

Formation doctorale MITI

Laboratoire de Traitement de l'Information
Journée d'exposés des travaux de recherche





UNIVERSITÉ HASSAN II DE CASABLANCA
FACULTÉ DES SCIENCES BEN M'SIK

Titre de la Thèse :

**Etude et Application des théories des graphes
neutrosophiques aux réseaux informatiques
(cas routage)**

- NOM Prénom du doctorant : **Broumi Said**
- Nom Prénom de l'Encadrant : **Talea Mohamed**
- Co-encadrants: **Bakali Assia, Florentin Smarandache**
- Année d'Inscription : **2015-2016.**



- **Résumé** : Cette thèse se situe dans le domaine de « soft computing ». Elle a pour objet de développer une nouvelle version de la théorie des graphes basée sur les ensembles neutrosophiques (EN). Cette théorie se nomme théorie des graphes neutrosophiques, en anglais **neutrosophic graphs**, palliant certaines lacunes des méthodes existantes. La nouvelle théorie est totalement différente de celle définie par Smarandache et Vandasamy dans leur ouvrage. Les arcs et les sommets sont affectés par **une valeur neutrosophique (T, I, F)**. La théorie des graphes neutrosophiques est une généralisation de la théorie des graphes flous et flous intuitionnistes. Puis, nous décrirons différents types de graphes neutrosophiques et caractéristiques associées en insistant sur les graphes orientés et non orientés. Enfin, nous proposons quelques algorithmes qui permettent de calculer des plus courts chemins entre toutes les paires de sommets dans un réseau modéliser par un graphe neutrosophique dont les poids ont des valeurs neutrosophiques.
- **Mots Clés** : **Ensembles neutrosophiques, graphes neutrosophiques, graphes neutrosophique de type intervalle, graphes neutrosophique bipolaire, le problème du chemin le plus court.**



Objectifs

- Comment peut on appliquer la théorie des ensembles neutrosophique à la théorie des graphes?
- Développer des algorithmes qui permettent de calculer le plus court chemin dans un réseau modélisé par un graphe neutrosophique.
- Développer un package sous Matlab pour manipuler les matrices neutrosophiques associées aux graphes neutrosophiques

- Un graphe est un ensemble de points, sommets ou nœuds, dont certaines paires sont reliées par des liaisons, arrêtes ou arcs, selon le type de graphe orienté ou non orienté. Les graphes sont des objets mathématiques formels pour lesquels de nombreuses propriétés ont été caractérisées. Ainsi, plusieurs généralisations de la théorie des graphes ont été proposées dans la littérature et qui permettent de modéliser une grande variété de problèmes en se ramenant à l'étude de sommets et d'arcs.

LOGIQUES:

Logique classique

- La logique classique binaire manipule seulement les valeurs 0 et 1.
- La logique classique binaire est basée sur l'ensemble classique.

Logique floue

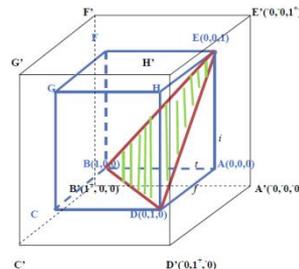
- L'idée de base de la logique floue est de définir la valeur de vérité (T) d'une affirmation par un nombre qui varie entre 0 et 1 progressivement, contrairement à la logique classique binaire qui manipule seulement les valeurs 0 et 1.
- La théorie des sous-ensembles flous utilisés par la LF est différente de la théorie classique et binaire des ensembles.

Logique floue intuitionniste

- L'idée de base de la logique floue intuitionniste est de caractériser chaque affirmation logique dans un espace en 2D, où chaque dimension de l'espace représente, respectivement, la vérité (T) et le faux (F) de l'affirmation en considération, où T, F sont les sous-ensembles réels.

Logique neutrosophique

- L'idée principale de l'NL est de caractériser chaque affirmation logique dans un espace Neutrosophique en 3D, où chaque dimension de l'espace représente, respectivement, la vérité (T), le faux (F) et l'indétermination (I) de l'affirmation en considération, où T, I, F sont les sous-ensembles réels standards ou non-standards de $]0, 1+[$. T, I, F sont des composants indépendants.



LOGIQUES:

Logique floue

- Ensemble de principes mathématiques pour la représentation et la manipulation des connaissances en se basant sur des degrés d'appartenance $T(x)$ compris dans $[0,1]$
- Cette logique est fondée sur la **théorie des ensembles flous** inventée par Lotfi Zadeh (1965).

Logique floue Intuitionniste

- Ensemble de principes mathématiques pour la représentation et la manipulation des connaissances en se basant sur des degrés d'appartenance $T(x)$ et de non-appartenance $F(x)$ compris dans $[0,1]$
- Cette logique est fondée sur la **théorie des ensembles flous intuitionniste** inventée par K.Atanassov (1986).

Logique neutrosophic

- Ensemble de principes mathématiques pour la représentation et la manipulation des connaissances en se basant sur des degrés d'appartenance $T(x)$, d'indetermination $I(x)$, et de non-appartenance $F(x)$ compris dans $[0,1]$
- Cette logique est fondée sur la **théorie des ensembles neutrosophiques** inventée par F.Smarandache (1998).

LE CONCEPT DE SOUS- ENSEMBLE FLOU A ÉTÉ INTRODUIT PAR L. ZADEH [**] COMME UNE GÉNÉRALISATION DE LA NOTION DE L'ENSEMBLE CLASSIQUE.

Ensembles flous (EF)

Soit X un ensemble de référence, un sous ensemble flou A (EF) de X est l'ensemble des tuplets

$$A = \{ \langle x, T_A(x) \rangle : x \in X \}$$

Avec $T_A(x)$ une des application de X dans $[0, 1]$ c.à.d $T_A(x) \in [0,1]$
 $T_A(x)$ Représente le degré d'appartenance de x à A

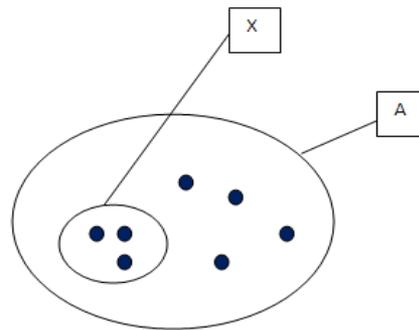


Figure –Ensemble de référence X avec un sous ensemble A

Le concept de sous- ensemble flou intuitioniste a été introduit par K. T. Atanassov [*] comme une généralisation de la notion de l'ensemble flou.

Ensembles Flous Intuitioniste(EFI)

Soit X un ensemble de référence, un sous ensemble flou intuitioniste A (EFI) de X est l'ensemble des tuple

$$A = \{ \langle x, T_A(x), F_A(x) \rangle : x \in X \}$$



Avec $T_A(x)$ et $F_A(x)$ sont des application de X dans $[0, 1]$ vérifier la condition:

$$0 \leq T_A(x) + F_A(x) \leq 1$$

$T_A(x)$ Représente le degré d'appartenance de x à A
 $F_A(x)$ Représente le degré de no-appartenance de x à A

LE CONCEPT DE SOUS- ENSEMBLE NEUTROSOPHIQUE A ÉTÉ INTRODUIT PAR F. SMARANDACHE[***]
 COMME UNE GÉNÉRALISATION DE LA NOTION DE L'ENSEMBLE FLOU (EF) ET L'ENSEMBLE FLOUE
 INTUITIONISTE (EFI).

Ensembles Neutrosophique (EN)

Soit X un ensemble de référence, un sous ensemble neutrosophique A (EN) de X est l'ensemble des tuple

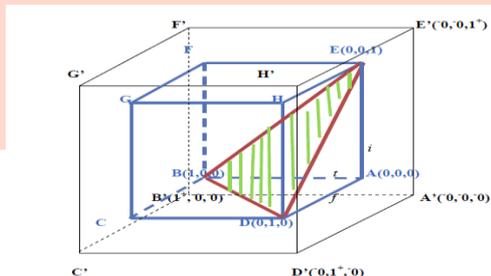
$$A = \{ \langle x, T_A(x), I_A(x), F_A(x) \rangle : x \in X \}$$



Avec $T_A(x), I_A(x)$ et $F_A(x)$ sont des application de X dans $[0, 1]$
 vérifier la condition:

$$0 \leq T_A(x) + I_A(x) + F_A(x) \leq 3$$

- $T_A(x)$ Représente le degré d'appartenance de x à A
- $I_A(x)$ Représente le degré d'indtermination de x à A
- $F_A(x)$ Représente le degré de no-appartenance de x à A



1) Soit E l'ensemble de tous les pays dont les gouvernements sont élus.

Supposons qu'on connait pour tous pays $x \in X$, le pourcentage des électeurs qui ont voté pour le gouvernement correspondant, on la note par $M(x)$ et soit $\mu(x) = \frac{M(x)}{100}$ (le degré d'appartenance) et soit $v(x)$; cette valeur correspond à la partie des électeurs qui n'ont pas voté pour le gouvernement, par la théorie des ensembles flous seulement, nous ne pouvons pas considérer cette valeur dans plus de détails, cependant si on définit $v(x)$ (le degré de non appartenance) comme la valeur des voix accordées aux partis ou les personnes extérieures au gouvernement, alors nous pouvons montrer la partie de l'électorat qui n'ont pas voté du tout ou ceux qui ont donné mauvaise vote-papier et la valeur correspondante sera $\pi_A(x) = 1 - \mu(x) - v(x)$ (le degré d'indétermination).



