



Article

التوزيع الثنائي النيتروسوفي المحسن

*Refined Neutrosophic Binomial Distribution*Ahmed Hatip¹, Jamal Abdul Salam Althaljah²¹ Department of Mathematics, Gaziantep University, Turkey; ahmedhatip@gantep.edu.tr² Faculty of Science, Department of Mathematics, Aleppo University in liberated areas, Syria; gmal.math2007@gmail.com* Correspondence: ahmedhatip@gantep.edu.tr

Received: 10 24, 2025; Accepted: 12 10, 2025.

المخلص:

نقدم لأول مرة مقارنة شاملة بين التوزيع الثنائي الكلاسيكي، والتوزيع الثنائي النيتروسوفي، والتوزيع الثنائي النيتروسوفي المحسن يُعدّ نموذجًا بالغ القوة في تحليل الظواهر تحت ظروف عدم يقين متعددة المصدر، إذ يُمثّل أداة إحصائية متقدمة تُنح تحليل العمليات العشوائية ذات المخرجات الثنائية في سياقات يكون فيها عدم اليقين السمة المهيمنة.

الكلمات المفتاحية:

التوزيع النيتروسوفي الثنائي المحسن، عدم اليقين المحسن، الأعداد النيتروسوفية المحسنة.

1. مقدمة:

ندرك أهمية التوزيعات الاحتمالية في علم الإحصاء والاحتمالات وفي تطبيقاتها العملية التي تُمكن من الوصول إلى نتائج يمكن الاستناد إليها في اتخاذ القرارات واقتراح الحلول للمشكلات المعاصرة. ونظرًا لتعدد صور عدم اليقين الناشئة عن المتغيرات المحيطة بالتجارب والقضايا الحديثة – مثل تعدد مصادر البيانات واختلاف دقة الأجهزة المستخدمة في تحليلها – أصبح من الضروري البحث عن منهج رياضي أكثر واقعية للتعامل مع عدم اليقين المكرر الناتج عن مصادر متعددة. وقد تبين لنا أن المنطق النيتروسوفي المحسن وصيغته يوفران إطارًا أمثلًا للتعبير عن عدم اليقين متعدد المصادر، بما يتيح نتائج أكثر دقة ورؤية أوضح للمشكلة قيد الدراسة، وقد قدم أحمد خطيب، تعميم للايزومتريّة النيتروسوفية AH إلى نظام الأعداد النيتروسوفية المحسنة، وكيفية التعامل مع العديد من الأسطح الهندسية النيتروسوفية المحسنة [9]، وقد تم توسيع تعريف المتغيرات العشوائية النيتروسوفية إلى المتغيرات العشوائية النيتروسوفية المحسنة، وتقديم مفاهيم جديدة لتوزيع الاحتمالات النيتروسوفية المحسنة والتباين النيتروسوفي المحسن والانحراف المعياري النيتروسوفي المحسن والربيعات النيتروسوفية المحسنة [9]، وقد قُدمت دراسة في بناء البنى الجبرية النيتروسوفية المحسنة [11]، وقدم العديد من الباحثين الحلقات النيتروسوفية المحسنة والحلقات الفرعية النيتروسوفية الحسنة، وخصائصها الأساسية [12-13]، وتُسهم هذه الدراسة في تقديم مقارنة بين التوزيع الثنائي الكلاسيكي والتوزيع الثنائي النيتروسوفي والتوزيع

الثنائي النيتروسوفكي المحسن، مع تطبيق عملي لبيان أهمية تطبيق الأعداد النيتروسوفكية المحسنة في حالات عدم اليقين متعدد المصادر.

2. الأساسيات:

تعريف 1.2: [12] النيتروسوفك (*Neutrosophic*): هي نظرية طورها العالم فلورنتين سمارانداكه لتمثيل البيانات التي تحمل الغموض وعدم اليقين، تمثل كل قيمة نيتروسوفكية بثلاثة مكونات مستقلة:

- T (Truth): درجة الصحة أو الانتماء.
- I (Indeterminacy): درجة الغموض أو عدم اليقين.
- F (Falsity): درجة الخطأ أو عدم الانتماء.

