، **ودالة انتماء صدق الكذب** $T_{F_A}(x)$ Truth-Falsity Membership Function التي تمنح لكل عنصر x **درجة انتماء صدق الكذب** تتراوح من $(^{-}0)$ إلى (1^{+})، **ودالة انتماء لاتحديد الكذب** $I_{F_A}(x)$ Indeterminacy-Falsity Membership Function التي تمنح لكل عنصر x **درجة انتماء لاتحديد الكذب** تتراوح من $(^{-}0)$

إلى (1^{+})، ودالة **انتماء كذب الكذب** Falsity-Falsity Membership Function $F_{F_A}(x)$ التي تمنح لكل عنصر x **درجة انتماء كذب الكذب** تتراوح من $(^{-}0)$ إلى (1^{+})، والمجموعة النيوتروسوفية المضاعفة توفر لنا أداة مناسبة لبناء **هيكل** يمثل أساسا وسيلة طبيعية للتعامل مع الكيانات غير المحددة المضاعفة التي يعود أصل عدم تحديدها المضاعف إلى غياب مواصفات دقيقة التعريف للانتماء المُطلق في مجموعة ما.

5- 1- دالة انتماء صدق الصدق Truth-Truth Membership Function $T_{T_A}(x)$ هي الدالة التي يتم بواسطتها حساب درجة انتماء صدق الصدق لعنصر ما x من المجموعة النيوتروسوفية المضاعفة الشاملة (U) للمجموعة النيوتروسوفية المضاعفة الجزئية (A) ودرجة انتماء صدق الصدق Truth-Truth Membership Degree هي قيمة انتماء صدق الصدق لعنصر ما x من المجموعة النيوتروسوفية المضاعفة الشاملة (U) للمجموعة النيوتروسوفية المضاعفة الجزئية (A)، وتكون هذه الدرجة محصورة في المجال غير المعياري الفتوح $]^{-}0, 1^{+}[$، فتكون: $T_{T_A}(x) = 1^{+}$، في حالة **الانتماء المطلق لصدق الصدق** للعنصر x للمجموعة النيوتروسوفية المضاعفة الجزئية (A)، وتكون: $T_{T_A}(x) = {}^{-}0$، في حالة **عدم الانتماء المطلق لصدق الصدق** للعنصر x للمجموعة النيوتروسوفية المضاعفة الجزئية (A).

ونُعبر عن هذا رمزيا كالآتي: $T_{T_A}(x) : U \rightarrow\ ]^{-}0\,, 1^{+}[$.

5- 2- دالة انتماء لاتحديد الصدق Indeterminacy-Truth Membership Function $I_{T_A}(x)$ هي الدالة التي يتم بواسطتها حساب درجة انتماء لاتحديد الصدق لعنصر ما x من المجموعة النيوتروسوفية المضاعفة الشاملة (U) للمجموعة النيوتروسوفية المضاعفة الجزئية (A) ، و درجة انتماء لاتحديد الصدق Indeterminacy-Truth Membership Degree هي قيمة انتماء لاتحديد الصدق لعنصر ما x من المجموعة النيوتروسوفية المضاعفة الشاملة (U) للمجموعة النيوتروسوفية المصاعفة الجزئية (A) ، وتكون هذه الدرجة محصورة في المجال غير المعياري الفتوح $]^{-}0, 1^{+}[$ ، فتكون: $I_{T_A}(x) = 1^{+}$ في حالة **الانتماء المطلق للاتحديد الصدق** للعنصر x للمجموعة النيوتروسوفية المضاعفة الجزئية (A)، وتكون: $I_{T_A}(x) = {}^{-}0$، في حالة **عدم الانتماء المطلق للاتحديد الصدق** للعنصر x للمجموعة النيوتروسوفية المضاعفة الجزئية (A).

ونُعبر عن هذا رمزيا كالآتي: $I_{T_A}(x) : U \rightarrow\ ]^{-}0\,, 1^{+}[$.

5- 3- دالة انتماء كذب الصدق Falsity-Truth Membership Function $F_{T_A}(x)$ هي الدالة التي يتم بواسطتها حساب درجة انتماء كذب الصدق لعنصر ما x من المجموعة النيوتروسوفية المضاعفة الشاملة (U) للمجموعة النيوتروسوفية المضاعفة الجزئية (A) ودرجة انتماء كذب الصدق Falsity-Truth Membership Degree هي قيمة انتماء كذب الصدق لعنصر ما x من المجموعة

النيوتروسوفية المضافة الشاملة (U) للمجموعة النيوتروسوفية المضاعفة الجزئية (A)، وتكون هذه الدرجة محصورة في المجال غير المعياري الفتوح $]^{-}0,1^{+}[$، فتكون: $F_{T_A}(x) = 1^{+}$، في حالة **الانتماء المطلق لكذب الصدق** للعنصر x للمجموعة النيوتروسوفية المضاعفة الجزئية (A)، وتكون: $F_{T_A}(x) = {}^{-}0$، في حالة **عدم الانتماء المطلق لكذب الصدق** للعنصر x للمجموعة النيوتروسوفية المضاعفة الجزئية (A).

ونُعبر عن هذا رمزيا كالآتي: $F_{T_A}(x) : U \rightarrow\ ]^{-}0\,,1^{+}[$.

5- 4- دالة انتماء صدق اللاتحديد $T_{I_A}(x)$ Truth-Indeterminacy Membership Function هي الدالة التي يتم بواسطتها حساب درجة انتماء صدق اللاتحديد لعنصر ما x من المجموعة النيوتروسوفية المضاعفة الشاملة (U) للمجموعة النيوتروسوفية المضاعفة الجزئية (A)، ودرجة انتماء صدق اللاتحديد Truth-Indeterminacy Membership Degree هي قيمة انتماء صدق اللاتحديد لعنصر ما x من المجموعة النيوتروسوفية المضاعفة الشاملة (U) للمجموعة النيوتروسوفية المضاعفة الجزئية (A)، وتكون هذه الدرجة محصورة في المجال غير المعياري الفتوح $]^{-}0,1^{+}[$، فتكون: $T_{I_A}(x) = 1^{+}$، في حالة **الانتماء المطلق لصدق اللاتحديد** للعنصر x للمجموعة النيوتروسوفية المضاعفة الجزئية (A)، وتكون: $T_{I_A}(x) = {}^{-}0$، في حالة **عدم الانتماء المطلق لصدق اللاتحديد** للعنصر x للمجموعة النيوتروسوفية المضاعفة الجزئية (A).

ونُعبر عن هذا رمزيا كالآتي: $T_{I_A}(x) : U \rightarrow\ ]^{-}0\,,1^{+}[$.