L'INDTÉRMINATION(I)



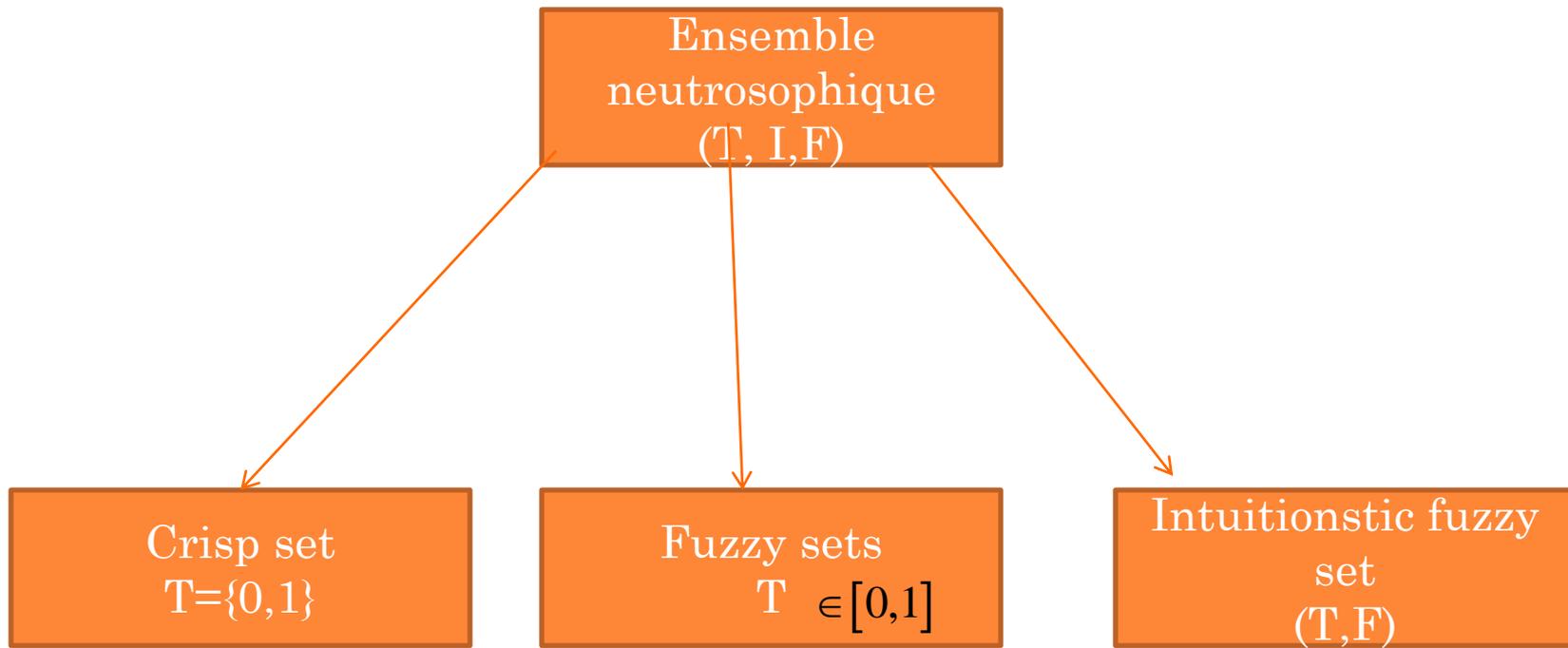
$$(T, I, F) = (0, 1, 0)$$

LET'S FLIP THE COIN ON THE SURFACE OF A SEA, THEN THE COIN FALLS INTO THE SEA AND WE DO NOT KNOW ANYTHINGS ABOUT IT, THUS INDTERMINACY =1



*Fig. 1. An example of indeterminacy.
What is tossed, 1, 3 or 5?*





Relations entre different ensembles

LES ENSEMBLES(F- FI-N) SONT DÉFINIES MATHÉMATIQUEMENT

EF

- Est définie par:
 $T_A : U \rightarrow [0,1]$

$$A = \{ (x, T_A(x) \mid x \in U \}$$

EFI

$$A = \{ \langle x, (T_A(x), F_A(x)) \rangle \mid x \in U \}$$

$$T_A : U \rightarrow [0,1]$$

$$F_A : U \rightarrow [0,1]$$

$$0 \leq T_A(x) + F_A(x) \leq 1$$

EN

$$A = \{ \langle x, (T_A(x), I_A(x), F_A(x)) \rangle \mid x \in U \}$$

$$T_A : U \rightarrow [0,1]$$

$$0 \leq T_A(x) + I_A(x) + F_A(x) \leq 3$$

$$I_A : U \rightarrow [0,1]$$

LE COMPLÉMENTS, UNION, INTERSECTION,

Ensemble
flous
(EF)

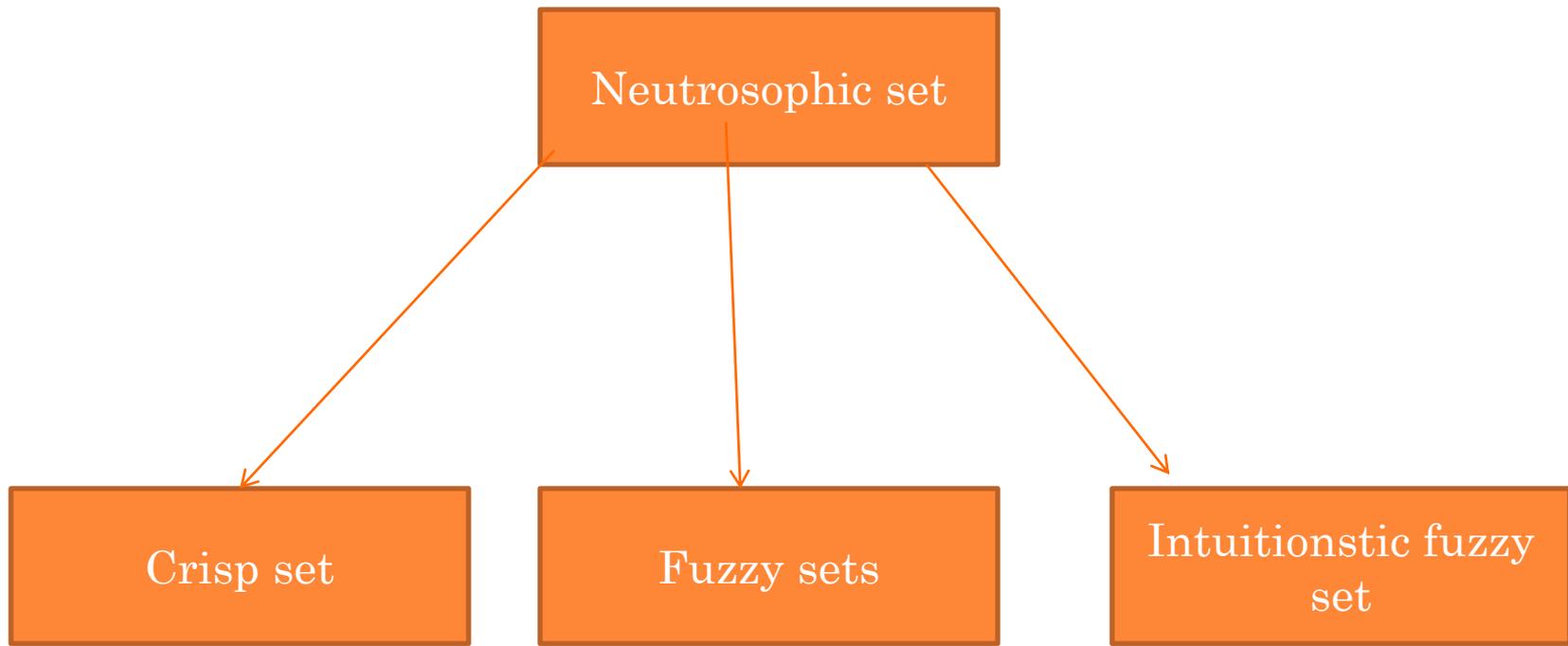
- $C(T(x)) = 1 - T(x)$
- L'union deux ensembles flous A et B: $T_{A \cup B} = \max(T_A, T_B)$
- L'intersection deux ensembles flous A et B: $T_{A \cap B} = \min(T_A, T_B)$

Ensemble flous
Intuitionstsite
(EFI)

- $C(T(x), F(x)) = (F(x), T(x))$
- L'union deux ensembles flous A et B: $T_{A \cup B} = \max(T_A, T_B), F_{A \cup B} = \min(F_A, F_B)$
 $T_{A \cap B} = \min(T_A, T_B),$
- L'intersection deux ensembles flous A et B: $F_{A \cap B} = \max(F_A, F_B)$

Ensemble
neutrosophique
(EN)

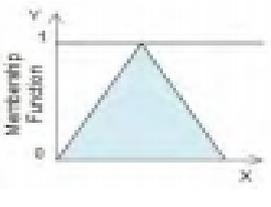
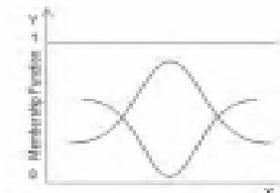
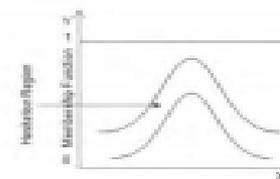
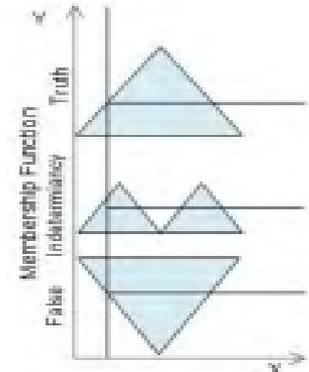
- $C(T(x), I(x), F(x)) = (1 - T(x), 1 - I(x), 1 - F(x))$
- $C(\mu(x), \omega(x), \nu(x)) = (\nu(x), \omega(x), \mu(x))$
- L'union deux ensembles flous A et B: $T_{A \cup B} = \max(T_A, T_B),$
 $I_{A \cup B} = \min(I_A, I_B),$
 $F_{A \cup B} = \min(F_A, F_B)$