في النيتروسوفك المحسن، تُعرّف بأنّ هذه الدرجات نفسها يمكن أن تكون غير مؤكدة، من المرتبة الثانية تعني أنّ لدينا مستوى إضافياً من عدم اليقين يحيط بقيم T, I, F الأساسية.

أي أن العدد النيتروسوفكي المحسن لا يمثل بـ (T, I, F) بسيطة، بل يمثل مجموعة من هذه الثلاثيات، أو بفواصل زمنية لها، تعبر عن القيم "الممكنة" لـ F و I و T .

$$\text{حيث أن: } 0 \leq T, I, F \leq 1 \text{ وتحقق العلاقة: } 0 \leq T + I + F \leq 3$$

أي يمكن تقسيم كل مكون من هذه المكونات إلى جزأين أكثر دقة، فبدلاً من درجة واحدة لعدم اليقين، قد يكون لدينا نوعان منه.

وتكون الصيغة الرياضية للعدد النيتروسوفكي المحسن:

$$((T_1, T_2), (I_1, I_2), (F_1, F_2))$$

حيث أن:

☒ T_1, T_2 : نوعان مختلفان من الصحة (مثلاً: صحة بناءً على دليل مباشر، وصحة بناءً على استدلال).

☒ I_1, I_2 : نوعان مختلفان من عدم اليقين (مثلاً: عدم يقين بسبب نقص المعلومات، وعدم يقين بسبب تناقض المعلومات).

☒ F_1, F_2 : نوعان مختلفان من الخطأ (مثلاً: خطأ مباشر، وخطأ محتمل).

تعريف 2.2: [9] العدد الحقيقي النيتروسوفكي المحسن: يُعرف العدد الحقيقي النيتروسوفكي المحسن

بالشكل $a_0 + a_1 I_1 + a_2 I_2$ حيث أن $a_0, a_1, a_2 \in R$ ويمكن كتابته بالشكل المكافئ $(a_0, a_1 I_1, a_2 I_2)$ وتحقق:

$$I_1 \cdot I_1 = I_1, \quad I_2 \cdot I_2 = I_2, \quad I_1 \cdot I_2 = I_2 I_1 = I_1$$

أي أنه في النهج النيتروسوفكي المحسن، يمكن تقسيم كل مركبة من مركبات العدد النيتروسوفكي الكلاسيكي إلى مركبتين، ويمكن كتابة العدد النيتروسوفكي المحسن بالشكل التالي أيضاً:

$$\{(T_1, I_1, F_1), (T_2, I_2, F_2)\}$$

مثال توضيحي 3.2:

في هذا المثال نوضح الفرق بين النهج الاحتمالي الكلاسيكي والنيتروسوفكي البسيط والنيتروسوفكي المحسن، لنفترض أننا نقيم احتمالية نجاح تجربة ما.

- النهج الكلاسيكي: الاحتمال = 0.7
- النهج النيتروسوفيكي العادي الذي يكون فيه عدم اليقين من مصدر واحد يُمثل بـ $(T = 0.7, I = 0.2, F = 0.3)$ ، أي أننا متأكدون بنسبة 70%، وغير متأكدين بنسبة 20%، ونعتقد بالخطأ بنسبة 30%.
- النهج النيتروسوفيكي المحسن: لنفترض أننا غير متأكدين حتى من درجات T, I, F نفسها، وذلك بسبب تعدد مصادر عدم اليقين، وقد نمثلها كالتالي:
 - T يمكن أن تكون 0.6 أو 0.7 أو 0.8.
 - I يمكن أن تكون 0.1 أو 0.2.
 - F يمكن أن تكون 0.2 أو 0.3.

هذا التمثيل يعكس شكوكًا أعمق في نموذج عدم اليقين نفسه، مما يتيح إعطاء فرصة أوسع للحصول على نتائج أكثر واقعية للمشكلة المدروسة.

3. التوزيع الثنائي الكلاسيكي (Binomial Distribution) :

التوزيع الثنائي يصف عدد مرات النجاح k في n محاولة مستقلة، حيث احتمال النجاح في كل محاولة هو p ثابت. دالة الكتلة الاحتمالية:

$$P(X = k) = C(n, k) \cdot P^k \cdot (1 - p)^{(n-k)}$$

حيث $C(n, k)$ هو المعامل الثنائي.

المشكلة هنا أن p قيمة واحدة وحيدة، مما لا يناسب حالات عدم اليقين المعقدة.