5- 5- دالة انتماء لاتحديد اللاتحديد $I_{I_A}(x)$ Indeterminacy-Indeterminacy Membership Function هي الدالة التي يتم بواسطتها حساب درجة انتماء لاتحديد اللاتحديد لعنصر ما x من المجموعة النيوتروسوفية المضاعفة الشاملة (U) للمجموعة النيوتروسوفية المضاعفة الجزئية (A)، ودرجة انتماء لاتحديد اللاتحديد Indeterminacy-Indeterminacy Membership Degree هي قيمة انتماء لاتحديد اللاتحديد لعنصر ما x من المجموعة النيوتروسوفية المضاعفة الشاملة (U) للمجموعة النيوتروسوفية المصاعفة الجزئية (A)، وتكون هذه الدرجة محصورة في المجال غير المعياري الفتوح $]^{-}0,1^{+}[$ ، فتكون: $I_{I_A}(x) = 1^{+}$ ، في حالة **الانتماء المطلق للاتحديد اللاتحديد** للعنصر x للمجموعة النيوتروسوفية المضاعفة الجزئية (A)، وتكون: $I_{I_A}(x) = {}^{-}0$، في حالة **عدم الانتماء المطلق للاتحديد اللاتحديد** للعنصر x للمجموعة النيوتروسوفية المضاعفة الجزئية (A).

ونُعبر عن هذا رمزيا كالآتي: $I_{I_A}(x) : U \rightarrow\ ]^{-}0\,,1^{+}[$.

5- 6- دالة انتماء كذب اللاتحديد Falsity-Indeterminacy Membership Function $F_{I_A}(x)$ هي الدالة التي يتم بواسطتها حساب درجة انتماء كذب اللاتحديد لعنصر ما x من المجموعة النيوتروسوفية المضاعفة الشاملة (U) للمجموعة النيوتروسوفية المضاعفة الجزئية (A)، ودرجة انتماء كذب اللاتحديد Falsity-Indeterminacy Membership Degree هي قيمة انتماء كذب اللاتحديد لعنصر ما x من المجموعة النيوتروسوفية المضافة الشاملة (U) للمجموعة النيوتروسوفية المضاعفة الجزئية (A)، وتكون هذه الدرجة محصورة في المجال غير المعياري الفتوح $]^-0, 1^+[$، فتكون: $F_{I_A}(x) = 1^+$، في حالة **الانتماء المطلق لكذب اللاتحديد** للعنصر x للمجموعة النيوتروسوفية المضاعفة الجزئية (A)، وتكون: $F_{I_A}(x) = {}^-0$، في حالة **عدم الانتماء المطلق لكذب اللاتحديد** للعنصر x للمجموعة النيوتروسوفية المضاعفة الجزئية (A).

ونُعبر عن هذا رمزيا كالآتي: $F_{I_A}(x) : U \rightarrow \ ]^-0\ , 1^+[$.

5- 7- دالة انتماء صدق الكذب Truth-Falsity Membership Function $T_{F_A}(x)$ هي الدالة التي يتم بواسطتها حساب درجة انتماء صدق الكذب لعنصر ما x من المجموعة النيوتروسوفية المضاعفة الشاملة (U) للمجموعة النيوتروسوفية المضاعفة الجزئية (A)، ودرجة انتماء صدق الكذب Truth-Falsity Membership Degree هي قيمة انتماء صدق الكذب لعنصر ما x من المجموعة النيوتروسوفية المضاعفة الشاملة (U) للمجموعة النيوتروسوفية المضاعفة الجزئية (A)، وتكون هذه الدرجة محصورة في المجال غير المعياري الفتوح $]^-0, 1^+[$، فتكون: $T_{F_A}(x) = 1^+$، في حالة **الانتماء المطلق لصدق الكذب** للعنصر x للمجموعة النيوتروسوفية المضاعفة الجزئية (A)، وتكون: $T_{F_A}(x) = {}^-0$، في حالة **عدم الانتماء المطلق لصدق الكذب** للعنصر x للمجموعة النيوتروسوفية المضاعفة الجزئية (A).

ونُعبر عن هذا رمزيا كالآتي: $T_{F_A}(x) : U \rightarrow \ ]^-0\ , 1^+[$.

5- 8- دالة انتماء لاتحديد الكذب Indeterminacy-Falsity Membership Function $I_{F_A}(x)$ هي الدالة التي يتم بواسطتها حساب درجة انتماء لاتحديد الكذب لعنصر ما x من المجموعة النيوتروسوفية المضاعفة الشاملة (U) للمجموعة النيوتروسوفية المضاعفة الجزئية (A)، ودرجة انتماء لاتحديد الكذب Indeterminacy-Falsity Membership Degree هي قيمة انتماء لاتحديد الكذب لعنصر ما x من المجموعة النيوتروسوفية المضاعفة الشاملة (U) للمجموعة النيوتروسوفية المصاعفة الجزئية (A)، وتكون هذه الدرجة محصورة في المجال غير المعياري الفتوح $]^-0, 1^+[$، فتكون: $I_{F_A}(x) = 1^+$، في حالة **الانتماء المطلق للاتحديد الكذب** للعنصر x للمجموعة

النيوتروسوفية المضاعفة الجزئية (A)، وتكون: $I_{F_A}(x) = {}^{-}0$، في حالة **عدم الانتماء المطلق للاتحديد الكذب** للعنصر x للمجموعة النيوتروسوفية المضاعفة الجزئية (A).

ونُعبر عن هذا رمزيا كالآتي: $I_{F_A}(x) : U \to\ ]^{-}0\,,1^{+}[$.

5- 9- دالة انتماء كذب الكذب $F_{F_A}(x)$ Falsity-Falsity Membership Function هي الدالة التي يتم بواسطتها حساب درجة انتماء كذب الكذب لعنصر ما x من المجموعة النيوتروسوفية المضاعفة الشاملة (U) للمجموعة النيوتروسوفية المضاعفة الجزئية (A) ودرجة انتماء كذب الكذب Falsity-Falsity Membership Degree هي قيمة انتماء كذب الكذب لعنصر ما x من المجموعة النيوتروسوفية المضافة الشاملة (U) للمجموعة النيوتروسوفية المضاعفة الجزئية (A)، وتكون هذه الدرجة محصورة في المجال غير المعياري الفتوح $]^{-}0,1^{+}[$، فتكون: $F_{F_A}(x) = 1^{+}$، في حالة **الانتماء المطلق لكذب الكذب** للعنصر x للمجموعة النيوتروسوفية المضاعفة الجزئية (A)، وتكون: $F_{F_A}(x) = {}^{-}0$، في حالة **عدم الانتماء المطلق لكذب الكذب** للعنصر x للمجموعة النيوتروسوفية المضاعفة الجزئية (A).

ونُعبر عن هذا رمزيا كالآتي: $F_{F_A}(x) : U \to\ ]^{-}0\,,1^{+}[$.