Relations entre different ensembles

COMPARAISON ENTRE FS, IFS ET NS

Table 1. *Multivalued Logic Membership Function*

| | Fuzzy set | Intuitionistic Fuzzy | Vague | Neutrosophic |
|----------------------------|---|--|---|---|
| Membership Function | Degree of belonging | Degree of membership function and non-membership function | Degree of membership function and non-membership function | Degree of membership function, indeterminacy and non-membership function |
| |  <p>Fig 1. Typical fuzzy membership function [1]</p> |  <p>Figure 2. Intuitionistic Fuzzy Set [24]</p> |  <p>Figure 3. Vague Set [24]</p> |  <p>Figure 4. Neutrosophic Set [11]</p> |



RÈGLES D'INFÉRENCE (FIS, IFIS, NIS)

Fuzzy Inference System

- Syntaxe identique à celle de la logique binaire : **SI** *<condition>* **ALORS** *<conséquence>*
- *<condition>* est une affirmation simple ou composée.
- L'évaluation des règles se fait sur les valeurs des **T(x)** **et non** sur les valeurs des variables d'e/s.

Intuitionistic Fuzzy Inference System

- Syntaxe identique à celle de la logique binaire : **SI** *<condition>* **ALORS** *<conséquence>*
- *<condition>* est une affirmation simple ou composée.
- L'évaluation des règles se fait sur les valeurs des **T(x)** , **F(x)** **et non** sur les valeurs des variables d'e/s.

Neutrosophic Inference System

- Syntaxe identique à celle de la logique binaire : **SI** *<condition>* **ALORS** *<conséquence>*
- *<condition>* est une affirmation simple ou composée.
- L'évaluation des règles se fait sur les valeurs des **T(x)** , **I(x)** , **F(x)** **et non** sur les valeurs des variables d'e/s.

- Un graphe est un ensemble de points, sommets ou nœuds, dont certaines paires sont reliées par des liaisons, arrêtes ou arcs, selon le type de graphe orienté ou non orienté. Les graphes sont des objets mathématiques formels pour lesquels de nombreuses propriétés ont été caractérisées. Ainsi, plusieurs généralisations de la théorie des graphes ont été proposées dans la littérature et qui permettent de modéliser une grande variété de problèmes en se ramenant à l'étude de sommets et d'arcs.

graphe

- Est une représentation d'une relation binaire
- un graphe est valueé quand attache un poids (souvent a valeurs dans R) à ,chaque arc(arete).
- Dans le cas non-orienté,il faut que le poids soit le même dans les deux sens.

Graphe flou

- Est une représentation d'une relation flou,
- Un graphe dont les nœuds et Les arêtes sont affectées des nombres flous

Graph flou intuitioniste

- Est une représentation d'une relation flou intuitioniste
- Un graphe dont les nœuds et Les arêtes sont affectées des nombres flous intuitioniste

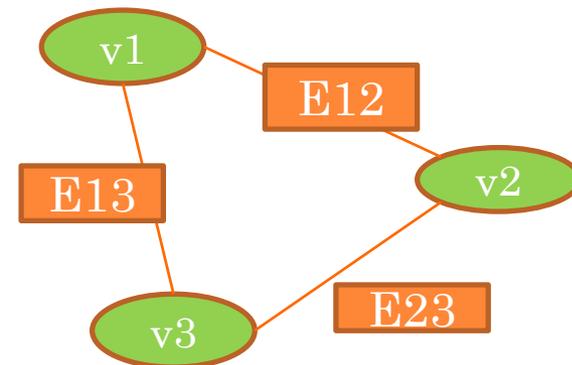
Graphe neutrosophique

- Est une représentation d'une relation neutrosophique
- Un graphe dont les nœuds et Les arêtes sont affectées des nombres neutrosophique

EXEMPLES DES GRAPHES CITÉ PRECEDEMENT..

| Type de nombres affectés aux nœuds (vi) {V1,V2,V 3} | Type de nombres affectés aux arêtes (Eij) {E12, E13, E23} | Type de graphe | La théorie utilisée |
|--|--|----------------------------|---------------------|
| Nombre floue (T) | Nombre floue (T) | Graphe floue | EF |
| Nombre floue intuitioniste (T, F) | Nombre floue intuitioniste (T, F) | Graphe floue intuitioniste | EFI |
| Nombre neutrosophique | Nombre neutrosophique | Graphe neutrosophique | EN |

| | Vi/Eij | |
|-----|---------|---------------------------|
| GF | T | $T \in [0,1]$ |
| GFI | (T, F) | $0 \leq T + F \leq 1$ |
| GN | (T,I,F) | $0 \leq T + I + F \leq 3$ |



UN GRAPHE FLOU (FUZZY GRAPH)

- Un graphe flou est une paire de fonctions $G = (\sigma, \mu)$ où σ est un sous-ensemble flou d'un ensemble non vide $V = \{v_1, \dots, v_n\}$ et μ est une relation floue symétrique sur σ . C'est-à-dire $\sigma : V \rightarrow [0, 1]$ et $\mu : V \times V \rightarrow [0, 1]$ tel que $\mu(v_i v_j) \leq \min(\sigma(v_i), \sigma(v_j))$ pour tout $v_i, v_j \in V$ où $v_i v_j$ dénote une arête entre v_i et v_j

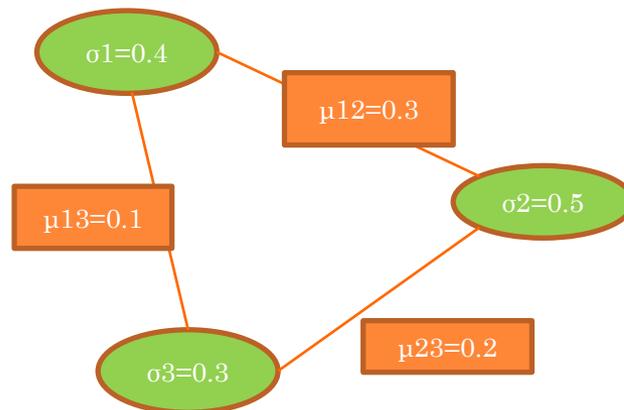


Fig: Graphe floue

UN GRAPHE FLOU INTUITIONISTE (INTUITIONISTE FUZZY GRAPH)

Un graphe flou intuitioniste est une paire de fonctions $G = (\sigma, \mu)$ où

- $\sigma = (\alpha_1, \tau_1)$ est un sous-ensemble flou intuitioniste d'un ensemble non vide $V = \{v_1, \dots, v_n\}$ tel que $\alpha_1 : V \rightarrow [0,1]$ et $\tau_1 : V \rightarrow [0,1]$ dénote le degré d'appartenance et degré de non-appartenance de l'élément $v_i \in V$, respectivement, **vérifier la condition**

$$0 \leq \alpha_1(v_i) + \tau_1(v_i) \leq 1$$

- $\mu = (\alpha_2, \tau_2)$ est une relation **flou intuitioniste symétrique** sur σ . C'est-à-dire $\alpha_2 : V \times V \rightarrow [0,1]$ et $\tau_2 : V \times V \rightarrow [0,1]$ tel que:

$$\alpha_2(v_i v_j) \leq \min(\alpha_2(v_i), \alpha_2(v_j))$$

$$\tau_2(v_i v_j) \leq \max(\tau_2(v_i), \tau_2(v_j))$$

vérifier la condition, $0 \leq \alpha_2(v_i v_j) + \tau_2(v_i v_j) \leq 1$

pour tout $v_i, v_j \in V$ où $v_i v_j$ dénote une arête entre v_i et v_j

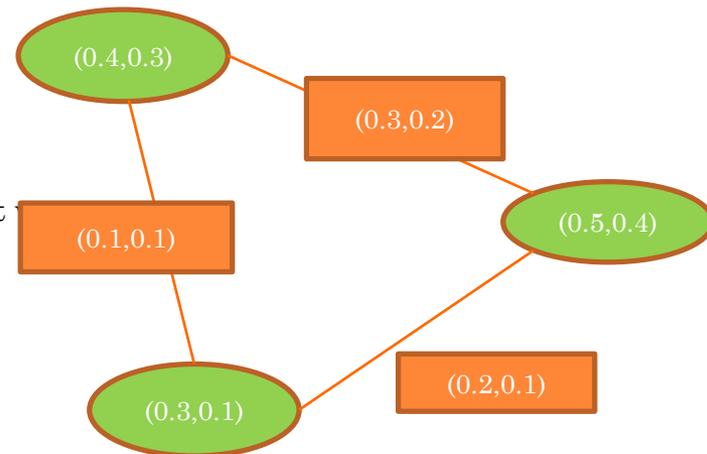


Fig: Graphe flou intuitioniste

UN GRAPHE NEUTROSOPHIQUE (NEUTROSOPHIC GRAPH)