4. التوزيع الثنائي النيتروسوفيكي الكلاسيكي (Neutrosophic Binomial Distribution) :

هو توزيع ثنائي كلاسيكي تم تمديده نيتروسوفيكياً من قبل فلورنتين سمارانداكه، والذي يعني أنه يوجد بعض اللاتحديد المتعلق بالتجربة الاحتمالية.

حيث هناك العديد من ظواهر الحياة تكون النتيجة الممكنة لها إما نجاحاً (S) أو فشلاً (F) أو اللاتحديد (I). عند تكرار التجربة عدد ثابت من المرات فإننا نحصل في كل مرة على نجاح أو فشل أو لا تحديد (نتيجة كل محاولة مستقلة عن نتيجة المحاولة الأخرى) وفرصة الحصول على (S) أو (F) أو (I) متساوية.

نعرف المتغير العشوائي النيتروسوفيكي X الذي يمثل عدد مرات الحصول على النجاح عند إجراء

$(n \geq 1)$ تجربة.

التوزيع الاحتمالي النيتروسوفيكي لـ X يدعى التوزيع الاحتمالي الثنائي النيتروسوفيكي، وننوه إلى مايلي:

- 1- من المهم أن يكون في التجارب (n تجربة) التي نقوم بها نوع واحد من اللاتحديد.
 - 2- الحصول على نتيجة في كل تجربة نقوم بها من التجارب n التي لدينا تعني الحصول على لاتحديد لكامل مجموعة التجارب n .
 - 3- الحصول على اللاتحديد (I) كنتيجة من أي تجربة لاتعني لاتحديد لكامل مجموعة التجارب n .
- لكن قد نحصل على لا تحديد في بعض التجارب والتحديد (النجاح أو الفشل) في تجارب أخرى وهنا تنشأ المسألة التي نحتاج لحلها.

من أجل ذلك سنعرف ما يلي:

Th : وهي عدد التجارب التي نتيجتها غير محددة (لاتحديد) مع $th \in (0,1,2, \dots, n)$ حيث n عدد التجارب.

$P(S)$: هو احتمال الحصول على نتيجة نجاح في تجربة معينة.

$P(F)$: هو احتمال الحصول على نتيجة فشل في تجربة معينة.

$P(I)$: هو احتمال الحصول على نتيجة لاتحديد في تجربة معينة.

بالتالي يكون لدينا احتمال النيتروسوفيك للمتغير العشوائي الثنائي النيتروسوفيك X الذي يمثل عدد مرات الحصول على نتيجة النجاح في n تجربة بالشكل:

$$NP(X) = (T_X, I_X, F_X) \dots \dots (1.4)$$

حيث يكون:

$$\begin{aligned} T_X &= \binom{n}{x} (p(s))^x \sum_{k=0}^{th} \binom{n-k}{k} (p(I))^k (P(F))^{n-x-k} \\ &= \frac{n!}{x!(n-x)!} (p(s))^x \sum_{k=0}^{th} \frac{(n-x)!}{k!(n-x-k)!} (p(I))^k (P(F))^{n-x-k} \\ &= \frac{n!}{x!} (p(s))^x \sum_{k=0}^{th} \frac{(p(I))^k (P(F))^{n-x-k}}{k!(n-x-k)!} \dots \dots \dots (2.4) \end{aligned}$$

وبشكل مشابه:

$$F_X = \sum_{y=0}^n T_y = \sum_{y \neq x}^n \frac{n!}{y!} (p(s))^y \frac{(p(I))^k (P(F))^{n-y-k}}{k!(n-y-k)!} \dots \dots (3.4)$$

والآن نجد أن:

$$\begin{aligned} I_X &= \sum_{z=th+1}^n \binom{n}{z} (p(I))^z \left(\sum_{k=0}^{n-z} \binom{n-z}{k} (p(s))^k (P(F))^{n-z-k} \right) \\ &= \sum_{z=th+1}^n \frac{n!}{z!(n-z)!} (p(I))^z \left(\sum_{k=0}^{n-z} \frac{(n-z)!}{k!(n-z-k)!} (p(s))^k (P(F))^{n-z-k} \right) \\ &= \sum_{z=th+1}^n \frac{n!}{z!} (p(I))^z \left(\sum_{k=0}^{n-z} \frac{(p(s))^k (P(F))^{n-z-k}}{k!(n-z-k)!} \right) \dots \dots (4.4) \end{aligned}$$

حيث أن:

T_X : احتمال النجاح x .