حيث يكون مجال تعريف الدوال التسعة معًا هو مجموع مجالاتهم معاً، وهو ما نعبر عنه رمزيا كالآتي:

$$\left(T_{T_A}(x), I_{T_A}(x), F_{T_A}(x)\right), \left(T_{I_A}(x), I_{I_A}(x), F_{I_A}(x)\right), \left(T_{F_A}(x), I_{F_A}(x), F_{F_A}(x)\right) : U \to\ ]^{-}0\,,9^{+}[$$

ومنه يمكن أن نُعرف رمزيا المجموعة النيوتروسوفية المضاعفة (A) كالآتي :

$$\boxed{\begin{array}{c} A = \{x, \left(T_{T_A}(x)\,, I_{T_A}(x), F_{T_A}(x)\right), \left(T_{I_A}(x), I_{I_A}(x), F_{I_A}(x)\right), \left(T_{F_A}(x), I_{F_A}(x), F_{F_A}(x)\right) / \forall x \in U\} \\ \left(T_{T_A}(x)\,, I_{T_A}(x), F_{T_A}(x)\right), \left(T_{I_A}(x), I_{I_A}(x), F_{I_A}(x)\right), \left(T_{F_A}(x), I_{F_A}(x), F_{F_A}(x)\right) :\ U \to\ ]^{-}0\,,9^{+}[\end{array}}$$

6- تعريف المنطق النيوتروسوفي المضاعف Double Neutrosophic logic:

يمكن تعريف المنطق النيوتروسوفي المضاعف كالآتي:

المنطق النيوتروسوفي المضاعف هو ذلك الذي تُؤخذ فيه كل قضية على أن لها قيمة حقيقة من **صدق الصدق** Truth-Truth في مجموعة نيوتروسوفية مضاعفة جزئية (T_T)، وقيمة حقيقة من **لاتحديد الصدق** Indeterminacy-Truth في مجموعة نيوتروسوفية مضاعفة جزئية (I_T)، وقيمة حقيقة من **كذب الصدق** Falsity-Truth في مجموعة نيوتروسوفية مضاعفة جزئية (F_T)، وقيمة حقيقة من

صدق اللاتحديد Truth-Indeterminacy في مجموعة نيوتروسوفية مضاعفة جزئية (T_I)، وقيمة حقيقة من **لاتحديد اللاتحديد** Indeterminacy-Indeterminacy في مجموعة نيوتروسوفية مضاعفة جزئية (I_I)، وقيمة حقيقة من **كذب اللاتحديد** Falsity-Indeterminacy في مجموعة نيوتروسوفية مضاعفة جزئية (F_I)، وقيمة حقيقة من **صدق الكذب** Truth-Falsity في مجموعة نيوتروسوفية مضاعفة جزئية (T_F)، وقيمة حقيقة من **لاتحديد الكذب** Indeterminacy-Falsity في مجموعة نيوتروسوفية مضاعفة جزئية (I_F)، وقيمة حقيقة من **كذب الكذب** Falsity-Falsity في مجموعة نيوتروسوفية مضاعفة جزئية (F_F)، حيث المجموعات النيوتروسوفية المضاعفة الجزئية، (F_F)، (I_F)، (T_F)، (F_I)، (I_I)، (T_I)، (F_T)، (I_T)، (T_T)، كما عرّفناها من قبل. (...)، وبعبارة أخرى يمكن أن نقول أن المنطق النيوتروسوفي المضاعف هو إطار صوري يسعى إلى قياس صدق الصدق ولاتحديد الصدق، وكذب الصدق، وصدق اللاتحديد، ولاتحديد اللاتحديد، وكذب اللاتحديد وصدق الكذب، ولاتحديد الكذب، وكذب الكذب، في أي كيان نَسَقِي إنساني. والفرض الذي نفترضه هنا هو أنه لايوجد مجال من مجالات الحقيقة الثلاثة مجال الصدق واللاتحديد والكذب لا يخلو من الغموض واللاتحديد داخله حتى ولو كان مجالا مطلقا، وهذا لا يرجع لكونه موضوعا مستقلا يعتريه النقص بعيدا عن دواتنا وأحكامنا، بل يرجع لنسبية أحكامنا ولنسبية المعايير التي نصنف بها مجالا من مجالات الحقيقة.

من هذا التعريف يمكن أن نلاحظ أن قيم الحقيقة للقضايا في المنطق النيوتروسوفي المظاعف أكثر اتساعا وشمولا عن قيم الحقيقة في المنطق النيوتروسوفي، وتكمن هذه التوسعة و الشمول في جعلها تسعة قيم للحقيقة، ويمكن توضيح ورؤية أكثر هذه القيم التسعة وكل ما سبق ذكره بالأمثلة الآتية : – تجدر الإشارة هنا إلى أننا سنعيد الأمثلة نفسها التي إستخدمها الأستاذ فلورنتن سمارنداكه [3] ليس بغرض التكرار بل بغرض رؤية وتوضيح بدقة أكثر النقص في المنطق النيوتروسوفي الأمر الذي استدعى وضع المنطق النيوتروسوفي المضاعف –

مثال 1:

لتكن لدينا القضية الآتية:

«المترشح (a) المتقدم للانتخابات الرئاسية في الدولة (A) ، سوف يربح».

- هذه القضية لديها نسبة **صدق الصدق** تقدر مثلا بـــ 06% وهي نسبة من يصوتون مختارين راضين لصالح المترشح (a).
- ولديها نسبة **كذب الصدق** تقدر مثلا بـــ 05% وهي نسبة من يصوتون مكرهين غير راضين لصالح المترشح (a) لأسباب سياسية أو إجتماعية أو إقتصادية.

• ولديها نسبة **لاتحديد الصدق** تقدر مثلا بـــ 09% وهي نسبة من يصوتون بالعادة أو بالإتباع لصالح المترشح (a) فهم إتبعوا بعض الناس الذين صوّتو لصالحه دون أن يكونوا لا من الراضين ولا من غير الراضين عنه.

• ولديها نسبة **صدق الكذب** تقدر مثلا بـــ 05% وهي نسبة من يصوتون مختارين راضين ضد المترشح (a).

• ولديها نسبة **كذب الكذب** تقدر مثلا بـــ 06% وهي نسبة من يصوتون مكرهين غير راضين ضد المترشح (a) لأسباب سياسية أو إجتماعية أو إقتصادية.

• ولديها نسبة **لاتحديد الكذب** تقدر مثلا بـــ 24% وهي نسبة من يصوتون بالعادة أو بالإتباع ضد المترشح (a) فهم إتبعوا بعض الناس الذين صوّتو ضده دون أن يكونوا لا من الراضين ولا من غير الراضين عنه.

• ولديها نسبة **صدق اللاتحديد** تقدر مثلا بـــ 10% وهي نسبة من يمتنعون عن الذهاب إلى صناديق الاقتراع لأنهم غير راضين عن الإنتخبات ولا عن أي مترشح.