Un graphe neutrosophique est une paire de fonctions $G = (\sigma, \mu)$ où

- $\sigma = (\alpha_1, \tau_1, \varepsilon_1)$ est un sous-ensemble neutrosophique d'un ensemble non vide $V = \{v_1, \dots, v_n\}$ tel que $\alpha_1 : V \rightarrow [0,1]$, $\tau_1 : V \rightarrow [0,1]$ et $\varepsilon_1 : V \rightarrow [0,1]$ dénote le degré d'appartenance, le degré d'indtermination et degré de non-appartenance de l'élément $v_i \in V$, respectivement, vérifier la condition

$$0 \leq \alpha_1(v_i) + \tau_1(v_i) + \varepsilon_1(v_i) \leq 3$$

- $\mu = (\alpha_2, \tau_2, \varepsilon_2)$ est une relation neutrosophique symétrique sur σ . C'est-à-dire $\alpha_2 : V \times V \rightarrow [0,1]$, $\tau_2 : V \times V \rightarrow [0,1]$ et $\varepsilon_2 : V \times V \rightarrow [0,1]$ tel que:

$$\alpha_2(v_i v_j) \leq \min(\alpha_2(v_i), \alpha_2(v_j))$$

$$\tau_2(v_i v_j) \geq \max(\tau_2(v_i), \tau_2(v_j))$$

$$\varepsilon_2(v_i v_j) \geq \max(\varepsilon_2(v_i), \varepsilon_2(v_j))$$

vérifier la condition, $0 \leq \alpha_2(v_i v_j) + \tau_2(v_i v_j) + \varepsilon_2(v_i v_j) \leq 3$

pour tout $v_i, v_j \in V$ où $v_i v_j$ dénote une arête entre v_i et v_j

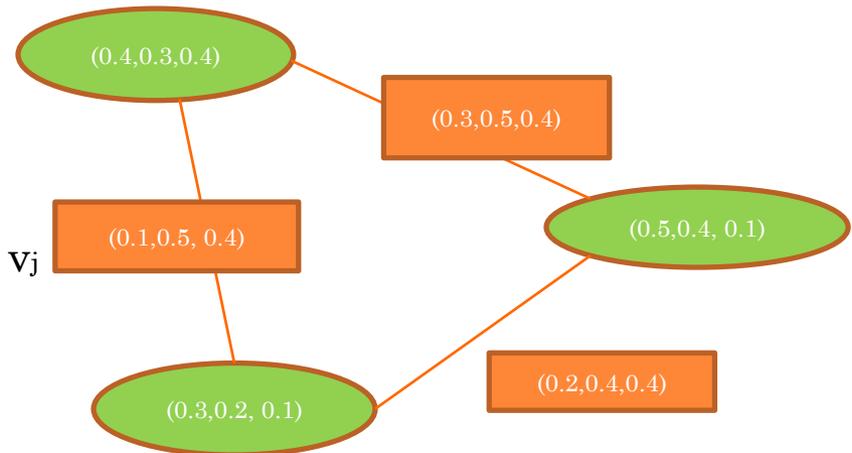


Fig: Graphe neutrosophique

Broumi, S., Talea, M., Bakali, A., Smarandache, F.: Single Valued Neutrosophic Graphs. Journal of New Theory, N 10, (2016) 86-101.

Broumi, S., Talea, M., Smarandache, F. and Bakali, A.: Single Valued Neutrosophic Graphs: Degree, Order and Size. IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ) 2016) 2444-2451.

REPRÉSENTATION MATRICIELLE DES GRAPHS (F-FI-N)

| Graphe | Matrice d'adjacence | |
|---------------------|---|---|
| floue | $M_F = \begin{bmatrix} 0.4 & 0.2 & 0.2 \\ 0.2 & 0.6 & 0.1 \\ 0.2 & 0.1 & 0.3 \end{bmatrix}$ | $M_F = \begin{bmatrix} 0.4 & 0.2 & 0.2 \\ 0.2 & 0.6 & 0.1 \\ 0.2 & 0.1 & 0.3 \end{bmatrix}$ |
| Floue intuitioniste | $M_{IF} = \begin{bmatrix} (0.4, 0.2) & (0.2, 0.4) & (0.2, 0.3) \\ (0.2, 0.4) & (0.6, 0.5) & (0.1, 0.4) \\ (0.2, 0.3) & (0.1, 0.4) & (0.3, 0.4) \end{bmatrix}$ | $M_{IF} = \begin{bmatrix} (0.4, 0.2) & (0.2, 0.4) & (0.2, 0.3) \\ (0.2, 0.4) & (0.6, 0.5) & (0.1, 0.4) \\ (0.2, 0.3) & (0.1, 0.4) & (0.3, 0.4) \end{bmatrix}$ |
| neutrosophique | $M_N = \begin{bmatrix} (0.5, 0.5, 0.5) & (0.1, 0.4, 0.4) & (0.3, 0.4, 0.4) \\ (0.5, 0.4, 0.4) & (0.6, 0.3, 0.4) & (0.1, 0.4, 0.4) \\ (0.4, 0.5, 0.5) & (0.5, 0.4, 0.4) & (0.5, 0.5, 0.5) \end{bmatrix}$ | $M_N = \begin{bmatrix} (0.4, 0.2, 0.1) & (0.2, 0.4, 0.4) & (0.2, 0.7, 0.7) \\ (0.2, 0.4, 0.4) & (0.6, 0.3, 0.4) & (0.1, 0.4, 0.4) \\ (0.2, 0.7, 0.7) & (0.1, 0.4, 0.4) & (0.3, 0.4, 0.4) \end{bmatrix}$ |

MA CONTRIBUTION EST

LES DIFFÉRENTS TYPES DES GRAPHS NEUTROSOPHIQUES

SVNG

- Les graphes neutrosophiques à valeur unique (SVNG)
- Les graphes neutrosophiques à valeur unique uniforme (USVNG)
- Les graphes neutrosophiques complexe à valeur unique (CNG)
- Les graphes neutrosophiques généralisé de type 1 à valeur unique (GSVNG1)

BSVNG

- Les graphes neutrosophiques Bipolaires (BNG)
- Les graphes neutrosophiques generalisé Bipolaires de type 1(GBNG1)
- Les graphes neutrosophiques complex Bipolaires (BCNG)

IVNG

- Les graphes neutrosophiques de type intervalle (IVNG)
- Les graphes neutrosophiques de type intervalle de type 1(GIVNG1)

UN GRAPHE NEUTROSOPHIQUE BIPOLAIRE

Définition un graphe neutrosophique bipolaire d'un graphe $G^* = (V, E)$ est un paire $G = (A, B)$, où $A = (T_A^P, I_A^P, F_A^P, T_A^N, I_A^N, F_A^N)$ est un ensemble neutrosophique bipolaire dans V et $B = (T_B^P, I_B^P, F_B^P, T_B^N, I_B^N, F_B^N)$ est un ensemble neutrosophique bipolaire dans \tilde{V}^2 tel que

$$T_B^P(v_i, v_j) \leq \min(T_A^P(v_i), T_A^P(v_j)), \quad T_B^N(v_i, v_j) \geq \max(T_A^N(v_i), T_A^N(v_j))$$

$$I_B^P(v_i, v_j) \geq \max(I_A^P(v_i), I_A^P(v_j)), \quad I_B^N(v_i, v_j) \leq \min(I_A^N(v_i), I_A^N(v_j))$$

$$F_B^P(v_i, v_j) \geq \max(F_A^P(v_i), F_A^P(v_j)), \quad F_B^N(v_i, v_j) \leq \min(F_A^N(v_i), F_A^N(v_j)) \text{ pour tout } v_i, v_j \in \tilde{V}^2$$

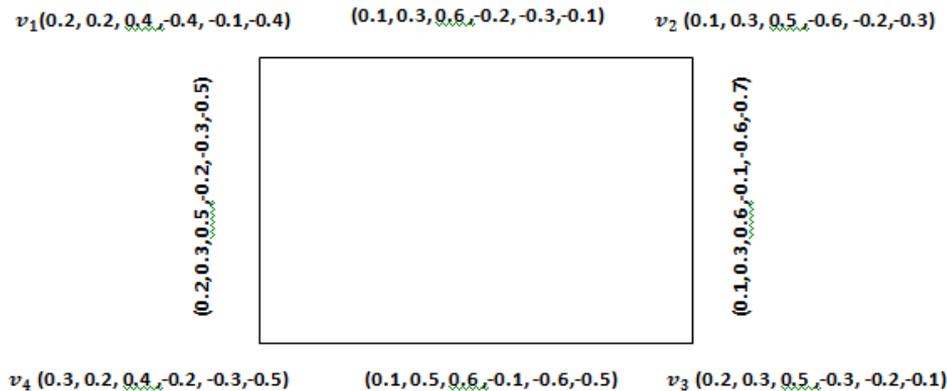


Fig. Un graphe neutrosophique bipolaire

UN GRAPHE NEUTROSOPHIQUE DE TYPE INTERVALLE

Définition. Un graphe neutrosophique de type intervalle d'un graphe $G^* = (V, E)$ est une paire $G = (A, B)$, où $A = \langle [T_{AL}, T_{AU}], [I_{AL}, I_{AU}], [F_{AL}, F_{AU}] \rangle$ est un ensemble neutrosophique de type intervalle dans V et $B = \langle [T_{BL}, T_{BU}], [I_{BL}, I_{BU}], [F_{BL}, F_{BU}] \rangle$ Est une relation neutrosophique de type intervalle sur E satisfait la condition suivante:

1. $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ tel que $T_{AL}: V \rightarrow [0, 1]$, $T_{AU}: V \rightarrow [0, 1]$, $I_{AL}: V \rightarrow [0, 1]$, $I_{AU}: V \rightarrow [0, 1]$ et $F_{AL}: V \rightarrow [0, 1]$, $F_{AU}: V \rightarrow [0, 1]$ indique le degré d'appartenance, le degré d'indétermination et le degré de non-appartenance de l'élément $v_i \in V$, respectivement, où

$$0 \leq T_A(v_i) + I_A(v_i) + F_A(v_i) \leq 3 \quad \text{pour tout } v_i \in V$$