F_X : احتمال الفشل.

I_X : احتمال اللاتحديد z .

عدد مرات الفشل واللاتحديد: $(n-x), (n-y)$.

5. ملاحظة:

$$T_X + I_X + F_X = (p(x) + p(I) + p(F))^n \dots \dots (5.4) \quad \text{لدينا:}$$

- في أغلب التصنيفات يكون: $p(x) + p(I) + p(F) = 1$ وفي هذه الحالة ندعو الاحتمال بالاحتمال التام.

- وفي الحالة: $0 \leq p(S) + p(I) + p(F) < 1$ ندعو الاحتمال بالاحتمال غير التام (حيث يوجد تناقض بالمعلومات).

- وفي حالة: $1 < p(S) + p(I) + p(F) \leq 3$ ندعو الاحتمال بالاحتمال غير التوافقي (حيث يوجد معلومات متناقضة)، كما في المثال (6).

6. مثال:

في متجر لبيع الساعات هناك احتمال بأن 80% من الساعات المباعة لها شاشة عرض رقمية و 10% من الساعات المباعة لها شاشة عرض تناظرية لكن هناك عدد من الساعات المباعة لا يعلم صاحب المتجر نوعها، سأل عنها، لكنه استطاع فقط أن يقدر نسبة الساعات المباعة غير المعروف نوعها بـ 20% من الساعات المباعة. ما احتمال أن تكون أول ساعتين من بين الساعات الخمس التي ستباع لاحقاً لها شاشة عرض تناظرية بفرض أن $(Th = 2)$.

الحل:

نفرض أن x متغير عشوائي نيتروسوفكي يمثل عدد الساعات التي لها شاشة عرض تناظرية من بين الساعات الخمس التي ستباع لاحقاً. ولدينا من الفرض:

$$p(S) = p(\text{ساعة مباعة ذات شاشة عرض تناظرية}) = 0.1$$

$$p(F) = p(\text{ساعة مباعة ذات شاشة عرض رقمية}) = 0.8$$

$$p(I) = p(\text{ساعة مباعة غير محددة}) = 0.2$$

نلاحظ من الفرضيات أننا أمام احتمال غير توافقي وذلك بسبب تضارب المعلومات التي تأتي حول عدد الساعات المباعة من المدير ومساعدته ويقدر كل منهما عدد الساعات بشكل مستقل عن الآخر فنلاحظ أن:

$$p(S) + p(I) + p(F) = 0.1 + 0.2 + 0.8 = 1.1 > 1$$

من الفرضيات نجد أن X يتوزع وفق التوزيع الثنائي النيتروسوفكي احتماله:

$$NP(x) = (T_x, I_x, F_x)$$

$$T_x = \frac{n!}{x!} (p(S))^x \sum_{k=0}^{th} \frac{(p(I))^k (p(F))^{n-x-k}}{k!(n-x-k)!} = \frac{5!}{x!} (0.1)^x \sum_{k=0}^2 \frac{(0.2)^k (0.8)^{5-x-k}}{k!(5-x-k)!}$$

بحيث أن $x = 0, 1, 2, 3, 4, 5$.

لنسحب احتمال أن تكون أول ساعتين من الساعات الخمس التي ستباع لاحقاً لها شاشة عرض تناظرية

$$NP(X = 2) = (T_2, I_2, F_2)$$

حيث أن: (T_2, I_2, F_2) تُمثل درجات الصحة وعدم اليقين والخطأ لمبيع أول ساعتين من أصل خمس ساعات.