• ولديها نسبة **كذب اللاتحديد** تقدر مثلا بـــ 09% وهي نسبة من يمتنعون عن الذهاب إلى صناديق الاقتراع رغم رضاهم بالإنتخابات وبأحد المترشحين.

• ولديها نسبة **لاتحديد اللاتحديد** تقدر مثلا بـــ 31% وهي نسبة من يمتنعون عن الذهاب إلى صناديق الاقتراع بالعادة أو بالإتباع فهم إتبعوا بعض الناس الذين لم يذهبوا لصناديق الاقتراع دون أن يكونوا لا من غير الراضين ولا من الراضين.

مثال 2:

لتكن لدينا القضية الآتية:

«هذه كومة»، كتطبيق على مفارقات الاستدلال التراكمي Sorites Paradoxes، ولتكن مثلا **كومة رمل**.

• هذه القضية لديها نسبة **صدق الصدق** تقدر مثلا بـــ 35% إذا كانت هذه الكومة أكثر أو تساوي 03 حبات رمل، انطلاقا من أن العدد 03 من أي شيء يشكل مجموعة، وبالتالي فصدقها هنا صادق.

• ولديها نسبة **كذب الصدق** تقدر مثلا بـــ 35% هي صادقة لأنها أكثر أو تساوي 03 حبات رمل، لكن صدقها كاذب إذا ما قورنت هذه الكومة بصحراء كاملة، فتصبح هذه الحبات الثلاثة أو أكثر في حكم الحبة أو حكم ما لا يذكر أمام هذه الصحراء.

• ولديها نسبة **لاتحديد الصدق** تقدر مثلا بـــ 10% وهي نسبة عدم تحديد صدقها إن كان صادقا أم كاذبا بواسطة مرجعية مقارنة معية.

• ولديها نسبة **صدق الكذب** تقدر مثلا بـــ 20% لأن هذه الكومة هي فعلا أقل من 03 حبات رمل، وبالتالي كذبها صادق.

• ولديها نسبة **كذب الكذب** تقدر مثلا بـــ 15% هي كاذبة لأنها فعلا أقل من 03 حبات رمل، لكن كذبها كاذب إذا ما قورنت بذرات الرمل، فتصبح هذه الحبة أو الحبتان كومة من ذرات الرمل، لأنها بالتأكيد تتكون من أكثر من 03 ذرات رمل، وبالتالي هي كومة من الرمل.

• ولديها نسبة **لاتحديد الكذب** تقدر مثلا بـــ 05% وهي نسبة عدم تحديد كذبها إن كان صادقا أم كاذبا بواسطة مرجعية مقارنة معية.

• ولديها نسبة **صدق اللاتحديد** تقدر مثلا بـــ 13% لأننا لا نعرف بدقة موضوعية مقدرا حبات الرمل أو ذرات الرمل الكافية لتشكيل كومة، وإذا قمنا بتحديدها تقريبا بالعدد 03 مثلا فإن تحديدنا لها يصبح ذاتيا، لذلك فلاتحديدها هنا صادق.

• ولديها نسبة **كذب اللاتحديد** تقدر بـــ 12% لأننا يجب أن نقارنها بمرجعية موضوعية معينة والابتعاد عن الأحكام الذاتية، وبالتالي فلا تحديدها هنا كاذب.

• ولديها نسبة **لاتحديد اللاتحديد** تقدر مثلا بـــ 01% وهي نسبة عدم تحديدنا للاتحديدها سواء بمرجعية معينة أو بحكم ذاتي.

مثال 3:

لتكن لدينا القضية الآتية :

«أعتقد بأن الأولاد سيخرجون في نزهة اليوم».

• هذه القضية لديها نسبة **صدق الصدق** تقدر مثلا بـــ 52% وهي نسبة وجود كل شروط تحقيق صدق صدق هذه القضية وهي: وجود **القصد** (النية)، **الأولاد، وشروط تحقيق القصد** من وسيلة النقل، سائق الوسيلة، المُرشد، الوجهة، تحديد مكان وموعد الانطلاق وزمن المكوث، ووقت العودة، و الجو المناسب للنزهة.

• ولديها نسبة **كذب الصدق** تقدر مثلا بـــ 10% وهي نسبة وجود القصد والأولاد، وعدم وجود شروط تحقيق القصد.

• ولديها نسبة **لاتحديد الصدق** تقدر مثلا بـــ 03% وهي نسبة وجود القصد، وعدم وجود الأولاد وشروط تحقيق القصد. (يَكمُن لاتحديد الصدق هنا في وجود النية الصادقة لأخذ الأولاد في نزهة، لكن لم يتّم بعد تحديد الأولاد وشروط تحقيق هذه النية)

• ولديها نسبة **صدق الكذب** تقدر مثلا بـــ 25% وهي نسبة عدم وجود القصد، وعدم وجود كل الشروط الأخرى.

• ولديها نسبة **كذب الكذب** تقدر مثلا بـــ 08% وهي نسبة عدم وجود القصد، ووجود الأولاد وشروط تحقيق القصد.

• ولديها نسبة **لاتحديد الكذب** تقدر مثلا بـــ 02% وهي نسبة وجود الأولاد، وعدم وجود القصد وشروط تحقيق القصد. (يَكمُن لاتحديد الكذب هنا في وجود الأولاد، لكن لم يتّم تحديد عدم وجود القصد وعدم وجود شروط تحقيقه)

• ولديها نسبة **صدق اللاتحديد** تقدر مثلا بـــ 15% وهي نسبة عدم تحديد القصد والأولاد وشروط تحقيق القصد.

• ولديها نسبة **كذب اللاتحديد** تقدر مثلا بـــ 08% وهي نسبة عدم تحديد القصد، وتحديد الأولاد وشروط تحقيق القصد.

• ولديها نسبة **لاتحديد اللاتحديد** تقدر مثلا بـــ 02% وهي نسبة عدم تحديد مصاريف النزهة، مما يؤدي إلى عدم تحديد القصد والأولاد وشروط تحقيق القصد.

7- العمليات المنطقية في المنطق النيوتروسوفي المضاعف (الروابط المنطقية):

تجدر الإشارة هنا إلى أن هذه الروابط المنطقية للمنطق النيوتروسوفي المضاعف، قد تمّ قبولها ونشرها في المجلة الدولية المجموعات والأنساق النيوتروسوفية Neutrosophic Sets and Systems، التي تصدر عن جامعة نيومكسيكو [7]، وهي كالآتي:

7-1- رابط النفي Negation [4] ورمزه (¬):

لتكن القضية النيوتروسوفية المضاعفة (A) ذات قيم الحقيقة المنطقية النيوتروسوفية المضاعفة ، المعبر عنها كالآتي:

$$DNL(A) = \left(\left(T_{T_A}, I_{T_A}, F_{T_A}\right), \left(T_{I_A}, I_{I_A}, F_{I_A}\right), \left(T_{F_A}, I_{F_A}, F_{F_A}\right)\right)$$

***- ملاحظة:**

الرمز: DNL هو إختصار لـــ: Double Neutrosophic Logic، فعوضا من أن نكتب Double Neutrosophic Logic (A) نكتب بإختصار$DNL(A)$، والتي تعني قيم الحقيقة المنطقية النيوتروسوفية المضاعفة للقضية (A).