2. Les fonctions $T_{BL}: V \times V \rightarrow [0, 1]$, $T_{BU}: V \times V \rightarrow [0, 1]$, $I_{BL}: V \times V \rightarrow [0, 1]$, $I_{BU}: V \times V \rightarrow [0, 1]$ et $F_{BL}: V \times V \rightarrow [0, 1]$, $F_{BU}: V \times V \rightarrow [0, 1]$ sont tels que

$$T_{BL}(v_i, v_j) \leq \min [T_{AL}(v_i), T_{AL}(v_j)]$$

$$T_{BU}(v_i, v_j) \leq \min [T_{AU}(v_i), T_{AU}(v_j)]$$

$$I_{BL}(v_i, v_j) \geq \max [I_{AL}(v_i), I_{AL}(v_j)]$$

$$I_{BU}(v_i, v_j) \geq \max [I_{AU}(v_i), I_{AU}(v_j)]$$

And

$$F_{BL}(v_i, v_j) \geq \max [F_{AL}(v_i), F_{AL}(v_j)]$$

$$F_{BU}(v_i, v_j) \geq \max [F_{AU}(v_i), F_{AU}(v_j)]$$

Indique le degré d'appartenance, le degré d'indétermination et le degré de non-appartenance de l'arête $(v_i, v_j) \in E$ respectivement, où

$$0 \leq T_B(v_i, v_j) + I_B(v_i, v_j) + F_B(v_i, v_j) \leq 3 \quad \text{pour tout } (v_i, v_j) \in E$$

GRAPPE NEUTROSOPHIQUE UNIFORME

Définition. Soit $G = (A, B)$ un graphe neutrosophique où $A = (T_A, I_A, F_A)$ est un ensemble neutrosophique des sommets de G et B est un ensemble neutrosophique des arêtes de G . Soit $A = \{x \in V \mid T_A(x) > 0, I_A(x) > 0 \text{ et } F_A(x) > 0\}$. Ensuite, G s'appelle un graphe neutrosophique uniforme d'un niveau k (k_1, k_2, k_3) si $T_B(x, y) = k_1, I_B(x, y) = k_2$ et $F_B(x, y) = k_3 \forall (x, y) \in (V \times V)$ et $T_A(x) = k_1, I_A(x) = k_2$ et $F_A(x) = k_3$ where k_1, k_2 et k_3 sont des réel positive tel que $0 < k_1, k_2, k_3 \leq 1$.

Exemple Consider an USVNG $G = (A, B)$ on $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ as shown in Fig..

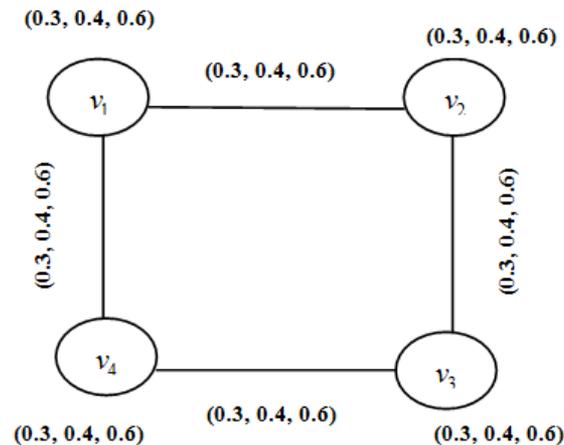


Fig. Graphe neutrosophique uniforme.

UN GRAPH NEUTROSOPHIQUE GÉNÉRALISÉE DE TYPE 1

Définition Soit V un ensemble non vide. Considérons les deux fonctions suivant :

$$\rho = (\rho_T, \rho_I, \rho_F) : V \rightarrow [0, 1]^3 \text{ et}$$

$$\omega = (\omega_T, \omega_I, \omega_F) : V \times V \rightarrow [0, 1]^3 . \text{ nous supposons } A = \{(\rho_T(x), \rho_T(y)) \mid \omega_T(x, y) \geq 0\}, B = \{(\rho_I(x), \rho_I(y)) \mid \omega_I(x, y) \geq 0\} \text{ et } C = \{(\rho_F(x), \rho_F(y)) \mid \omega_F(x, y) \geq 0\},$$

Nous avons considéré ω_T, ω_I et $\omega_F \geq 0$ pour tout les ensembles A, B, C , since its is possible to have edge degree = 0 (for T, or I, or F).

Le triplet (V, ρ, ω) est définie comme un graph neutrosophique généralisée de type 1 (GSVNG1) s'il existe des fonctions $\alpha : A \rightarrow [0, 1]$, $\beta : B \rightarrow [0, 1]$ et $\delta : C \rightarrow [0, 1]$ tel que

$$\omega_T(x, y) = \alpha((\rho_T(x), \rho_T(y)))$$

$$\omega_I(x, y) = \beta((\rho_I(x), \rho_I(y)))$$

$$\omega_F(x, y) = \delta((\rho_F(x), \rho_F(y))) \text{ ou } x, y \in V.$$

ici $\rho(x) = (\rho_T(x), \rho_I(x), \rho_F(x))$, $x \in V$ représente le degré d'appartenance, le degré d'indétermination et le degré de non-appartenance de sommet x et $\omega(x, y) = (\omega_T(x, y), \omega_I(x, y), \omega_F(x, y))$, $x, y \in V$ sont le degré d'appartenance, le degré d'indétermination et le degré de non-appartenance de l'arête (x, y) .

UN GRAPH NEUTROSOPHIQUE DE TYPE INTERVALLE GÉNÉRALISÉE DE TYPE 1

Définition Soit V un ensemble non vide. Considérons les deux fonctions suivant :

$$\rho = ([\rho_T^L, \rho_T^U], [\rho_I^L, \rho_I^U], [\rho_F^L, \rho_F^U]): V \rightarrow [0, 1]^3 \text{ et}$$

$$\omega = ([\omega_T^L, \omega_T^U], [\omega_I^L, \omega_I^U], [\omega_F^L, \omega_F^U]): V \times V \rightarrow [0, 1]^3. \text{ nous supposons}$$

$$A = \{([\rho_T^L(x), \rho_T^U(x)], [\rho_T^L(y), \rho_T^U(y)]) \mid \omega_T^L(x, y) \geq 0 \text{ and } \omega_T^U(x, y) \geq 0\},$$

$$B = \{([\rho_I^L(x), \rho_I^U(x)], [\rho_I^L(y), \rho_I^U(y)]) \mid \omega_I^L(x, y) \geq 0 \text{ and } \omega_I^U(x, y) \geq 0\},$$

$$C = \{([\rho_F^L(x), \rho_F^U(x)], [\rho_F^L(y), \rho_F^U(y)]) \mid \omega_F^L(x, y) \geq 0 \text{ and } \omega_F^U(x, y) \geq 0\},$$

Nous avons considéré $\omega_T^L, \omega_T^U, \omega_I^L, \omega_I^U, \omega_F^L, \omega_F^U \geq 0$ pour tout les ensembles A, B, C , since it is possible to have edge degree = 0 (for T, or I, or F).

Le triplet (V, ρ, ω) est définie comme un graph neutrosophique de type intervalle généralisée de type 1 (GIVNG1) s'il existe des fonctions

$$\alpha: A \rightarrow [0, 1], \beta: B \rightarrow [0, 1] \text{ et } \delta: C \rightarrow [0, 1] \text{ tel que}$$

$$\omega_T^L(x, y) = \alpha([\rho_T^L(x), \rho_T^L(y)]), \omega_T^U(x, y) = \alpha([\rho_T^U(x), \rho_T^U(y)]),$$

$$\omega_I^L(x, y) = \beta([\rho_I^L(x), \rho_I^L(y)]), \omega_I^U(x, y) = \beta([\rho_I^U(x), \rho_I^U(y)]),$$

$$\omega_F^L(x, y) = \delta([\rho_F^L(x), \rho_F^L(y)]), \omega_F^U(x, y) = \delta([\rho_F^U(x), \rho_F^U(y)]) \text{ ou } x, y \in V.$$

ici $\rho(x) = (\rho_T(x), \rho_I(x), \rho_F(x))$, $x \in V$ sont le degré d'appartenance, le degré d'indétermination et le degré de non-appartenance de type intervalle de sommet x et $\omega(x, y) = (\omega_T(x, y), \omega_I(x, y), \omega_F(x, y))$, $x, y \in V$ sont le degré d'appartenance, le degré d'indétermination et le degré de non-appartenance de type intervalle de l'arête (x, y) .