$$T_2 = \frac{5!}{2!} (0.1)^2 \sum_{k=0}^2 \frac{(0.2)^k (0.8)^{5-2-k}}{k!(5-2-k)!}$$

$$= \frac{5!}{2!} (0.1)^2 \left[\frac{(0.2)^0 (0.8)^3}{0!3!} + \frac{(0.2)(0.8)^2}{1!2!} + \frac{(0.2)^2 (0.8)}{2!1!} \right] = 0.0992$$

$$I_2 = \sum_{z=th+1}^n \frac{n!}{z!} (p(I))^z \left(\sum_{k=0}^{n-z} \frac{(p(S))^k (p(F))^{n-z-k}}{k!(n-z-k)!} \right)$$

$$\begin{aligned}
 &= \sum_{z=3}^5 \frac{5!}{z!} (0.2)^z \left(\sum_{k=0}^{5-z} \frac{(0.1)^k (0.8)^{5-z-k}}{k!(5-z-k)!} \right) \\
 &= \frac{5!}{3!} (0.2)^3 \left(\sum_{k=0}^2 \frac{(0.1)^k (0.8)^{2-k}}{k!(2-k)!} \right) + \frac{5!}{4!} (0.2)^4 \left(\sum_{k=0}^1 \frac{(0.1)^k (0.8)^{1-k}}{k!(1-k)!} \right) \\
 &+ \frac{5!}{5!} (0.2)^5 \left(\sum_{k=0}^0 \frac{(0.1)^k (0.8)^{-k}}{k!(-k)!} \right) = 20(0.2)^3 \left[\frac{(0.1)^0 (0.8)^2}{0!2!} + \frac{(0.1)(0.8)}{1!1!} + \frac{(0.1)^2 (0.8)^0}{2!0!} \right] + \\
 &5(0.2)^4 \left[\frac{(0.1)^0 (0.8)^1}{0!1!} + \frac{(0.1)(0.8)^0}{1!0!} \right] + (0.2)^5 \left[\frac{(0.1)^0 (0.8)^0}{0!0!} \right] = 0.07232
 \end{aligned}$$

نستطيع حساب F_2 بطريقة أسهل من استخدام صيغته في العلاقة (3.4) من خلال الاستقادة من العلاقة (5.4):

$$\begin{aligned}
 F_2 &= (P(S) + P(I) + P(F))^2 - T_2 - I_2 = (0.1 + 0.2 + 0.8)^2 - 0.0992 - 0.07232 \\
 &= 0.43899
 \end{aligned}$$

وبالتالي يكون:

$$NP(X = 2) = (0.0992, 0.07232, 0.43899).$$

7. التوزيع الثنائي النيتروسوفي المحسن (*Refined Neutrosophic Binomial Distribution*) :

لدمج التوزيع الثنائي مع الأعداد النيتروسوفكية المحسنة، لا بدّ من أن تتضمن التجارب (ذات العدد n) نوعين من اللاتحديد. تقوم الفكرة على استبدال الاحتمال الثابت P بعدد نيتروسوفي محسن من المرتبة الثانية، نرسم له بـ NP_2 .

$$NP_2 = \{ (T_i, I_i, F_i) \} \text{ أو } NP_2 = ([T_L, T_U], [I_L, I_U], [F_L, F_U])$$

حيث تمثل $[T_L, T_U]$ ، على سبيل المثال، الحد الأدنى والأعلى الممكنة لقيمة الحقيقة.

عندما نستخدم NP_2 في التوزيع الثنائي، نحصل على توزيع ثنائي نيتروسوفي محسن.

(1) المتغير العشوائي: لنفترض أن \tilde{V} هو المتغير العشوائي الذي يمثل عدد "النجاحات" في n محاولة، حيث كل محاولة لها نتيجة نيتروسوفكية مكررة.

(2) دالة الاحتمال النيتروسوفي المحسن: بدلاً من الحصول على احتمال واحد $P(X = k)$ ، نحصل على مجموعة من القيم النيتروسوفكية لكل k . يتم حسابها من خلال تعميم الصيغة الثنائية.

إذا كان NP_2 ممثلاً بعدد m من الثلاثيات (T, I, F) المحتملة، فإن دالة الاحتمال الثنائي النيتروسوفي للقيمة k تُعطى بالصيغة التالية:

$$NP_2(\tilde{V} = k) = \{ (C(n, k)(T_i)^k (F_i)^{n-k}, C(n, k)(I_i)^k (1 - I_i)^{n-k}, C(n, k)(F_i)^k (T_i)^{n-k}) \}$$

لجميع القيم الممكنة لـ i .

$$0 \leq T_i + I_i + F_i \leq 1 \text{ و } 0 \leq T_i, F_i, I_i \leq 1$$

تفسير المكونات:

- مكون الحقيقة (*Truth*):

$$C(n, k)(T_i)^k (F_i)^{n-k}$$

يعتمد على درجات الحقيقة للنجاح (T_i) ودرجات الخطأ للفشل (F_i) . يعبر عن مدى "صحة" أو "إمكانية" حدوث k نجاح.