* * *

وعليه نفي القضية النيوترروسوفية (A) يكون كالآتي:

$$DNL(\neg A) = \left(\left(\{1\} \ominus T_{T_A}, \{1\} \ominus I_{T_A}\{1\} \ominus F_{T_A}\right), \left(\{1\} \ominus T_{I_A}, \{1\} \ominus I_{I_A}\{1\} \ominus F_{I_A}\right), \left(\{1\} \ominus T_{F_A}, \{1\} \ominus I_{F_A}\{1\} \ominus F_{F_A}\right)\right)$$

7-2- رابط الوصل Conjunction [5] ورمزه (∧) :

لتكن القضية النيوتروسوفية المضاعفة (A) ذات قيم الحقيقة المنطقية النيوتروسوفية المضاعفة، المعبر عنها كالآتي:

$$DNL(A) = \left(\left(T_{T_A}, I_{T_A}, F_{T_A}\right), \left(T_{I_A}, I_{I_A}, F_{I_A}\right), \left(T_{F_A}, I_{F_A}, F_{F_A}\right)\right)$$

ولتكن أيضا القضية النيوتروسوفية المضاعفة (B) ذات قيم الحقيقة المنطقية النيوتروسوفية المضاعفة المعبر عنها كالآتي:

$$DNL(B) = \left(\left(T_{T_B}, I_{T_B}, F_{T_B}\right), \left(T_{I_B}, I_{I_B}, F_{I_B}\right), \left(T_{F_B}, I_{F_B}, F_{F_B}\right)\right)$$

وعليه وصل القضيتين النيوتروسوفيتين المضاعفتين (B) و(A) يكون كالآتي:

$$DNL(A \wedge B) =$$
$$((T_{T_A} \odot T_{T_B}, I_{T_A} \odot I_{T_B}, F_{T_A} \odot F_{T_B}), (T_{I_A} \odot T_{I_B}, I_{I_A} \odot I_{I_B}, F_{I_A} \odot F_{I_B}), (T_{F_A} \odot T_{F_B}, I_{F_A} \odot I_{F_B}, F_{F_A} \odot F_{F_B}))$$

(وجب التذكير هنا أنه يمكن لنا أيضا أن نطبق العملية المنطقية نفسها في حالة ما إذا كان لدينا أكثر من قضيتين نيوتروسوفتين مضاعفتين، أي n من القضايا.)

7–3 - رابط الفصل الضعيف Weak or inclusive disjunction [4] ورمزه (V) :

لتكن القضية النيوتروسوفية المضاعفة (A) ذات قيم الحقيقة المنطقية النيوتروسوفية المضاعفة ،المعبر عنها كالآتي:

$$DNL(A) = \left(\left(T_{T_A}, I_{T_A}, F_{T_A}\right), \left(T_{I_A}, I_{I_A}, F_{I_A}\right), \left(T_{F_A}, I_{F_A}, F_{F_A}\right)\right)$$

ولتكن أيضا القضية النيوتروسوفية المضاعفة (B) ذات قيم الحقيقة المنطقية النيوتروسوفية المضاعفة المعبر عنها كالآتي:

$$DNL(B) = \left(\left(T_{T_B}, I_{T_B}, F_{T_B}\right), \left(T_{I_B}, I_{I_B}, F_{I_B}\right), \left(T_{F_B}, I_{F_B}, F_{F_B}\right)\right)$$

وعليه الفصل الضعيف للقضيتين النيوتروسوفيتين المضاعفتين (B) و(A) يكون كالآتي:

$$DNL(A \vee B) =$$
$$\begin{pmatrix} (T_{T_A} \oplus T_{T_B} \ominus T_{T_A} \odot T_{T_B}, I_{T_A} \oplus I_{T_B} \ominus I_{T_A} \odot I_{T_B}, F_{T_A} \oplus F_{T_B} \ominus F_{T_A} \odot F_{T_B}), \\ (T_{I_A} \oplus T_{I_B} \ominus T_{I_A} \odot T_{I_B}, I_{I_A} \oplus I_{I_B} \ominus I_{I_A} \odot I_{I_B}, F_{I_A} \oplus F_{I_B} \ominus F_{I_A} \odot F_{I_B}), \\ (T_{F_A} \oplus T_{F_B} \ominus T_{F_A} \odot T_{F_B}, I_{F_A} \oplus I_{F_B} \ominus I_{F_A} \odot I_{F_B}, F_{F_A} \oplus F_{F_B} \ominus F_{F_A} \odot F_{F_B}) \end{pmatrix}$$

(وجب التذكير هنا أنه يمكن لنا أيضا أن نطبق العملية المنطقية نفسها في حالة ما كان لدينا أكثر من قضيتين نيوتروسوفيتين مضاعفتين، أي n من القضايا.)

7– 4 – رابط الفصل القوي Strong or Exclusive Disjunction [5] ورمزه (VV):

لتكن القضية النيوتروسوفية المضاعفة (A) ذات قيم الحقيقة المنطقية النيوتروسوفية المضاعفة ،المعبر عنها كالآتي:

$$DNL(A) = \left(\left(T_{T_A}, I_{T_A}, F_{T_A}\right), \left(T_{I_A}, I_{I_A}, F_{I_A}\right), \left(T_{F_A}, I_{F_A}, F_{F_A}\right)\right)$$

ولتكن أيضا القضية النيوتروسوفية المضاعفة (B) ذات قيم الحقيقة المنطقية النيوتروسوفية المضاعفة المعبر عنها كالآتي:

$$DNL(B) = \left(\left(T_{T_B}, I_{T_B}, F_{T_B}\right), \left(T_{I_B}, I_{I_B}, F_{I_B}\right), \left(T_{F_B}, I_{F_B}, F_{F_B}\right)\right)$$