UN GRAPHE NEUTROSOPHIQUE COMPLEX DE TYPE 1

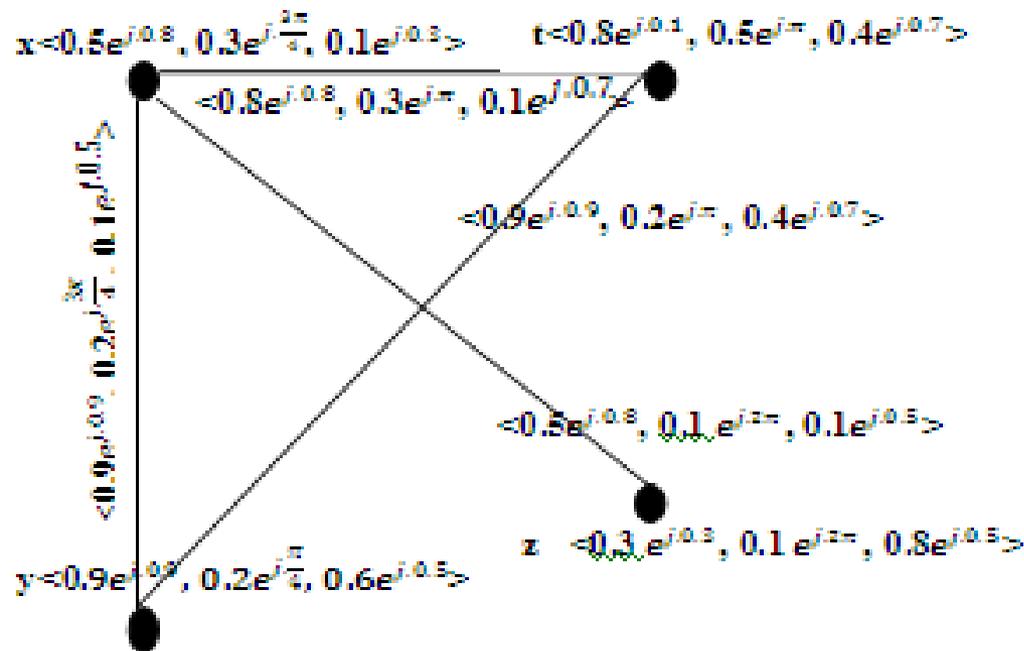


Fig. 2. A CNG of type 1.

LE COMPLÉMENTAIRE D'UN GRAPHE NEUTROSOPHIQUE UNIFORME

```

C:\Documents and Settings\said\Bureau\code of single valued ne...
Please enter no of vertex:4
Please enter (T,I,F)membership values of vertex:0.4 0.2 0.3
Please enter the edges (x to y):1 2
Please enter (T,I,F)membership values of edge:0.4 0.2 0.3
Please enter the edges (x to y):2 3
Please enter (T,I,F)membership values of edge:0.4 0.2 0.3
Please enter the edges (x to y):3 4
Please enter (T,I,F)membership values of edge:0.4 0.2 0.3
Please enter the edges (x to y):4 1
Please enter (T,I,F)membership values of edge:0.4 0.2 0.3
Please enter the edges (x to y):4 2
Please enter (T,I,F)membership values of edge: 0.4 0.2 0.3
Please enter the edges (x to y):1 3
Please enter (T,I,F)membership values of edge:0.4 0.2 0.3
The complement of Single valued neutrosophic graphs is:
1 - 2 edge membership value= 0.000000 0.000000 0.000000
1 - 3 edge membership value= 0.000000 0.000000 0.000000
1 - 4 edge membership value= 0.000000 0.000000 0.000000
2 - 1 edge membership value= 0.000000 0.000000 0.000000
2 - 3 edge membership value= 0.000000 0.000000 0.000000
2 - 4 edge membership value= 0.000000 0.000000 0.000000
3 - 1 edge membership value= 0.000000 0.000000 0.000000
3 - 2 edge membership value= 0.000000 0.000000 0.000000
3 - 4 edge membership value= 0.000000 0.000000 0.000000
    
```

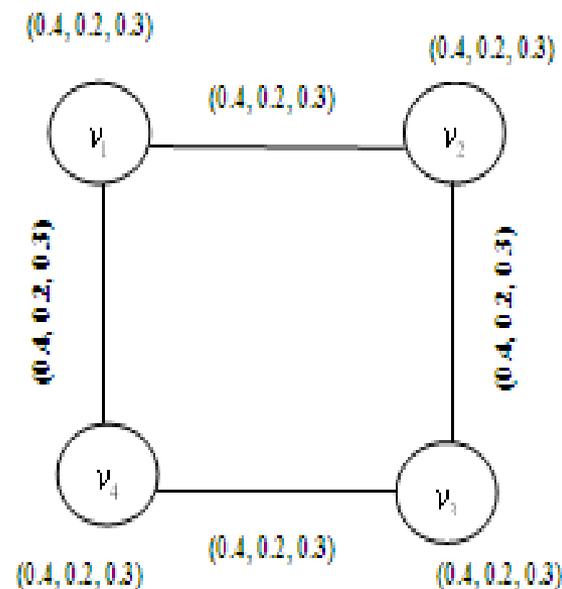
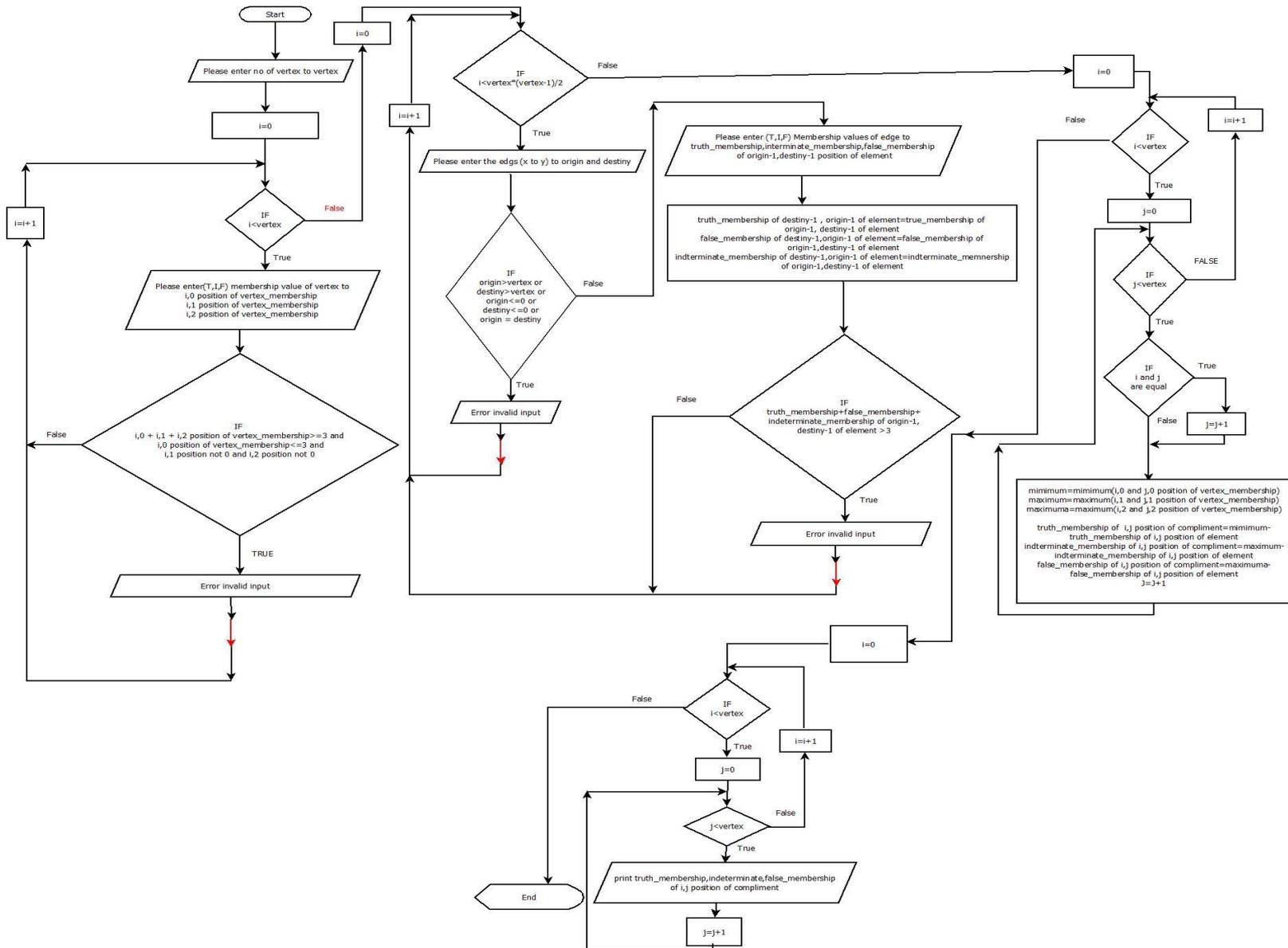


Fig. 4.A uniform single valued neutrosophic graph

PSEUDO CODE



Exemple d'application: Matrices neutrosophiques

1-Implementer un program en qui permet de calculer le complement d'un graph

2-Developper un package pour le matrices neutrtrosophiques

| Input : Matrices d'appartenance(a.m), matrices d'indtermination (a.i), Matrices de non -appartenance(a.n) | output :Matrices neutrosophique |
|--|---|
| a.m =[0 0.2 0.5; 0.2 0 0.4; 0.3 0.4 0] a.i=[0 0.3 0.5; 0.3 0 0.5; 0.4 0.5 0]; a.n=[1 0.4 0.6; 0.4 1 0.4; 0.1 0.1 1]; b.m =[0 0.3 0.4; 0.6 0 0.3; 0.2 0.5 0] b.i=[0 0.5 0.6; 0.4 0 0.6; 0.2 0.3 0]; b.n=[1 0.3 0.6; 0.3 1 0.2; 0.1 0.1 1]; | A=nm(a.m,a.i,a.n) A = <0.00, 0.00, 1.00> <0.20, 0.30, 0.40> <0.50, 0.50, 0.60> <0.20, 0.30, 0.40> <0.00, 0.00, 1.00> <0.40, 0.50, 0.40> <0.30, 0.40, 0.10> <0.40, 0.50, 0.10> <0.00, 0.00, 1.00> B=nm(b.m, b.i, b.n) <0.00, 0.00, 1.00> <0.30, 0.50, 0.30> <0.40, 0.60, 0.60> <0.60, 0.40, 0.30> <0.00, 0.00, 1.00> <0.30, 0.60, 0.20> <0.20, 0.20, 0.10> <0.50, 0.30, 0.10> <0.00, 0.00, 1.00> |

| | |
|--|---|
| Input : Matrices d'appartenance(a.m), Matrices de non – appartenance(a.n) | output :Matrices neutrosophique |
| a.m=[0 0.2; 0.4 0] a.n=[1 0.3; 0.5 1] | A=im(a.m,a.n) A = <0.00, 1.00> <0.20, 0.30> <0.40, 0.50> <0.00, 1.00> |