- مكون الغموض (*Indeterminacy*):

$$C(n, k)(I_i)^k (1 - I_i)^{n-k}$$

يعتمد على درجات الغموض في كل محاولة، ويعبر عن مدى "عدم التأكد" من حدوث k نجاح بالضبط.
 • مكون الخطأ ($Falsity$):

$$C(n, k) (F_i)^k (T_i)^{n-k}$$

يعتمد على درجات الخطأ للنجاح (F_i) ودرجات الحقيقة للفشل (T_i). يعبر عن مدى "خطأ" أو "استحالة" حدوث k نجاح.

(3) النتيجة: بدلاً من الحصول على منحنى توزيع واحد، نحصل على "غيمة" أو "حزمة" من المنحنيات التوزيعية، كل منها مرتبط بثلاثية (T_i, I_i, F_i) محتملة لـ NP_2 . هذا يعطينا تمثيلاً غنياً ومتعدد الأبعاد لعدم اليقين.

8. مثال تطبيقي:

لدى قيام طبيب بتقييم فعالية دواء جديد، لديه شكوك كبيرة حول فعالية الدواء، فهو يعتقد أن:

- نسبة الشفاء (T) قد تكون 0.6 أو 0.7.
- غير متأكد من تشخيصه (I) بدرجة 0.2 أو 0.3.
- يخشى أن يكون الدواء غير فعال (F) بنسبة 0.1 أو 0.2.

أي أن NP_2 له حالتان فقط حسب حالات الشك الموجودة لدى الطبيب:

$$\diamond \text{ الحالة الأولى: } (T_1 = 0.7, I_1 = 0.3, F_1 = 0.2)$$

$$\diamond \text{ الحالة الثانية: } (T_2 = 0.6, I_2 = 0.2, F_2 = 0.1)$$

نريد معرفة احتمالية شفاء (3) مرضى بالضبط من أصل (5) أي أن $(n=5, k=3)$.
 الحساب لكل حالة:

الحالة الأولى:

$$(T_1 = 0.7, I_1 = 0.3, F_1 = 0.2)$$

- $T_{1_3} = C(5,3) \times (0.7)^3 \times (0.2)^2 = 10 \times 0.343 \times 0.04 \approx 0.1372$
- $I_{1_3} = C(5,3) \times (0.3)^3 \times (0.7)^2 = 10 \times 0.027 \times 0.49 \approx 0.1323$
- $F_{1_3} = C(5,3) \times (0.2)^3 \times (0.7)^2 = 10 \times 0.008 \times 0.49 \approx 0.0392$

الحالة الثانية:

$$(T_2 = 0.6, I_2 = 0.2, F_2 = 0.1)$$

- $T_{2_3} = C(5,3) \times (0.6)^3 \times (0.1)^2 = 10 \times 0.216 \times 0.01 \approx 0.0216$
- $I_{2_3} = C(5,3) \times (0.2)^3 \times (0.8)^2 = 10 \times 0.008 \times 0.64 \approx 0.0512$
- $F_{2_3} = C(5,3) \times (0.1)^3 \times (0.6)^2 = 10 \times 0.001 \times 0.36 \approx 0.0036$

بعد الحسابات السابقة نحصل على النتيجة النيتروسوفكية المحسنة لـ $NP_2(\tilde{V} = 3)$ يمكن تمثيلها بالمجموعة: $\{(0.137, 0.132, 0.039), (0.022, 0.051, 0.004)\}$.

التفسير:

هذا يعني أنه بالنسبة لـ 3 نجاحات:

- إحدى التقديرات (بناءً على الحالة الأولى) تشير إلى إمكانية عالية للصحة (0.137) ودرجة عالية من الغموض (0.132).

- التقدير الآخر (بناءً على الحالة الثانية) يشير إلى إمكانية أقل للصحة (0.022) ودرجة أقل من الغموض (0.051).
- مكون الخطأ منخفض في كلا الحالتين.