وعليه الفصل القوي للقضيتين النيوتروسوفيتين المضاعفتين (B) و(A) يكون كالآتي:

$$DNL(A \vee\vee B) =$$
$$\left(\begin{array}{c}\left(\begin{array}{c}\left(T_{T_A} \odot (\{1\} \ominus T_{T_B}) \oplus T_{T_B} \odot (\{1\} \ominus T_{T_A}) \ominus T_{T_A} \odot T_{T_B} \odot (\{1\} \ominus T_{T_A}) \odot (\{1\} \ominus T_{T_B}\right),\\ \left(I_{T_A} \odot (\{1\} \ominus I_{T_B}) \oplus I_{T_B} \odot (\{1\} \ominus I_{T_A}) \ominus I_{T_A} \odot I_{T_B} \odot (\{1\} \ominus I_{T_A}) \odot (\{1\} \ominus I_{T_B}\right),\\ \left(F_{T_A} \odot (\{1\} \ominus F_{T_B}) \oplus F_{T_B} \odot (\{1\} \ominus F_{T_A}) \ominus F_{T_A} \odot F_{T_B} \odot (\{1\} \ominus F_{T_A}) \odot (\{1\} \ominus F_{T_B}\right)\end{array}\right),\\ \left(\begin{array}{c}\left(T_{I_A} \odot (\{1\} \ominus T_{I_B}) \oplus T_{I_B} \odot (\{1\} \ominus T_{I_A}) \ominus T_{I_A} \odot T_{I_B} \odot (\{1\} \ominus T_{I_A}) \odot (\{1\} \ominus T_{I_B}\right),\\ \left(I_{I_A} \odot (\{1\} \ominus I_{I_B}) \oplus I_{I_B} \odot (\{1\} \ominus I_{I_A}) \ominus I_{I_A} \odot I_{I_B} \odot (\{1\} \ominus I_{I_A}) \odot (\{1\} \ominus I_{I_B}\right),\\ \left(F_{I_A} \odot (\{1\} \ominus F_{I_B}) \oplus F_{I_B} \odot (\{1\} \ominus F_{I_A}) \ominus F_{I_A} \odot F_{I_B} \odot (\{1\} \ominus F_{I_A}) \odot (\{1\} \ominus F_{I_B}\right)\end{array}\right),\\ \left(\begin{array}{c}\left(T_{F_A} \odot (\{1\} \ominus T_{F_B}) \oplus T_{F_B} \odot (\{1\} \ominus T_{F_A}) \ominus T_{F_A} \odot T_{F_B} \odot (\{1\} \ominus T_{F_A}) \odot (\{1\} \ominus T_{F_B}\right),\\ \left(I_{F_A} \odot (\{1\} \ominus I_{F_B}) \oplus I_{F_B} \odot (\{1\} \ominus I_{F_A}) \ominus I_{F_A} \odot I_{F_B} \odot (\{1\} \ominus I_{F_A}) \odot (\{1\} \ominus I_{F_B}\right),\\ \left(F_{F_A} \odot (\{1\} \ominus F_{F_B}) \oplus F_{F_B} \odot (\{1\} \ominus F_{F_A}) \ominus F_{F_A} \odot F_{F_B} \odot (\{1\} \ominus F_{F_A}) \odot (\{1\} \ominus F_{F_B}\right)\end{array}\right)\end{array}\right)$$

(وجب التذكير هنا أنه يمكن لنا أيضا أن نطبق العملية المنطقية نفسها في حالة ما كان لدينا أكثر من قضيتين نيوتروسوفيتين مضاعفتين،

أي n من القضايا.)

7- 5- رابط اللزوم [4] (Implication) Material Conditional ورمزه $(\rightarrow)$:

لتكن القضية النيوتروسوفية المضاعفة (A) ذات قيم الحقيقة المنطقية النيوتروسوفية المضاعفة ، المعبر عنها كالآتي:

$$DNL(A) = \left(\left(T_{T_A}, I_{T_A}, F_{T_A}\right), \left(T_{I_A}, I_{I_A}, F_{I_A}\right), \left(T_{F_A}, I_{F_A}, F_{F_A}\right)\right)$$

ولتكن أيضا القضية النيوتروسوفية المضاعفة (B) ذات قيم الحقيقة المنطقية النيوتروسوفية المضاعفة المعبر عنها كالآتي:

$$DNL(B) = \left(\left(T_{T_B}, I_{T_B}, F_{T_B}\right), \left(T_{I_B}, I_{I_B}, F_{I_B}\right), \left(T_{F_B}, I_{F_B}, F_{F_B}\right)\right)$$

وعليه الاستلزام بين القضيتين النيوتروسوفيتين المضاعفتين (B) و(A) يكون كالآتي:

$$DNL(A \rightarrow B) =$$
$$\left(\begin{array}{c}\left(\{1\} \ominus T_{T_A} \oplus T_{T_A} \odot T_{T_B}, \{1\} \ominus I_{T_A} \oplus I_{T_A} \odot I_{T_B}, \{1\} \ominus F_{T_A} \oplus F_{T_A} \odot F_{T_B}\right),\\ \left(\{1\} \ominus T_{I_A} \oplus T_{I_A} \odot T_{I_B}, \{1\} \ominus I_{I_A} \oplus I_{I_A} \odot I_{I_B}, \{1\} \ominus F_{I_A} \oplus F_{I_A} \odot F_{I_B}\right),\\ \left(\{1\} \ominus T_{F_A} \oplus T_{F_A} \odot T_{F_B}, \{1\} \ominus I_{F_A} \oplus I_{F_A} \odot I_{F_B}, \{1\} \ominus F_{F_A} \oplus F_{F_A} \odot F_{F_B}\right)\end{array}\right)$$

7- 6- رابط التكافؤ [5] (Equivalence) Material Biconditional ورمزه $(\leftrightarrow)$:

لتكن القضية النيوتروسوفية المضاعفة (A) ذات قيم الحقيقة المنطقية النيوتروسوفية المضاعفة، المعبر عنها كالآتي:

$$DNL(A) = \left(\left(T_{T_A}, I_{T_A}, F_{T_A}\right), \left(T_{I_A}, I_{I_A}, F_{I_A}\right), \left(T_{F_A}, I_{F_A}, F_{F_A}\right)\right)$$

ولتكن أيضا القضية النيوتروسوفية المضاعفة (B) ذات قيم الحقيقة المنطقية النيوتروسوفية المضاعفة المعبر عنها كالآتي:

$$DNL(B) = \left((T_{T_B}, I_{T_B}, F_{T_B}), (T_{I_B}, I_{I_B}, F_{I_B}), (T_{F_B}, I_{F_B}, F_{F_B})\right)$$