The screenshot shows the MATLAB R2013a interface. The Command Window contains the following code and output:

```

>> a.m=[0 0.2; 0.4 0]

a =

     m: [2x2 double]
     n: [2x2 double]

>> a.n=[1 0.3; 0.5 1]

a =

     m: [2x2 double]
     n: [2x2 double]

>> A=im(a.m,a.n)

A =

<0.00, 1.00> <0.20, 0.30>
<0.40, 0.50> <0.00, 1.00>
fx >>

```

MATLAB R2013a

HOME PLOTS APPS

New Script New Open Find Files Compare Import Data Save Workspace New Variable Open Variable Clear Workspace Analyze Code Run and Time Clear Commands Simulink Library Layout Set Path Parallel Preferences Help Community Request Support Add-Ons

Open file (Ctrl+O)

D: \ MATLAB R2013ok \ matrices neutrosophiques

Current Folder

- @nm
- ae_comp.m
- char.m
- checknm.m
- complement1.m
- complement2.m
- comppoff.m
- disp_latex.m
- display.m
- getnonim.m
- largest.m
- length.m
- max.m
- maxminmin.m
- minmaxmax.m
- minus.m
- ndiv.m
- nm.m
- plos.m
- plus.m
- power.m
- powerifm.m
- SC_comp.m
- score.m
- scoreg.m
- size.m
- sftadd.m

Command Window

```
>> a.m =[0 0.2 0.5; 0.2 0 0.4; 0.3 0.4 0]
a =
      m: [3x3 double]
      i: [2x2 double]
      n: [2x2 double]
>> a.i=[0 0.3 0.5; 0.3 0 0.5; 0.4 0.5 0];
>> a.n=[1 0.4 0.6; 0.4 1 0.4; 0.1 0.1 1];
>> A=nm(a.m,a.i,a.n)
A =
<0.00, 0.00, 1.00> <0.20, 0.30, 0.40> <0.50, 0.50, 0.60>
<0.20, 0.30, 0.40> <0.00, 0.00, 1.00> <0.40, 0.50, 0.40>
<0.30, 0.40, 0.10> <0.40, 0.50, 0.10> <0.00, 0.00, 1.00>
fx >>
```

D: \ MATLAB R2013ok \ matrices neutrosophiques \

Current Folder

Name

- @nm
 - ae_comp.m
 - char.m
 - checknm.m
 - complement1.m
 - complement2.m
 - compoff.m
 - disp_latex.m
 - display.m
 - getnonim.m
 - largest.m
 - length.m
 - max.m
 - maxminmin.m
 - minmaxmax.m**
 - minus.m
 - ndiv.m
 - nm.m
 - plos.m
 - plus.m
 - power.m
 - powerifm.m
 - SC_comp.m
 - score.m
 - scoreg.m
 - size.m
 - softadd.m
 - softsub.m
 - transpose.m
- @stern
- @term

Command Window

```

>> A
A =
<0.00, 0.00, 1.00> <0.20, 0.30, 0.40> <0.50, 0.50, 0.60>
<0.20, 0.30, 0.40> <0.00, 0.00, 1.00> <0.40, 0.50, 0.40>
<0.30, 0.40, 0.10> <0.40, 0.50, 0.10> <0.00, 0.00, 1.00>
>> B
B =
<0.00, 0.00, 1.00> <0.30, 0.50, 0.30> <0.40, 0.60, 0.60>
<0.60, 0.40, 0.30> <0.00, 0.00, 1.00> <0.30, 0.60, 0.20>
<0.20, 0.20, 0.10> <0.50, 0.30, 0.10> <0.00, 0.00, 1.00>
>> At=maxminmin(A,B)
At =
<0.00, 0.00, 1.00> <0.30, 0.30, 0.30> <0.50, 0.50, 0.60>
<0.60, 0.30, 0.30> <0.00, 0.00, 1.00> <0.40, 0.50, 0.20>
<0.30, 0.20, 0.10> <0.50, 0.30, 0.10> <0.00, 0.00, 1.00>
>> At=minmaxmax(A,B);
>> At=minmaxmax(A,B)
At =
<0.00, 0.00, 1.00> <0.20, 0.50, 0.40> <0.40, 0.60, 0.60>
<0.20, 0.40, 0.40> <0.00, 0.00, 1.00> <0.30, 0.60, 0.40>
<0.20, 0.40, 0.10> <0.40, 0.50, 0.10> <0.00, 0.00, 1.00>
fx >>

```

MATLAB R2013a

HOME PLOTS APPS

New Script New Open Find Files Compare Import Data Save Workspace Clear Workspace Analyze Code Run and Time Clear Commands Simulink Library Layout Parallel Preferences Set Path Parallel Help Community Request Support Add-Ons

FILE VARIABLE CODE SIMULINK ENVIRONMENT RESOURCES

D:\MATLAB R2013ok\matrices neutrosophiques

Current Folder

- @nm
 - ae_comp.m
 - char.m
 - checknm.m
 - complement1.m
 - complement2.m
 - compoff.m
 - disp_latex.m
 - display.m
 - getnonim.m
 - largest.m
 - length.m
 - max.m
 - maxminmin.m
 - minmaxmax.m
 - minus.m
 - ndiv.m
 - nm.m

Command Window

```
>> A
A =
<0.00, 0.00, 1.00> <0.20, 0.30, 0.40> <0.50, 0.50, 0.60>
<0.20, 0.30, 0.40> <0.00, 0.00, 1.00> <0.40, 0.50, 0.40>
<0.30, 0.40, 0.10> <0.40, 0.50, 0.10> <0.00, 0.00, 1.00>
>> At=complement1(A)
At =
<1.00, 0.00, 0.00> <0.40, 0.30, 0.20> <0.60, 0.50, 0.50>
<0.40, 0.30, 0.20> <1.00, 0.00, 0.00> <0.40, 0.50, 0.40>
<0.10, 0.40, 0.30> <0.10, 0.50, 0.40> <1.00, 0.00, 0.00>
fx >>
```

CALCUL DU CHEMIN LE PLUS COURT DANS UN ENVIRONNEMENT NEUTROSOPHIQUE.

SPP

- Crsip shortest path problem (SPP)
- **Un graphe dont les nœuds et Les arêtes sont affectées des nombres precise.**
- Basé sur l'algorithm classique : Djikstra, Prim , kruskal...etc

FSPP

- Problème du chemin le plus court flou (Fuzzy shortest path problem) (FSPP)
- **Un graphe dont les nœuds et Les arêtes sont affectées des nombres flous**
- Basé sur l'algorithm floue :fuzzy Djikstra, fuzzy Prim , fuzzy kruskal...etc

IFSPP

- Problème du chemin le plus court flou intuitionsite(Intuitionstic Fuzzy shortest path problem)(IFSPP)
- **Un graphe dont les nœuds et Les arêtes sont affectées des nombres flous intuitioniste (TIFN,TrIFN..)**
- Basé sur l'algorithm floue intuitioniste :intuitionstic fuzzy Djikstra,

NSPP

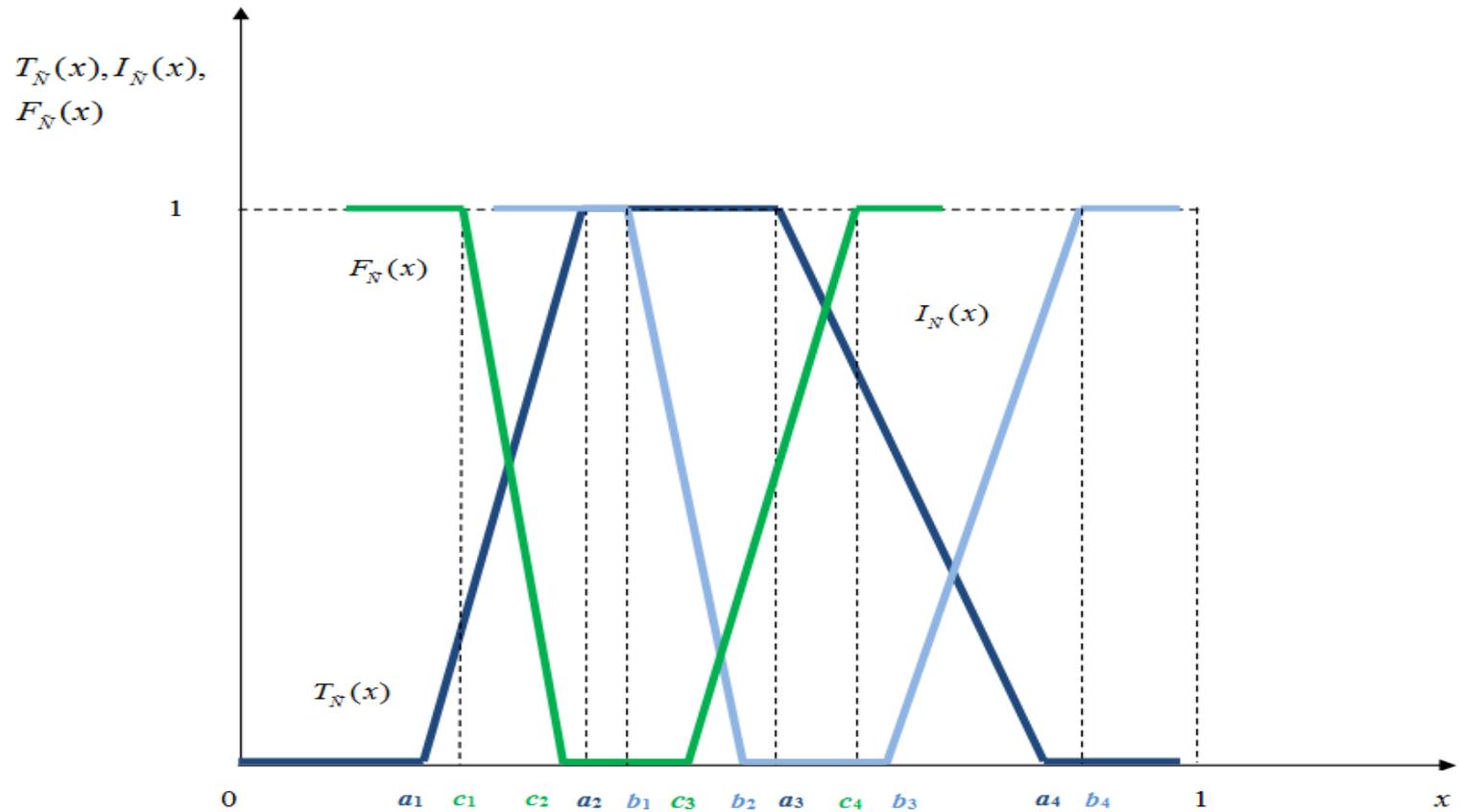
- Problème du chemin le plus court neutrosophique(Neutrosophic shortest path problem)(NSPP)
- **Un graphe dont les nœuds et Les arêtes sont affectées des nombres neutrosophiques(TNN,TRNN.....)**
- Basé sur l'algorithm neutrosophique:Djikstra