بدلاً من رقم واحد مثل 0.132 (كما في التوزيع الثنائي العادي)، حصلنا على نطاق من الإمكانيات يعكس الشكوك الأساسية في النموذج نفسه.

9. الاستنتاجات:

1. النموذج النيتروسوفكي المحسن قوي للغاية لتحليل الظواهر في ظل ظروف عدم يقين عميقة، حيث تكون المعلمات الإحصائية التقليدية (مثل الاحتمال p) غير معروفة بدقة أو غامضة بطبيعتها.
2. استخدام التوزيع الثنائي النيتروسوفكي المحسن في اتخاذ القرارات المعقدة في التمويل (تقييم مخاطر الاستثمارات الغامضة)، والطب (تشخيص الأمراض ذات الأعراض المتداخلة).
3. التحليل الإحصائي النيتروسوفكي المحسن للبيانات النوعية مثل تحليل استبيانات الرأي حيث تكون الإجابات "موافق بشروط" أو "غير متأكد".
4. فعالية استخدام التوزيع النيتروسوفكي المحسن في مراقبة الجودة في البيئات غير المؤكدة عندما تكون معايير "الناجح/الفاشل" نفسها غير واضحة المعالم.
5. من التحديات في استخدام البيانات النيتروسوفكية، التعقيد الحسابي، حيث يزداد عدد الحسابات بشكل كبير مع زيادة عدد القيم الممكنة في NP ، وذلك عند تعدد مصادر عدم التحديد لأكثر من مصدرين.
باختصار، يُعدّ التوزيع الثنائي النيتروسوفكي المحسن أداة إحصائية متقدمة تمكّننا من تمثيل وتحليل العمليات العشوائية ذات المخرجات الثنائية في بيئات يكون فيها عدم اليقين هو القاعدة لا الاستثناء.

10. المراجع:

- 1) Smarandache, F. (2022). Neutrosophic Statistics is an extension of Interval Statistics, while Plithogenic Statistics is the most general form of statistics (second version). International Journal of Neutrosophic Science, 2(1), 148–165. <https://doi.org/10.54216/IJNS.190111>.
- 2) Smarandache, F. (2013). n-Valued Refined Neutrosophic Logic and Its Applications in Physics. Progress in Physics, Vol. 4, pp. 143-146.
- 3) Smarandache, F. (2013). Refined Neutrosophic Logic and Set Theory. In: Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 1, pp. 20-27.
- 4) Smarandache, F. (2015). Symbolic Neutrosophic Theory. Europanova asbl, Brussels.
- 5) Khalil, M., & Hassan, N. (2019). Refined Neutrosophic Set and Its Applications in Medical Diagnosis. In: Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 28, pp. 84-90.
- 6) Pramanik, S., & Roy, R. (2020). Multi-criteria group decision making based on refined Neutrosophic sets. In: Soft Computing, Vol. 24, pp. 14299-14312.

- 7) Alkhazaleh, S. (2021). Refined Neutrosophic Sets and Their Applications in Decision Making. *International Journal of Neutrosophic Science*, Vol. 15, pp. 86-95.
- 8) Hatip, Ahmed. (2024). AN ALGEBRAIC APPROACH FOR REFINED NEUTROSOPHIC RANDOM VARIABLES, *Estuscience – Se*, 25 [3] pp. 331-340.
- 9) Celik M, Hatip A. (2022). On the Refined AH-Isometry and Its Applications in Refined Neutrosophic Surfaces. *Galoitica Journal of Mathematical Structures and Applications*; 02(01): 21-28. Doi : <https://doi.org/10.54216/GJMSA.020103>
- 10) Hatip, Ahmed. (2024). AN ALGEBRAIC APPROACH FOR REFINED NEUTROSOPHIC RANDOM VARIABLES, *Estuscience – Se*, 25 [3] pp. 331-340.
- 11) Agboola AAA. (2015). On Refined Neutrosophic Algebraic Structures. *Neutrosophic Sets and Systems*. 10: 99-101.
- 12) Adeleke EO, Agboola AAA, Smarandache F. (2020). Refined Neutrosophic Rings I. *International Journal of Neutrosophic Science*. 02(3): 77-81.
- 13) Adeleke EO, Agboola AAA, Smarandache F. (2020) Refined Neutrosophic Rings II. *International Journal of Neutrosophic Science*. 02(3): 89-94.