وعليه التكافؤ بين القضيتين النيوتروسوفيتين المضاعفتين (B) و(A) يكون كالآتي:

$$DNL(A \leftrightarrow B) =$$
$$\left(\begin{array}{c} \left(\begin{array}{c} \left((\{1\} \ominus T_{T_A} \oplus T_{T_A} \odot T_{T_B}) \odot (\{1\} \ominus T_{T_B} \oplus T_{T_A} \odot T_{T_B})\right), \\ \left((\{1\} \ominus I_{T_A} \oplus I_{T_A} \odot I_{T_B}) \odot (\{1\} \ominus I_{T_B} \oplus I_{T_A} \odot I_{T_B})\right), \\ \left((\{1\} \ominus F_{T_A} \oplus F_{T_A} \odot F_{T_B}) \odot (\{1\} \ominus F_{T_B} \oplus F_{T_A} \odot F_{T_B})\right) \end{array}\right), \\ \left(\begin{array}{c} \left((\{1\} \ominus T_{I_A} \oplus T_{I_A} \odot T_{I_B}) \odot (\{1\} \ominus T_{I_B} \oplus T_{I_A} \odot T_{I_B})\right), \\ \left((\{1\} \ominus I_{I_A} \oplus I_{I_A} \odot I_{I_B}) \odot (\{1\} \ominus I_{I_B} \oplus I_{I_A} \odot I_{I_B})\right), \\ \left((\{1\} \ominus F_{I_A} \oplus F_{I_A} \odot F_{I_B}) \odot (\{1\} \ominus F_{I_B} \oplus F_{I_A} \odot F_{I_B})\right) \end{array}\right), \\ \left(\begin{array}{c} \left((\{1\} \ominus T_{F_A} \oplus T_{F_A} \odot T_{F_B}) \odot (\{1\} \ominus T_{F_B} \oplus T_{F_A} \odot T_{F_B})\right), \\ \left((\{1\} \ominus I_{F_A} \oplus I_{F_A} \odot I_{F_B}) \odot (\{1\} \ominus I_{F_B} \oplus I_{F_A} \odot I_{F_B})\right), \\ \left((\{1\} \ominus F_{F_A} \oplus F_{F_A} \odot F_{F_B}) \odot (\{1\} \ominus F_{F_B} \oplus F_{F_A} \odot F_{F_B})\right) \end{array}\right) \end{array}\right)$$

7-7- رابط شيفر Sheffer's Connector [4] ورمزه $(|)$:

لتكن القضية النيوتروسوفية المضاعفة (A) ذات قيم الحقيقة المنطقية النيوتروسوفية المضاعفة، المعبر عنها كالآتي:

$$DNL(A) = \left((T_{T_A}, I_{T_A}, F_{T_A}), (T_{I_A}, I_{I_A}, F_{I_A}), (T_{F_A}, I_{F_A}, F_{F_A})\right)$$

ولتكن أيضا القضية النيوتروسوفية المضاعفة (B) ذات قيم الحقيقة المنطقية النيوتروسوفية المضاعفة المعبر عنها كالآتي:

$$DNL(B) = \left((T_{T_B}, I_{T_B}, F_{T_B}), (T_{I_B}, I_{I_B}, F_{I_B}), (T_{F_B}, I_{F_B}, F_{F_B})\right)$$

وعليه نتيجة رابط شيفر بين القضيتين النيوتروسوفيتين المضاعفتين (B) و(A) تكون كالآتي:

$$DNL(A|\,B) = DNL(\neg A \vee \neg B) =$$
$$\left(\begin{array}{c} (\{1\} \ominus T_{T_A} \odot T_{T_B}, \{1\} \ominus I_{T_A} \odot I_{T_B}, \{1\} \ominus F_{T_A} \odot F_{T_B}), \\ (\{1\} \ominus T_{I_A} \odot T_{I_B}, \{1\} \ominus I_{I_A} \odot I_{I_B}, \{1\} \ominus F_{I_A} \odot F_{I_B}), \\ (\{1\} \ominus T_{F_A} \odot T_{F_B}, \{1\} \ominus I_{F_A} \odot I_{F_B}, \{1\} \ominus F_{F_A} \odot F_{F_B}) \end{array}\right)$$

7-8- رابط بيرس Peirce's Connector [5] ورمزه $(\downarrow)$:

لتكن القضية النيوتروسوفية المضاعفة (A) ذات قيم الحقيقة المنطقية النيوتروسوفية المضاعفة، المعبر عنها كالآتي:

$$DNL(A) = \left((T_{T_A}, I_{T_A}, F_{T_A}), (T_{I_A}, I_{I_A}, F_{I_A}), (T_{F_A}, I_{F_A}, F_{F_A})\right)$$

ولتكن أيضا القضية النيوتروسوفية المضاعفة (B) ذات قيم الحقيقة المنطقية النيوتروسوفية المضاعفة المعبر عنها كالآتي:

$$DNL(B) = \left(\left(T_{T_B}, I_{T_B}, F_{T_B}\right), \left(T_{I_B}, I_{I_B}, F_{I_B}\right), \left(T_{F_B}, I_{F_B}, F_{F_B}\right) \right)$$

وعليه نتيجة رابط بيرس بين القضيتين النيوتروسوفيتين المضاعفتين (B) و(A) تكون كالآتي:

$$DNL(A \downarrow B) = DNL(\neg A \wedge \neg B) =$$
$$\begin{pmatrix} \left(\{1\} \ominus T_{T_A} \odot \{1\} \ominus T_{T_B}, \{1\} \ominus I_{T_A} \odot \{1\} \ominus I_{T_B}, \{1\} \ominus F_{T_A} \odot \{1\} \ominus F_{T_B}\right), \\ \left(\{1\} \ominus T_{I_A} \odot \{1\} \ominus T_{I_B}, \{1\} \ominus I_{I_A} \odot \{1\} \ominus I_{I_B}, \{1\} \ominus F_{I_A} \odot \{1\} \ominus F_{I_B}\right), \\ \left(\{1\} \ominus T_{F_A} \odot \{1\} \ominus T_{F_B}, \{1\} \ominus I_{F_A} \odot \{1\} \ominus I_{F_B}, \{1\} \ominus F_{F_A} \odot \{1\} \ominus F_{F_B}\right) \end{pmatrix}$$

***- ملاحظة:**

تجدر الإشارة هنا إلى أنه عندما وضعنا هذا النسق المنطقي وسمّيناه بـــ: المنطق النيوتروسوفي المضاعف، أرسلنا روابطه المنطقية هذه كمقالة بعنوان: Fuzzy Logic vs. Neutrosophic Logic: Operations Logic، للخبرة والنشر في المجلة الدولية: المجموعات والأنساق النيوتروسوفية Neutrosophic Sets and Systems، رحّب الأستاذ فلورنتن سمارنداكه بالفكرة وقال لنا إن ما تسمونه أنتم المنطق النيوتروسوفي المضاعف، أسميه أنا المنطق النيوتروسوفي الصنف الثاني Neutrosophic Logic of Type-2، وهناك أيضا الصنف الثالث والصنف الرابع والخامس، ...الخ، حتى صنف Type-***n***، وقام الأستاذ فلورنتن سمارنداكه بإضافة تعريف للمنطق النيوتروسوفي الصنف الثاني وصولا حتى الصنف Type-***n*** في خاتمة هذه المقالة [7].