**Les différents types de nombres neutrosophiques basés
sur les trois composantes
(T, I, F)**

- Single valued neutrosophic numbers
- Interval valued neutrosophic numbers
- Bipolar neutrosophic numbers
- Trapezoidal fuzzy neutrosophic numbers
- Triangular fuzzy neutrosophic numbers
- Single valued triangular fuzzy numbers
- Single valued trapezoidal fuzzy numbers



TRAPEZOIDAL FUZZY NEUTROSOPHIC NUMBERS



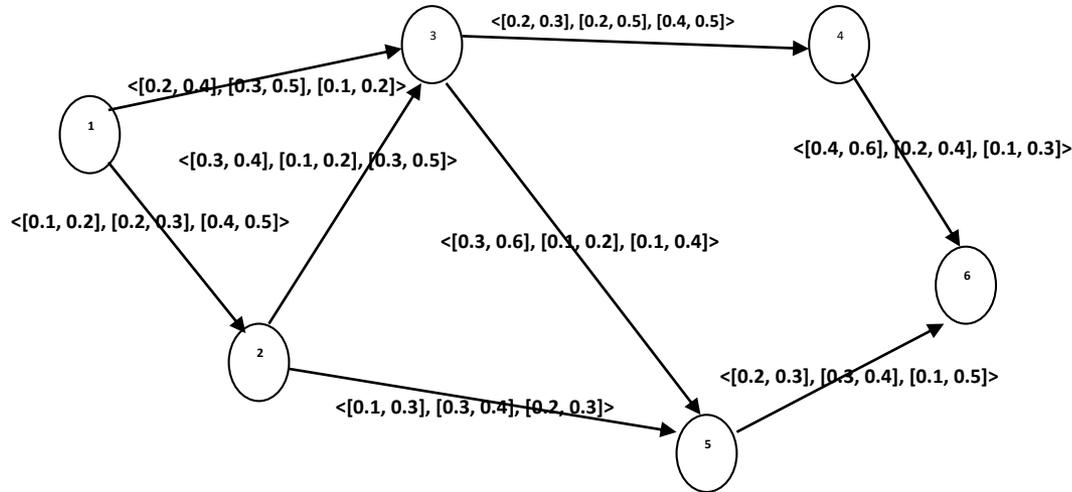
(a) Graphical representation of TrNFN



L' algorithme pour calculer le chemin le plus court dans un réseau neutrosophique

L'algorithme de *Dijkstra* étendue sert à résoudre le problème du *plus court chemin* entre source et destination

| | Type de l'arc | Algorithmes utilisés |
|---|---|----------------------|
| Applying Dijkstra Algorithm for Solving Neutrosophic Shortest Path Problem | (T, I, F) | Dijkstra étendue |
| Application of Dijkstra Algorithm for Solving Interval Valued Neutrosophic Shortest Path Problem | $\langle x, [T_A^L(x), T_A^U(x)], [I_A^L(x), I_A^U(x)], [F_A^L(x), F_A^U(x)] \rangle$ | Dijkstra étendue |



IV. SINGLE VALUED NEUTROSOPHIC DIJKSTRA ALGORITHM

In this subsection, we slightly modified the fuzzy Dijkstra algorithm adapted from [27] in order to deal on a network with parameters characterized by a single valued neutrosophic numbers.

This algorithm finds the shortest path and the shortest distance between a source node and any other node in the network. The algorithm advances from a node i to an immediately successive node j using a neutrosophic labeling procedure. Let \tilde{u}_i be the shortest distance from node 1 to node i and $s(\tilde{d}_{ij}) \geq 0$ be the length of (i, j) edge. Then, the neutrosophic label for node j is defined as:

$$[\tilde{u}_j, i] \equiv [\tilde{u}_i \oplus \tilde{d}_{ij}, i]. \quad S(\tilde{d}_{ij}) \geq 0. \quad (15)$$

Here label $[\tilde{u}_j, i]$ mean we are coming from nodes i after covering a distance \tilde{u}_j from the starting node. Dijkstra's algorithm divides the nodes into two subset groups: *Temporary set (T)* and *Permanent set (P)*. A temporary neutrosophic label can be replaced with another temporary neutrosophic label, if shortest path to the same neutrosophic node is detected. At the point when no better path can be found, the status of temporary label is changed to permanent. The steps of the algorithm are summarized as follows:

Step 1 Assign to source node (say node 1) the permanent label $[(0,1,1), -]$. Set $i=1$.

Making a node permanent means that it has been included in the short path.

Step 2 Compute the temporary label $[\tilde{u}_i \oplus \tilde{d}_{ij}, i]$ for each node j that can be reached from i , provided j is not permanently labeled. If node j is already labeled as $[\tilde{u}_j, k]$ through another node k , and if $S(\tilde{u}_i \oplus \tilde{d}_{ij}) < S(\tilde{u}_j)$ replace $[\tilde{u}_j, k]$ with $[\tilde{u}_i \oplus \tilde{d}_{ij}, i]$.

Step 3 If all the nodes are permanently labeled, the algorithm terminates. Otherwise, choose the label $[\tilde{u}_r, s]$ with shortest distance (\tilde{u}_r) from the list of temporary labels. Set $i=r$ and repeat step 2.

Step 4 Obtain the shortest path between node 1 and the destination node j by tracing backward through the network using the label's information.

FUTURE TRAVAUX

- Améliorer le package neutrosophique sous Matlab pour qu'il puisse manipuler les matrices neutrosophiques bipolaires et neutrosophique de type intervalle.
- L'implémentation de l'algorithme de dijkstra étendue sous Matlab.
- ...etc

LISTE DES ARTICLES PUBLIÉS

- S. Broumi, M. Talea, A. Bakali, F. Smarandache, "Single Valued Neutrosophic Graphs," *Journal of New Theory*, N 10, 2016, pp. 86-101.
- S. Broumi, M. Talea, A. Bakali, F. Smarandache, "On Bipolar Single Valued Neutrosophic Graphs," *Journal of New Theory*, N11, 2016, pp.84-102.
- **S. Broumi, M. Talea, A. Bakali, F. Smarandache, Interval Valued Neutrosophic Graphs, SISOM(2016) in press.**
- S. Broumi, A. Bakali, M. Talea, and F. Smarandache, Isolated Single Valued Neutrosophic Graphs. *Neutrosophic Sets and Systems*, Vol. 11, 2016, pp.74-78
- S. Broumi, F. Smarandache, M. Talea and A. Bakali, An Introduction to Bipolar Single Valued Neutrosophic Graph Theory. *Applied Mechanics and Materials*, vol.841,2016, 184-191.
- S. Broumi, M. Talea, F. Smarandache and A. Bakali, Single Valued Neutrosophic Graphs: Degree, Order and Size. *IEEE World Congress on Computational Intelligence*, 2016, pp.2444-2451.
- S. Broumi, A. Bakali, M. Talea, F. Smarandache and M. Ali, Shortest Path Problem under Bipolar Neutrosophic Setting, *Applied Mechanics and Materials*, Vol. 859, 2016, pp 59-66.
- S. Broumi, A. Bakali, M. Talea, F. Smarandache and L. Vladareanu, Computation of Shortest Path Problem in a Network with SV-Trapezoidal Neutrosophic Numbers, *Proceedings of the 2016 International Conference on Advanced Mechatronic Systems*, Melbourne, Australia, 2016, pp.417-422.
- S. Broumi, A. Bakali, M. Talea, F. Smarandache and L. Vladareanu, Applying Dijkstra Algorithm for Solving Neutrosophic Shortest Path Problem, *Proceedings of the 2016 International Conference on Advanced Mechatronic Systems*, Melbourne, Australia, November 30 - December 3, 2016,pp.412-416.

MERCI