* * *

8- الهدف من المنطق النيوتروسوفي المضاعف:

إنّ الهدف الأساسي من المنطق النيوتروسوفي المضاعف هو أيضا اكتشاف الحقيقة، ذلك أن إضافة الأستاذ فلورنتن سمارنداكه مجالا جديدا إلى المجالين الكلاسيكيين الصدق والكذب، والذي سمّاه بـــ: مجال اللاتحديد، والذي يسمح لنا بمنح كيان معين درجة لا تحديده (أي درجة غموض هذا الكيان)، وهذا بالإضافة إلى درجة صدقه ودرجة كذبه، هو أمر غير كاف، لأنه لمعرفة درجة لا تحديد (غموض) كيان معين لا يكفي منحه درجة غموض في مجال اللاتحديد فقط بالإضافة إلى درجة في الصدق ودرجة في الكذب لأنه قد تكون درجة صدقه فيها غموض (شك)، ودرجة كذبه أيضا فيها غموض (شك) ودرجة لاتحديده أيضا فيها غموض (شك)، لذلك وجب علينا، قياس درجة صدق الصدق ولاتحديد الصدق وكذب الصدق، وقياس أيضا درجة صدق اللاتحديد ولاتحديد اللاتحديد وكذب اللاتحديد، وقياس أيضا درجة صدق الكذب ولاتحديد الكذب وكذب الكذب، وهذا ما يسمح لنا في الأخير بقياس الغموض داخل مجال الصدق وداخل مجال اللاتحديد وداخل مجال الكذب، كل على

حدى، وإزالة أي غموض وشك، ومنح هذا الكيان درجة صدقه ولاتحديده وكذبه بأكثر دقة. وهذا ما يمكن أن نسميه بــ: المنطق النيوتروسوفي المضاعف.

9- خاتمة:

لقد سمحت لنا هذه الدراسة باستخلاص النتائج الآتية:

9-1- في الحقيقة إن مضاعفة المنطق النيوتروسوفي إلى ضعفين أو ثلاثة أو أربعة أو خمسة أو لأي درجة معلومة لها مبرراتها المنطقية هو أمر مقبول منطقيا، لكن مضاعفته لدرجة غير معلومة أو لانهائية هو أمر غير منطقي، لأنّ هذا يتنافى مع مفهوم الدقّة المنطقية وبالتالي يصبح عبثا منطقيا، **مما** يؤدي إلى العدمية، و منه ولتفادي هذا العبث يجب أن نجعل درجة معلومة للصنف Type-n الذي تحدث عنه الأستاذ فلورنتن سمارنداكة، أو يمكن أن نرفعه لأي درجة n نشاء لكن بشرط أن تكون لها أسبابها ومبرراتها المنطقية والغرض منها ولا يجب أن نترك المجال مفتوحا لرفع درجة الأصناف للملانهاية، وذلك للمحافظة على جوهر المنطق و إلا فلن يكون المنطق منطقا Logos، بل سيصبح خرافة Mythos.

9-2- إن حدس النقص وعدم التمام في المنطق هو أساس تطوّره، و أيضا في شتى مجالات الإنسان هو ما يلهمه البحث واكتشاف وابتكار أنساق منطقية وفكرية أخرى، وتحقيق من حين إلى حين نقلة نوعية كيفية في كل مجالاته، أما في المقابل نجد أنّ **حدس الكمال** هو عبارة فقط عن **وهم قوي** لأن «الكمال يؤدي إلى النقص Perfection leads to imperfection »[3]، ولذلك فحدس النقص وعدم التمام حتى فيما أعتقد أنه تام هو أمر موجود في كل عقل سليم وكل فطرة إنسانية سليمة، ولا يمكن ولن يمكن أبدا إنكار حدس النقص وعدم التمام، لأن الإنسان في حد ذاته كائن ناقص غير تام، فهو مصنوع من نقص ويعيش في وسط من النقائص، وهو من يصنع هذه النقائص، وسعيه للتخلص من النقائص يشكّل نقصا. ومنه هل النقص وعدم التمام موجود بالفعل في الواقع أم هو فقط من صنع العقل المنطقي الإنساني العاجز عن إدراك التمام؟ بتعبير آخر هل للنقص وجود أنطولوجي أم وجود إبستيمولوجي؟

10- قائمة المراجع:

[1]- صـــالـــح بـــوزيـــنـــة، **مدخل إلى المنطق الضبابي عند لطفي زاده**، دار عالم الكتب الحديث للنشر والتوزيع ، الأردن ، سنة 2022م.

[2]- صـــالـــح بـــوزيـــنـــة، **الروابط الإبستيمولوجية المساعدة في ظهور المنطق النيوتروسوفي عند فلورنتن سمارنداكه**، مجلة Neutrosophic Knowledge ، العدد (3)، جامعة نيوميكسيكو، الولايات المتحدة الأمريكية ، سنة 2021م.

[3]- فلورنتن سمارنداكه، صلاح عثمان، **الفلسفة العربية من منظور نيوتروسوفي**، منشأة المعارف، جلال حزي وشركاه، الإسكندرية، مصر، الطبعة الأولى، سنة 2007م.

[4]- Florentin Smarandashe , ***Aunifying field in logic : Neutrosophic logic , neutrosophy , neutrosophic set , neutrosophic probability and statistics*** , American research press Rehoboth , fourth edition , 2005.

[5]- Florentin Smarandashe , ***Proceedings of the First International Conference on Neutrosophy , Neutrosophic Logic, Neutrosophic Set , Neutrosophic Probability and Statistics*** , University of New Mexico – Gallup , second printed edition , 1-3 December 2001.

[6]- Florentin Smarandache, ***Definition of Type-2 (and Type-n) Neutrosophic Set***, in Nidus idearum. Scilogs, III: Viva la Neutrosophia!, Section 92, pp. 102-103, Brussels, 2017.

[7]- Salah Bouzina, ***Fuzzy Logic vs. Neutrosophic Logic: Operations Logic***, Neutrosophic Sets and Systems, An International Journal in Information Science and Engineering, Univercity of New Mexico, Vol. 14, 2016.

Neutrosophic Knowledge (**NK**) is an academic journal published quarterly online and on paper, that has been created for publishing in all scientific and literary fields. Papers Published in Arabic, Turkish, English and French.

ISSN (print): 2767-0619, ISSN (online): 2767-0627

The papers should be professional in good Arabic, Turkish, English and French, containing a brief review of a problem and obtained results. All submissions should be designed in MS Word format using our template file:

http://fs.unm.edu/NK/

Send research papers to the (NK) journal's email or mail the file to the Editor-in-Chief. To order printed issues, contact the Editor-in Chief. This journal is non-commercial, academic edition. It is printed from private donations.The neutrosophics website at UNM is: http://fs.unm.edu/neutrosophy.htm

The home page of the journal is accessed on:

http://fs.unm.edu/NK/

E-mail: neutrosophic.knowledge@gmail.com

Editors in Chief